F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXIV NUMĂRUL 1 ANUL 1972,
IANUARIE—FEBRUARIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

apare, cu șase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice științifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" și „Buletinul Politehnicei din București".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea științifică a corpului didactic din Institutul politehnic București. În limita spațiului disponibil, se pot publica și lucrări științifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondența și schimburile de publicații cu redacția și administrația Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(cu mențiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din București".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Buletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din București".

Tel qu'il se présente, il reflécte en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(cu mențiunea „pentru Buletinul Institutului")

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRES
DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT
1983

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

TOMUL XXXIV – NUMĂRUL 1

IANUARIE – FEBRUARIE
1972

COMITETUL DE REDACŢIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Conf. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Conf. dr. *Ion Grădişteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar ştiinţific); Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ştefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing. *Mihai Renert*; Conf. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*; Prof. dr. docent *Radu Voinea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România.

Redactor responsabil

Rector

Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*

membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

MATEMATICA

D. Filipescu
Formule integrale pentru sisteme de figuri convexe aleatoare în spații euclidiene 21

Gh. Budeanu, V. Tănase
O reprezentare integrală a unei valori medii condiționate în raport cu σ algebra $\mathcal{M}_T$ 37

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

T. D. Ionescu, Gh. Ioniță, Gh. Tudorache
Obținerea hidroxidului de sodiu pur în electrolizoare cu diafragme pe bază de schimbători de ioni anorganici 41

G. Costeanu, Ortansa Landauer, Cornelia Mateescu
L'influence du milieu de réaction sur le rayon du complexe activé de l'hydrolyse des esters aliphatiques dans les solvants mixtes . . . 47

ELECTROTEHNICA

I. S. Antoniu. Lidia Constantinescu
Linia lungă ca limita unui lanț de cuadripoli infinit 51

MECANICA

C. Guță
Dirijarea proporțională a navelor cosmice cu ajutorul motoarelor reactive auxiliare 61

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

Gh. Zătreanu
Contribuții la studiul echilibrajului motoarelor cu piston rotativ . . 69

REZISTENȚA MATERIALELOR

I. Constantinescu
Starea de eforturi unitare într-un recipient cilindric cu fund plan și o porțiune de manta în consolă 85

CENTRALE ELECTRICE

H. Lazăr
Modificarea structurii schemei bloc a unui sistem electric ca urmare a schimbării tipului de regulator de excitație 103

ORGANIZARE PLANIFICARE

A. Carabulea, Ad. Gheorghe
Contributions to the Study of Designing and Operating of Electric Power Stations by Means of Mathematic Modelling 117

TRANSPORTURI

A. Stoicescu
Studiul stabilității automobilului frînat cu ajutorul calculatoarelor analogice 133

Резюме

Д. К. 517

Д. Филипеску

Интегральные формулы для систем выпуклых случайных фигур в эвклидовых пространствах

В зависимости от кинематической меры в этих пространствах принято количество m неравных, случайных фигур и установлены интегральные формулы для геометрической конфигурации $\kappa_0 \bigcap K_m^r$, где κ_0 является фигурой в неподвижном положении, а K_m^r — геометрической конфигурацией, образованной с общими точками r между количеством m данных выпуклых фигур, характеризуемых случайными положениями.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

Д. К. 517

Г. Будяну, В. Тэнасе

Интегральное выражение обусловленного среднего значения в зависимости от τ алгебра $\mathcal{M}_T$

Для сильного процесса $X = (\Omega, \mathcal{M}, \mathcal{M}_t, X_t, \theta_t; p^x$ с пространством состояний $(E\ \mathcal{E})$ показано, что $E^x(H|\mathcal{M}T)\theta_R^{(\omega)}) = \int G(\theta_R(\omega), \omega') P^{X_{R+T_0\theta_R}^{(\omega)}}_{(d\omega')}$ где $G : \Omega \times \Omega \to R$, $G \in b(\mathcal{M}_T \times (\mathcal{F})$, $H(\omega)\theta_T^{(\omega)}) R$ является выборочной по отношению к $\mathcal{M}_t$, а T является выборочной по отношению к $(\mathcal{F}_t$.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

Д. К. 546

Т. Д. Ионеску, Г. Тудораке, Г. Ионицэ

Получение чистой гидрокоиси натрия при диафрагменном электролизе с помощью неогранических ионообменников.

Изучалась возможность получения чистой гидроокиси натрия путем электролиза растворов хлористого натрия в ваннах с диаграммами, изготовленными из неорганических катионитов.

При исслееовании авторы изучали К.П.Д. тока (η) в завнсимости от концентрации раствора хлористого натрия (g/l), времени (h), силы тока $({}_mA)$ и натуры катионообменной мембраны.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

Summary

D.C. 517

D. Filipescu

Integral Formulas for Random Convex Figure Systems in Euclidian Spaces

With respect to the kinematic measure in these spaces m random convex unequal figures have been taken into account, and integral formulas have been established for the geometrical configuration $k_0 \bigcap K_m^r$, where k_0 is a convex figure of fixed position, and K_m^r is a geometrical configuration formed with the common points of r figures among m given convex figures, that are random as regards their position.

Bul. Inst. politehnic --Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D.C. 517

Gh. Budianu, V. Tănase

Integral Representation of an Average Conditioned Value with Respect to τ – Algebra $\mathcal{M}_T$

For a strong Markov process $X = (\Omega, \mathcal{M}, \mathcal{M}_t, X_t, \theta_t, P^x)$ with the state space $(E, \mathcal{E})$, it is shown that: $E^x(H/\mathcal{M}_T)(\theta_{(R}^{\omega)}) = \int G(\theta_R(\omega), \omega') P^{X_{R+T_0\theta_R}^{(\omega)}}_{(d\omega')}$ where $G: \Omega \times \Omega \to R$, $G \in b(\mathcal{M}_T \times (\mathcal{F}.)$, $H(\omega)\theta_T^{(\omega)})$ R is an optional relating to $\mathcal{M}_t$, and T is an optional relating to $(\mathcal{F}.t$.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej ' Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D.C. 546

T. D. Ionescu, Gh. Tudorache, Gh. Ioniţă

Obtaining Pure Sodium Hydroxide by Diaphragm Electrolysis on the Basis of Anorganic Ion Exchangers.

The paper studies the pure sodium hydroxide obtained by the electrolysis of sodium chloride solutions in cells provided with diaphragms, prepaired from anorganic cationites.

The variation of the current efficiency (η) was followed, in terms of sodium chloride solution concentration (g/l), of time (h), current intensity (mA) and the nature of the cation-exchanging membrane.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

Д. К. 541.1

Г. Костяну, Ортанса Ландауер, Корнелия Матееску

Влияние реактивной среды на радиус активированного комплекса r^* в реакциях гидролиза некоторых алифатических эстер в смешанных растворителях

Даны значения параметров r^* для случая кислого гидролиза а: формиацетата, ацетата и пропионата *n*-бутил в смешанных растворителях воды — спирт метиловый и вода ацетон и значения тех же параметров в случае щелочного гидролиза ацетата и пропионата *n*-бутила в ацетоновой и диоксановой воде.

Констатируется, что величина радиусов активированных комплексов зависит от вида эстера, который гидролизирует, от вида гидролиза (кислый или щелочный) от температуры и от вида смешанного растворителя, в котором происходит реакция.

Эти изменения сопосталяются с различным видом активированных комплексов в случае кислого и щелочного гидролиза и с изменением крепости связей водорода в случае различных смешанных растворителей.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

Д. К. 621.3

И. С. Антониу, Лидия Константинеску

Длинная линия как предел бесконечной цепи четырехполюсников

Приняв пепь /четырехполюсников, состоящую из бесконечного числа малых четырехполюсников, определяется, что таким четырехполюсником является тот, у которого выходные величины (напряжение и ток) отличаются малой бесконечностью первого порядка от входных величин. Исследована характеристика этого четырехполюсника и установлена константа распространения и характерная независимость соответствующей цепи. Положения применены к известным случаям, что обеспечивает их проверку.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

Д. К. 629.19

К. Гуцэ

Пропорциональное управление космических кораблей с помощью вспомогательных реактивных двигателей.

Работа имеет целью определение формул углов, которые должны образовывать в данный момент времени двигатели управления с осями координат при применении закона пропорционального управления.

Уравнения процесса управления (21), (22), (23) или (34), (35) решаются на основении аналоговых схем расчета, представленных на рисунках 2 и 3.

Bul. Inst. politehnic Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D. C. 541.1

G. Costeanu, Ortansa Landauer, Cornelia Mateescu

The Influence of the Reaction Medium on the Active Complex r*, in the Hydrolisis Reactions for Aliphatic Esters in Mixed Solvents

The values of parameters r^* in case of acid hydrolisis are presented for : *n*-butyl formiate, acetate and propionate, in mixed solvents water and methylic alcohol and water-acetone, as well as the values of the same parameters in case of alkali hydrolisis of the *n*-butyl acetate and propionate in water-acetone and water-dioxan.

These variations are correlated with the various nature of the activated complexes, in case of acid and alkali hydrolisis, and with the modification of the strength of the hydrogen bond, in case of the various mixed solvents used.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D. C. 621.3

I. S. Antoniu, Lidia Constantinescu

Long Line as Limit of an Infinite Quadripole Chain

Taking into account a line of quadripoles, consisting of an infinite number of infinitely small quadripoles, such a quadripole is defined as being that for which the output values (voltage and current) differ by a first-order infinite smal quantity from the input ones.

The characteristics of this quadripole are studied, and the propagation constant is established, as well as the characteristic independence of the corresponding chain. The rules are applied to known cases, thus being verified.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D, C, 629.19

C. Guţă

Proportional Control of Space Vehicle by Means of Auxiliary Jet Engines.

The paper establishes the formula for the angles that should be established for the control engines at a given moment as against the coordinate axes, in case the proportional control law is applied.

The control process equations (21), (22), (23) or (34) (35) are solved by analogue computation schemes, as shown in Figs 2 and 3.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

Д. К. 621.4

Г. Зэтряну

К изучению уравновешенности двигателей с вращающимся поршнем

Главным источником неуравновешенности двигателей с вращающимся поршнем является сила F, приложенная к центру каждого ротора (вращающегося поршня); в этой силе суммируются составляющая, по направлению эксцентрицитета силы, создаваемой давлением газов в рабочих камерах, и сила инерции узла эксцентрик-ротор. Поскольку сила F является периодически переменной, возможно лишь частичное аннулирование неуравновешенностей двигателя. С этой целью принимаем вместо силы F среднюю силу F_m, что приводит в случае двигателей с несколькими роторами к системе постоянных сил, величиной F_m, однофазных с эксцентриками вала. Следствием этого является возможность уравновешивания этих сил и образуемого ими моментом путем обычных методов, применяемых в случае классических двигателей внутреннего сгорания.

Таким образом для любого двигателя становится возможным применение большого количества решений задачи уравновешивания, как следствие широких возможностей, касающихся расположения полостей (пространств, в которых работает каждый ротор), позволяющее обеспечить соответствующую работу двигателя. Даже при установленном решении необходимо установить расположение полостей, позволяющее обеспечить как конструктивно функциональную простоту двигателя, так и соответствующее распределение нагрузок по длине вала.

Согласно с вышеуказанным изучается уравновешивание двигателей с 1 ... 5 роторами, предполагая равномерное распределение зажиганий и равное расстояние между расположенными роторами.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

Д. К. 620.1

И. Константинеску

Состояние напряжений в цилиндрическом сосуде с плоским дном и часть оболочки в консоли.

Описывая выражения напряжений в цилиндрическом сосуде с плоским дном и часть оболочки в консоли для нагрузки, состоящей из натяжения и сгибания, произведенного внутренним давлением, в работе указывается, что можно определить таким образом длину консоли и отношение толщины дна и цилиндрической оболочки, так что состояние напряжений представляет заметное улучшение по сравнению с тем же сосудом без консоли.

Данные результаты, полученные для некоторых числовых исчислений, можно будет применить при проектировании.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

Д. К. 621.311.2

Х. Лазер

Изменение структуры блоксхемы электрической системы, как последствие изменения типа регулятора возбуждения.

В работе рассматривается возможность структурного изменения системы регулирования возбуждения электрогенераторов в электростанции, посредством изменения структуры регуляторов для получения резерва статической стабильности соответствующих машин.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D.C. 621.4

Gh. Zătreanu

Contributions to the Study of Rotary-piston Engine Balancing.

The main cause for the unbalance of rotary-piston engine is force F applied in the centre of each rotor (rotary piston); this force includes the component on the excentricity direction of the force produced by the gas pressures in the working chambers, with the inertia forces of the rotor-excentric assembly. As the force F is periodically variable, the engine unbalance can not be but partially annulled. To this end, we considered, instead of force F, the mean force F_m for the engines having more than one rotor, thus obtaining a constant force system, of F_m magnitude, with any phase shifts with the shaft excentrics. Consequently, these forces and the moment they produce may be balanced by the known procedures for internal combustion engines.

A set of solutions may be thus suggested for any engine, as a result of various possibilities of orienting the compartments (that is the space wherein each rotor moves) so that the operation can be ensured. Even for a well established solution, the compartment location should be influenced, so that both the engine's constructive and operation simplicity, and an acceptable distribution along the shaft, can be obtained.

Taking into account the above mentioned facts, the balancing of engines having 1...5 rotors is studied, on the hypotesis that ignitions are uniformly distributed, and distances between consecutive rotors are equal.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D.C. 620.1

I. Constantinescu

The State of Stresses in a Cylindrical Receipient Having Flat Bottom and a Cantiveler Shell Part

By writing down the expressions of the stresses in a cylindrical recipient having flat bottom and a cantilever shell part for the compound elongation and bending stress due to inner pressure, the paper demonstrates that the cantilever part length and the ratio of the cylindrical shell and the bottom thicknesses, may be determined, so that the unit stresses may present a remarkable decrease as compared to the same recipient without cantilever part.

The presented results, obtained for certain numerical calculations, that have been carried out by an electronic computer, may be used im design.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1862

D.C. 621.311.2

H. Lazăr

The Modification of the Block Diagram of an Electrical System as a Result of the Change of the Excitation Governor Type.

The paper examines the possibility of changing the structural diagram of the electrical generator excitation adjusting system in power stations, by changing the excitation governor structure with the aim of obtaining and increasing the statical stability of the respective machines.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D. K. 621.3.016.4

А. Карабуля, А. Георге

Об изучении проектирования и эксплуатации электростанций с помощью математического моделирования

В работе высказывается ряд соображений в связи с математическим моделированием расходов на электростанциях с применением принципов операционного и кибернетического исследования. Представлены детерминистические и вероятностные математические модели расчетных расходов (Z_t) и построена логическая схема для определения минимума этих расходов, принимая во внимание, нормы установленные при строительстве энергетического объекта.

Составленный алгоритм облегчает распространение зоны применения цифровых, электронных вычислительных машин в области оптимизации проектирования и эксплуатации электростанций.

Bul. Inst. politehnic„Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D. K. 629.113

А. П. Стойческу

Исследование стабильности заторможенного автомобиля с помощью аналоговой вычислительной машины

В работе представлены уравнения движения заторможенного автомобиля с неуравновешенными тормозами.

При составлении математической модели учитывается эластичность механизма управления, сухое трение, вязкое трение, а также люфт этого механизма.

Представлены и подвергаются затем анализу электронные модели, обеспечивающие аналогию с принятой математической моделью, и отмечаются их особенности. Помимо этого работа содержит указания в связи со способом проведения количественного программирования.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D. C. 621.3.016.4

A. Carabulea A. Gheorghe

Contributions to the Study of the Designing and Operating of Electric Power Stations by Means of Mathematic Modelling

Considerations are made on mathematic modelling concerning the operation of outfits in electric power stations by using the operational and cybernetic research.

Determinist and probabilist mathematical models are presented for the computation expenses (Z) and the logical diagram is buil permitting to determine the minimum for these expenses in terms of the restrictions imposed by the realization of the power object.

The algorythm conceived facilitates the extension of the investigation area of digital electronic computers and optimalization of the design and running of outfits within an electric power station.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D. C. 629.113

A. Stoicescu

A Study of the Stability of the Braked Car. by Means of Analogue Computer

The paper presents the equations of motion for the braked car, in case the brakes are disturbed.

When building up the mathematical model, consideration has been given to the steering-mechanism elasticity, to the dry friction, to the viscous friction, as well as to the clearance in this mechanism.

Electronical models are then presented and analysed, which establish the analogy with the adopted mathematical model, their peculiar characteristics being pointed out. Instructions are also given as regards the way the quantitative programming is carried out.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

Résumé

C. D. 517

D. Filipescu

Formules intégrales pour des systèmes de figures convexes aléatoires dans des espaces euclidiens

Par rapport à la mesure cinématique dans ces espaces, on considère m figures convexes aléatoires inégales et on établit des formules intégrales pour la configuration géométrique $k_0 \bigcap K_m^r$ ou k_0 est une figure convexe de position fixe et K_m^r la configuration géométrique formée avec les points communs de r figures parmi m figures convexes données, aléatoires comme position.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

C. D. 517

Gh. Budianu, V. Tănase

Une représentation intégrale d'une valeur moyenne conditionnée par rapport à la τ algébre $\mathcal{M}_T$

Pour un processus fort Markov $X = (\Omega, \mathcal{M}, \mathcal{M}_t, X_t, \theta_t, px,)$ avec l'espace des états $(E, \mathcal{E})$ on montre que : $E^x(H/\mathcal{M}_T)(\theta_R^{(\omega)}) = \int G(\theta_R(\omega), \omega') P^{X_{R+T_0\theta_R}^{(\omega)}}_{(d\omega')}$ ou : $G : \Omega \times \Omega \to R$, $G \in b(\mathcal{M}_T \times (\mathcal{F}))$, $H(\omega)\theta_T^{(\omega)})$ R est une optionnelle relative à $\mathcal{M}_t$, et T est une optionnelle relative à $(\mathcal{F}_t)$.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

C. D. 546

T. D. Ionescu, Gh. Tudorache, Gh. Ioniţă

L'obtention de l'hydroxyde de sodium pur par l'électrolyse à diaphragmes sur la base d'échangeurs d'ions anorganiques

On a étudié la possibilité d'obtention de l'hydroxyde de sodium pur par l'électrolyse des solutions de chlorure de sodium dans des cellules pourvues de diaphragmes preparés d'échangeurs de cations anorganiques.

On a suivi la variation du rendement du courant (η) en fonction de la concentration de la solution de chlorure de sodium (g/l), du temps (h), de l'intensité du courant (mA) et de la nature de la membrane échangeuse de cations.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

Zusammenfassung

D. K. 517

D. Filipescu

Integralformeln für konvexe aleatorische Bildersysteme in Euklidischen Räumen

Im Verhältnis mit dem kinematischen Mass in diesen Räumen, werden m konvexe aleatorische ungleiche Bilder betrachtet und Integralformeln für die geometrische Gestaltung $k_0 \bigcap K_m^r$ bestimmt, wo k_0 eine konvexe Figur mit fixer Lage ist und K_m^r eine aus r gemeinsamen Punkten aus m konvexen gegebenen Bildern gebildete Gestaltung, mit aleatorischer Lage.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D. K. 517

Gh. Budianu, V. Tănase

Eine integrale Darstellung eines bedingt mittleren Wertes im Verhältnis zur τ-Algebra $\mathcal{M}_T$

Für einen starken Markov-Prozess $X=(\Omega, \mathcal{M}, \mathcal{M}_t, X_t, \theta_t, P^x)$ mit dem Zustandsraum $(E, \mathcal{E})$ wird gezeigt dass: $E^x(H(\mathcal{M}_T)(\theta_R^{(\omega)}) = \int G(\theta_R(\omega), \omega') P^{X_{R+T_0\theta_R}^{(\omega)}}_{(d\omega')}$ worin $G: \Omega \times \Omega \to R, G \in b(\mathcal{M}_T \times (\mathcal{F}),$ $H(\omega)\theta_T^{(\omega)})$ R eine Optionelle in bezug auf $\mathcal{M}_t$ und T eine Optionelle in bezug auf $(\mathcal{F}_t$ ist.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D. K. 546

T. D. Ionescu, Gh. Tudorache, Gh. Ioniţă

Die Gewinnung des reinen Natriumhydroxyds bei der Blandenelektrolyse aufgrund von anorganischen Ionenaustauschern

Es wurde die Möglichkeit der Gewinnung von reinem Natriumhydroxyd mittels der Elektrolyse von Natriumchloridlösungen in mit Blenden versehenen Zellen, hergestellt aus anorganischen Kationenaustauschern, untersucht.

Die Variation des Stromwirkungsgrads (η) in Abhängigkeit von der Konzentration der Natriumchloridlösung ($g/1$), von der Zeit (h), der Stromstärke (mA) und der Art des Membrans des Kationenaustauschers wurde verfolgt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

C. D. 541.1

G. Costeanu, Ortansa Landauer, Cornelia Mateescu

L'influenec du milieu de réaction sur le rayon du complexe activé r* dans les réactions d'hydrolyse de quelques esters aliphatiques en solvants mixtes

On présente les valeurs des paramètres r^* dans le cas de l'hydrolyse acide du : formiate, acétate et propionate de *n*-butyl en solvants mixtes eau-alcool méthylique et eau acétone et les valeurs des mêmes paramètres dans le cas de l'hydrolyse alcaline de l'acétate et du proprionate de *n*-butyl en eau acétone et eau-dioxanne.

On constate que la grandeur des rayons du complexe activé dépend de la nature de l'ester soumis à l'hydrolyse, de la nature de l'hydrolyse (acide ou alcaline), de la température et de la nature du solvant mixte dans lequel se développe la réaction.

On fait la corrélation de ces variations avec la nature différente des complexes activés dans le cas de l'hydrolyse acide et alcaline, et avec la modification de la solidité des liaisons de l'hydrogène dans le cas des différents solvants mixtes utilisés.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

C. D. 621.3

I. S. Antoniu, Lidia Constantinescu

La ligne longue comme limite d'une chaîne infinie de quadripôles

En considérant une chaîne infinie des quadripôles infiniment petits, on définit un tel quadripôle comme ayant les propriétés que les données de sortie (tension et courant) différent de celles d'entrée par un infiniment petit de premier ordre. On étudie les caractéristiques d'un tel quadripôle et on établit la constante de propagation et l'impédances caractéristique de la chaîne correspondante. Les résultats sont appliqués à des cas connus qui les vérifient.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

C. D. 629.19

C. Guţă

Le guidage proportionnel des vaisseaux cosmiques à l'aide de réacteurs auxiliaires

Dans l'ouvrage on établit les formules pour les angles que doivent former les moteurs de commande à un moment donné avec les axes de coordonnées au cas de l'application de la loi de guidage proportionnel.

Les équations du processus de guidage (21), (22), (23) ou (34), (35) sont résolues avec des schémas de calcul analogique représentés dans les figures 2 et 3.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D. K. 541.1

G. Costeanu, Ortansa Landauer, Cornelia Mateescu

Der Einfluss des Reaktionsmediums auf das Halbmesser des aktivierten Komplexes r* in den Hydrolysereaktionen einiger alifatischen Ester in gemischten Lösungsmitteln.

Es werden die Werte der r^* — Parameter dargestellt im Falle der sauren Hydrolyse von : *n*-Butyl-Formiat, -Azetat und-Propionat in gemischten Lösungsmitteln Wasser-Ethylalkohol und Wasser-Azeton und die Werte derselben Parameter im Falle der alkalischen Hydrolise des *n*-Butyl-Azetats und -Propionats in Wasser-Azeton und in Wasser-Dioxan.

Es wird festgestellt, dass die Halbmesser der aktivierten Komplexe von der Art des hydrolysierenden Esters, der Art der Hydrolyse (sauer bzw. alkalisch), der Temperatur und der Natur des gemischten Lösungsmittels, in welchem die Reaktion stattfindet, abhängig sind.

Diese Schwankungen werden mit der Artverschiedenheit der aktivierten Komplexe im Falle der sauren und alkalischen Hydrolyse, und mit der Stärkeänderung der Wasserstoffverbindungen im Falle der verschiedenen verwendeten Mischlösungsmittel korreliert.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D. K. 621.3

I. S. Antoniu, Lidia Constantinescu

Die lange Linie als Grenze einer unendlichen Vierpolkette

Unter Betrachtung einer Vierpolkette, bestehend aus einer unendlichen Zahl von unendlich kleinen Vierpolen, wird ein solcher Vierpol als derjenige bestimmt, bei welchem die Ausgangsgrössen (Spannung und Strom) sich durch eine unendlich kleine Grosse erster Ordnung von den Eingangsgrössen unterscheiden. Die Merkmale dieses Vierpols werden untersucht und die Fortpflanzungskonstante und die charakteristische Impedanz der betreffenden Kette festgesetzt. Die Bestimmungen werden an bekannten Fällen angewandt und derart auf ihre Richtigkeit geprüft.

Bul. Inst. politehnic Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D. K. 629.19

C. Guţă

Die proportionelle Leitung der Raumschiffe mittels Hilfsdüsenmotoren

Im Referat werden die Formeln bestimmt für die Winkel, welche die Steuerungsmotoren mit den Koordinatenachsen in einem gegebenen Augenblick einschliessen müssen, wenn das Gesetz der proportionellen Leitung angewandt wird.

Die Gleichungen des Leitungsvorgangs (21), (22), (23) bzw. (34), (35) werden mit den in Abb. 2 und 3 dargestellten Analogrechenschemas gelöst.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

C.D. 621.4

Gh. Zătreanu

Contributions à l'étude de l'équilibrage des moteurs à piston rotatif

La principale source de déséquilibrage des moteurs à piston rotatif est constituée par la force F appliquée au centre de chaque rotor (piston rotatif) ; cette force totalise la composante sur la direction de l'excentricité de la force produite par les pressions du gaz dans les chambres de travail avec la force d'inertie de l'ensemble excentrique-rotor. Puisque la force F est périodiquement variable, les déséquilibres du moteur ne peuvent être annulés que partiellement. Dans ce but, on considère au lieu de la force F la force moyenne F_m, en arrivant, pour les moteurs à plusieurs rotors, à un système de forces constantes, de grandeur F_m, situées en phase avec les excentriques de l'arbre. Par conséquent, ces forces et le moment qu'elles produisent peuvent être équilibrées par des procédés connus des moteurs classiques à combustion interne.

Pour chaque moteur on peut ainsi proposer de nombreuses solutions d'équilibrage, comme résultat des amples possibilités d'orientation des compartiments (les espaces dans lesquels évolue chaque rotor) de telle manière que le fonctionnement soit assuré. Même pour une solution établie on doit actionner sur la disposition des compartiments pour réaliser tant la simplicité constructive-fonctionnelle du moteur, que la distribution convenable des charges le long de l'arbre.

En conformité avec les indications ci-dessus, on étudie l'équilibrage des moteurs à 1...5 rotors, présumant que l'allumage est uniformément distribué et que les distances entre les rotors consécutifs sont égales.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

C.D, 620.1

I. Constantinescu

L'état des contraintes dans un récipient cylindrique à fond plat et une partie de l'enveloppe en console

En écrivant les expressions des contraintes dans un récipient cylindrique à fond plat et une partie de l'enveloppe en console pour une tension et flexion combienées, produites par une pression intérieure, on trouve la longueur de la console et le rapport des épaisseurs du fond et de l'enveloppe cylindrique de telle sorte que l'état des contraintes présente une amélioration sensible par rapport au même récipient sans console.

Les résultats présentés, obtenus pour quelques calculs numériques effectués sur une calculatrice peuvent être utilisés dans l'établissement des projets.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

C.D. 621.311.2

H. Lazăr

La modification de la structure du schéma bloc d'un système électrique comme suite du changement du type de régulateur d'excitation

Dans l'ouvrage on examine la possibilité de la modification du schéma structural du système de réglage de l'excitation des générateurs électriques dans les centrales, par la modification de la structure des régulateurs d'excitation, dans le but d'obtenir et d'amplifier la réserve de stabilité statique des machines respectives.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D. K. 621.4

Gh. Zătreanu

Beiträge zum Studium des Auswuchtens von Drehkolbenmotoren

Die Hauptquelle der Unwucht bei Drehkolbenmotoren ist die Kraft F, welche im Zentrum jedes Rotors (Drehkolbens) angesetzt wird : diese Kraft summiert die Komponente in Richtung der Aussenmittigkeit der von dem Gasdruck in dem Arbeitskammern erzeugten Kraft mit der Trägheitskraft der Baugruppe Exzenter-Rotor. Da die Kraft F periodisch veränderlich ist, können die Unwuchten des Motors nur teilweise annulliert werden. Zu diesen Zweck wird anstatt der Kraft F die mittlere Kraft F angenommen, wobei man bei Motoren mit mehreren Rotoren zu einem System von konstanten Kräften, von der Grösse F_m, gelangt welche sich in Phase mit den Exzentern der Welle befinden. Infolgedessen können diese Kräfte und das von ihnen erzeugte Moment durch die von den klassischen Verbrennungsmotoren bekannten Verfahren ausgewuchtet werden.

Für jeden Motor können demnach zahlreiche Auswuchtmethoden vorgeschlagen werden, als Ergebnis der breiten Orientierungsmöglichkeiten der Abteilungen (Räume in welchen jeder Rotor arbeitet) in der Weise, dass der Betrieb gesichert wird. Auch bei einer gegebenen Lösung muss auf die Verteilung der Abteilungen gewirkt werden um sowohl die konstruktiv-betriebliche Einfachheit des Motors als auch die rationelle Verteilung der Lasten längs der Welle zu erzielen.

Gemäss obigen Betrachtungen wird die Auswuchtung der Motoren mit 1...5 Rotoren studiert, in der Annahme, dass die Zündungen gleichmässig verteilt und die Abstände zwischen den aufeinanderfolgenden Rotoren gleich sind.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D. K. 620.1

I. Constantinescu

Zustand der Einheitsspannungen in einem zylindrischen Behälter mit flachem Boden und einem Teil des Mantels in Konsole

Unter Aufzeichnung der Einheitsspannungsausdrücke für einen zylindrischen Behälter mit flachem Boden und einem Teil des Mantels in Konsole für kombinierte Zug und Biegbeanspruchung, beweist die Arbeit, dass auf diese Weise die Länge der Konsole und das Verhältnis der Dicken des Bodens und des zylindrischen Mantels derart bestimmt werden kann, dass der Zustand der Einheitsspannungen eine bedeutende Verbesserung gegenüber demselben Behälter ohne Konsole darstellt.

Die gezeigten für einige auf einem Rechner erhaltenen Digitalrechenergebnisse können in der Konstruktion verwendet werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D. K. 621.311.2.

H. Lazăr

Gefügeänderung des Blockschemas eines elektrischen Systems als Folge der Änderung der Bauart des Erregerregulators

Im Referat wird die Möglichkeit der Änderung des Gefügeschemas am Regelsystem der Generatorerregung in Kraftwerken durch Abänderung der Struktur der Erregerregler untersucht, zwecks Erhaltung und Vergrösserung der statischen Stabilitätsreserve der entsprechenden Maschinen

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

C. D. 621.3.016.4

A. Carabulea, A. Gheorghe

Contributions à l'étude des l'établissement des projets et de l'exploitation des centrales électriques à l'aide des modèle mathématiques

On fait des considérations sur le modelage mathématique des dépenses dans les centrales électriques, en utilisant les concepts de la recherche opérationnelle et cybernétique. On présente les modèles mathématiques déterministes et probabilites des frais de calcul (Z) et on construit le schéma logique pour la détermination du minimum de ces frais, en tenant compte des restrictions imposées à la construction de l'objectif énergétique.

L'algorithme conçu facilite l'extension de la zone d'investigation des calculateurs électroniques digitaux dans le domaine de l'optimisation des projets et de l'exploitation des centrales électriques.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

C. D. 629.113

A. Stoicescu

L'étude de la stabilité de l'automobile freiné à l'aide des calculateurs analogiques

Dans l'ouvrage on présente les équations de mouvement de l'automobile freiné, ayant les freins déséquilibrés.

A la formation du modèle mathématique on tient compte de l'élasticité du mécanisme de direction du frottement sec, du frottement visqueux, ainsi que du jeu dans ce mécanisme.

Pn présente et on analyse ensuite les modèles électroniques qui réalisent l'analogie avec le modèle mathématique adopté, en relevant leurs particularités. De même on donne des indications sur la modalité de l'exécution de la programmation quantitative.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D. K. 621.3.016.4

A. Carabulea, A. Gheorghe

Beiträge zum Studium der Projektierung und des Betriebs der elektrischen Kraftwerke mit Hilfe des mathematischen Modells

Es werden Betrachtungen angestellt über die mathematische Modellierung der Kosten aus den elektrischen Kraftwerken unter Verwendung der Konzepte der operationellen und kybernetischen Untersuchung. Die bestimmbaren und wahrscheinlichen mathematischen Modelle der Rechenkosten (Z) werden dargestellt und das logische Schema zur Bestimmung des Minimums dieser Kosten aufgebaut, wobei die beim Bau des energetischen Objektes vorgeschriebenen Einschränkungen beachtet werden.

Der entworfene Algorithmus ermöglicht die Ausbreitung der Forschungsbereichs der elektronischen Digitalrechner im Gebiete der Optimierung der Konstruktion und des Betriebs der elektrischen Kraftwerke.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

D. K. 629.113

A. P. Stoicescu

Studium der Stabilität des gebremsten Kraftwagens mittels Analogrechnern

Im Referat werden die Bewegungsgleichungen des gebremsten Kraftwagens, dessen Bremsen aus dem Gleichgewicht gebracht sind, vorgestellt.

Bei der Ausarbeitung des mathematischen Modells werden die Elastizität des Lenkungstriebs, die trockene Reibung, die zähe Reibung sowie das Spiel in diesem Trieb in Betracht gezogen.

Es werden dann dargestellt und analysiert die elektronischen Modelle, welche die Analogie mit dem angenommenen mathematischen Modell erzielen, und ihre besonderen Merkmale ausgewiesen. Desgleichen werden Hinweise in bezug auf die Art wie die quantitative Programmierung erfolgt, gegeben.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 1/1972

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 1

MATEMATICĂ

C. Z.: 517

FORMULE INTEGRALE PENTRU SISTEME DE FIGURI CONVEXE ALEATOARE ÎN SPAȚII EUCLIDIENE *

DUMITRU FILIPESCU

I. Sisteme de figuri convexe aleatoare în planul euclidian

A. Fie E_2 planul euclidian de coordonate carteziene ortogonale x, y.-

Măsura cinematică elementară [6], în acest plan are expresia:

$$dK = [dPd\psi] \tag{1}$$

unde: $dP = [dxdy]$, iar ψ este un unghi de rotație, sau:

$$dK = [dGdt] \tag{2}$$

unde: (G) este dreapta dusă din punctul $P(x, y)$, iar t este distanța de la proiecția originii 0 pe dreapra (G) la P.

Considerăm în acest plan un sistem de m figuri convexe $K_1, K_2, \ldots K_m$ aleatoare (ca poziție), în raport cu măsura (1), independente[3], dintre care m_i de arie S_i și lungimea frontierei ∂K_i, $L_i \left(i = 1, 2, \ldots, s; \sum_{i=1}^{s} m_i = m \right)$

Fie K_0, o figură convexă de poziție fixă cu aria S_0 și lungimea frontierei ∂K_0, L_0.

Notăm cu $K_{m_1 m_2 \ldots m_s}^{r_1 r_2 \ldots r_s}$ configurația geometrică formată cu punctele comune a r_1 din cele m_1, r_2 din cele m_2 și r_s din cele m_s figuri convexe date.

Din lucrarea [1], avem formula:

$$E(\sigma_{m_1 m_2 \ldots m_s}^{r_1 r_2 \ldots r_s}) = \prod_{i=1}^{s} \frac{\binom{m_i}{r_i} (2\pi S_i)^{r_i} (2\pi S_0 + L_0 L_i)^{m_i - r_i}}{[2\pi(S_0 + S_i) + L_0 L_i]^{m_i}} S_0 \tag{3}$$

unde $\sigma_{m_1 m_2 \ldots m_s}^{r_1 r_2 \ldots r_s}$ este aria configurației geometrice $K_0 \cap K_{m_1 m_2 \ldots m_s}^{r_1 r_2 \ldots r_s}$.

* Manuscris predat la redacție la data de 1 decembrie 1970

Dacă notăm

$$(4)\qquad \begin{cases} p_i = \dfrac{2\pi S_i}{2\pi (S_0 + S_i) + L_0 L_i} \\ q_i = \dfrac{2\pi S_0 + L_0 L_i}{2\pi (S_0 + S_i) + L_0 L_i} \end{cases}$$

formula (3) se scrie sub forma

$$(5)\qquad E(\sigma^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \cdots m_s}) = S_0 \prod_{r=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} p_i^{r_i} q_i^{m_i - r_i}$$

Din lucrarea [4] se cunoaşte teorema lui H. E. Robbins:

Dacă X este o mulţime *aleatoare*, măsurabilă Lebesgue, din spaţiul euclidian cu n dimensiuni E_n, cu măsura $\mu(X)$, atunci notînd cu $E[\mu(X)]$ valoarea medie a măsurii lui X, avem formula

$$(6)\qquad E[\mu(X)] = \int_{E_n} P_r(x \in X)\, d\mu(X)$$

unde $P_r(x \in X)$ reprezintă probabilitatea ca un punct x din E_n să aparţină mulţimii aleatoare X.

În acest caz, aplicînd această teoremă, avem ca mulţime aleatoare X, mulţimea corespunzătoare configuraţiei geometrice

$$K_0 \cap K^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \cdots m_s} \text{ iar măsura } \mu(X) = \sigma^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \cdots m_s}$$

Dacă considerăm p_i din (4) drept probabilitatea ca un punct $M \in K_0$ să aparţină figurii convexe K_i, avem probabilitatea ca un punct M din K_0 să aparţină figurii $K_0 \cap K^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \cdots m_s}$ este egală cu:

$$\prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} p_i^{r_i} q_i^{m_i - r_i}$$

adică o *constantă*.

Deci aplicînd (6) avem

$$E(\sigma^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \cdots m_s}) = \int_{P \in K_0} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} p_r^{r_i} q_r^{m_i - r_i}\, dP$$

de unde rezultă formula (5). În acelaşi mod se poate obţine şi rezultatul corespunzător dat de Santalo în lucrarea [5].

Fie k^r_m configuraţia geometrică cu punctele comune a $r = r_1 + r_2 + \ldots + r_s$, din cele $m = m_1 + m_2 + \ldots + m_s$ figuri convexe date, $r_i \leqslant m_i$,

($i = 1, 2, \ldots, s$) atunci aplicînd (6) valoarea medie a ariei σ_m^r corespunzătoare confiruaţiei $K_0 \cap k_m^r$ are expresia

$$E(\sigma_m^r) = S_0 \sum_{r_1+r_2+\cdots+r_s=r} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} p_i^{r_i} q_i^{m_i-r_i} \tag{7}$$

în care s-a ţinut seama că probabilitatea ca un punct $M \in K_0$ să aparţină configuraţiei $K_0 \cap k_m^r$ este

$$\sum_{r_1+r_2+\cdots+r_s=r} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} p_i^{r_i} q_i^{m_i-r_i}$$

Dacă figurile convexe sînt egale, atunci

$$E^*(\sigma_m^r) = S_0 p^r q^{m-r} \sum_{r_1+r_2+\cdots+r_s=r} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} \tag{7'}$$

Dar

$$\sum_{r_1+r_2+\cdots+r_s=r} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} = \binom{m}{r} \tag{8}$$

unde $m = m_1 + m_2 \ldots + m_s$.

Deci (7'), devine (5),

$$E^*(\sigma_m^r) = S_0 \binom{m}{r} p^r q^{m-r} \tag{9}$$

cu

$$p = \frac{2\pi S}{2\pi (S_0 + S) + L_0 L} \tag{9'}$$

$$q = \frac{2\pi S_0 + L_0 L}{2\pi (S_0 + S) + L_0 L}$$

B. Dacă notăm cu $L_{m_1 m_2 \ldots m_s}^{r_1 r_2 \ldots r_s}$ lungimea frontierei configuraţiei $K_0 \cap k_{m_1 \ldots m_s}^{r_1 \ldots r_s}$ din [1], avem formula

$$E(L_{m_1 m_2 \ldots m_s}^{r_1 r_2 \ldots r_s}) = \prod_{i=1}^{s} \frac{\binom{m_t}{r_t} (2\pi S_t)^{r_t} (2\pi S_0 + L_0 L_t)^{m_t - r_t}}{[2\pi (S_0 + S_t) + L_0 L_t]^{m_t}} \cdot \tag{10}$$

$$\left[L_0 + \sum_{h=1}^{s} r_h (S_h)^{-1} S_0 L_h + (m_h - r_h)(2\pi S_0 + L_0 L_h)^{-1} (2\pi S_0 L_h) \right]$$

Dacă notăm cu L_m^r, lungimea frontierei $K_0 \cap k_m^r$ și folosim notațiile (4), procedînd ca mai sus obținem :

$$E(L_m^r) = \sum_{r_1+\cdots+r_s=r} \prod_{t=1}^{s} \binom{m_t}{r_t} p_t^{r_t} q_t^{m_t-r_t} \tag{11}$$

$$\left\{L_0 + \sum_{h=1}^{s} [r_h (S_h)^{-1} S_0 L_h + (m_h - r_h)(2\pi S_0 + L_0 L_h)^{-1}(2\pi S_0 L_h)]\right\}$$

Dacă figurile convexe sînt *egale*, atunci ținînd seama de (8), relația (11) devine

$$E^*(L_m^r) = \binom{m}{r} p^r q^{m-r} [L_0 + r(S)^{-1} S_0 L + (m-r)(2\pi S_0 + L_0 L)^{-1}(2\pi S_0 L)] \tag{12}$$

care este identică cu relația corespunzătoare dată de Santalo în [5].

Dacă presupunem :

$$m_i \cdot S_i = k_i \; (k_i = \text{constant}, i = 1, 2, \ldots, s)$$

atunci :

$$\lim_{m_i \to \infty} E(\sigma_{m_1 m_2 \cdots m_s}^{r_1 r_2 \cdots r_s}) = S_0 \prod_{i=1}^{s} \frac{1}{r_i!} \left(\frac{2\pi k_i}{2\pi S_0 + L_0 L_i}\right)^{r_i} \exp\left(-\sum_{i=1}^{s} \frac{2\pi k_i}{2\pi S_0 + L_0 L_i}\right) \tag{13}$$

Urmează că dacă $m = \sum_{i=1}^{s} m_i$; $r \leqslant m$ atunci :

$$\lim_{m_i \to \infty} E(\sigma_m^r) = S_0 \sum_{r_1+\cdots+r_s=r} \prod_{i=1}^{s} \frac{1}{r_i!} \left(\frac{2\pi k_i}{2\pi S_0 + L_0 L_i}\right)^{r_i} \exp\left(-\sum_{i=1}^{s} \frac{2\pi k_i}{2\pi S_0 + L_0 L_i}\right) \tag{14}$$

unde presupunem că odată cu $m_i \to \infty$, $S_i \to 0$, figura K_i devine segment de lungime $\frac{L_i}{2}$.

De asemenea,

$$\lim_{m_i \to \infty} E(\sigma_m^r) = S_0 \sum_{r_1+\cdots+r_s=r} \prod_{i=1}^{s} \left(\frac{k_i}{S_0}\right)^{r_i} \exp\left(-\frac{K}{S_0}\right) \frac{1}{r_i!} \tag{15}$$

unde $K = \sum_{i=1}^{s} k_i$, dacă $L_i \to 0$ cînd $m_i \to \infty$ și $S_i \to 0$.

Dacă figurile convexe sînt egale, din (14), avem

$$\lim_{m_i\to\infty} E(\sigma_m^r) = S_0 \frac{[2\pi]^r}{(2\pi S_0 + L_0 L)^r} \exp\left(-\sum_{i=1}^{s} \frac{2\pi k_i}{2\pi S_0 + L_0 L_i}\right) \sum_{i=1}^{s} \prod \frac{k_i^{r_i}}{r_i!} \tag{16}$$

Cum

$$\sum_{r_1+\cdots+r_s=r} \prod_{i=1}^{s} \frac{k_i^{r_i}}{r_i!} = \frac{(k_1 + k_2 + \ldots + k_s)^r}{r!} \tag{17}$$

relația (16) se scrie

$$\lim_{m\to\infty} E(\sigma_m^r) = S_0 \exp\left(-\frac{2\pi K}{2\pi S_0 + L_0 L}\right)\left(\frac{2\pi}{2\pi S_0 + L_0 L}\right)^r \frac{K^r}{r!}$$

sau

$$\lim_{m\to\infty} E(\sigma_m^r) = S_0\left(\frac{2\pi K}{2\pi S_0 + L_0 L}\right)^r \frac{1}{r!} \exp\left(\frac{-2\pi K}{2\pi S_0 + L_0 L}\right) \tag{18}$$

adică relația corespunzătoare din [5], pentru cazul cînd

$$m = \sum_{i=1}^{s} m_i \text{ și } K = \sum_{i=1}^{s} k_i$$

La fel din (15), dacă figurile convexe sînt egale, atunci

$$\lim_{m_i\to\infty} E(\sigma_m^r) = \frac{1}{S_0^{r-1}} \exp\left(-\frac{K}{S_0}\right) \sum_{r_1+\cdots+r_s=r} \prod_{i=1}^{s} \frac{k_i^{r_i}}{r_i!}$$

Ținînd seama de (17), obținem

$$\lim_{m_i\to\infty} E(\sigma_m^r) = \frac{1}{S_0^{r-1}} \exp\left(-\frac{K}{S_0}\right) \frac{K^r}{r!}$$

sau

$$\lim_{m_i\to\infty} E(\sigma_m^r) = S_0\left(\frac{K}{S_0}\right)^r \frac{1}{r!} \exp\left(-\frac{K}{S_0}\right) \tag{19}$$

care este identică cu relația corespunzătoare din lucrarea [5] pentru $K = k_1 + k_2 + \ldots + k_s$ și $m = m_1 + m_2 + \ldots + m_s$.

C. Dacă notăm cu $N_{m_1 m_2 \cdots m_s}^{r_1 r_2 \cdots r_s}$ numărul de domenii simplu conexe din care este format domeniul $K_0 \cap k_{m_1 m_2 \cdots m_s}^{r_1 r_2 \cdots r_s}$ avem [1] valoarea medie

$$E(N_{m_1 m_2 \cdots m_s}^{r_1 r_2 \cdots r_s}) = \prod_{t=1}^{s} \binom{m_t}{r_t} p_t^{r_t} q_t^{m_t - r_t} \left\{1 + \sum_{i=1}^{s} \{[(m_i - r_i)(2\pi S_0 + L_0 L_i)^{-1} +\right.$$

$$+ r_i (2\pi S_i)^{-1}] 2\pi S_0 + r_i (r_i - 1) (2\pi S_i)^{-2} \pi S_0 L_i^2 +$$

$$+ (m_i - r_i)(m_i - r_i - 1) (2\pi S_0 + L_0 L_i)^{-2} \pi S_0 L_i^2 +$$

$$+ (m_i - r_i) r_i (S_i)^{-1} (2\pi S_0 + L_0 L_i)^{-1} S_0 L_i^2 + r_i (2\pi S_i)^{-1} L_0 L_i +$$

$$+ (m_i - r_i) (2\pi S_0 + L_0 L_i)^{-1} \cdot L_0 L_i\} + \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} [(r_i r_j (\pi S_i)^{-1} (2\pi S_j)^{-1} +$$

$$+ r_i (m_j - r_j) (2\pi S_i)^{-1} (2\pi S_0 + L_0 L_j)^{-1} +$$

$$+ \frac{1}{2} (m_i - r_i) (m_j - r_j) (2\pi S_0 + L_0 L_i)^{-1} (2\pi S_0 + L_0 L_j)^{-1}] 2\pi S_0 L_i L_j \Big\} \tag{20}$$

Dacă notăm N_m^r numărul de domenii simplu conexe din care este format domeniul $K_0 \cap k_m^r$ atunci

$$E(N_m^r) = \sum_{r_1 + \cdots + r_s = r} \sum_{t=1}^{s} \binom{m_t}{r_t} p_t^{r_t} q_t^{m_t - r_t} \cdot \Big\{1 + \sum_{i=1}^{s} \{[(m_i - r_i) (2\pi S_0 + L_0 L_i)^{-1} +$$

$$+ r_i (2\pi S_i)^{-1}] 2\pi S_0 + r_i (r_i - 1) (2\pi S_i)^{-2} \pi S_0 L_i^2 +$$

$$+ (m_i - r_i) (m_i - r_i - 1) \cdot (2\pi S_0 + L_0 L_i)^{-2} \pi S_0 L_i^2 +$$

$$+ (m_i - r_i) r_i (S_i)^{-1} (2\pi S_0 + L_0 L_i)^{-1} S_0 L_i^2 + r_i (2\pi S_i)^{-1} L_0 L_i +$$

$$+ (m_i - r_i) (2\pi S_0 + L_0 L_i)^{-1} L_0 L_i\} + \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} (r_i r_j (\pi S_i)^{-1} (2\pi S_j)^{-1} +$$

$$+ r_i (m_j - r_j) (2\pi S_i)^{-1} (2\pi S_0 + L_0 L_j)^{-1} +$$

$$+ \frac{1}{2} (m_i - r_i) (m_j - r_j) (2\pi S_0 + S_0 L_i)^{-1} (2\pi S_0 + L_0 L_j)^{-1}] 2\pi S_0 L_i L_j \Big\} \tag{21}$$

Formulele (10), (11), (12), (21) se pot obține ținînd seama de (1) și aplicînd în mod corespunzător formula (6).

Dacă figurile convexe sînt egale, atunci din (21) se obține relația

$$E^*(N_m^r) = \binom{m}{r} p^r q^{m-r} \{1 + [(m - r)(2\pi S_0 L_0 L)^{-1} + \tag{22}$$

$$+ r (2\pi S)^{-1}] 2\pi S_0 + r (r - 1) (2\pi S)^{-2} \pi S_0 L^2 + (m - r) (m - r - 1) (2\pi S_0 +$$

$$+ L_0 L)^{-2} \pi S_0 L^2 + (m - r) r (2\pi S_0 + L_0 L)^{-1} S^{-1} S_0 L^2 + r (2\pi S)^{-1} L_0 L +$$

$$+ (m - r) (2\pi S_0 + L_0 L)^{-1} L_0 L\}$$

unde $m = \sum_{i=1}^{s} m_i$; $r = \sum_{i=1}^{s} r_i$, r fiind dat, iar p și q au expresia din (9'), adică relația corespunzătoare din lucrarea [5].

D. *Aplicații la benzi cu laturile paralele.*

În cazul benzilor cu laturile paralele, ținem seama că fiecare dintre ele este determinată de axa sa de simetrie (G_i) și de lățimea corespunzătoare Δ_i.

Considerăm m benzi dintre care m_i de aceiași lățime $(i=1,2,\ldots,s)$, $\sum_{i=1}^{s} m_i = m$.

Păstrînd notațiile anterioare [1] avem

$$E\left(\sigma_{m_1 m_2 \cdots m_s}^{r_1 r_2 \cdots r_s}\right) = S_0 \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} \frac{(\pi\Delta_i)^{r_i} L_0^{m_i - r_i}}{(\pi\Delta_i + L_0)^{m_i}} \tag{23}$$

Notînd

$$\tilde{p}_i = \frac{\pi\Delta_i}{\pi\Delta_i + L_0} \tag{23'}$$

$$q_i = \frac{L_0}{\pi\Delta_i + L_0}$$

relația (23) se scrie

$$E\left(\sigma_{m_1 m_2 \cdots m_s}^{r_1 r_2 \cdots r_s}\right) = S_0 \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} \tilde{p}_i^{r_i} \tilde{q}_i^{m_i - r_i} \tag{24}$$

Dacă notăm cu σ_m^r, aria configurației $K_0 \cap k_m^r$ corespunzătoare benzilor, avem

$$E\left(\sigma_m^r\right) = S_0 \sum_{r_1 + \cdots + r_s = r} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} \tilde{p}_i^{r_i} \tilde{q}_i^{m_i - r_i} \tag{25}$$

Din această relație, obținem pentru benzi egale [9]

$$E^*(\sigma_m^r) = S_0 \binom{m}{r} \tilde{p}^r \tilde{q}^{m-r} \tag{26}$$

unde $m = m_1 + m_2 + \ldots + m_s$, iar

$$\tilde{p} = \frac{\pi\Delta}{\pi\Delta + L_0} \tag{27}$$

$$q = \frac{L_0}{\pi\Delta + L_0}$$

Probabilitatea ca un punct interior unei figuri convexe, de poziție fixă K_0, să fie acoperit de către r benzi din cele m care intersectează figura K_0, are expresia

$$p = \sum_{r_1+r_2+\cdots+r_s=r} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} \tilde{p}_i^{r_i} \tilde{q}_i^{m_i-r_i} \tag{28}$$

De asemenea, dacă presupunem

$m_i\Delta_i = k_i (i = 1, 2, 3, \ldots, s)$ atunci

$$\lim_{m_i \to \infty} E(\sigma_m^r) = e^{-\frac{k\pi}{L_0}} \sum_{r_1+\cdots+r_s=r} \prod_{i=1}^{s} \frac{1}{r_i!} \left(\frac{\pi k_i}{L_0}\right)^{r_i} \tag{29}$$

Dacă benzile au lățimi egale, atunci ținînd seama de (17) avem

$$\lim_{m_i \to \infty} E(\sigma_m^r) = e^{-\frac{k\pi}{L_0}} \frac{1}{r!} \left(\frac{\pi k}{L_0}\right)^r S_0 \tag{30}$$

care coincide cu relația corespunzătoare din [5].

Tot în cazul benzilor, din (1) avem relația

$$E(L^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \cdots m_s}) = \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} \tilde{p}_i^{r_i} \tilde{q}_i^{m_i-r_i} \cdot [(L_0 + \tag{31}$$

$$+ \sum_{h=1}^{s} r_h (\pi\Delta_h)^{-1} 2\tau S_0 + (m_h - r_h) L_0^{-1} (2\pi S_0)]$$

Dacă notăm cu L_m^r lungimea frontierei $\partial(K_0 \cap k_m^r)$ pentru cazul benzilor, urmează valoarea medie

$$E(L_m^r) = \sum_{r_1+\cdots+r_s=r} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} p_i^{r_i} q_i^{m_i-r_i} \Big\{ L_0 + \tag{32}$$

$$+ \sum_{h=1}^{s} [2r_h (\Delta_h)^{-1} S_0 + (m_h - r_h) L_0^{-1} (2\pi S_0)] \Big\}$$

Dacă benzile au lățimi egale, din relația precedentă ținînd seama de (8) obținem

$$E^*(L_m^r) = \binom{m}{r} \tilde{p}^r \tilde{q}^{m-r} [L_0 + 2r(\Delta)^{-1} + 2\pi (m - r) L_0^{-1} S_0] \tag{33}$$

care coincide cu relația corespunzătoare din lucrarea [5].

Notînd cu $N^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \cdots m_s}$ numărul de domenii simplu conexe din care este formată figura convexă $K_0 \cap k^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \cdots m_s}$ pentru benzi, avem [1]

$$E\left(N^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \cdots m_s}\right) = \prod_{t=1}^{s} \binom{m_t}{r_t} \tilde{p}_t^{r_t} \tilde{q}_t^{m_t - r_t} \left\{1 + \sum_{i=1}^{s} [r_i (r_i - 1) (\pi\Delta_i)^{-2} + \right.$$

(34)

$$+ (m_i - r_i)(m_i - r_i - 1) L_0^{-2} + 2L_0^{-1} r_i (m_i - r_i) (\pi\Delta_i)^{-1}] \pi S_0 +$$

$$+ L_0 r_i (\pi\Delta_i)^{-1} + (m_i - r_i) + \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} [r_i r_j (\pi\Delta_i)^{-1} (\pi\Delta_j)^{-1} \pi S_0 +$$

$$\left. + 2r_i (m_j - r_j) (\pi\Delta_i)^{-1} L_0^{-1} \pi S_0 + (m_i - r_i)(m_j - r_j) L_0^{-2} \pi S_0] \right\}$$

Dacă notăm cu N^r_m numărul de domenii simplu conexe din care este formată figura $K_0 \cap k^r_m$, obţinem formula

$$E(N^r_m) = \sum_{r_1 + \cdots + r_s = r} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_t}{r_t} \tilde{p}_t^{r_t} \tilde{q}_t^{m_t - r_t} \left\{1 + \sum_{i=1}^{s} r_i (r_i - 1) (\pi\Delta_i)^{-2} + \right.$$

$$+ (m_i - r_i)(m_i - r_i - 1) L_0^{-2} + 2L_0^{-1} r_i (m_i - r_i) (\pi\Delta_i)^{-1}] \pi S_0 +$$

$$+ L_0 r_i (\pi\Delta)^{-1} + (m_i - r_i) + \sum_{\substack{r,j \\ i \neq j}} [r_i r_j (\pi\Delta_i)^{-1} (\Delta_j)^{-1} S_0 +$$

$$\left. + 2r_i (m_j - r_j) (\Delta_i)^{-1} L_0^{-1} S_0 + (m_i - r_i)(m_j - r_j) L_0^{-2} \pi S_0] \right\}$$

Dacă benzile au aceeaşi lăţime Δ, din relaţia precedentă rezultă:

$$E^*(N^r_m) = \binom{m}{r} \tilde{p}^r \tilde{q}^{m-r} \{[r(r-1)(\pi\Delta)^{-2} + (m-r)(m-r-1) L_0^{-2} +$$

$$+ 2L_0^{-1} r (m - r) (\pi\Delta)^{-1}] \pi S_0 + L_0 r (\pi\Delta)^{-1} + m - r + 1\}$$

relaţia identică, cu relaţia dată de Santalo în lucrarea [5], unde $r = r_1 + r_2 + \ldots + r_s$ şi $m = m_1 + m_2 + \ldots + m_s$.

II. Formule integrale pentru sisteme de corpuri convexe aleatoare în spaţiul euclidian E_3

A. Fie E_3 un spaţiu euclidian de coordonate x, y, z; măsura cinematică în acest spaţiu (6) are expresia

(35) $$dK = [dP\ d\Omega\ d\psi]$$

unde

$$dP = [dx\ dy\ dz] \tag{36}$$

$$d\Omega = |\sin\theta|\,[d\theta\ d\varphi] \tag{37}$$

ψ este un unghi de rotație, iar $d\Omega$ reprezintă elementul de arie pe sfera unitate.

Considerăm un sistem de m corpuri convexe $K_1, K_2, \ldots K_m$ de poziție aleatoare în raport cu măsura (35), independente [3] dintre care m_i, egale între ele, de volum V_i cu aria frontierei S_i și integrala curburii medii $\overline{H}_i$ $(i = 1, 2, \ldots, s)$ iar $\sum_{i=1}^{s} m_i = m$.

Notăm cu $k^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}$ figura geometrică formată cu punctele comune a r_1 din cele m_1 corpuri convexe r_2 din cele $m_2 \ldots$ și r_s din cele m_s.

Fie K_0, un corp convex de poziție fixă, al cărui volum este V_0, aria frontierei ∂K_0, S_0 și integrala curburii medii $\overline{H}_0$.

Dacă notăm cu $V^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}$ volumul configurației geometrice $K_0 \cap \cap k^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}$, din lucrarea [2], avem formula

$$E(V^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}) = \prod_{i=1}^{s} \frac{\binom{m_i}{r_i} (8\pi^2 V_i)^{r_i} [8\pi^2 V_0 + 2\pi (S_0 \overline{H}_i + S_i \overline{H}_0)]^{m_i - r_i}}{[8^2 (V_0 + V_i) + 2\pi (S_0 \overline{H}_i + S_i \overline{H}_0)]^{m_i}} V_0 \tag{38}$$

Notînd cu

$$p_i = \frac{8\pi^2 V_i}{8\pi^2 (V_0 + V_i) + 2\pi (S_0 \overline{H}_i + S_i \overline{H}_0)} \tag{39}$$

$$q_i = \frac{8\pi^2 V_0 + 2\pi (S_0 \overline{H}_i + S_i \overline{H}_0)}{8\pi^2 (V_0 + V_i) + 2\pi (S_0 \overline{H}_i + S_i \overline{H}_0)}$$

relația (4) devine

$$E(V^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}) = \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} p_i^{r_i} q_i^{m_i - r_i} V_0 \tag{40}$$

care se poate obține și din aplicarea formulei (6).

Folosind această notație, simplificatoare, ne putem pune problema de a determina valoarea medie a volumului configurației geometrice $K_0 \cap k^r_m$, unde k^r_m reprezintă figura geometrică formată cu punctele comune a r corpuri convexe din cele $m_1 = m + \ldots + m_s$ date.

Acest lucru va rezulta din relația (6), deci

$$E(V^r_m) = \sum_{r_1 + r_2 + \cdots + r_s = r} E(V^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}) \tag{41}$$

unde V^r_m reprezintă volumul configurației geometrice $K_0 \cap k^r_m$.

Deci, ținînd seama de (41) avem :

$$E(V_m^r) = V_0 \sum_{r_1+\cdots+r_s=r} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} p_i^{r_i} q_i^{m_i-r_i} \tag{42}$$

Dacă corpurile convexe sînt egale, atunci

$$p_i = p = \frac{8\pi^2 V}{8\pi^2(V_0 + V) + 2\pi\,(S_0\overline{H} + S\overline{H}_0)} \tag{43}$$

$$q_i = q = \frac{8\pi^2 V_0 + 2\pi\,(S_0\overline{H} + S\overline{H}_0)}{8\pi^2(V_0 + V) + 2\pi\,(S_0\overline{H} + S\overline{H}_0)}$$

Deci

$$\prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} p_r^{r_i} q_i^{m_i-r_i} = p^r q^{m-r} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} \tag{44}$$

unde $r = \sum_{i=1}^{s} r_i$ și $m = \sum_{j=1}^{s} m_i$

Cum

$$\sum_{r_1+r_2+\cdots+r_s=r} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} = \binom{m}{r} \tag{45}$$

ținînd seama în (42) de relațiile (43), (44), (45) avem pentru corpuri convexe egale

$$E(V_m^r) = \binom{m}{r} p^r\, q^{m-r}\, V_0 \tag{46}$$

adică relația dată în lucrarea [7].

Dacă notăm cu $S_{m_1 m_2 \cdots m_s}^{r_1 r_2 \cdots r_s}$ aria frontierei $\partial\,(K_0 \cap k_{m_1 m_2 \cdots m_s}^{r_1 r_2 \cdots r_s})$, din [2], avem valoarea medie

$$E(S_{m_1 m_2 \cdots m_s}^{r_1 r_2 \cdots r_s}) = \prod_{t=1}^{s} \frac{\binom{m_t}{r_t} (8\pi^2 V_t)^{r_t} [8\pi^2 V_0 + 2\pi\,(S_0\overline{H}_t + S_t\overline{H}_0)]^{m_t - r_t}}{[8\pi^2\,(V_0 + V_t) + 2\pi\,(S_0\overline{H}_t + S_t\overline{H}_0)]^{m_t}} \times \tag{47}$$

$$\times \left\{ S_0 + \sum_{h=1}^{s} r_h (V_h)^{-1} V_0 S_h + 8(m_h - r_h)\,[8\pi^2 V_0 + 2\pi(S_0\overline{H}_h + S_h\overline{H}_0)]^{-1} \pi^2 V_0 S_h \right\}$$

Folosind notațiile (39) relația precedentă se scrie

$$E\left(S^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \cdots m_s}\right) = \prod_{t=1}^{s} \binom{m_t}{r_t} p_t^{r_t} q_t^{m_t - i_t} \times \tag{48}$$

$$\times \left\{ S_0 + \sum_{h=1}^{s} r_h (V_h)^{-1} V_0 S_h + 8(m_h - r_h)\pi^2 V_0 S_h [8\pi^2 V_0 + 2\pi(S_0 \overline{H}_h + S_h \overline{H}_0)]^{-1} \right\}$$

Dacă notăm cu S^r_m aria frontierei $\partial (K_0 \cap k^r_m)$ atunci avem, ținînd seama de (6) și [2]

$$E(S^r_m) = \sum_{r^1 + \cdots + r_s = r} E\left(S^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \cdots m_s}\right) \tag{49}$$

adică din (48) urmează

$$E(S^r_m) = \sum_{r_1 + \cdots + r_s = r} \prod_{t=1}^{s} \binom{m_t}{r_t} p_t^{r_t} q_t^{m_t - r_t} \times \tag{50}$$

$$\times \left\{ S_0 + \sum_{h=1}^{s} r_h (V_h)^{-1} V_0 S_h + 8\pi^2 V_0 S_h (m_h - r_h)[8\pi^2 V_0 + 2\pi (S_0 \overline{H}_h + S_h \overline{H}_0)]^{-1} \right\}$$

Dacă corpurile convexe sînt egale rezultă relația

$$E(S^r_m) = p^r q^{m-r} \{ S_0 + V^{-1} V_0 S r + 8\pi^2 V_0 S (m - r) [8\pi^2 V_0 +$$

$$+ 2\pi (S_0 \overline{H} + S \overline{H}_0)]^{-1} \} \cdot \sum_{r_1 + \cdots + r_s = r} \prod_{t=1}^{s} \binom{m_t}{r_t}$$

Ținînd seama de (45) obținem

$$E(S^r_m) = \binom{m}{r} p^r q^{m-r} \{ S_0 + r S V^{-1} V_0 + \tag{51}$$

$$+ 8\pi^2 V_0 S (m - r) [8\pi^2 V_0 + 2\pi (S_0 \overline{H} + S \overline{H}_0)]^{-1} \}$$

care coincide cu relația corespunzătoare dată în [7].

Cazuri particulare

Dacă K_0 este un corp convex de poziție fixă, iar $K_1, K_2, \ldots, K_m$ sînt cilindrii circulari de lungime infinită, păstrînd notațiile de la punctul precedent, avem [2]

$$E\left(V^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \cdots m_s}\right) = V_0 \prod_{i=1}^{s} \frac{\binom{m_i}{r_i} (2\sigma_i)^{r_i} \left(\frac{S_0}{2} + R_i \overline{H}_0 \right)^{m_i - r_i}}{\left(2\sigma_i + \frac{S_0}{2} + R_i \overline{H}_0 \right)^{m_i}} \tag{52}$$

Notînd

$$P_i = \frac{2\sigma_i}{2\sigma_i + \frac{S_0}{2} + R_i \overline{H}_0} \tag{53}$$

$$Q_i = \frac{\frac{S_0}{2} + R_i \overline{H}_0}{2\sigma_i + \frac{S_0}{2} + R_i \overline{H}_0}$$

unde σ_i este aria secțiunii normale în cilindrul K_i; relația (52) se scrie

$$E(V^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \cdots m_s}) = V_0 \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} P_i^{r_i} Q_i^{m_i - r_i} \tag{54}$$

De aici se obține valoarea medie

$$E(V^r_m) = V_0 \sum_{r_1 + \cdots + r_s = r} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} P_i^{r_i} Q_i^{m_i - r_i} \tag{54'}$$

unde $m = \sum_{i=1}^{s} m_i$ iar probabilitatea ca un punct $P \in K_0$ să aparțină configurației geometrice $K_0 \cap k^r_m$ corespunzătoare cilindrilor are expresia

$$p = \sum_{r_1 + \cdots + r_s = r} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} P_i^{r_i} Q_i^{m_i - r_i} \tag{55}$$

Pentru cazul cînd corpurile cilindrice sînt egale, atunci expresiile (54) și (55) devin

$$E^*(V^r_m) = V_0 \binom{m}{r} P^r Q^{m-r} \tag{56}$$

$$p^* = \binom{m}{r} P^r Q^{m-r} \tag{57}$$

unde $P = \frac{2\sigma}{2\sigma + \frac{S_0}{2} + R\overline{H}_0}$; $Q = \frac{\frac{S_0}{2} + R\overline{H}}{2\sigma + \frac{S_0}{2} + R\overline{H}_0}$

σ reprezintă aria secțiunii normale în oricare cilindru. Aceste relații sînt identice cu relațiile corespunzătoare din lucrarea [2].

Notînd cu $S^{r_1 r_2 \cdots r_s}_{m_1 m_2 \cdots m_s}$ aria frontierei configurației geometrice $K_0 \cap \bigcap k^{r_1 \cdots r_s}_{m_1 \cdots m_s}$ în cazul cilindrilor avem [2]

$$E\left(S^{r_1 \cdots r_s}_{m_1 \cdots m_s}\right) = \prod_{i=1}^{s} \binom{m_t}{r_t} P_t^{r_t} Q_t^{m_t - r_t} \times \tag{58}$$

$$\times \left\{ S_0 + 2\pi V_0 \sum_{h=1}^{s} \left[r_h R_h (\sigma_h)^{-1} + 4 (m_h - r_h) R_h (S_0 + 2 R_h \overline{H}_0)^{-1} \right] \right\}$$

De aici rezultă

$$E\left(S^r_m\right) = \sum_{r_1 + \cdots + r_s = r} \prod_{t=1}^{s} \binom{m_t}{r_t} P_t^{r_t} Q^{m_t - r_t} \times \tag{59}$$

$$\times \left\{ S_0 + 2\pi V_0 \sum_{h=1}^{s} \left[r_h R_h (\sigma_h)^{-1} + 4 (m_h - r_h) R_h (S_0 + 2 R_h \overline{H}_0)^{-1} \right] \right\}$$

unde $\sum_{i=1}^{s} m_i = m$.

Dacă cilindrii sînt egali, din (59) obținem

$$E^*\left(S^r_m\right) = P^r Q^{m-r} \sum_{r_1 + \cdots + r_s = r} \prod_{t=1}^{s} \binom{m_t}{r_t} \times$$

$$\times \{ S_0 + 2\pi V_0 \left[rR (\sigma)^{-1} + 4 (m - r) R (S_0 + 2R\overline{H}_0)^{-1} \right] \}$$

sau

$$E^*\left(S^r_m\right) = \binom{m}{r} P^r Q^{m-r} \{ S_0 + 2\pi V_0 \left[rR (\sigma)^{-1} + \right. \tag{60}$$

$$\left. + 4 (m - r) R (S_0 + 2R\overline{H}_0)^{-1} \right] \}$$

relație identică cu aceea dată în lucrarea [2].

III. Formule în spațiul euclidian

În spațiul euclidian cu n dimensiuni E_n, de coordonate ortogonale $x_1, x_2, \ldots, x_n$, măsura cinematică are expresia

$$dK = [dP\, dO_{n-1} \ldots dO_2\, dO_1] \tag{61}$$

unde $dP = [dx^1 dx^2 \ldots dx^n]$ iar dOs este elementul de arie pe sfera s dimensională unitate.

Păstrînd notaţiile din spaţiul E_3, avem [2]

$$E\left(V_{m_1\cdots m_s}^{r_1\cdots r_s}\right) = V_0 \prod_{i=1}^{s} \frac{\binom{m_i}{r_i}(V_i)^{r_i}\left[V_0 + \frac{1}{nO_{n-1}}\sum_{h=0}^{n-2}\binom{n}{h+1}M_h^{(0)}M_{n-h-2}^{(i)}\right]^{m_i-r_i}}{\left[V_i + V_0 + \frac{1}{nO_{n-1}}\sum_{h=0}^{n-2}\binom{n}{h+1}M_h^{(0)}M_{n-h-2}^{(i)}\right]^{m_i}} \tag{62}$$

unde $M_h^{(0)} = \dfrac{1}{\binom{n-1}{h}}\displaystyle\int_{\partial K_0}\{R_1, R_2, \ldots, R_{n-1}\}_h d\sigma_0$

$$M_h^{(i)} = \frac{1}{\binom{n-1}{h}}\int_{\partial K_i}\{R_1, R_2, \ldots, R_{n-1}\}_h\, d\sigma$$

$d\sigma_0$ şi $d\sigma$ fiind elementele de arie pe hipersuprafeţele ∂K_0 respectiv ∂K frontierele corpurilor K_0 şi K din spaţiul E_n, iar $\{R_1, R_2, \ldots, R_{n-1}\}_h$ este funcţia simetrică elementară a celor $(n-1)$ curburi principale ale hipersuprafeţelor ∂K_0 şi ∂K.

Relaţia (62) se mai poate scrie [6]

$$E\left(V_{m_1\cdots m_s}^{r_1\cdots r_s}\right) = V_0 \prod_{i=1}^{s}\binom{m_i}{r_i} P_i^{r_i} Q_i^{m_i-r_i} \tag{63}$$

Dacă notăm

$$P_i = \frac{V_i}{V_i + V_0 + \frac{1}{nO_{n-1}}\sum_{h=0}^{n-2}\binom{n}{h+1}M_h^{(0)}M_{n-h-2}^{(i)}}$$

$$Q_i = \frac{V_0 + \frac{1}{nO_{n-1}}\sum_{h=0}^{n-2}\binom{n}{h+1}M_h^{(i)}M_{n-h-2}^{(i)}}{V_i + V_0 + \frac{1}{nO_{n-1}}\sum_{h=0}^{n-2}\binom{n}{h+1}M_h^{(0)}M_{n-h-2}^{(i)}}$$

Pentru V_m^r, volumul configuraţiei geometrice $K_0 \cap k_m^r$ corespunzătoare spaţiului E_n, avem valoarea medie

$$E(V_m^r) = V_0 \sum_{r_1+\cdots+r_s=r}\prod_{i=1}^{s}\binom{m_i}{r_i} P_i^{r_i} Q_i^{m_i-r_i} \tag{64}$$

Din această relaţie dacă corpurile convexe sînt egale se poate obţine relaţia corespunzătoare din [7].

La fel se poate rezolva şi problema ariei frontierei configuraţiei $K_0 \cap k_m^r$ din E_n.

Catedra de matematici I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Filipescu D.*, Formule integrale relativ la figuri convexe din planul euclidian. Lucrare publicată în revista Studii și cercetări matematice. nr. 5/1971
2. x x x , Asupra unor formule integrale. Lucrare publicată în revista Studii și cercetări matematice nr. 7/1970.
3. *Kendall, M. G., Moran, P. A. P.*, Geometrical Probability C. Griffin, London, 1963.
4. *Robbins, H. E.*, On the Measure of a Random Set. Ann. Math. Stat 15. 70—74 (1944,) 16, 342—347 (1945).
5. *Santalo, L. A.*, Sobre unas formulas integrales y valores medios referendes a figuras convexas moviles en el plano. Univ. de Buenos Aires, Contr. Centificas, A. 1, 2, 23—45 (1950).
6. *Stoka, M. I.*, Geometrie Integrale, Mem. des. Sci. Mat. fasc. 165 ed. Gauthier Villars, Paris, 1968.
7. x x x , Alcune formule integrale concernenti i corpi convessi, in uno spazio euclideo E , Rendi conti del Seminario Matematico di Univ. e Politehnico di Torino, vol. 29, 1969.
8. *Vrănceanu G.*, Lecții de geometrie diferențială, vol. I—IV, 1962—1968.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 1

C.Z.: 517

O REPREZENTARE INTEGRALĂ A UNEI VALORI MEDII CONDIȚIONATE ÎN RAPORT CU σ-ALGEBRA—M_T

GH. BUDIANU, V. TĂNASE

Considerăm următoarele obiecte:

1. — Un spațiu măsurabil $(E, \mathcal{E})$ și un punct $\Delta \notin E$
Scriem $E_\Delta = E \cup \{\Delta\}$ și $\mathcal{E}_\Delta$ σ—algebra generată de $\mathcal{E}$ în E_Δ
2. — Un spațiu măsurabil $(\Omega, \mathfrak{M})$ și familie crescătoare de sub —σ— algebre $\{\mathfrak{M}_t : t \in T = [0, +\infty]$. Distingem în Ω un punct ω_Δ
3. — Pentru $t \in T$ aplicația:
$X_t : \Omega \to E_\Delta$ cu proprietatea:
dacă $X_t(\omega) = \Delta$, atunci $X_s(\omega) = \Delta$ pentru orice $s \geqslant t$, $X_\infty(\omega) = \Delta$, pentru orice $\omega \in \Omega$ și $X_0(\omega_\Delta) = \Delta$
4. — Pentru orice $t \in T$ aplicația:
$\theta_t : \Omega \to \Omega$, $\theta_\infty(\omega) = \omega_\Delta$ pentru $\omega \in \Omega$
5. — Pentru orice $x \in E_\Delta$, P^x este o probabilitate pe $(\Omega, \mathfrak{M})$
Definiția 1. Se numește proces Markov cu spatiul stărilor $(E, \mathcal{E})$ colecția de obiecte:

$$X = (\Omega, \mathfrak{M}, \mathfrak{M}_t, X_t, \theta_t, P^x)$$

care satisface următoarele axiome:
Axioma R (de regularitate):
a) pentru orice $t \in R_+$, $X_t \in \mathfrak{M}_t/\mathcal{E}_\Delta$
b) aplicația: $x \to P^x(X_t \in B)$ a lui E în $[0,1]$ este măsurabilă pentru orice $t \in R_+$ și $B \in \mathcal{E}$
c) $P^\Delta (X_0 = \Delta) = 1$
Axioma H (de omogenitate)
Pentru orice t, $h \in T$ $X_{t0}\theta_h = X_{t+h}$ (dacă $t = \infty$ sau $h = \infty$ relația rămîne adevărată).
Axioma M (proprietatea Markov)

$$P^x (X_{t+s} \in B/\mathfrak{M}_t) = P^{X(t)} (X_s \in B)$$

pentru orice $x \in E_\Delta$, $B \in \mathcal{E}_\Delta$, t, $s \in T$

* Manuscrie predat la redacție la data de 2 octombrie 1970

Definiția 2. O aplicație $T : \Omega \to [0, +\infty]$ se numește opțională relativ la $\{\mathcal{F}_t\}$ dacă $\{T \leqslant t\} \in \mathcal{F}_t$ pentru orice $t \in [0, \infty]$

Definiția 3. Procesul Markov $X = (\Omega, \mathfrak{M}, \mathfrak{M}_t, X_t, \theta_t, P^x)$ cu spațiul stărilor $(E, \mathcal{E})$ se numește tare Markov dacă pentru orice opțională T și $f \in b\mathcal{E}_\Delta$ avem : $X_T \in \mathfrak{M}_T/\mathcal{E}^*_\Delta$ și

$$E^x (f_0 X_{t+T}/\mathfrak{M}_T) = E^{X(T)}(f(X_t))$$

oricare ar fi t și x.

Pentru notațiile folosite în aceste definiții a se vedea (1).

Propoziție. Fie $X = (\Omega, \mathfrak{M}, \mathfrak{M}_t, X_t, \theta_t, P^x)$ un proces tare Markov cu spațiul stărilor $(E, \mathcal{E})$
Fie T o optională relativ la $\mathcal{F}_t$ și R o opțională relativ la $\mathfrak{M}_t$. Fie $G : \Omega \times \Omega \to R$ cu $G \in b(\mathfrak{M}_T \times \mathcal{F})$ și fie $H(\omega) = G(\omega, \theta_T(\omega))$ Atunci avem :

$$E^x (H/\mathfrak{M}_T)(\theta_R(\omega)) = \int_\Omega G(\theta_R(\omega), \omega') P^{X^{(\omega)}_{R+T_0\theta_R}} (d\omega')$$

Demonstrație. Demonstrăm relația mai simplă :

$$E^x (H/\mathfrak{M}_T)(\omega) = \int_\Omega G(\omega, \omega') P^{X^{(\omega)}_T} (d\omega')$$

Prin definiție $\theta^{(\omega)}_T = \theta^{(\omega)}_{T(\omega)}$ iar $X^{(\omega)}_T = X^{(\omega)}_{T(\omega)}$
Pentru a demonstra relația (1) trebuie verificat că pentru orice $\Lambda \in \mathfrak{M}_T$ avem egalitatea :

$$\int_\Lambda H(\omega) dP^x(\omega) = \int_\Lambda \left[\int G(\omega, \omega') P^{X^{(\omega)}_T} (d\omega') \right] dP^x(\omega)$$

Din proprietățile claselor monotone (vezi 2) e suficient să luăm :

$G(\omega, \omega') = I^{(\omega,\omega')}_{A \times B}$ unde $A \in \mathfrak{M}_T$, $B \in \mathcal{F}$ avem : $G(\omega, \omega') = I^{(\omega)}_A I^{(\omega')}_B$ de unde :

$$H(\omega) = I^{(\omega)}_A I_B(\theta_T(\omega)) = I^{(\omega)}_A I^{(\omega)}_{\theta^{-1}_T(B)}$$

Integrala devinde :

$$\int_\Lambda I^{(\omega)}_A I^{(\omega)}_{\theta^{-1}_T(B)} dP^x_{(\omega)} = \int_{\Lambda \cap A} (I_B \circ \theta_T)(\omega) dP^x \overset{\text{T.M.}}{=}$$

$$= \int_{\Lambda \cap A} E^{X^{(\omega)}_T} [I_B] dP^x_{(\omega)} = \int_{\Lambda \cap A} P^{X_T(\omega)}_{(B)} dP^x_{(\omega)} =$$

$$= \int_{\Lambda} I_A^{(\omega)} \left[\int I_B^{(\omega')} P^{X_T^{(\omega)}}(d\omega') \right] dP^x_{(\omega)} =$$

$$= \int_{\Lambda} \left[\int I_A^{(\omega)} I_B^{(\omega')} P^{X_T^{(\omega)}}(d\omega') \right] dP^x_{(\omega)} = \int_{\Lambda} \left[\int G(\omega, \omega') P^{X_T^{(\omega)}}(d\omega') \right] dP^x_{(\omega)}$$

Ţinînd seama de proprietăţile valorilor medii condiţionate, avem :

$$E^x_{-}[H/\mathfrak{M}_T](\omega) = \int G(\omega, \omega') P^{X_T^{(\omega)}}(d\omega')$$

Folosind proprietăţile lui $\theta_R^{(\omega)}$ obţinem :

$$E^x(H/\mathfrak{M}_T)(\theta_R^{(\omega)}) = \int G(\theta_R^{(\omega)}, \omega') P^{X_{T^{(\theta_R(\omega))}}}_{(d\omega')}$$

Pe de altă parte $X_T(\theta_R(\omega)) = X^{(\omega)}_{R+T_0\theta_R}$ dar $R + T_0\theta_R$ rămîne încă $\mathfrak{M}_t$— opţională şi aplicînd rezultatul precedent obţinem relaţia dorită.

Catedra matematici
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Blumenthal R. M., Getoor R. K.*, Markov Processes and Potential Theory
2. *Cuculescu I.*, Procese Markov şi funcţii excesive.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972. Numărul 1

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z.: 546

OBȚINEREA HIDROXIDULUI DE SODIU PUR ÎN ELECTROLIZOARE CU DIAFRAGME PE BAZA DE SCHIMBĂTORI DE IONI ANORGANICI *

T. D. IONESCU, GH. TUDORACHE, GH. IONIȚĂ

Înlocuirea diafragmelor obișnuite din azbest, cu diafragme cu permeabilitate selectivă, pe bază de schimbători de ioni, în vederea obținerii de sodă caustică de mare puritate, se află în atenția cercetătorilor străini de mai bine de 15 ani.

Într-un patent (1) se descrie electroliza soluțiilor apoase de clorură de sodiu cu ajutorul unor diafragme cu permeabilitate selectivă realizate din produse de condensare formaldehidice de către Firma Rosinous Products and Chemical Co. sub formă de plăci.

Se arată că la începutul electrolizei spațiul anodic al celulei a fost umplut cu saramură saturată, iar spațiul catodic cu apă.

În tabela 1 sînt trecute rezultatele unei experiențe, folosind curent continuu la 6,4 A/dm² și 3,7 V.

Într-o altă experiență este indicat că s-au plasat două diafragme paralele la o distanță de 6,35 mm. Spațiul anodic a fost umplut cu saramură, iar spațiul dintre diafragme cu apă. Procesul de electroliză a durat 17 h, cu o densitate de curent de 9,7 A/dm². Tensiunea la 50°C, a fost de 4,1 V, iar la 80°C de 3,65 V. La începutul electrolizei apa a fost eliminată prin electroosmoză, către anod. Nu se specifică dacă în timpul electrolizei s-a completat s-au nu concentrația anolitului, ceea ce îngreuiază aprecierea rezultatului. Totuși s-ar putea deduce că diafragmele conduc bine curentul, însă nu opresc complet migrarea ionilor OH^- către anod.

Rezolvarea problemei electrolizei soluțiilor apoase de clorură de de sodiu în celule cu diafragme schimbătoare de ioni, depinde în marea măsură de [3]:

— realizarea de diafragme schimbătoare de ioni, care, în mediul dat să nu sufere modificări chimice;

— diafragmele să nu adsoarbă apă;

—rezistența mecanică și conductivitatea electrică să fie corespunzătoare.

Diafragmele cu permeabilitate selectivă, cercetate în străinătate, corespund primei condiții numai în cazuri speciale, iar celei de a doua nici odată complet, deoarece schimbătorii de ioni aceesibili se umflă, adică preiau ceva din faza apoasă.

* Manuscris predat la redacție la data de 28 decembrie 1970

Se poate afirma că electroliza soluțiilor de clorură de sodiu în celule prevăzute cu diafragme obținute cu rășini schimbătoare de ioni nu a găsit pînă în prezent o rezolvare satisfăcătoare.

Dacă se va reuși confecționarea unor asemenea electrolizoare acceptabile din punct de vedere al exploatării și al randamentului de curent, procedeul de electroliză cu catod de mercur va pierde din însemnătate. Din acest punct de vedere obținerea diafragmelor schimbătoare, de ioni utilizabile la electroliza saramurilor de clorură de sodiu, în prezent este de o deosebită importanță.

Tabela 1

Electroliza soluțiilor apoase de clorură de sodiu în electrolizoare cu diafragme schimbătoare de ioni

Durata electrolizei (h)	Conținutul de NaOH al catolitului (g/l)	Randamentul de curent (%)
½	40	82,5
1	61,6	79,8
2	104,8	78,3
3	136,8	71,2
4	172,8	69,4
5	200,8	65,7

Partea experiemntală

În acest scop, dintr-un cationit anorganic, obținut din zgură metalurgică (2) au fost preparate membrane schimbătoare de ioni în felul următor : cationul silicios în forma — Ca, s-a majorat fin și s-a amestecat cu o substanță inertă de legătură (polietilenă, alcool polivinilic) în diferite proporții.

S-au preparat trei amestecuri avînd compoziția :

70 % schimbător + 30 % polietilenă
50 % schimbător + 50 % polietilenă
70 % schimbător + 30 % alcool polivinilic.

Amestecurile s-au presat după aceea la o presiune de 150 kg/cm² și o temperatură de 200—210°C, în funcție de compoziție. Membranele preparate astfel, s-au folosit la obținerea hidroxidului de sodiu, prin electroliza soluțiilor de clorură de sodiu. Pentru comparație s-a lucrat și cu o membrană schimbătoare de ioni pe bază de cationit organic.

S-a construit o celulă experimentală de electroliză, din polistiren despărțită în două compartimente. prin intermediul unei rame pe care s-a fixat membranele schimbătoare de cationi, fiind prevăzută cu un capac în care erau perforate locurile electrolizilor. Electrozii folosiți au fost confecționați din grafit, au avut o suprafață de 6cm² fiecare și s-au fixat în capacul celulei, cu ajutorul unei soluții de polistiren în toluen, la o distanță de 1 cm de peretele despărțitor. Ca aparate suplimentare s-au folosit : redresor de curent pentru alimentarea celulei de electroliză, miliampermetru, rezistențe reglabile și conductori de cupru.

S-au efectuat o serie de electrolize, urmărindu-se variația randamentului de curent (η) în funcție de concentrația soluției de clorură de sodiu (g/l), timp, (h), intensitatea curentului (mA) și natura membranei schimbătoare de cationi. ca mod de lucru, în toate cazurile s-a introdus în spațiul anodic 100 ml soluție de clorură de sodiu de concentrația necesară, iar în spațiul catodic 100 cm^3 apă distilată. La sfîrșitul duratei de electroliză s-a făcut analiza catolitului, determinîndu-se conținutul în hidroxid de sodiu format, prin titrare cu acid clorhidric $n/10$ în prezență de fenolftaleină. Randamentul de curent s-a calculat cu relația :

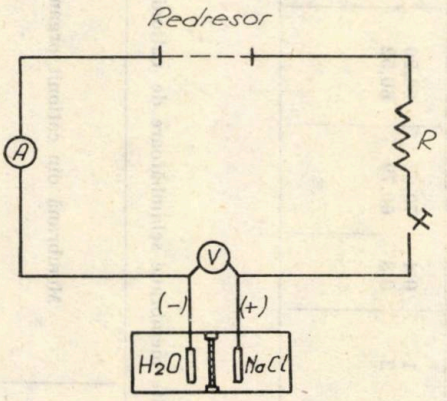


Fig. 1 Schema instalației de electroliză

$$\eta = \frac{\textit{Hidroxid de sodiu rezultat în urma electrolizei}}{\text{Cantitatea teoretică de hidroxid de sodiu care trebuie să se formeze.}}$$

Rezultatele obținute sînt redate în tabelul 2 și 3.

În tabelul 2 se prezintă variația randamentului de hodroxid de sodiu obținut, la electroliza soluției de clorură de sodiu folosind membrana schimbătoare de ioni formată din cationit anorganic în forma — Ca, de compoziție 50 % cationit silicios și 50 % polietilenă.

S-a lucrat cu trei intensități de curent : 100 mA, 200 mA și 400 mA. La aceeași intensitate s-au făcut determinări folosind aceeași cantitate de saramură dar de concentrații diferite : 100, 200 și 300 g/l.

Lucrînd la intensitate mică de 100 mA și la cantități diferite de curent electric : 0,05 ; 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; și 0,4 Ah, se constată experimental că randamentul în hidroxid de sodiu scade cu creșterea cantității de curent Astfel, la soluția cu concentrația 300 g/l randamentul de curent scade de la 93,24 % la 74,16 %, fenomen care se observă și la celelalte soluții de concentrație mică.

Pentru același consum de curent și aceeași intensitate, se obseră că randamentul de curent scade odată cu micșorarea concentrației soluției de clorură de sodiu. De exemplu : pentru 0,1 Ah, randamentul de curent scade de la 89,05 %, cît este la soluția care conține 300 g/l, la 82,14%, pentru soluția de clorură de sodiu cu o concentrație de 100 g/l.

Fenomenul acesta se observă în general la toate intensitățile.

Tabela 2

Variația randamentului de curent pentru electrolizele în prezența membranei obținute din cationit anorganic în forma-Ca având compoziția: 50% schimbător + 50% polietilenă

$I = 100$ mA					$I = 200$ mA					$I = 400$ mA				
Timpul h	Q Ah	η 300 g/l	200 g/l	100 g/l	Timpul h	Q Ah	η 300 g/l	200 g/l	100 g/l	Timpul h	Q Ah	η 300 g/l	200 g/l	100 g/l
0,5	0,05	93,24	87,02	81,72						1	0,4	70,62	66,20	64,29
1	0,1	89,05	84,05	82,14	1	0,2	82,35	80,24	72,55	2	0,8	60,79	60,52	59,82
2	0,2	84,85	77,91	76,55	2	0,4	71,02	69,98	63,58					
3	0,3	79,85	67,72	65,95										
4	0,4	74,16	63,37	62,71	4	0,8	61,39	60,00	60,41					

Tabela 3

Variația randamentului de curent pentru electrolizele efectuate în prezența celorlalte membrane schimbătoare de cationi

Membrană din cationit anorganic forma-Ca având compoziția 70% schimbător + 30% polietilenă					Membrană din cationit anorganic forma-Ca având compoziția: 70% schimbător + 30% alcool polivinilic					Membrană din cationit organic				
Timpul h	I mA	Q Ah	$NaCl$ g/l	η	Timpul h	I mA	Q Ah	$NaCl$ g/l	η	Timpul h	I mA	Q Ah	$NaCl$ g/l	η
0,5	100	0,05	300	92,08	0,5	100	0,05	300	94,31	0,5	100	0,3	300	97,30
1	100	0,1	300	88,71	1	100	0,1	300	90,57	1	100	0,1	300	93,62
2	100	0,2	300	83,85	2	100	0,2	300	85,51	2	100	0,2	300	87,58
3	100	0,3	300	79,92	3	100	0,3	300	81,18	3	100	0,3	300	85,47
4	100	0,4	300	73,16	4	100	0,4	300	75,56	4	100	0,4	300	79,03

Rezultă deci, că randamentul de curent este mai bun cînd se lucrează cu soluții concentrate de clorură de sodiu și intensități mici.

În practică însă, aceasta cere un timp de electroliză prea mare și de aceea este necesar să se lucreze cu intensități mai ridicate pentru a scurta timpul de electroliză. Din tabele se constată că la intensitatea de 400 *mA* la o cantitate de curent de 0,4 Ah, rezultă un randament de curent de 72,82% deci un randament acceptabil, dacă se pune problema folosirii în practică.

Comparate cu membrana confecționată din cationul organic, membranele experimentate de noi, confecționate din cationitul silicios, au o comportare asemănătoare.

Din aceste cercetări, rezultă o posibilitate pentru obținerea directă a hidroxidului de sodiu pur, din saramura de clorură de sodiu, fără să fie impurificat cu clorură de sodiu, deoarece în compartimentul catodic se adaugă numai apă distilată.

În felul acesta, se ușurează mult procedeul de producție, pentru că nu se mai pune problema separării clorurei de sodiu din leșia de sodă caustică.

Concluzii

1. Membranele schimbătoare de ioni pe bază de cationi anorganic silicios, au o comportare asemănătoare cu cele preparate din cationit organic.

2. Membranele pe bază de cationit anorganic silicios, spre deosebire de cele confecționate din rășini schimbătoare de ioni, în mediu apos nu se gomflează și nu suferă modificări chimice.

3. Pe această cale, este posibil să se obțină direct hidroxid de sodiu pur din saramura de clorură de sodiu, deoarece în compartimentul catodic se adaugă numai apă distilată.

Laboratorul de tehnologie chimică generală
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. x x x Brevet francez nr. 1068105 — 1962
2. *Ionescu T. D., Tudorache Gh.*, Brevet român nr. 49331—1968.
3. *Chrisikopoulos S.*, Canad. J. Chem. eng. 41, nr. 3, 1963, p. 16.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972. Numărul 1

C.Z.:541.1

L'INFLUENCE DU MILIEU DE RÉACTION SUR LE RAYON DU COMPLEXE ACTIVÉ DE L'HYDROLYSE DES ESTERS ALIPHATIQUES DANS LES SOLVANTS MIXTES *

G. COSTEANU, ORTANSA LANDAUER, CORNELIA MATEESCU

On sait que les propriétés physiques du milieu de réaction : la constante diélectrique, la viscosité, la pression interne, etc. ont une grande influence sur la vitesse de réaction.

Cette influence peut être mieux suivie en utilisant des solvants mixtes dont on peut faire varier constamment la composition.

La corrélation entre la constante de vitesse et la constante diélectrique du milieu de réaction est exprimée par la relation d'Amis (1).

$\ln k_D = \ln k_\infty + \frac{Ze\mu}{kTr^{*2}D}$, où k_D est la valeur de la constante de vitesse dans un milieu de constante diélectrique D, et k_∞ la même constante dans un milieu de très grande constante diélectrique, z la charge de l'ion, μ le moment dipolaire de l'ester, k la constante de Boltzmann et r^* la rayon du complexe active.

On voit que, pour une réaction donnée, en portant $\ln k$ en fonction de $\frac{1}{D}$ on obtient une droite de pente $\frac{Ze\mu}{kTr^{*2}}$. La mesure de cette pente permet d'évaluer r^* puisque les autres quantité sont connues.

La connaissance du rayon r^* permet de tirer certaines conclusions sur l'influence du milieu de réaction sur la structure du complexe activé.

En admettant que la structure du complexe activé depend aussi bien du moment dipolaire de la molécule de l'ester que de la nature du catalyseur (H^+ ou OH^-) on peut supposer que le rayon r^* est également influencé par les mêmes facteurs.

Nous avons calculé le rayon du complexe activé formé pendant l'hydrolyse acide du formiate, de l'acétate et du propionate de *n*-butyle dans les solvants mixtes : eau-alcool éthylique (2) et eau-acétone (3) ; et aussi le rayon du complexe activé formé pendant l'hydrolyse alcaline de l'acétate et du propionate de *n*-butyle dans les solvants mixtes eau-acétone (4) et eau-dioxanne (5).

* Ouvrage reçu à la rédaction le 28 decembre 1970

Les rayons du complexe activé calculés par nous sont réunis dans les tableaux 1, 2, 3 et 4.

On remarque que les rayons du complexe activé formé en milieu acide ont tendance à croître du formiate au propionate de *n*-butyle.

Tableau 1

Valeurs de r^* (en Å) de l'hydrolyse acide du formiate (*F*), de l'acétate (*A*) et du propionate (*P*) de *n*-butyle dans l'eau-alcool éthylique.

t°C	*D*	*F*	*A*	*P*
30	62—46	1,54	1,57	1,85
40	59—44	1,65	2,54	2,07
50	56—41	1,35	1,35	1,41
60	53—39	1,17	1,39	1,44

Tableau 2

Valeurs de r^* (en Å) de l'hydrolyse acide du formiate (*F*), acétate (*A*) et propionate (*P*) de *n*-butyle dans l'eau-acétone.

t°C	*D*	*F*	*A*	*P*
30	69—60	1,86	2,06	2,51
40	66—57	2,09	2,03	2,47
50	63—54	2,65	3,82	3,21
60	61—52	3,20	1,74	2,59

Tableau 3

Valeurs de r^* (en Å) de l'hydrolyse alcaline de l'acétate (*A*) et du propionate (*P*) de *n*-butyle dans l'eau-dioxanne.

t°C	*D*	*A*	*P*
20	66—37	2,38	2,02
30	63—35	2,48	2,16
40	60—33	2,28	2,31
50	57—31	2,46	2,31

Tableau 4

Valeurs de r^* (en Å) de l'hydrolyse alcaline de l'acétate (*A*) et du propionate (*P*) de *n*-butyle dans l'eau-acétone.

t°C	*D*	*A*	*P*
20	73—55	1,13	1,16
30	70—52	1,29	1,26
40	66—55	1,50	1,36
50	64—57	2,21	2,26

Les valeurs de r^* dependent aussi de la température à laquelle évolue la réaction. En effet les rayons du complexe activé de l'hydrolyse acide de l'acétate et du propionate de *n*-butyle ont une valeur maxima à 40°C dans le solvant eau-alcool éthylique, et à 50°C dans le système l'eau-acétone. Par contre le rayon du complexe activé de l'hydrolyse acide du formiate de *n*-butyle croît avec la température, dans l'eau-acétone.

Les valeurs des rayons du complexe activé dependent aussi de la nature du solvant mixte, et en milieu acide, elles varient dans le sens

$$r^* \text{ (eau-alcool éthylique)} < r^* \text{ (eau -acétone)}$$

Dans l'hydrolyse alcaline de l'acétate et du propionate de *n*-butyle on constate une faible variation du rayon r^* avec la nature de l'ester ; il varie avec la nature du solvant dans le sens r^* (eau-dioxanne) $> r^*$ (eau-acétone).

On remarque que le rayon du complexe activé, formé pendant l'hydrolyse acide de l'acétate et du propionate de *n*-butyle, dans le solvant eau-acétone est, à la même température, plus grand que celui du complexe activé de l'hydrolyse alcaline des mêmes esters.

Les rayons du complexe activé calculés par nous concordent assez bien avec les rayons du complexe activé trouvés pour d'autres esters (6,7).

D'après nos résultats on doit admettre que dans l'hydrolyse alcaline le complexe activé manifeste une tendance de cyclisation plus accentuée que dans l'hydrolyse acide. Ceci expliquerait pourquoi les valeurs de r^* sont plus petites dans l'hydrolyse alcaline (7).

On doit aussi admettre que les liaisons hydrogène, complexe activé-solvant mixte, ont également une certaine action sur le rayon du complexe activé.

Dans l'hydrolyse acide la force de la liaison hydrogène décroît dans le sens eau-alcool étylique > eau-acétone (8). alors que dans l'hydrolyse alcaline dans le sens eau-acétone > eau-dioxanne (9).

On constate que dans les réactions étudiées par nous r^* *a* la valeur la plus petite dans le solvant dont la liaison hydrogène avec le complexe activé est la plus élevée.

Chaire de chimie physique
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAFIE

1. *Amis E. A.*, J. Chem. Educ. *30*, 351 (1953).
2. *Costeanu. G., Landauer, O.*, Revue Roumaine de Chimie (sous presse).
3. *Costeanu G., Landauer, O.*, Revue Roumaine de Chimie (sous presse).
4. *Costeanu G., Mateescu C.*, Revue Roumaine de Chimie (sous presse).
5. *Costeanu G., Mateescu C.*, Revue Roumaine de Chimie 16, 1803, 1971.
6. *Sadek H., Abu Elamayem M. S., Abu Elgheit M.*, Soumeu Kemistilethi, 3, 33, 1964.
7. *Amis E. S.*, Solvent Effects on Reaction Rates and Mechanisms Acad. Press, N. Y., cap·II, (1966).
8. *Drinkord, W., Kivelson D.*, J. Ph9s. Chem. 62, 1494 (1958).
9. *Khöler W., Neuheiser L.*, Z. Chem. B(11) 425 (1968).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972. Numărul 1

ELECTROTEHNICĂ

C.Z.: 621.3

LINIA LUNGĂ CA LIMITA UNUI LANȚ DE CUADRIPOLI INFINIT*

I. S. ANTONIU, LIDIA CONSTANTINESCU

1. — Ecuații generale

Într-un lanț de cuadripoli, funcționarea unui cuadripol de rangul m este dată de sistemul de ecuații

$$\underline{U}_{m-1} = \underline{A}_{11}\underline{U}_m + \underline{A}_{12}\underline{I}_m$$

$$\underline{I}_{m-1} = \underline{A}_{21}\underline{U}_m + \underline{A}_{22}\underline{I}_m$$

Fiecare element al lanțului produce o transformare finită, definită de matricea

$$[A_{ij}] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

Să considerăm acum un lanț de cuadripoli format dintr-un număr foarte mare de cuaripoli infinit mici. Un asemenea cuadripol infinit mic este un element al lanțului care transformă infinit puțin variabilele, astfel că, la ieșirea din cuadripol se vor găsi *aproape* aceleași valori ca la intrarea în cuadripol și matricea de transformare $[A_{ij}]$ va diferi deci foarte puțin de mtricea unitate; matricea corespunzătoare a unui asemenea element se va putea scrie:

$$[a_{ij}] = \begin{bmatrix} 1 + \varepsilon_{11}dz & \varepsilon_{21}dz \\ \varepsilon_{12}dz & 1 + \varepsilon_{22}dz \end{bmatrix} \qquad (1)$$

în care dz reprezintă un element de lungime infinit mică din linie.

Punînd

$$[\varepsilon_{ij}] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} \end{bmatrix} \qquad (2)$$

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 10—11 aprilie 1971.

se poate scrie

$$[a_{ij}] = e^{[\varepsilon_{ij}]dz}$$

obținîndu-se expresia (1) dacă se opresc primii doi termeni ai dezvoltării exponențialei.

Determinantul matricei (1) este

$$(1 + \varepsilon_{11}\,dz)(1 + \varepsilon_{22}\,dz) - \varepsilon_{12}\,\varepsilon_{21}\,dz^2 =$$

$$= 1 + \varepsilon_{11}\,dz + \varepsilon_{22}\,dz + \varepsilon_{11}\,\varepsilon_{22}\,dz^2 - \varepsilon_{12}\,\varepsilon_{21}\,dz^2.$$

Pentru ca acest determinant să fie egal cu 1, neglijînd termenii infiniți mici de ordinul 2, trebuie ca

$$\varepsilon_{11} = -\,\varepsilon_{22} \tag{3}$$

Fie două mărimi asociate x_1 și x_2; matricea $[a_{ij}]$ acționînd asupra acestor mărimi le transformă în

$$x_1' = x_1 + dx_1$$

$$x_2' = x_2 + dx_2$$

prin ecuația matricială

$$[x'] = [a_{ij}]\,[x] = [x + dx]$$

care dezvoltată dă

$$x_1' = a_{11}x_1 + a_{12}\,x_2 = x_1 + dx_1 = x_1 + (\varepsilon_{11}x_1 + \varepsilon_{12}\,x_2)\,dz,$$

$$x_2' = a_{21}\,x_1 + a_{22}x_2 = x_2 + dx_2 = x_2 + (\varepsilon_{21}x_1 + \varepsilon_{22}\,x_2)\,dz.$$

Din aceste relații rezultă imediat

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx_1}{dz} &= \varepsilon_{11}x_1 + \varepsilon_{12}x_2 \\ \frac{dx_2}{dz} &= \varepsilon_{21}x_1 + \varepsilon_{22}x_2 \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Notînd

$$[x] = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

sistemul (4) poate fi scris sub forma matricială

$$\frac{d[x]}{dz} = [\varepsilon_{ij}]\,[x] \quad \text{cu} \quad \varepsilon_{11} = -\,\varepsilon_{22}\,. \tag{5}$$

Cuadripolii elementari de care ne ocupăm trebuie să fie reversibili, ceea ce se realizează dacă cuadripolul este simetric. Numai în acest caz funcționarea lanțului de cuadripoli este identică atît de la stînga la dreapta cît și de la dreapta la stînga, condiție absolut obligatorie pentru o linie lungă.

Această situație este realizată dacă, în matricea (1) avem :

$$a_{11} = a_{22}$$

sau

$$1 + \varepsilon_{11} dz = 1 + \varepsilon_{22}\, dz\,;$$

ținînd seama de relația (3) rezultă imediat că, condiția de simetrie este satisfăcută dacă

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = 0\,. \tag{6}$$

Să examinăm acum propagarea pe acest lanț de cuadripoli infinit mici în cazul general, adică atunci cînd acești cuadripoli nu sînt reversibili, deci nesimetrici.

Fie γ constanta de propagare pe unitate de lungime. O undă simplă, care se propagă într-o direcție dată este definită de relațiile

$$\frac{dx_1}{dz} = \gamma x_1 \quad \text{și} \quad \frac{dx_2}{dz} = \gamma x_2. \tag{7}$$

Ținînd seama de relațiile (4), se poate scrie :

$$\left.\begin{aligned} (\varepsilon_{11} - \gamma)\, x_1 + \varepsilon_{12}\, x_2 &= 0 \\ \varepsilon_{21} x_1 + (\varepsilon_{12} - \gamma_2)\, x_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Condiția de compatibilitate a acestui sistem este, ținînd seama de relația (3)

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_{11} - \gamma & \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} - \gamma \end{vmatrix} = \gamma^2 - \varepsilon_{11}^2 - \varepsilon_{12}\varepsilon_{21} = 0 \tag{9}$$

de unde rezultă

$$\gamma = \pm \sqrt{\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{12}\varepsilon_{21}}. \tag{10}$$

În consecință, constanta de propagare este dată de ecuația care determină valorile proprii ale matricei (2) ; constanta de propagare, dată de relația (10) este în general un număr complex.

Se vor obține două valori k_1 și k_2, pentru impedanța caracteristică a liniei: k_1 corespunde unei propagări de la stînga la dreapta $(-\gamma)$ și k_2, propagării în sens invers, dreapta stînga; aceste valori trebuind să satisfacă ecuațiile (8), se obține:

$$\left.\begin{matrix} +k_1 \\ -k_2 \end{matrix}\right\} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{\varepsilon_{12}}{\pm\gamma - \varepsilon_{11}} = \frac{\pm\gamma + \varepsilon_{11}}{\varepsilon_{21}}. \tag{11}$$

Se obțin aceleași relații ca și în cazul cuadripolilor finiți.

În cazul cuadripolilor infinit mici reversibili, ținînd seama de relația (6) rezultă:

$$\gamma = \pm\sqrt{\varepsilon_{12}\,\varepsilon_{21}} \tag{12}$$

și impedanța caracteristică a liniei are expresia:

$$k = \frac{x_1}{x_2} = \frac{\varepsilon_{12}}{\gamma} = \frac{\gamma}{\varepsilon_{21}} = \pm\sqrt{\frac{\varepsilon_{12}}{\varepsilon_{21}}} \tag{13}$$

avînd aceiași valoare pentru ambele sensuri de propagare; ea are aceiași formă ca și în cazul cuadripolilor finiți simetrici *).

Aplicații

2.1. *Linie cu parametrii constanți*

Făcînd în ecuația (5)

$$[x] = \left[\frac{\underline{U}}{\underline{I}}\right], \quad \varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = 0, \quad \varepsilon_{12} = r + j\omega l, \quad \varepsilon_{21} = g + j\omega c$$

se obține:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\left[\frac{\underline{U}}{\underline{I}}\right] = \begin{bmatrix} 0 & r + j\omega l \\ g + j\omega c & 0 \end{bmatrix}\left[\frac{\underline{U}}{\underline{I}}\right]$$

care reprezintă sistemul de ecuații ce descrie propagarea undelor de tensiune și curent de-a-lungul unei linii lungi.

Din relația (12) se deduce:

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(r + j\omega l)(g + j\omega c)}$$

iar din relația (13) rezultă:

$$\underline{z}_c = \sqrt{\frac{r + j\omega l}{g + j\omega c}}.$$

relații cunoscute.

---

* Vezi [1] pag. 105.

2.2. *Linie cu parametrii variind exponențial.*

În numeroase probleme practice, parametrii liniei pot varia exponențial cu distanța. De exemplu în cazul pavilionului exponențial al unui difuzor.

Acest caz poate fi tratat cu ajutorul lanțului de cuadripoli infinit mici reversibili, deci pentru care

$$\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} = 0.$$

Fie

$$x_1 = Ue^{\varepsilon_{11}z} \text{ și } x_2 = Ie^{\varepsilon_{22}z} = Ie^{-\varepsilon_{11}z}$$

introducînd în ecuațiile (4) se obține succesiv :

$$\frac{dx_1}{dz} = \frac{dUe^{\varepsilon_{11}z}}{dz} = e^{\varepsilon_{11}z}\frac{dU}{dz} + U\frac{de^{\varepsilon_{11}z}}{dz} = e^{\varepsilon_{11}z}\frac{dU}{dz} + \varepsilon_{11}Ue^{\varepsilon_{11}z} =$$

$$= \varepsilon_{11}Ue^{\varepsilon_{11}z} + \varepsilon_{12}Ie^{-\varepsilon_{11}z}$$

și rezultă :

$$\frac{dU}{dz} = \varepsilon_{12}Ie^{-2\varepsilon_{11}z} = A_{12}I \tag{14}$$

în care am notat

$$A_{12} = \varepsilon_{12}e^{-2\varepsilon_{11}z}.$$

Analog se găsește :

$$\frac{dI}{dz} = A_{21}U \tag{15}$$

în care s-a notat

$$A_{21} = \varepsilon_{21}e^{2\varepsilon_{11}z}.$$

Ținînd seama că ecuațiile (4), definite prin matricea $[\varepsilon_{ij}]$ admit soluții particulare sub forma unor unde, a căror expresie este

$$x_1 = x_{10}e^{\pm\gamma z} \text{ și } x_2 = x_{20}e^{\pm\gamma z}$$

în care γ, constanta de propagare este definită de relația (10) — dublul semn în fața lui γ corespunzînd celor două sensuri de propagare a undelor

— ecuațiile (14) și (15) vor admite, de asemenea, soluții de forma :

$$U = U_0 e^{(a_{11} \pm \gamma) z} \quad \text{și} \quad I = I_0 e^{(-a_{11} \pm \gamma) z}$$

a_{11} fiind o constantă reală.

În consecință, pe o linie exponențială undele de tesiune și curent se propagă cu constanta de propagare γ, definită de relația (10) ; în afară de aceasta, tensiunile și curenții se transformă în raportul $e^{a_{11} z}$. Totul se petrece ca și cum linia exponențială este formată dintr-o linie simplă obișnuită la extremitatea căreia este cuplat un transformator a cărui raport de transformare este o funcție exponențială de lungimea z a liniei.

Pentru exemplificare, să considerăm o linie exponențială fără pierderi, avînd parametrii lineici :

$$L = L_0 e^{2a_{11} z} \quad \text{și} \quad C = C_0 e^{-2a_{11} z}$$

și fie

$$\underline{U} = U_0 e^{j\omega t} e^{(a_{11} \pm \gamma) z}$$

$$\underline{I} = I_0 e^{j\omega t} e^{(-a_{11} \pm \gamma) z}$$

expresiile complexe ale tensiunii și curentului. Introducînd aceste valori în ecuațiile (14) și (15) se obține :

$$\frac{\mathrm{d}\underline{U}}{\mathrm{d}z} = U_0 e^{j\omega t} (a_{11} \pm \gamma)\, e^{(a_{11} \pm \gamma) z} = j\omega L_0 e^{2a_{11} z} I_0 e^{(-a_{11} \pm \gamma) z}\, e^{j\omega t}$$

sau, reducînd termenii asemenea, rezultă :

$$U_0 (a_{11} \pm \gamma) = j\, \omega\, L_0 I_0$$

și analog

$$I_0 (-a_{11} \pm \gamma) = j\omega C_0 U_0 .$$

S-a obținut astfel un sistem omogen în U_0 și I_0 ; pentru ca acest sitem să să fie compatibil, astfel ca $U_0 \neq 0$ și $I_0 \neq 0$, este necesar și suficient ca determinantul coeficienților să fie nul

$$\begin{vmatrix} a_{11} \pm \gamma & -j\omega L_0 \\ j\omega C_0 & -(a_{11} \mp \gamma) \end{vmatrix} = \gamma^2 - a_{11}^2 + \omega^2 L_0 C_0 = 0 .$$

Din această ecuație rezultă imediat

$$\gamma^2 = a_{11}^2 - \omega^2 L_0 C_0 \qquad (16)$$

relație care se poate deduce și direct din relația (10).

Întrucît γ poate fi real, nul sau pur imaginar, linia considerată se comporta ca un filtru trece sus, cu frecvența de tăiere

$$\omega_0 = \frac{a_{11}}{\sqrt{L_0 C_0}}$$

întrucît, pentru $\omega < \omega_0$, γ este real,

$$\gamma^2 = a_{11}^2 \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega_0^2}$$

și în consecință apare o amortizare; pentru $\omega > \omega_0$, constanta de propagare γ este o imaginară pură.

Impedanța caracteristică

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}\, e^{-2a_{11}z}$$

variază exponențial în raport cu z, scăzînd cînd distanța crește.

Viteza de fază (viteza de propagare) este

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)}}$$

deoarece

$$j\beta = j a_{11} \sqrt{\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1}$$

2. 3. *Linie cu parametrii variabili.*

În acest caz parametrii $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22}$, ε_{12} și ε_{21} sînt funcții arbitrare de distanța z. Fie, de exemplu.

$$\varphi = \int_0^z \varepsilon_{11}\, dz$$

și să notăm

$$x_1 = U e^{\varphi} \quad \text{și} \quad x_2 = I e^{-\varphi}$$

Ecuațiile (4) pot fi scrise

$$\frac{dx_1}{dz} = e^{\varphi}\frac{dU}{dz} + U e^{\varphi}\frac{d\varphi}{dz} = e^{\varphi}\frac{dU}{dz} + \varepsilon_{11} U e^{\varphi} = \varepsilon_{11} U e^{\varphi} + \varepsilon_{12} I e^{-\varphi}$$

rezultă

$$\frac{dU}{dz} = \varepsilon_{12} I e^{-2\varphi} = A_{12}(z)\, I \tag{17}$$

în care am notat

$$A_{12}(z) = \varepsilon_{12} e^{-2\varphi}.$$

Analog se găseşte

$$\frac{dI}{dz} = A_{21}(z) U \tag{18}$$

în care

$$A_{21}(z) = \varepsilon_{21} e^{2\varphi}.$$

Se poate căuta matricea care reprezintă cuadripolul echivalent al unei linii de lungime finită z; problema se pune în felul următor: dacă $[B(z)]$ este matricea cuadripolului care dă mărimile de ieşire (funcţie de z) în funcţie de mărimile de intrare (corespunzătoare lui $z = 0$)

$$\left.\begin{aligned} U(z) &= B_{11}(z)\, U(0) + B_{12}(z)\, I(0) \\ I(z) &= B_{21}(z)\, U(0) + B_{22}(z)\, I(0) \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

adică

$$[B(z)] = \begin{bmatrix} B_{11}(z) & B_{12}(z) \\ B_{21}(z) & B_{22}(z) \end{bmatrix}, \tag{20}$$

atunci se obţine evident

$$[B(z + dz)] = [B(dz)]\,[B(z)]$$

aceasta urmînd raţionamentul făcut în cazul general (prg. 1). Ţinînd seama că matricea $[B(dz)]$ e de forma (1), rezultă:

$$\begin{bmatrix} B_{11} + dB_{11} & B_{12} + dB_{12} \\ B_{21} + dB_{21} & B_{22} + dB_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \varepsilon_{11} dz & \varepsilon_{12} dz \\ \varepsilon_{21} dz & 1 + \varepsilon_{22} dz \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} B_{11} + \varepsilon_{11} B_{11} dz + \varepsilon_{12} B_{21} dz & B_{12} + \varepsilon_{11} B_{12} dz + \varepsilon_{12} B_{22} dz \\ \varepsilon_{21} B_{11} dz + B_{21} + \varepsilon_{22} B_{21} dz & \varepsilon_{12} B_{12} dz + B_{22} + \varepsilon_{22} B_{22} dz \end{bmatrix}.$$

Identificînd elementele celor două matrice, se obţine:

$$B_{11} + dB_{11} = B_{11} + \varepsilon_{11} B_{11}\, dz + \varepsilon_{12} B_{21} dz$$

sau

$$\frac{dB_{11}}{dz} = \varepsilon_{11} B_{11} + \varepsilon_{12} B_{21} \tag{21}$$

şi analog pentru celelalte elemente

$$\frac{dB_{12}}{dz} = \varepsilon_{11} B_{12} + \varepsilon_{12} B_{22}, \tag{22}$$

$$\frac{dB_{21}}{dz} = \varepsilon_{21}B_{11} + \varepsilon_{22}B_{21}, \tag{23}$$

$$\frac{dB_{22}}{dz} = \varepsilon_{21}B_{12} + \varepsilon_{22}B_{22}. \tag{24}$$

Toate aceste relații sînt analoage sistemului (4), obținînd astfel două grupe corespunzătoare: (21) și (22) corespunzînd primei ecuații din (4) și (23) și (24), corespunzînd celei de a doua ecuații din (4). Dacă reușim să rezolvăm aceste sisteme de ecuații — determinînd elementele matricei (20) — se poate calcula cuadripolul echivalent al liniei.

Este ușor de văzut că există relația

$$B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21} = \text{const.}$$

cea ce se poate verifica prin derivarea ei și înlocuirea diverșilor $\frac{dB_{ij}}{dz}$ în valorile corespunzătoare din ecuațiile (21)—(24).

În consecință, ajustînd constantele de integrare, se poate ajunge la relația necesară

$$B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21} = 1$$

2.4. *Linie finită cu parametrii constanți dar nedeterminați.*

Este generalizarea cazului 2.1.

În acest caz toate elementele matricei $[\varepsilon_{ij}]$ sînt constante. După cum se știe, în acest caz undele respective se propagă de-alungul liniei cu constanta de propagare γ dată de ecuația (10); aceste unde au impedanțele de undă (sau impedanțele caracteristice) definite de relațiile (11).

Pentru a găsi parametrii ecuațiilor (19) vom face o combinație liniară a exponențialelor $e^{\pm\gamma z}$, care să satisfacă condițiilor inițiale și relațiilor (12). Se știe (vezi [1]) că se poate scrie

$$\left.\begin{aligned} U_n &= M_1 e^{-\gamma z} + M_2 e^{\gamma z} \\ I_n &= \frac{M_1}{z_1} e^{-z\gamma} - \frac{M_2}{z_2} e^{z\gamma} \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Pentru $z = 0$, la sursă, avem U_0 și I_0 și relațiile (25) se pot scrie

$$U_0 = M_1 + M_2$$

$$I_0 = \frac{M_1}{z_1} - \frac{M_2}{z_2}$$

de unde rezultă

$$M_1 = \frac{z_1}{z_1 + z_2}(U_0 + z_2 I_0)$$

și

$$M_2 = \frac{z_2}{z_1 + z_2}(U_0 - z_1 I_0);$$

introducînd aceste valori în relațiile (25) și ordonînd în raport cu U_0 și I_0, se găsesc valorile căutate pentru elementele matricei $[B_{ij}]$

$$B_{11} = \frac{1}{z_1 + z_2}(z_2 e^{\gamma z} + z_1 e^{-\gamma z}) = \operatorname{ch}\gamma z - \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}\operatorname{sh}\gamma z,$$

$$B_{12} = -\frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2}(e^{\gamma z} - e^{-\gamma z}) = -\frac{2 z_1 z_2}{z_1 + z_2}\operatorname{sh}\gamma z,$$

$$B_{21} = -\frac{1}{z_1 + z_2}(e^{\gamma z} - e^{-\gamma z}) = -\frac{2}{z_1 + z_2}\operatorname{sh}\gamma z,$$

$$B_{22} = \frac{1}{z_1 + z_2}(z_1 e^{\gamma z} + z_2 e^{-\gamma z}) = \operatorname{ch}\gamma z + \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}\operatorname{sh}\gamma z.$$

Cunoscînd valorile elementelor matricei $[B_{ij}]$, utilizînd relațiile (21) — (24), se calculează elementele matricei $[\varepsilon_{ij}]$, găsindu-se

$$\varepsilon_{11} = \frac{z_2 - z_1}{z_1 + z_2}\gamma, \qquad \varepsilon_{12} = \frac{-2}{z_1 + z_2}\gamma,$$

$$\varepsilon_{21} = -\frac{2 z_1 z_2}{z_1 + z_2}\gamma, \qquad \varepsilon_{22} = \frac{z_2 - z_2}{z_1 + z_2}\gamma = -\varepsilon_{11}.$$

În cazul liniilor uzuale $z_1 = z_2$ și $\varepsilon_{11} = 0$, linia formează un cuadripol reversibil și se găsește matrice cunoscută *.

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{ch}\gamma z & -Z_c \operatorname{sh}\gamma z \\ -\frac{1}{Z_c}\operatorname{sh}\gamma z & \operatorname{ch}\gamma z \end{bmatrix}$$

Catedra de electrotehnică III
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Ion S. Antoniu* Chestiuni speciale de electrotehnică. Editura Academiei R.P.R., București, 1956.
2. *Léon Brillouin et Maurice Parodi.* Propagation des ondes dans les milieux périodiques. Masson Cie, Dunod, Paris — 1956.

* Vezi [1] pag. 544.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972. Numărul 1

MECANICĂ

C.Z.: 62919

DIRIJAREA PROPORȚIONALĂ A NAVELOR COSMICE CU AJUTORUL MOTOARELOR REACTIVE AUXILIARE*

C. GUȚĂ

Comanda și controlul mișcării navelor cosmice sau sateliților artificiali pe anumite traiectorii, corectarea sau schimbarea substanțială a parametrilor acestora [1, 2] se face adeseori folosind sistemele de dirijare a celor două puncte (stația de dirijare, care poate fi la sol sau în zbor și nava cosmică).

Sistemul de dirijare a celor două puncte constă din mai multe metode și anume: metoda directă, metoda de dirijare după curba de ajungere, metoda apropierii paralele și metoda dirijării proporționale.

În lucrarea de față se tratează problemele specifice ale ultimei dintre metodele enunțate.

De obicei, plasarea sateliților artificiali pe orbite circumterestre necesită rachete cu mai multe trepte,care să imprime în final viteza corespunzătoare înscrierii pe traiectorii de parametri dați. Sistemele de propulsie ale diferitelor trepte sînt în prezent în exclusivitate cu combustibil lichid sau solid. Oricare dintre acestea pot da anumite asimetrii pentru forța de tracțiune, ceea ce face ca nava cosmică să nu fie stabilă pe traiectorie.

Din acest motiv se imprimă uneori ultimei trepte, conținînd aparatura de cercetare, de recepție și control al zborului o mișcare de rotație (Ω_1) în jurul axei longitudinale

Motoraşele de comandă crează în plus forțe (respectiv momente) de dirijare după cele trei axe de coordonate.

Aceste forțe de dirijare acționează asupra unghiurilor de girație (θ), de tangaj (ψ) și de rotație proprie (φ), care astfel definite sînt binecunoscutele unghiuri ale lui Euler [3].

Dacă se consideră automatul de comandă în direcție, atunci legile de dirijare se pot prezenta sub următoarele forme:

$$m = a\varphi \tag{1}$$

$$m = a\varphi + b\dot{\varphi} \tag{2}$$

$$m = a\varphi + b\dot{\varphi} + c\ddot{\varphi} \tag{3}$$

$$m = a\varphi + b\dot{\varphi} + c\ddot{\varphi} + k\int_0^t \varphi\, dt \tag{4}$$

* Manuscris predat la redacție la data de 10 august 1970.

Legile de dirijare (1—4) conțin derivate și integrale ale parametrului de dirijare $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$, $\ddot{\varphi} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$, care sînt toate în fond relații de proporționalitate între φ și mărimea de ieșire m. În general se folosesc legi care

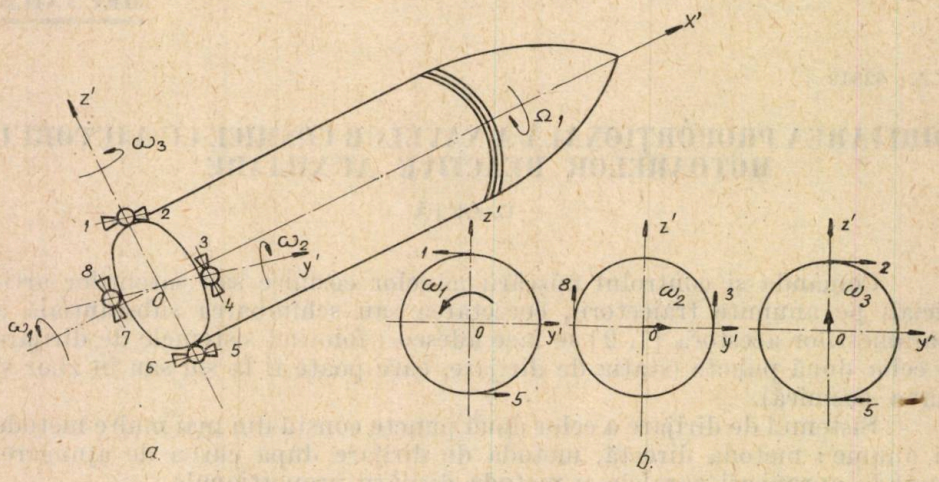


Fig. 1. Crearea componentelor vitezei unghiulare după cele trei axe

conțin derivate -și integrale ale parametrului de dirijare, întrucît aceste automate au o funcționare mai stabilă, o variație a parametrilor în limite mai stricte.

Vom nota proiecțiile vitezei unghiulare a navei cosmice prin ω_1 (ox), ω_2 (oy) și ω_3 (oz). Acestea vor fi legate de unghiurile lui Euler prin relațiile

$$\omega_1 = \dot{\psi} \sin\theta \sin\varphi + \dot{\theta} \cos\varphi \tag{5}$$

$$\omega_2 = \dot{\psi} \sin\theta \cos\varphi - \dot{\theta} \sin\varphi$$

$$\omega_3 = \dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos\theta$$

unde :

$$\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt}, \quad \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$$

De asemenea, pornind de la teorema momentului cinetic :

$$\frac{d\overline{K}}{dt} + \overline{\omega} \times \overline{K} = \overline{M} \tag{6}$$

pentru cazul cînd axele de coordonate coincid cu axele principale de inerție ale navei cosmice, se deduc următoarele ecuații :

$$I_1 \frac{d\omega_1}{dt} + (I_3 - I_2)\,\omega_2\omega_3 = M_1 \tag{7}$$

$$I_2 \frac{d\omega_2}{dt} + (I_1 - I_3)\,\omega_1\omega_3 = M_2$$

$$I_3 \frac{d\omega_3}{dt} + (I_2 - I_1)\,\omega_1\,\omega_2) = M_3 \tag{7}$$

În ecuațiile (7) s-au păstrat indicii 1, 2, 3 pentru componentele mărimii fizice considerate după axele ox, oy, oz, M_i ($i = 1, 2, 3$) fiind componentele momentelor perturbatoare iar I_i ($i = 1, 2, 3$) momentele de inerție după cele trei axe.

Cele 6 ecuații (5) și (7) determină șase funcții :

$$\omega_1(t),\quad \omega_2(t),\quad \omega_3(t),\quad \varphi(t),\quad \psi(t),\quad \theta(t),$$

care în general sînt suficiente pentru a cunoaște în orice moment mișcările unghiulare ale corpului considerat.

Navele cosmice dirijate prin metoda proporțională au posibilitatea rotirii compartimentului aparaturii în jurul axei longitudinale cu viteza unghiulară constantă $\Omega_1 = \Omega_0$, deobicei invers rotirii întregului corp al rachetei prin intermediul motoraşelor de comandă. În acest fel componența vitezei unghiulare după axa : ox, va fi $\omega_1 - \Omega_0$

Celelalte componente ale vitezei unghiulare a vîrfului mobil vor fi : $\Omega_2 = \Omega_3 = 0$

Ecuațiile (7) se scriu în lumina celor de mai sus ;

$$I_1\dot{\omega}_1 + (I_3 - I_2)\,\omega_2\omega_3) = M_1 + M_{12} \tag{9}$$

$$I\dot{\omega}_2\,(I_1 - I_3)\,\omega_1\omega_3 - I_1\Omega_0\omega_3 = M_2 + M_{22} \tag{10}$$

$$I_3\dot{\omega}_3 + (I_2 - I_1)\,(\omega_1\,\omega_2 + I_1\,\Omega_0\omega_2 = M_3 + M_{32} \tag{11}$$

În sistemul (9—11), momentele M_{12}, M_{22}, M_{32} sînt create de motoraşele de comandă după axele respective ($M_{12} = M_{xy}$, $M_{22} = M_{yy}$, $M_{32} = M_{zy}$).

Momentele suplimentare care apar după axele de tangaj (10) și girație (11) sînt momente giroscopice, de interacțiune provenite din mișcarea de precesie care se dă compartimentului aparaturii rachetei, navei cosmice sau satelitului.

Vitezele unghiulare ω_1, ω_2, ω_3 sînt de obicei de mică amplitudine, ele nedepășind $3—4°$/sec, ceea ce permite ca într-o primă aproximație să admitem :

$$\omega_1 = \dot{\varphi}\,;\quad \omega_2 = \dot{\psi}\,;\quad \omega_3 = \dot{\theta} \tag{12}$$

În aceste condiții ecuațiile (9)—(11), după împărțirea cu I_1, I_2, I_3, devin :

$$\ddot{\varphi} = m_1 + m_{12} \tag{13}$$

$$\ddot{\psi} = a_{20}\dot{\theta} = m_2 + m_{22} \tag{14}$$

$$\ddot{\theta} + a_{30}\dot{\psi} = m_3 + m_{32} \tag{15}$$

unde :

$$m_1 = \frac{M_1}{I_1};\quad m_{12} = \frac{M_{12}}{I_1};\quad a_{22} = \frac{I_1\Omega_0}{I_2};\quad m_2 = \frac{M_2}{I_2} \tag{16}$$

$$m_{22} = \frac{M_{22}}{I_2};\quad a_{30} = \frac{I_2\Omega_0}{I_3};\quad m_3 = \frac{M_3}{I_3};\quad m_{32} = \frac{M_{32}}{I_3}.$$

După cum se vede din ecuația (13) mișcarea de ruliu poate fi studiată separat de cea de tangaj (14) și de girație (15) care sînt legate între ele. Acest lucru se reflectă și în compunerea canalelor de dirijare după cele două direcții.

În general corectarea poziției unghiulare a navei cosmice cu ajutorul motoarelor reactive se face în afara limitelor atmosferei, cînd momentele aerodinamice sînt foarte mici, neglijabile (4).

În aceste condiții legile de dirijare pentru fiecare canal de dirijare (exclusiv canalul de comandă al motoarelor de propulsie principale) vor fi :

$$m_{12} = -(a_{01}\varphi + a_{11}\dot{\varphi}) \tag{17}$$

$$m_{22} = -(a_{02}\,\psi + a_{12}\,\dot{\psi}) \tag{18}$$

$$m_{32} = -(a_{03}\,\theta + a_{13}\,\dot{\theta}) \tag{19}$$

unde : $a_{01} \cdots a_{13}$ sînt constante de transfer ale sistemului de dirijare. Aceste legi de dirijare sînt de tipul celei reprezentate de relația (2).

Pe de altă parte momentele create de motoarele de comandă sînt proporționale cu unghiurile corespunzătoare de rotație ale ajutajelor acestora (α_i) în raport cu axele de coordonate.

$$\begin{aligned} m_{12} &= K_1\,\alpha_1 \\ m_{22} &= K_2\,\alpha_2 \\ m_{32} &= K_3\,\alpha_3 \end{aligned} \tag{20}$$

Înlocuind relațiile care dau legile de dirijare (17)—(19) în ecuațiile de mișcare (13)—(15) se obține :

$$\ddot{\varphi} + a_{11}\dot{\varphi} + a_{01}\,\varphi = m_1 \tag{21}$$

$$\ddot{\psi} + a_{12}\dot{\psi} + a_{02} - a_{20}\dot{\theta} = m_2 \tag{22}$$

$$\ddot{\theta} + a_{13}\dot{\theta} + a_{03}\,\theta + a_{30}\dot{\psi} = m_3 \tag{23}$$

Dacă se notează derivata în raport cu timpul prin simbolul $p = \frac{d}{dt}$, atunci $\frac{1}{p}$ va fi simbolul operației de integrare.

În aceste condiții ecuațiile (21)—(23) pot fi scrise sub formă simbolică :

$$p^2\varphi + (a_{01} + a_{11}p)\,\varphi = m_1 \tag{24}$$

$$p^2\psi + (a_{02} + a_{12}p)\psi - a_{20}p\theta = m_2 \tag{25}$$

$$p^2\theta + (a_{03} + a_{13}p)\,\theta + a_{30}p\,\psi = m \tag{26}$$

Ecuația (24) se rezolvă la bordul navei cosmice de un dispozitiv de calcul analogic avînd schema din fig. 2.

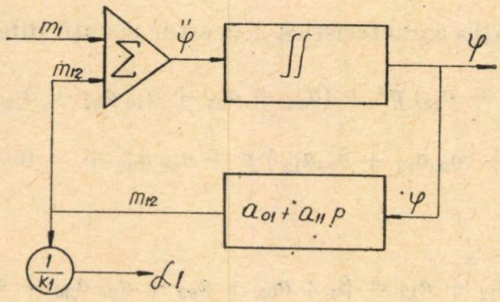


Fig. 2

Ecuațiile (25) și (26) nu sînt independente și de aceea în schema de calcul între blocurile operaționale vor exista legături (fig. 3).

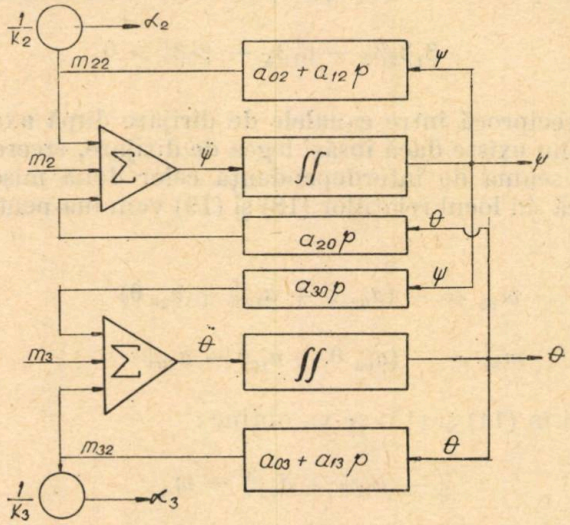


Fig. 3

După cum se știe din teoria ecuațiilor diferențiale, un sistem omogen de două ecuații diferențiale de ordinul doi se poate reduce la o ecuație diferențială omogenă de ordinul patru.

Astfel, utilizînd simbolul operațional $p = \frac{d}{dt}$, ecuația omogenă ($m_3 = 0$) în (26) va fi;

$$(p^2 + a_{13}\, p + a_{03})\, \theta = - a_{30}\, p\, \psi \tag{27}$$

Se înlocuie θ din (24) în ecuația omogenă din (25), adică și $m_2 = 0$, care devine:

$$(p_2 + a_{12}\, p + a_{02})\psi + \frac{a_{20}\, a_{30}\, p^2\, \psi}{p^2 + a_{13}\, p + a_{03}} = 0 \tag{28}$$

În final ecuația caracteristică a acestor ecuații diferențiale este:

$$p^4 + (a_{12} + a_{13})\, p^3 + (a_{02} + a_{03} + a_{20}\, a_{30} + a_{12}\, a_{13})\, p^2 +$$

$$+ (a_{02}a_{13} + a_{03}a_{12})\, p + a_{02}\, a_{03} + = 0 \tag{29}$$

Notînd:

$$\beta_0 = 1;\ a_{12} + a_{13} = \beta_1\ ;\ a_{02} + a_{03} + a_{20}\, a_{30} + a_{12}a_{13} = \beta_2$$

$$a_{02}a_{13} + a_{03}a_{12} = \beta_3;\ a_{20}a_{03} = \beta_4. \tag{30}$$

Condiția de stabilitate dinamică a mișcării, pentru ecuția caracteristică de ordinul patru este dată, după Hurvitz, de inegalitatea:

$$\beta_1\beta_2\beta_3 - \beta_1^2\beta_4 - \beta_0\beta_3^2 > 0$$

Legătura reciprocă între canalele de dirijare după axa de tangaj și girație poate să nu existe dacă însăși legea de dirijare, creerea momentelor respective, ține seama de interdependența celor două mișcări.

Astfel, dacă în locul relațiilor (18) și (19) vom lua pentru momentele de dirijare:

$$m_{22} = - (a_{02}\, \psi + a_{12}\dot{\psi} + a_{20}\, \dot{\theta}) \tag{32}$$

$$m_{32} = - (a_{03}\, \theta + a_{13}\dot{\theta} - a_{30}\dot{\psi}) \tag{33}$$

și le vom înlocui în (14) și (15) se va obține:

$$\ddot{\psi} + a_{12}\dot{\psi} + a_{02}\psi = m_2 \tag{34}$$

$$\ddot{\theta} + a_{13}\dot{\theta} + a_{03}\theta = m_3 \tag{35}$$

Ultimele două ecuații diferențiale sînt identice cu ecuația (21) și le vor corespunde scheme de calcul analogic cu cea din fig. 2. Se observă că numai în acest fel, aparent, mișcarea după cele două direcți poate fi separată, interacțiunea rămînînd la nivelul momentelor de dirijare.

Oricare ar fi legile de dirijare, la ieșirea din blocurile de calcul se obțin mărimile m_{12}, m_{22}, m_{32}, care mai departe pot fi introduse în dispozitive de împărțire (fig. 2 și 3), de unde rezultă, conform relațiilor (20), α, α_2 și α_3

Unghiurile α_1, α_2, α_3 calculate se compară cu cele date de aparatele giroscopice care determină poziția navei cosmice în raport cu axa respectivă. Dacă există diferențe între valoarea programată și cea calculată giroscopul va acționa asupra dispozitivelor de comandă care vor acționa în așa fel încît să reducă diferența (eroarea) la zero.

Ecuațiile (21), 34) și (35) pot fi rezolvate cu ușurință pe cale analitică. În caz general soluția fiecăreia se poate prezenta sub trei forme în funcție de natura rădăcinilor.

Pentru a obține o amortizare rapidă a oscilațiilor sistemului va trebui să se considere cazul cînd ecuația caracteristică a ecuației omogene corespunzătoare, are rădăcini imaginare.

Pentru a obține o amortizare rapidă a oscilațiilor sistemului va trebui să se considere cazul cînd ecuația caracteristică a ecuației omogene corespunzătoare, are rădăcini imaginare.

Aceasta înseamnă ca $a_{01} \cdots a_{13}$ în relațiile (17) la (19), constantele de transfer să fie pozitive și respectiv :

$$a_{11}^2 < 4\, a_{01}\,;\quad a_{12}^2 < 4\, a_{02}\,;\quad a_{13}^2 < 4\, a_{03}$$

Soluția ecuației omogene va rezulta de forma :

$$\varphi = \varphi_0\, e^{\frac{a_{11}t}{2}} \left(\frac{a_{11}}{2m_1} \sin m_1 t + \cos m_1 t \right) \tag{36}$$

unde :

$$m_1 = \left(a_{01} - \frac{a_{11}^2}{4} \right)^{1/2} = \frac{1}{2} (4\, a_{01} - a_{11}^2)^{1/2} \tag{37}$$

Analog pot fi scrise soluțiile și pentru ecuațiile (34) și (35). Soluția generală a celor trei ecuații se găseste prin aplicarea cunoscutei metode a lui Lagrange, de variație a constantelor.

Catedra de aeronave și instalații de bord
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Frye W. E., Sterns E. V. B.*, Stabilization and Attitude Control of Satellite Vehicles, ARS Journal, Nr. 12, 1959.
2. *De Bra O. B.*, The Effect of Aerodinamic Forces on Satellite Attitude, Journal of Astronautical Sciences, vol. 6 Nr. 3, 1959.
3. *Ponomarev V. M.*, Teoria upravlenia dvijeniem kosmiceskih apparatov Moscova, 1965.
4. *Etkin B.*, Dinamica poleta (traducere din l. engleză), Masinostroenie Moscova 1964.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 1

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

CZ.: 621 4

CONTRIBUȚII LA STUDIUL ECHILIBRAJULUI MOTOARELOR CU PISTON ROTATIV

GHEORGHE ZĂTREANU

1. Particularitățile echilibrajului motoarelor cu piston rotativ. Obiectivul lucrării

Echilibrajul motoarelor cu piston rotativ prezintă anumite particularități care-l diferențiază față de echilibrajul motoarelor clasice cu ardere internă, datorită deosebirilor dintre caracteristicile constructiv-funcționale ale celor două tipuri de motoare. Aceste particularități sînt evidențiate în continuare, pe baza analizei forțelor care apar în funcționare în motoarele cu piston rotativ, adică a forțelor produse de presiunile gazelor din celez camere de lucru și a forțelor de inerție ale organelor mobile. Pentru simplificarea expunerii, pistonul rotativ este numit rotor, iar spațiul în care evoluează rotorul, corespunzător cilindrului de la motoarele clasice, este numit compartiment.

Forțele $F_{g_1}, F_{g_2}, \cdots F_{g_z}$ produse de presiunile $p_1, p_2, \cdots p_z$ (fig. 1) sînt dirijate după bisectoarele unghiurilor dintre două vîrfuri consecutive ale rotorului, datorită simetriei acestuia. Ele admit deci o rezultantă F_g aplicată în centrul O_1 al rotorului, care variază periodic în mărime, direcție și sens, ca și componentele sale. Forța F_g poate fi proiectată pe axele unui sistem cartezian $\sigma O_1 \tau$, la care axa $O_1\sigma$ este dispusă în prelungirea excentricității OO_1; se determină astfel componentele F_{g_σ} și F_{g_τ}.

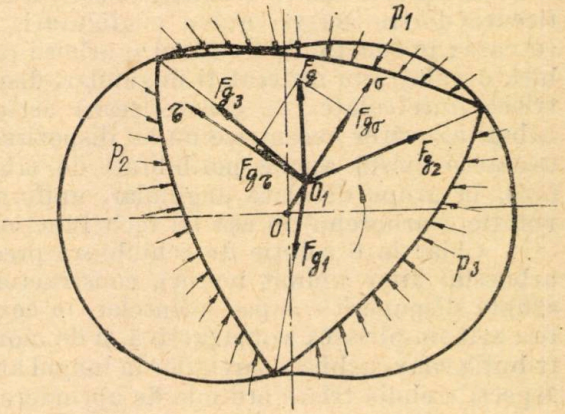


Fig. 1

Dacă se neglijează variația vitezei unghiulare a

arborelui, excentricul şi rotorul vor fi animate numai de forţe de inerţie normale, de mărime constantă ; aceste forţe dau o rezultantă F_i, care are de asemenea mărime constantă şi este situată pe direcţia OO_1. Alte forţe de inerţie acţionează fiecare plăcuţă de etanşare : o forţă normală dirijată după axa plăcuţei şi o forţă tangenţială perpendiculară pe această axă.

Forţa F_{g_τ} este aplicată arborelui, producînd momentul motor. Forţele F_{g_σ} şi F_i, aflate în fază, dar rezultanta F care se transmite lagărelor arborelui, deoarece între vîrfurile rotorului şi conturul compartimentului nu există interacţiune. Trepidaţiile corespunzătoare urmează regimul periodic variabil ce caracterizează variaţia forţei F_{g_σ} şi, în consecinţă, variaţia rezultantei F. Dezechilibrele suplimentare care afectează plăcuţele de etanşare pot fi neglijate, întrucît forţele de inerţie ale plăcuţelor sînt mici.

La motoarele cu mai multe rotoare, forţele F aferente rotoarelor sînt aplicate în puncte diferite din lungul arborelui, astfel încît ele dau naştere la momente preluate de părţile fixe. Evident, aceste momente sînt şi ele periodic variabile în mărime, direcţie şi sens.

Datorită variabilităţii forţelor F şi a momentelor corespunzătoare, motoarele cu piston rotativ pot fi echilibrate numai parţial. În acest scop fiecare forţă F este înlocuită cu forţa medie F_m, ajungîndu-se la un sistem de forţe constante, de aceeaşi mărime F_m, aflate în fază cu excentricele arborelui. Drept urmare, dezechilibrele antrenate de forţele F_m pot fi anulate prin procedeele cunoscute de la echilibrajul motoarelor clasice cu ardere internă : orientarea convenabilă a excentricelor în lungul şi în jurul axei de rotaţie a arborelui, plasarea unor mase de echilibrare pe arbore (de regulă la extremităţile acestuia) etc. Dezechilibrul motorului este astfel redus, constituind numai efectul abaterilor instantanee ale forţei F faţă de F_m.

În modul arătat se precizează pentru orice motor, cu un număr oarecare i de rotoare, o primă categorie de soluţii de echilibrare care comportă arbori similari cu arborii cotiţi de la motoarele clasice cu i cilindri în linie. La alte soluţii arborii sînt constituiţi din mai mulţi arbori parţiali, fiecare dintre aceştia avînd configuraţia arborelui unui motor cu $i' < i$ rotoare ; în funcţie de numărul i, arborii parţiali pot fi identici sau deosebiţi, decalaţi sau nedecalaţi unghiular, dispuşi în prelungire sau cu excentricele intercalate. Se concretizează astfel numeroase soluţii, unele cu arbori ale căror excentrice nu au dispoziţia manivelelor unui arbore cotit, deoarece există ample posibilităţi de orientare a compartimentelor (în fază, în grupe decalate unghiular, uniform repartizate în jurul axei de rotaţie a arborelui) în aşa fel încît funcţionarea să fie asigurată.

Chiar la o soluţie de echilibrare precizată (pentru o formă dată a arborelui unui anumit motor), constructorul are libertatea de a acţiona asupra dispunerii compartimentelor, în conformitate cu cerinţa de a realiza atît simplitatea constructivă şi de montaj a motorului, cît şi distribuţia convenabilă a sarcinilor în lungul arborelui. În legătură cu ultimul aspect, trebuie triate ordinile de aprindere care, prin orientarea adecvată a compartimentelor, pot fi preconizate pentru motorul respectiv ; în cazul unui motor cu i rotoare şi aprinderi uniform repartizate, după o primă

aprindere poate urma oricare din celelalte $i - 1$ aprinderi, fiecare dintre acestea precedînd orice aprindere din cele care nu s-au declanșat încă, ceea ce înseamnă că sînt posibile $(i - 1)!$ ordini de aprindere.

Evident, dintre toate soluțiile aplicabile unui motor trebuie reținută soluția care, printr-o construcție rațională a arborelui, asigură un echilibraj cît mai bun. Totodată, această soluție trebuie corelată cu o formulă constructiv-funcțională cît mai avantajoasă. Dacă soluției optime nu i se poate asocia și dispunerea cea mai simplă a compartimentelor și ordinea de aprindere care conduce la repartizarea cea mai convenabilă a sarcinilor în lungul arborelui, se optează pentru unul dintre aceste criterii, sau se recurge la o soluție mai slabă din punctul de vedere al echilibrajului, dar favorabilă ambelor criterii.

După cunoștințele autorului prezentei lucrări, problema expusă nu este tratată sistematic în literatura de specialitate, unde se indică numai unele soluții de echilibraj posibile la un motor sau la altul. De aceea autorul își propune să o analizeze în cele ce urmează, în cazul unor construcții date de motoare cu piston rotativ. În această analiză se consideră că aprinderile sînt uniform repartizate și că distanțele dintre rotoarele consecutive sînt egale.

2. Echilibrajul unor motoare cu piston rotativ

2.1. *Motorul cu un rotor*

La motorul cu un rotor forța F_m se echilibrează cu ajutorul maselor m_e plasate la capetele arborelui, în opoziție cu excentricul (fig. 2). Notînd cu u distanța dintre axa de rotație a arborelui și centrul masei m_e, rezultă condiția de echilibrare

$$m_e = \frac{F_m}{2u\omega^2},$$

unde ω este viteza unghiulară a arborelui.

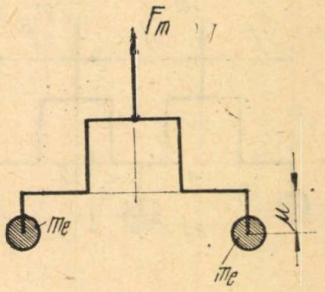


Fig. 2

2.2 *Motorul cu două rotoare*

Pentru motorul cu două rotoare se pot considera în primul rînd două soluții de echilibrare.

Prima soluție (fig. 3 a) comportă montarea celor două excentrice în opoziție, arborele avînd configurația unui arbore cotit pentru un motor clasic cu doi cilindri în doi timpi. Această soluție are avantajul simplității constructive a motorului, întrucît cele două compartimente au aceeași orientare[1]; de asemenea, ea antrenează echilibrarea reciprocă a forțelor F_m. În schimb, forțele F_m produc momentul

$$M_{F_m} = F_m d,$$

[1] În figura 3 și în altele care urmează, locul bujiilor este indicat X.

unde d este distanța dintre planele mediane ale excentricelor, care trebuie echilibrat folosind masele m_e. Dacă f este distanța de la planul median al unui excentric pînă la extremitatea limitrofă a arborelui, condiția de echilibrare este

$$m_e = \frac{F_m d}{u\omega^2 (d + 2f)}.$$

La a doua soluție (fig. 3 b) excentricele sînt în fază, similar cu manivelele unui arbore cotit pentru motorul cu doi cilindri în patru timpi.

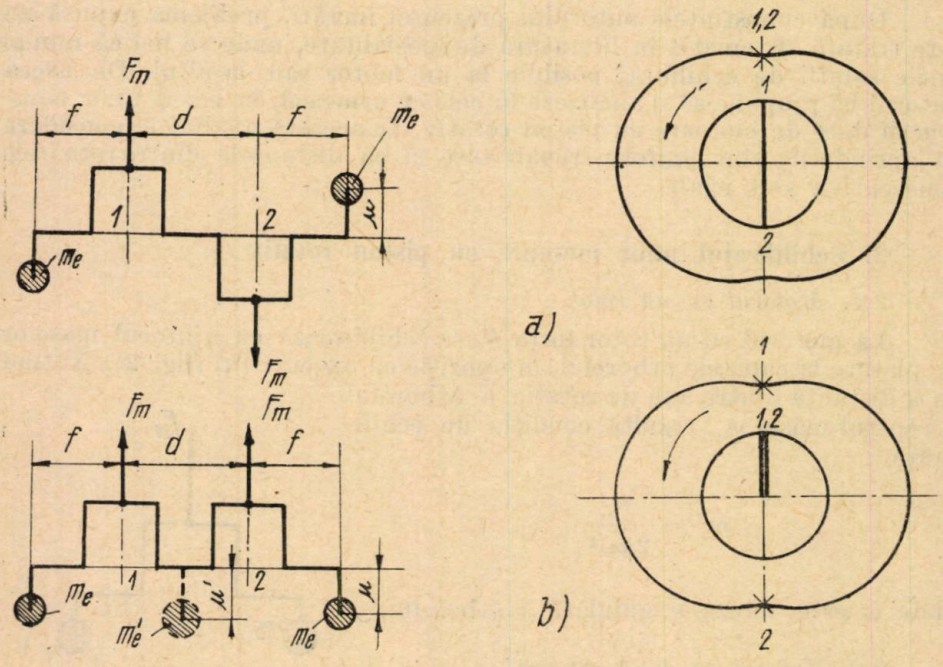


Fig. 3

În acest caz compartimentele trebuie decalate cu 180°, ceea ce complică construcția și montajul motorului. Deoarece momentul M_{Fm} este nul, se pot utiliza maxele m_e precizate de condiția precedentă pentru echilibrarea forțelor F_m, sau o singură masă centrală de mărime

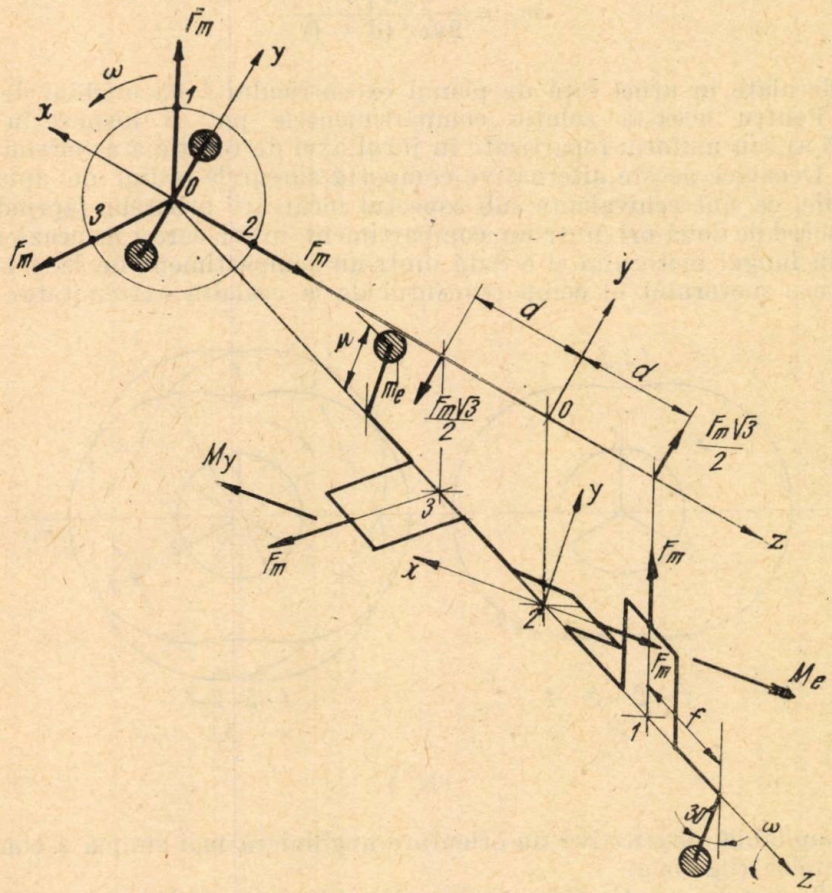
$$m'_e = \frac{2F_m}{u'\omega^2}.$$

Pentru cele două soluții prezentate, se poate considera că arborele este format din doi arbori parțiali identici cu arborii motoarelor cu un rotor, dispuși în opoziție și respectiv în fază. Punînd astfel problema, se deschide perspectiva stabilirii altor soluții prin decalarea celor doi arbori

parţiali cu un unghi $0° < \chi < 180°$, măsurat faţă de arborele parţial 1 în sensul de rotaţie şi rabaterea compartimentelor (corespunzător repartiţiei uniforme a aprinderilor) cu acelaşi unghi, măsurat în sensul invers sensului de rotaţie al arborelui total. Deoarece unghiul χ poate lua orice valoare din domeniul precizat, se obţine o infinitate de soluţii. Ele nu prezintă interes, întrucît nu asigură nici echilibrajul forţelor F_m nici echilibrajul momentului M_{Fm} fără mase ataşate arborelui.

2.3. *Motorul cu trei rotoare*

1. La o primă soluţie de echilibrare a motorului cu trei rotoare



Eig. 4

(fig. 4), excentricele sînt uniform repartizate în jurul axei de rotaţie Oz a arborelui, forţele F_m echilibrîndu-se reciproc.

Alegînd sistemul de coordonate xOy în planul median al excentricului 2, cu axa Ox opusă acestuia, momentul M_x produs de forţele F_m în

planul xOz este nul. În planul yOz se obține

$$M_y = F_m d \sqrt{3}.$$

Deoarece M_y are sensul axei Ox, momentul de echilibrare

$$M_e = 2m_e u\omega^2 (d + f)$$

trebuie să fie opus lui Ox. În consecință, masele de echilibrare

$$m_e = \frac{F_m d \sqrt{3}}{2u\omega^2 (d + f)}$$

sînt decalate în urmă față de planul excentricului 1 cu unghiul de 30°.

Pentru această soluție compartimentele pot fi dispuse în fază (fig. 5 a) sau uniform repartizate în jurul axei de rotație a arborelui (fig. 5 b). Deoarece aceste alternative comportă singurele ordini de apindere posibile, ce sînt echivalente sub aspectul încărcării arborelui (aprinderile se succed de două ori dintr-un compartiment în cel care-i urmează acestuia în lungul motorului și o dată dintr-un compartiment de la o extremitate a motorului în compartimentul de la cealaltă extremitate), este

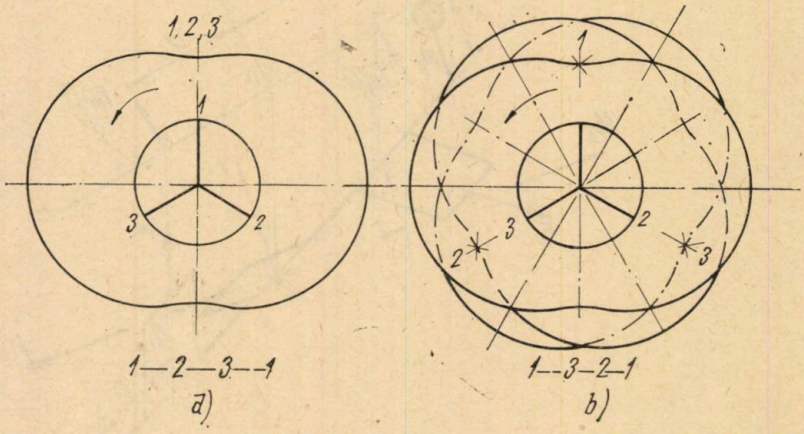


Fig. 5

recomandabilă alternativa de orientare unghiulară mai simplă a compartimentelor (fig. 5 a).

2. O nouă soluție corespunde cuplării în fază a celor trei excentrice. Ea realizează echilibrarea organică a momentului M_{Fm}, dar necesită masele

$$m_e = \frac{3F_m}{2u\omega^2}$$

pentru echilibrarea forțelor F_m. Pentru plasarea compartimentelor nu

este posibilă decît alternativa dezavantajoasă de repartiție uniformă în jurul axei de rotație a arborelui.

3. Alte soluții se obțin utilizînd un arbore parțial construit conform figurii 3 b (ca arborele unui motor cu două rotoare) și un arbore parțial executat ca arborele unui motor cu un rotor, decalat unghiular față de precedentul. Acționînd asupra decalajului dintre arborii parțiali, se modifică valoarea rezultantei forțelor F_m; ea este minimă cînd cei doi arbori

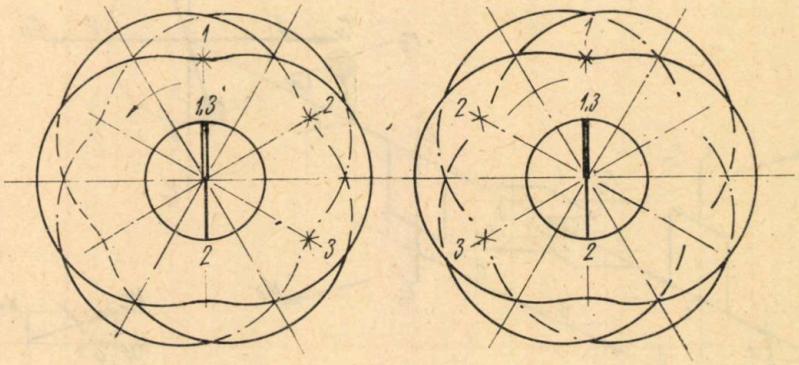


Fig. 6

parțiali sînt opuși. Prin asocierea acestei dispuneri cu intercalarea celui de al doilea arbore parțial între excentricele primului arbore parțial, rezultă soluția din figura 6, la care $M_{Fm} = 0$, masele

$$m_e = \frac{F_m}{2u\omega^2}$$

echilibrează forțele F_m, iar compartimentele pot fi rabătute conform alternativelor a și b.

Se constată că ultima soluție este superioară celei de la paragraful 2 atît în privința maselor de echilibrare, cît și sub aspectul plasării compartimentelor. Avantajul maselor de echilibrare mai mici este păstrat și față de soluția din figura 4 (la care configurația arborelui este oricum mai complicată) cînd $f < 0{,}732\ d$.

2.4. *Motorul cu patru rotoare*

1. O primă soluție de echilibrare a motorului cu patru rotoare (fig. 7) se obține plasînd în opoziție excentricele egal distanțate de mijlocul arborelui, grupele de excentrice astfel formate fiind în cvadratură (arbore similar cu arborele cotit al unui motor clasic cu patru cilindri în doi timpi). În consecință, forțele F_m se echilibrează două cîte două, dar produc momentele

$$M_{1,4} = 3F_m d$$

și

$$M_{2,3} = F_m d,$$

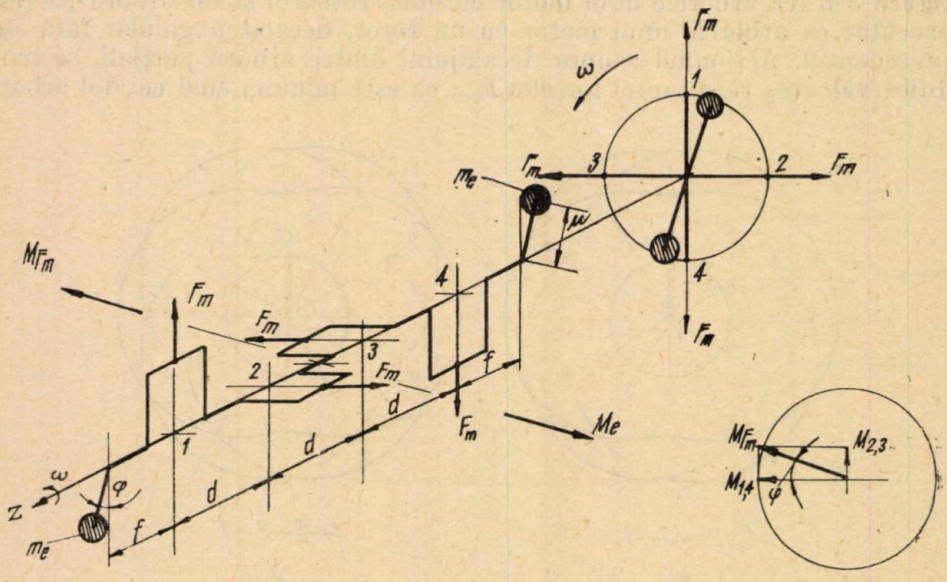


Fig. 7

momentul rezultant fiind

$$M_{F_m} = \sqrt{M_{1,4}^2 + M_{2,3}^2} = F_m d \sqrt{10}.$$

Direcția momentului M_{F_m} este dată de unghiul

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{M_{2,3}}{M_{1,4}} = 18°26';$$

el precizează și orientarea necesară a maselor de echilibrare

$$m_e = \frac{F_m d \sqrt{10}}{u\omega^2 (3d + 2f)}.$$

Din cele $(4-1)! = 6$ ordini de aprindere posibile, două cîte două sînt echivalente sub aspectul distribuției sarcinilor în lungul arborelui. Ordinile cele mai favorabile sub acest aspect corespund unor alternative asemănătoare de cuplare a compartimentelor, prezentate în figura 8, a și b ; ele conduc la complicații de construcție și montaj în raport cu alternativa din figura 8 c, în care ordinea de aprindere este mai puțin avantajoasă (ordinea echivalentă cu cea precedentă se obține în altă alternativă complicată).

2. Alte două soluții utilizează tot grupe în cvadratură formate din cîte două excentrice în opoziție, însă cu menținerea constantă a distanței dintre excentricele fiecărei grupe. Soluțiile comportă doi arbori parțiali

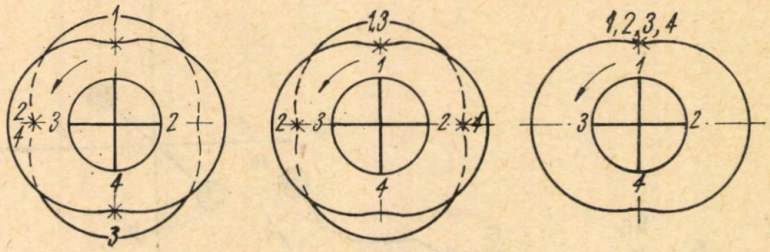


Fig. 8

construiți ca în figura 3 a, al doilea arbore parțial fiind decalat în urmă față de primul cu 90°; în lungul axei de rotație, cei doi arbori parțiali sînt dispuși consecutiv (fig. 9 a) și respectiv cu excentricele intercalate (fig. 9 b).

Și la aceste soluții forțele F_m sînt echilibrate organic. În ceea ce privește momentele forțelor F_m se obține

$$M_{1,2} = M_{3,4} = F_m d\,;\; M_{F_m} = F_m d\sqrt{2}$$

și respectiv

$$M_{1,3} = M_{2,4} = 2F_m d\,;\; M_{F_m} = 2F_m d\sqrt{2}\,.$$

Se constată că prima soluție este mai avantajoasă decît a doua, fiind totodată superioară soluției de la paragraful 1; ea necesită masele de echilibrare

$$m_e = \frac{F_m d\sqrt{2}}{u\omega^2 (3d + 2f)}$$

calate sub unghiul $\varphi = 45°$. Această soluție poate fi asociată cu una din ordinile de aprindere cele mai favorabile cînd compartimentele sînt în fază (fig. 9 a), fiind preferabilă și din acest motiv soluției din paragraful 1.

3. Pornind de la soluțiile precedente (fig. 9) pot fi concepute altele acționînd asupra decalajului unghiular dintre arborii parțiali. Fără a influența echilibrajul forțelor F_m, această practică atrage după sine modificarea momentului M_{F_m}.

Dacă decalajul dintre arborii parțiali este micșorat sub 90°, se obțin soluții la care M_{F_m} este sporit. El înregistrează valoarea maximă cînd arborii parțiali sînt în fază; în acest caz se stabilește soluția a din figura

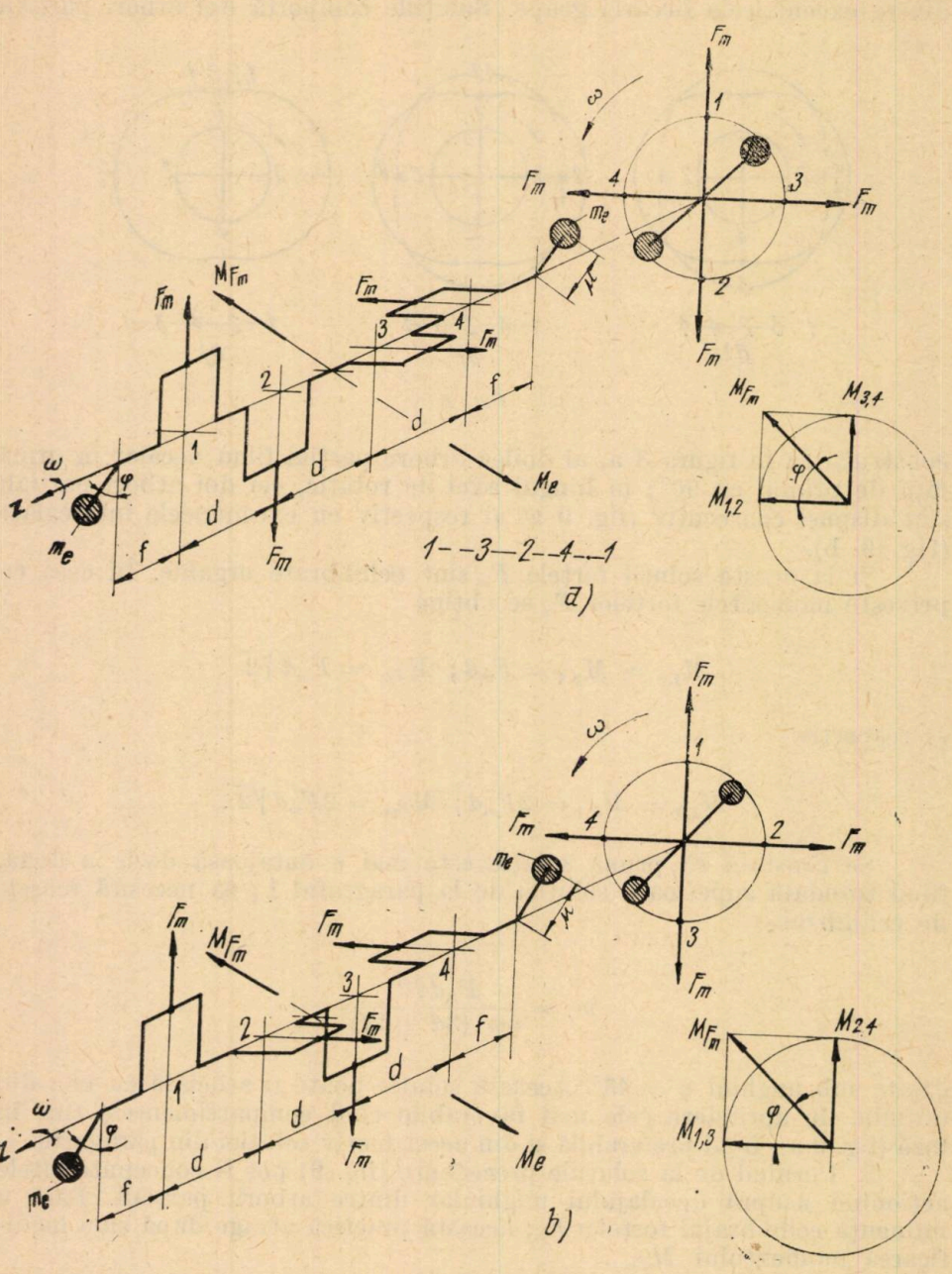


Fig. 9

10 în varianta de montare în prelungire a arborilor parțiali ($M_{Fm}=2F_m d$) și soluția b din aceeași figură în varianta la care excentricele arborilor parțiali sînt intercalate ($M_{Fm}=4F_m d$). Evident, toate soluțiile astfel obținute, în special cele din figura 10, nu sînt recomandabile.

Mărirea unghiului dintre arborii prațiali peste 90° are avantajul că

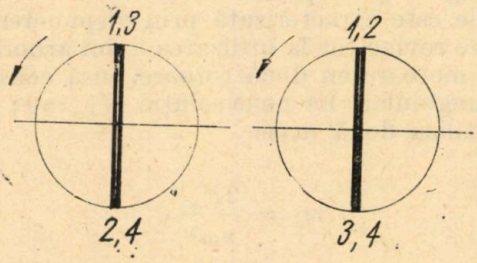


Fig. 10

antrenează micșorarea momentului M_{Fm}. Echilibrajul cel mai bun se obține cînd unghiul menționat este de 180°; într-adevăr, varianta cu arborii parțiali consecutivi precizează astfel aceeași soluție ca și varianta cu excentricele arborilor parțiali intercalate, și anume soluția în care $M_{Fm}=0$, deoarece arborele total prezintă plan central de simetrie (similar cu arborele cotit al unui motor clasic cu patru cilindri în patru timpi).

Întrucît excentricele sînt grupate două cîte două în fază la această soluție, orientarea unică a compartimentelor ar face imposibilă repartiția

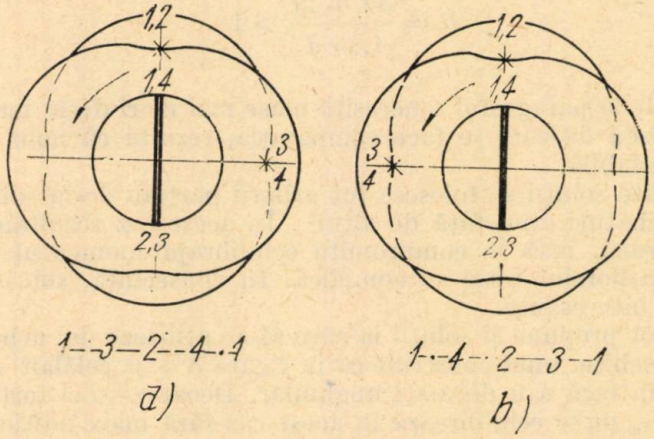


Fig. 11

uniformă a aprinderilor. Decalarea recomandabilă a compartimentelor este arătată în figura 11, unde alternativele a și b asigură cele două ordini de aprindere mai avantajoase.

Din punctul de vedere al echilibrajului, ultima soluție este superioară tuturor soluțiilor prezentate pînă acum, avînd și avantajul dispunerii mai simple a excentricelor.

4. O ultimă posibilitate de folosire a doi arbori parțiali construiți ca în figura 3a apare cînd lungimile lor sînt inegale. Dacă acești arbori parțiali nu sînt rabătuți, se obține soluția b din figura 10. La alte soluții realizate prin decalarea celor doi arbori parțiali, momentul forțelor F_m ia valori din domeniul $2F_m d \leqslant M_{F_m} < 4F_m d$; două dintre acestea au fost deja menționate (fig. 7 și respectiv 10a).

5. Altă soluție este caracterizată prin dispunerea tuturor excentricelor în fază, ceea ce revine tot la utilizarea a doi arbori parțiali asemănători arborilor unor motoare cu două rotoare, însă construiți ca în figura 3 b, și nedecalați unghiular. La noua soluție $M_{F_m}=0$; pentru a echilibra forțele F_m se pot utiliza două mase

$$m_e = \frac{2F_m}{u\omega^2},$$

sau o singură masă

$$m'_e = \frac{4F_m}{u'\omega^2}$$

plasată în planul median al arborelui.

Pentru a compara noua soluție cu soluțiile care rețin atenția din prezentarea precedentă[1], este suficient să se stabilească raportul R dintre mărimea unei mase m_e aferentă noii soluții și mărimea unei mase m_e necesară soluției de la paragraful 1. Într-adevăr, ținînd seama că

$$R = \frac{3d + 2f}{1{,}85\ d} > 1$$

și că soluția de la paragraful 1 necesită mase mai mari decît masele celorlalte soluții față de care se face comparația, rezultă că noua soluție nu este recomandabilă.

6. La alte soluții se folosesc tot arborii parțiali de la soluția precedentă, dar rabătuți unul față de altul[2]. În acest caz rezultanta forțelor F_m se micșorează, însă se compromite echilibrajul momentului M_{F_m}, iar configurația arborelui total se complică. În consecință, soluțiile respective nu sînt interesante.

7. Se pot propune și soluții la care să se utilizeze doi arbori parțiali de forme deosebite, unul construit ca în figura 3 a și celălalt ca în figura 3 b, dispuși în fază sau decalați unghiular. Deoarece nici forțele F_m nici momentul M_{F_m} nu se echilibrează în acest caz fără mase adiționale, soluțiile nu sînt recomandabile.

2.5. *Motorul cu cinci rotoare*

1. O serie de soluții pentru echilibrarea motorului cu cinci rotoare se bazează pe repartizarea uniformă a excentricelor în jurul axei de rotație

[1] Evident, comparația nu se referă și la soluția din figura 11, fiindcă aceasta este net superioară soluției în discuție

[2] Rabaterea la 180° nu trebuie considerată, întrucît conduce la soluții deja precizate.

a arborelui, ceea ce asigură echilibrarea organică a forţelor F_m. Deoarece arborele astfel construit este similar cu arborele cotit al unui motor clasic cu cinci cilindri, se pot utiliza 12 soluţii distincte din punct de vedere dinamic. Dintre acestea, este recomandabilă soluţia din figura 12, care

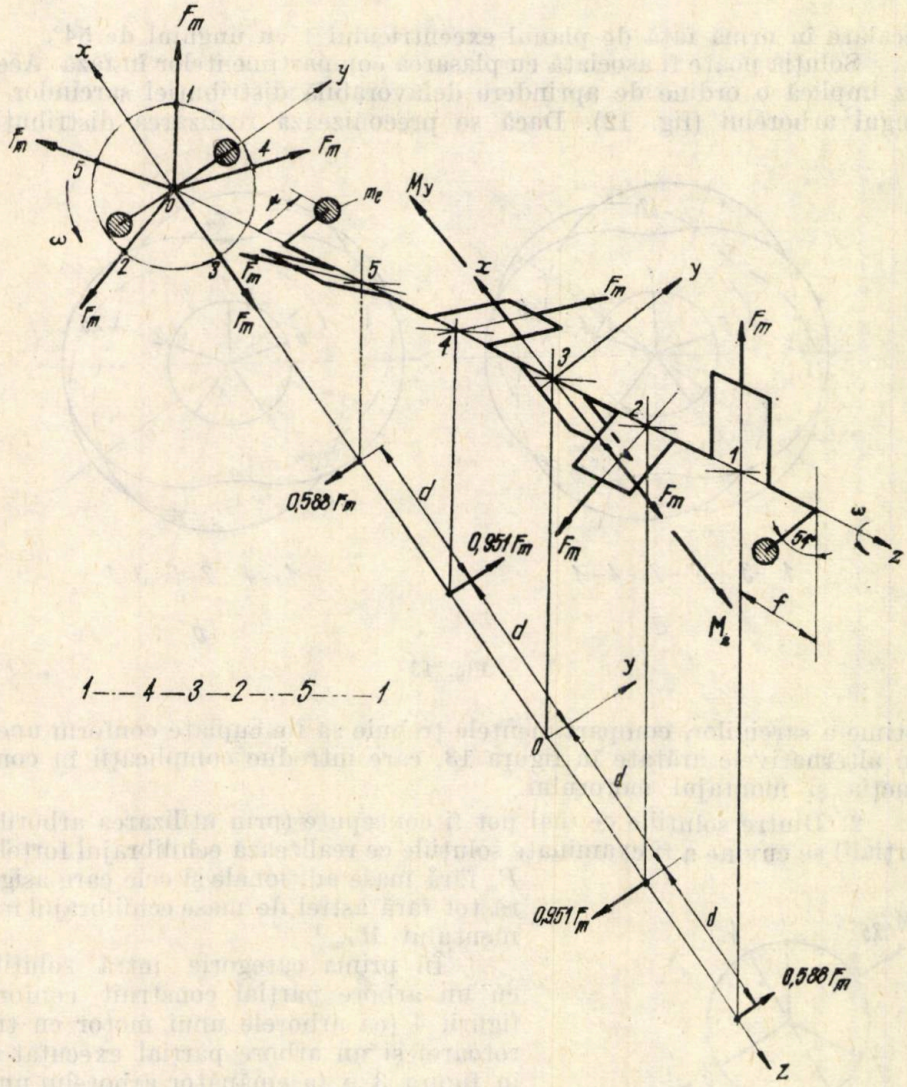


Fig. 12

(conform celor cunoscute de la motorul clasic) comportă cel mai mic moment al forţelor F_m. El are valoarea

$$M_{F_m} = M_y = 0{,}45\, F_m d$$

şi poate fi echilibrat cu ajutorul maselor

$$m_e = \frac{0{,}1225\, F_m d}{u\omega^2 (2d + f)}$$

decalate în urmă faţă de planul excentricului 1 cu unghiul de 54°.

Soluţia poate fi asociată cu plasarea compartimentelor în fază. Acest caz implică o ordine de aprindere defavorabilă distribuţiei sarcinilor în lungul arborelui (fig. 12). Dacă se preconizează realizarea distribuţiei

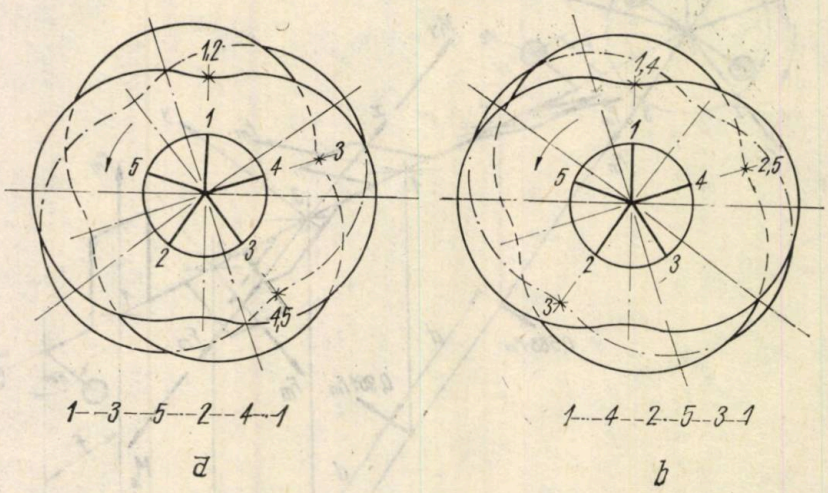


Fig. 13

optime a sarcinilor, compartimentele trebuie să fie cuplate conform uneia din alternativele arătate în figura 13, care introduc complicaţii în construcţia şi montajul motorului.

2. Dintre soluţiile ce mai pot fi concepute (prin utilizarea arborilor parţiali) se cuvine a fi examinate soluţiile ce realizează echilibrajul forţelor F_m fără mase adiţionale şi cele care asigură tot fără astfel de mase echilibrajul momentului M_{F_m} [1].

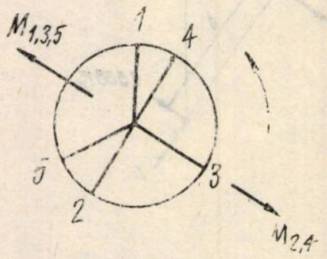


Fig. 14

În prima categorie intră soluţiile cu un arbore parţial construit conform figurii 4 (ca arborele unui motor cu trei rotoare) şi un arbore parţial executat ca în figura 3 a (asemănător arborelui unui motor cu două rotoare). Dacă al doilea arbore parţial este decalat înainte cu 120° faţă de primul arbore parţial, momentele care le corespund sînt în opoziţie, ceea ce înseamnă că momentul rezultant M_{F_m} este minim. Soluţia cea mai

[1] Evident, alte soluţii la care $F_m \neq 0$ şi $M_{F_m} \neq 0$ nu prezintă interes

favorabilă în acest sens se obţine cînd arborii parţiali au excentricele intercalate (fig. 14); ea comportă momentele

$$M_{1.3.5} = 2F_m d\sqrt{3}\ ;\ M_{2.4} = 2\,F_m d;\ M_{F_m} = 1{,}464\,F_m d.$$

Comparînd momentele M_{F_m} aferente soluţiei din figura 12 şi respectiv soluţiei acum discutate, se constată că aplicarea acesteia din urmă (şi implicit a oricărei soluţii din categoria examinată) nu este oportună.

A doua categorie este constituită, pe de o parte, din soluţii cu doi arbori parţiali executaţi ca în figura 3 b (asemănători arborilor unor motoare cu două rotoare) şi dispuşi în fază, şi un arbore parţial cu un excentric (ca arborele motorului cu un rotor), plasat în mijlocul arborelui total; pe de altă parte, aceeaşi categorie cuprinde soluţii cu un singur arbore parţial realizat ca în figura 3 b şi un alt arbore parţial care este construit ca în figura 6 (ca arborii unor motoare cu trei rotoare) şi are excentricul central în planul median al arborelui total. Ultimele soluţii sînt mai avantajoase, deorece comportă rezultante mai mici ale forţelor F_m. Cînd cei doi arbori parţiali corespunzători ultimelor soluţii sînt decalaţi la 180°, rezultanta forţelor F_m este minimă. Această situaţie caracterizează soluţiile din figura 15 a şi b, unde distanţa dintre excentricele primului arbore parţial este egală şi respectiv inegală cu distanţa dintre excentricele consecutive ale celui de al doilea arbore parţial. Pentru echilibrarea rezultantei forţelor F_m, ambele soluţii necesită masele

$$m_e = \frac{F_m}{2u\omega^2}.$$

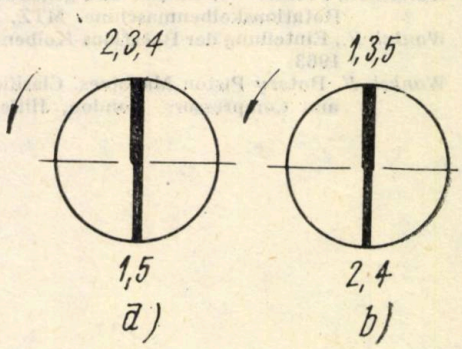


Fig. 15

Raportînd una din aceste mase la o masă de echilibrare aferentă soluţiei din figura 12, se obţine

$$R = \frac{2d + f}{0{,}225\,d} \gg 1,$$

ceea ce înseamnă că soluţia din figura 12 este preferabilă soluţiilor din figura 15 (ca şi celor care fac parte din aceeaşi categorie), deşi are dezavantajul configuraţiei mai complicate a arborelui total.

3. Concluzii

Din studiul efectuat rezultă următoarele:

Pentru fiecare motor examinat există o soluţie net superioară celorlalte, care, printr-o formă în general simplă a arborelui, asigură un foarte bun echilibraj şi conferă motorului o formulă constructiv-funcţională acceptabilă. Astfel, pentru motorul cu două rotoare este optimă soluţia

din figura 3 a, iar pentru motorul cu trei rotoare — soluția din figura 6, ultima nefiind prezentată, după știința autorului, în literatura de specialitate; soluțiile optime corespunzătoare motorului cu patru rotoare și motorului cu cinci rotoare sînt arătate în figura 11 și respectiv în figura 12.

La motorul cu trei rotoare poate fi aplicată și soluția din figura 4 (dezavantajată față de soluția optimă în principal prin construcția mai complicată a arborelui), de exemplu cînd se urmărește realizarea celei mai simple amplasări a compartimentelor. Din același motiv se poate utiliza soluția din figura 9 a la motorul cu patru rotoare, echilibrajul corespunzător fiind însă sensibil mai slab decît cel asigurat de soluția optimă.

Catedra de motoare cu ardere internă
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Akatov, E. I. ș.a.* Sudovie rotornie dvigateli. Leningrad, Sudostroenie, 1967.
2. *Bărănescu, G.*, Cercetări privind echilibrajul motoarelor cu ardere internă în linie. Teză de doctorat, București, 1968.
3. *Beniovici, V. S. ș.a.* Rotoporșnevie dvigateli. Moskva, Mașinostroenie, 1968.
4. *Wankel F., Froede, W.*, Bauart und gegenwärtiger Entwicklungsstand einer Trochoiden — Rotationskolbenmaschine. MTZ, 2, 1960.
5. *Wankel, F.*, Einteilung der Rotations-Kolbenmaschinen. Stuttgart, Deutsche Verlags-Anstalt, 1963.
6. *Wankel, F.* Rotary Piston Machines. Clasification of Design Principles for Engines, Pumps and Compressors. London, Iliffe, 1965.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972. Numărul 1

REZISTENȚA MATERIALELOR

C.Z. 620.1

STAREA DE EFORTURI UNITARE ÎNTR-UN RECIPIENT CILINDRIC CU FUND PLAN ȘI O PORȚIUNE DE MANTA ÎN CONSOLĂ *

IOAN CONSTANTINESCU

1. *Introducere*

Comparativ cu alte tipuri de recipienți sub presiune interioară, recipienții cilindrici cu fund plan au o construcție mai simplă și mai ieftină [1]. Utilizarea lor este totuși limitată la presiuni și diametre mici de faptul că în zona de îmbinare a fundului cu mantaua cilindrică apar eforturi unitare locale mult mai mari decît în restul construcției, ceea ce face ca solicitarea să fie foarte neuniformă, adică nerațională.

O ameliorare sensibilă a stării de eforturi unitare se poate obține dacă recipientul are o porțiune de manta în consolă, cu condiția ca lungimea consolei să fie corect determinată. O lungime necorespunzătoare a acesteia poate duce la eforturi unitare mai mari decît la recipientul fără consolă.

În lucrare se stabilesc formulele de calcul ale eforturilor unitare pentru un recipient cilindric cu presiune interioară, fund plan și o porțiune de manta în consolă, ținînd seama de solicitarea compusă de încovoiere și întindere, atît pentru manta, cît și pentru fund. În continuare, se dau sub formă de tabele și grafice unele valori ale eforturilor unitare adimensionale cu ajutorul cărora se pot determina parametrii adimensionali care definesc geometria recipientului astfel încît solicitarea să fie minimă.

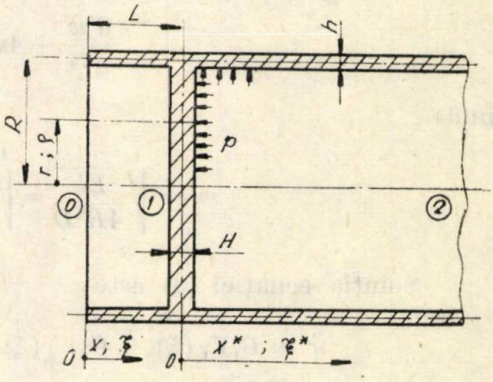


Fig. 1

2. *Ecuațiile diferențiale și integrarea lor*

Cu notațiile din figurile 1 și 2, ecuația diferențială a porțiunii 0—1 a mantalei cilindrice este [2], [3]

$$\frac{d^4w}{dx^4} + \frac{Eh}{R^2D} w = 0 \qquad (1)$$

* Manuscris predat la redacție la data de 12 ianuarie 1971

în care w este deplasarea radială a cilindrului în secțiunea de abscisă x ;
E — modulul de elasticitate longitudinal al materialului ;
$D = \dfrac{Eh^3}{12\,(1-\mu^2)}$ — rigiditatea la încovoiere a mantalei ;
μ — coeficientul de contracție transversală.

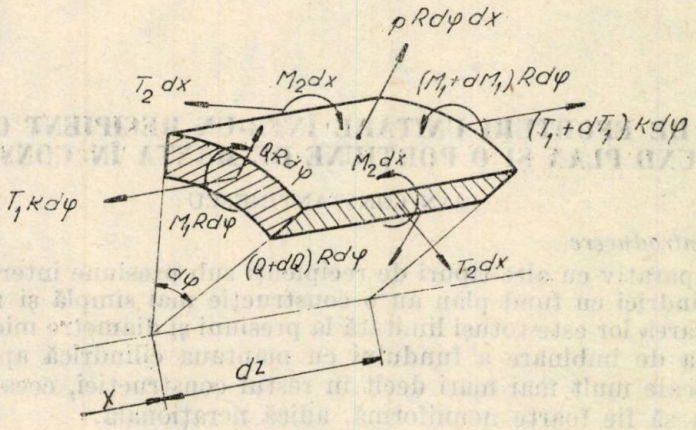


Fig. 2

Cu p se va nota presiunea din interiorul recipientului. Făcînd schimbarea de variabilă

$$\xi = mx, \tag{2}$$

ecuația (1) devine

$$\frac{d^4w}{d\xi^4} + 4w = 0, \tag{3}$$

unde

$$m = \sqrt[4]{\frac{Eh}{4R^2D}} = \sqrt[4]{\frac{3\,(1-\mu^2)}{R^2h^2}}. \tag{4}$$

Soluția ecuației (3) este

$$w = C_1V_1(\xi) + C_2V_2(\xi) + C_1'V_3(\xi) + C_2'V_4(\xi), \tag{5}$$

în care $V_1(\xi),\ldots,V_4(\xi)$ sînt funcțiile Krîlov [4]

$$V_1(\xi) = \operatorname{ch}\xi\cos\xi\,;$$

$$V_2(\xi) = \frac{1}{2}(\operatorname{ch}\xi\sin\xi + \operatorname{sh}\xi\cos\xi)\,; \tag{6}$$

$$V_3(\xi) = \frac{1}{2}\operatorname{sh}\xi \sin\xi;$$

$$V_4(\xi) = \frac{1}{4}(\operatorname{ch}\xi \sin\xi - \operatorname{sh}\xi \cos\xi).$$

În mod analog, pentru porțiunea 1—2 a mantalei cilindrice se obține ecuația diferențială

$$\frac{d^4w^*}{d\xi^{*4}} + 4w^* = 2(2 - \mu)\frac{pR^2}{Eh} \tag{7}$$

a cărei soluție este mai convenabil să fie pusă sub forma

$$w^* = e^{-\xi^*}(C_3\sin\xi^* + C_4\cos\xi^*) +$$

$$+ e^{\xi^*}(C_3'\sin\xi^* + C_4'\cos\xi^*) + \frac{2 - \mu}{2}\cdot\frac{pR^2}{Eh}, \tag{8}$$

în care

$$\xi^* = mx^*. \tag{9}$$

Ecuația diferențială a fundului este cea corespunzătoare unei plăci circulare plane [2]

$$\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{d\theta}{dr} - \frac{\theta}{r^2} = -\frac{pr}{2D_1}, \tag{10}$$

în care θ este unghiul de rotire al normalei la suprafața mediană a plăcii și

$$D_1 = \frac{EH^3}{12(1 - \mu^2)}$$ — rigiditatea la încovoiere a plăcii.

Cu schimbarea de variabilă

$$r = \rho R, \tag{11}$$

ecuația (10) devine

$$\frac{d^2\theta}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\cdot\frac{d\theta}{d\rho} - \frac{\theta}{\rho^2} = -\frac{pR^3}{2D_1}\rho, \tag{12}$$

a cărei soluție este

$$\theta = C_5\rho + \frac{C_5'}{\rho} - \frac{pR^3}{16\,D_1}\rho^3. \tag{13}$$

3. *Determinarea constantelor de integrare*

Pentru porţiunea 0—1 a mantalei cilindrice trebuie îndeplinite condiţiile la limită :

$$M_1 = 0 \text{ şi } Q = 0, \text{ pentru } \xi = 0,$$

din care rezultă

$$C_1' = 0 \text{ şi } C_2' = 0. \tag{14}$$

Deoarece cu creşterea lui ξ^* funcţia w^* trebuie să scadă, pentru intervalul 1—2 al mantalei cilindrice rezultă :

$$C_3' = 0 \text{ şi } C_4' = 0. \tag{15}$$

În relaţia (13) trebuie ca

$$C_5' = 0, \tag{16}$$

deoarece în centrul plăcii ($\rho = 0$) θ este finit.

Condiţiile de continuitate la îmbinarea plăcii cu cilindrul vor fi (fig. 3) :

— egalitatea deplasărilor radiale

$$w_{(\xi=\lambda)} = w^*_{(\xi^*=0)} = \Delta R_{\text{placă } (\rho=1)}; \tag{17}$$

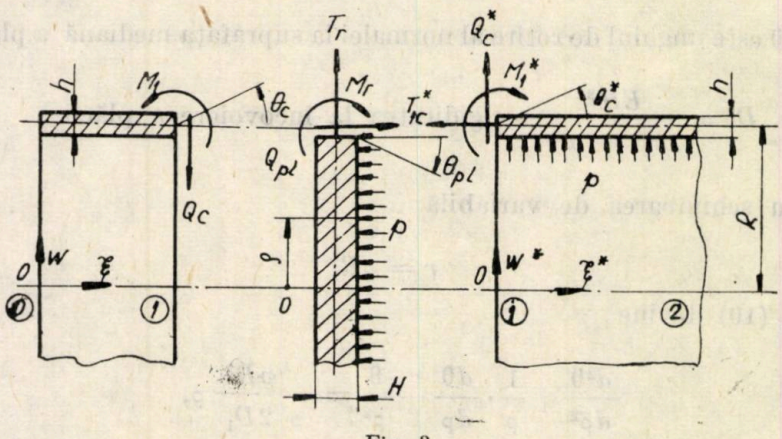


Fig. 3

— egalitatea rotirilor

$$\theta_{\text{cilindru } (\xi=\lambda)} = \theta^*_{\text{cilindru } (\xi^*=0)} = -\theta_{\text{placă } (\rho=1)}; \tag{18}$$

— ecuația de echilibru a momentelor

$$M_{1(\xi=\lambda)} - M^*_{1(\xi^*=0)} - M_{r(\rho=1)} = 0; \tag{19}$$

— ecuația de echilibru a forțelor pe direcție radială

$$Q_{c(\xi=\lambda)} - Q^*_{c(\xi^*=0)} - T_{r(\rho=1)} = 0; \tag{20}$$

— ecuația de echilibru a forțelor pe direcție axială

$$T^*_{1c} = Q_{\rho 1} = \frac{pR}{2}; \tag{21}$$

în care s-a folosit notația

$$\lambda = mL = \sqrt[4]{3(1-\mu^2)}\,\frac{L}{R}\cdot\sqrt{\frac{R}{h}}. \tag{22}$$

Pentru determinarea lui ΔR din condițiile (17) se are în vedere că forțele T_r produc în placă o întindere uniformă [2] cu efortul unitar (fig.4)

$$\sigma = \frac{T_r}{H}.$$

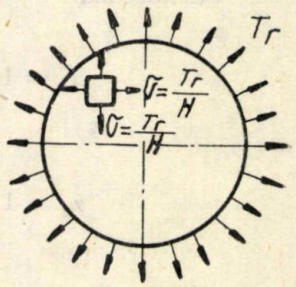


Fig. 4

Rezultă :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}(1-\mu); \quad \Delta R = \varepsilon R = \frac{T_r R}{EH}(1-\mu). \tag{23}$$

Eforturile care intervin în condițiile (19), (20) sînt

$$M_1 = D\frac{d^2w}{dx^2}; \quad M^*_1 = D\frac{d^2w^*}{dx^{*2}};$$

$$M_r = D_1\left(\frac{d\theta_{pl}}{dr} + \mu\frac{\theta_{pl}}{r}\right); \tag{24}$$

$$Q_c = D\frac{d^3w}{dx^3}; \quad Q^* = D\frac{d^3w^*}{dx^{*3}}.$$

Relațiile (5), (8) și (13) în care se ține seama de (14)—(16) și (23) se înlocuiesc în (24) și cu acestea condițiile (17)—(21) duc la sistemul de

ecuaţii

$$C_1V_1(\lambda) + C_2V_2(\lambda) - (1-\mu)\frac{R}{EH}T_r = 0;$$

$$C_4 - (1-\mu)\frac{R}{EH}T_r = -\frac{2-\mu}{2}\cdot\frac{pR^2}{Eh};$$

$$4C_1V_4(\lambda) - C_2V_1(\lambda) + C_3 - C_4 = 0; \tag{25}$$

$$C_3 - C_4 + \frac{1}{m}C_5 = \frac{pR^3}{16mD_1};$$

$$2C_1V_3(\lambda) + 2C_2V_4(\lambda) - C_3 + \frac{(1+\mu)D_1}{2m^2RD}C_5 = \frac{3+\mu}{32}\cdot\frac{pR^2}{m^2D};$$

$$2C_1V_2(\lambda) + 2C_2V_3(\lambda) + C_3 + C_4 + \frac{1}{2m^3D}T_r = 0.$$

Se notează

$$\alpha_1 = 1 + \frac{1+\mu}{2\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}}\cdot\left(\frac{H}{h}\right)^3\sqrt{\frac{h}{R}};$$

$$\alpha_2 = 1 + \frac{\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}}{1-\mu}\cdot\frac{H}{h}\cdot\sqrt{\frac{R}{h}}; \tag{26}$$

$$\alpha_3 = \frac{\sqrt{3(1-\mu^2)}}{2(2-\mu)}\cdot\frac{R}{h} - 1;$$

$$\alpha_4 = \frac{3}{4}\cdot\frac{1-\mu^2}{2-\mu}\cdot\frac{1}{\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}}\cdot\left(\frac{R}{h}\right)^{3/2}\cdot\left(\frac{h}{H}\right)^3;$$

$$f_1 = \frac{\alpha_1V_1(\lambda) + V_2(\lambda) - 2V_4(\lambda) + \alpha_3\left[\frac{V_1(\lambda)}{2} + \alpha_2V_2(\lambda) + V_3(\lambda)\right]}{U_3(2\lambda) - 1 - \alpha_1[U_4(2\lambda) + V_2(2\lambda) - 2V_4(2\lambda)] + \alpha_2\{U_4(2\lambda) + \alpha_1[U_1(2\lambda) + 1]\}};$$

$$f_2 = \frac{2V_3(\lambda) - V_1(\lambda) + 4\alpha_1V_4(\lambda) - \alpha_3[\alpha_2V_1(\lambda) + V_2(\lambda) - 2V_4(\lambda)]}{U_3(2\lambda) - 1 - \alpha_1[U_4(2\lambda) + V_2(2\lambda) - 2V_4(2\lambda)] + \alpha_2\{U_4(2\lambda) + \alpha_1[U_1(2\lambda) + 1]\}};$$

în care $U_1(2\lambda),\ldots,U_4(2\lambda)$ sînt funcțiile lui Rayleigh [4] de argument 2λ

$$U_1(2\lambda)=\frac{1}{2}[\mathrm{ch}\,(2\lambda)+\cos(2\lambda)];\quad U_3(2\lambda)=\frac{1}{2}[\mathrm{ch}\,(2\lambda)-\cos(2\lambda)];$$
$$U_2(2\lambda)=\frac{1}{2}[\mathrm{sh}\,(2\lambda)+\sin(2\lambda)];\quad U_4(2\lambda)=\frac{1}{2}[\mathrm{sh}\,(2\lambda)-\sin(2\lambda)]. \tag{27}$$

Constantele de integrare se obțin prin rezolvarea sistemului de ecuații (25). Cu notațiile (26)

$$C_1=(2-\mu)\frac{pR^2}{Eh}f_1;\quad C_2=(2-\mu)\frac{pR^2}{Eh}f_2;$$

$$T_r=\frac{2-\mu}{1-\mu}\cdot\frac{pRH}{h}\cdot[V_1(\lambda)f_1+V_2(\lambda)f_2];$$

$$C_4=(2-\mu)\frac{pR^2}{Eh}\left[V_1(\lambda)f_1+V_2(\lambda)f_2-\frac{1}{2}\right]; \tag{28}$$

$$C_3=C_4+(2-\mu)\frac{pR^2}{Eh}[-4V_4(\lambda)f_1+V_1(\lambda)f_2];$$

$$C_5=(2-\mu)\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}\,\frac{p}{E}\left(\frac{R}{h}\right)^{3/2}\left[\frac{1}{2-\mu}\cdot\frac{Eh}{pR^2}(C_4-C_3)+\alpha_4\right].$$

Pentru comoditatea calculelor ce urmează, se vor folosi constantele de integrare adimensionale

$$\overline{C}_1=\frac{1}{2-\mu}\cdot\frac{Eh}{pR^2}C_1;\quad \overline{C}_2=\frac{1}{2-\mu}\cdot\frac{Eh}{pR^2}C_2;$$

$$\overline{T}_r=\frac{1-\mu}{2-\mu}\cdot\frac{h}{pRH}\cdot T_r; \tag{29}$$

$$\overline{C}_4=\frac{1}{2-\mu}\cdot\frac{Eh}{pR^2}C_4;\quad \overline{C}_3=\frac{1}{2-\mu}\cdot\frac{Eh}{pR^2}C_3;$$

$$\overline{C}_5=\frac{1}{(2-\mu)\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}}\cdot\frac{E}{p}\cdot\left(\frac{h}{R}\right)^{3/2}C_5.$$

4. *Eforturile unitare*

La determinarea eforturilor unitare, pe lîngă relaţiile (24), se vor considera şi relaţiile :

— pentru mantaua cilindrică :

intervalul 0 — 1 (consola)

$$T_1 = 0;$$

$$T_2 = \frac{Eh}{R} w + \mu T_1; \tag{30}$$

$$M_2 = \mu M_1;$$

intervalul 1—2

$$T_1^* = \frac{pR}{2};$$

$$T_2^* = \frac{Eh}{R} w^* + \mu T_1^*; \tag{31}$$

$$M_2^* = \mu M_1^*;$$

— pentru placă :

$$M_t = D_1 \left(\frac{\theta_{pl}}{r} + \mu \frac{d\theta_{pl}}{dr} \right). \tag{32}$$

Pentru solicitarea compusă de întindere şi încovoiere, eforturile unitare vor fi :

— pentru mantaua cilindrică :

intervalul 0—1 (consola)

$$\sigma_1 = \frac{T_1}{h} \pm \frac{6M_1}{h^2} = \mp \frac{2(2-\mu)}{1-\mu^2} \sqrt{3(1-\mu^2)} \frac{pR}{h} [\overline{C}_1 V_3(\xi) + \overline{C}_2 V_4(\xi)];$$

$$\sigma_2 = \frac{T_2}{h} \pm \frac{6M_2}{h^2} = (2-\mu) \frac{pR}{h} [\overline{C}_1 V_1(\xi) + \overline{C}_2 V_2(\xi)] \pm \mu \sigma_1; \tag{33}$$

intervalul 1—2

$$\sigma_1^* = \frac{T_1^*}{h} \pm \frac{6M_1^*}{h^2} = \frac{pR}{h} \left\{ \frac{1}{2} \pm \frac{(2-\mu)\sqrt{3(1-\mu^2)}}{1-\mu^2} e^{-\xi^*} (-\overline{C}_3 \cos\xi^* + \overline{C}_4 \sin\xi^*) \right\}$$

$$\sigma_2^* = \frac{T_2^*}{h} \pm \frac{6M_2^*}{h^2} = (2-\mu) \frac{pR}{h} e^{-\xi^*} (\overline{C}_3 \sin\xi^* + \overline{C}_4 \cos\xi^*) + \mu \sigma_1^*; \tag{34}$$

— pentru placă

$$\sigma_r = \frac{T_r}{H} \pm \frac{6M_r}{H^2} = \frac{2-\mu}{1-\mu} \cdot \frac{pR}{h} \left(\overline{T}_r \pm \frac{\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}}{2} \times \right.$$

$$\left. \times \sqrt{\frac{H^2}{hR}}\, \overline{C}_5 \right) \mp \frac{3(3+\mu)}{8} \cdot \frac{pR^2}{H^2} \rho^2; \qquad (35)$$

$$\sigma_t = \frac{T_r}{H} \pm \frac{6M_t}{H^2} = \sigma_r \pm \frac{3(1-\mu)}{4} \cdot \frac{pR^2}{H^2} \rho^2.$$

Se definesc eforturile unitare adimensionale

$$\overline{\sigma}_1 = \sigma_1 \frac{h}{pR}; \quad \overline{\sigma}_2 = \sigma_2 \frac{h}{pR};$$

$$\overline{\sigma}_1^* = \sigma_1^* \frac{h}{pR}; \quad \overline{\sigma}_2^* = \sigma_2^* \frac{h}{pR}; \qquad (36)$$

$$\overline{\sigma}_r = \sigma_r \frac{h}{pR}; \quad \overline{\sigma}_t = \sigma_t \frac{h}{pR}.$$

Cu ajutorul unui calculator electronic Olivetti Programma 101, pentru $\mu = 0{,}3$, s-au calculat eforturile unitare adimensionale (36) pentru diverse valori ale rapoartelor R/h, H/h şi L/R.

În tabelele 1 şi 2 se dau valorile eforturilor unitare adimensionale pe suprafaţa interioară şi exterioară a recipientului pentru $\frac{R}{h} = 50$, $\frac{H}{h} = 1$, $\frac{H}{h} = 2$, $\frac{L}{R} = 0$ (tabelul 1) şi $\frac{L}{R} = 0{,}12$ (tabelul 2) în diverse puncte de pe mantaua cilindrică şi de pe placă.

Se observă că eforturile unitare adimensionale maxime sînt

$$\overline{\sigma}_{1\,\text{int}}^{*(\xi^*=0)}, \quad \overline{\sigma}_{r\,\text{ext}}^{(\rho=0)} \text{ şi } \overline{\sigma}_{r\,\text{int}}^{(\rho=C)}, \qquad (37)$$

cea mai mare valoare a efortului unitar adimensional pe porţiunea de manta 0—1, aflată în consolă ($\overline{\sigma}_{1\,\text{ext}}^{(\xi=\lambda)}$), fiind totdeauna mai mică decît efortul unitar adimensional maxim de pe porţiunea 1—2 a mantalei ($\overline{\sigma}_{1\,\text{int}}^{*(\xi^*=0)}$). (A se vedea şi figurile 5—7).

Pentru a aprecia cum se modifică configuraţia stării de eforturi unitare funcţie de $\frac{R}{h} \cdot \frac{L}{R}$ şi $\frac{H}{h}$, în tabelul 3 se dau valorile rapoartelor

$$k^* = \frac{\overline{\sigma}_{1\,\text{int}}^{*(\xi^*=0)}}{\overline{\sigma}_{1\,\text{int}}^{*(x^*=2h)}}; \quad k^{(0)} = \frac{\overline{\sigma}_{r\,\text{ext}}^{(\rho=0)}}{\overline{\sigma}_{r\,\text{ext}}^{(r=2h)}}; \quad k^{(1)} = \frac{\overline{\sigma}_{r\,\text{int}}^{(\rho=1)}}{\overline{\sigma}_{r\,\text{int}}^{(r=R-2h)}}$$

dintre eforturile unitare adimensionale maxime (37) şi eforturile unitare adimensionale care apar în puncte situate la distanţa $2h$ faţă de cele în care apar eforturile unitare adimensionale maxime.

Tabelul 1

Eforturile unitare adimensionale pentru $\mu = 0{,}3$, $\frac{R}{h} = 50$, $\frac{L}{R} = 0$

	H/h	1				2			
Mantaua cilindrică (1—2)	ξ^*	$\bar{\sigma}^*_{1\,\text{int}}$	$\bar{\sigma}^*_{1\,\text{ext}}$	$\bar{\sigma}^*_{2\,\text{int}}$	$\bar{\sigma}^*_{2\,\text{ext}}$	$\bar{\sigma}^*_{1\,\text{int}}$	$\bar{\sigma}^*_{1\,\text{ext}}$	$\bar{\sigma}^*_{2\,\text{int}}$	$\bar{\sigma}^*_{2\,\text{ext}}$
	0	35,510	−34,510	10,550	−10,456	24,738	−23,738	6,839	−7,703
	0,2	28,562	−27,562	5,349	−11,488	19,777	−18,777	3,295	−8,271
	0,4	22,066	−21,066	1,523	−11,417	15,189	−14,189	0,713	−8,100
	0,6	16,300	−15,300	− 1,132	−10,612	11,151	−10,151	−1,055	−7,446
	0,8	11,399	−10,399	− 2,828	− 9,367	7,747	− 6,747	−2,161	−6,509
	1	7,401	− 6,401	− 3,769	− 7,910	4,990	− 3,990	−2,751	−5,445
	1,4	1,922	− 0,922	− 4,114	− 4,967	1,259	− 0,259	−2,891	−3,346
	1,8	− 0,845	1,845	− 3,354	− 2,547	−0,580	1,580	−2,301	−1,653
	2,2	− 1,800	2,800	− 2,260	− 0,881	− 1,175	2,175	−1,510	−0,505
	2,6	− 1,735	2,735	− 1,252	0,089	− 1,083	2,083	−0,799	0,151
	3	− 1,227	2,227	− 0,498	0,538	− 0,702	1,702	−0,276	0,445
Placa	ρ	$\bar{\sigma}_{r\,\text{ext}}$	$\bar{\sigma}_{r\,\text{int}}$	$\bar{\sigma}_{t\,\text{ext}}$	$\bar{\sigma}_{t\,\text{int}}$	$\bar{\sigma}_{r\,\text{ext}}$	$\bar{\sigma}_{r\,\text{int}}$	$\bar{\sigma}_{t\,\text{ext}}$	$\bar{\sigma}_{t\,\text{int}}$
	0	27,931	−25,798	27,931	−25,798	9,792	− 9,026	9,792	−9,026
	0,2	25,456	−23,323	26,506	−24,373	9,173	− 8,407	9,436	−8,670
	0,4	18,031	−15,898	22,231	−20,098	7,317	− 6,551	8,367	−7,601
	0,6	5,656	− 3,523	15,106	−12,973	4,223	− 3,457	6,586	−5,820
	0,8	−11,669	13,802	5,131	− 2,998	− 0,108	0,874	4,092	−3,326
	1	−33,944	36,077	− 7,694	9,827	− 5,677	6,443	0,886	−0,120

Eforturile unitare adimensionale pentru $\mu = 0{,}3$, $\frac{R}{h} = 50$, $\frac{L}{R} = 0{,}12$

Tabelul 2

	H/h	1				2			
Consola (0—1)	ξ	$\bar{\sigma}_{1\ ext}$	$\bar{\sigma}_{1\ int}$	$\bar{\sigma}_{2\ ext}$	$\bar{\sigma}_{2\ int}$	$\bar{\sigma}_{1\ ext}$	$\bar{\sigma}_{1\ int}$	$\bar{\sigma}_{2\ ext}$	$\bar{\sigma}_{2\ int}$
	0	0	0	8,634	8,634	0	0	6,550	6,550
	0,2	0,597	— 0,597	7,561	7,203	0,453	— 0,453	5,729	5,458
	0,4	2,265	— 2,265	6,779	5,420	1,717	— 1,717	5,129	4,099
	0,6	4,819	— 4,819	6,160	3,269	3,652	—3,652	4,652	2,461
	0,8	8,055	— 8,055	5,531	0,698	6,100	— 6,100	4,167	0,506
	1	11,738	—11,738	4,679	—2,364	8,885	— 8,885	3,512	—1,819
	1,09	13,468	—13,468	4,159	—3,922	10,192	—10,192	3,113	—3,002
Mantaua cilindrică(1—2)	ξ^*	$\bar{\sigma}^*_{1\ int}$	$\bar{\sigma}^*_{1\ ext}$	$\bar{\sigma}^*_{2\ int}$	$\bar{\sigma}^*_{2\ ext}$	$\bar{\sigma}^*_{1\ int}$	$\bar{\sigma}^*_{1\ ext}$	$\bar{\sigma}^*_{2\ int}$	$\bar{\sigma}^*_{2\ ext}$
	0	23,957	—22,957	6,455	—7,619	18,778	—17,778	4,838	—6,128
	0,2	19,106	—18,106	3,043	—8,120	14,931	—13,931	2,204	—6,455
	0,4	14,636	—13,636	0,567	—7,915	11,408	—10,408	0,340	—6,241
	0,6	10,714	—9,714	—1,121	—7,249	8,332	—7,332	—0,980	—5,679
	0,8	7,415	—6,415	—2,169	—6,318	5,756	—4,756	—1,766	—4,920
	1	4,751	—3,751	—2,719	—5,270	3,686	—2,686	—2,168	—4,080
	1,4	1,160	—0,160	—2,822	—3,218	0,915	0,085	—2,205	—2,454
	1,8	—0,595	1,595	—2,231	—1,574	—0,419	1,419	—1,716	—1,165
	2,2	—2,149	2,149	—1,454	—0,465	—0,821	1,821	—1,096	—0,304
	2,6	—1,044	2,044	—0,761	0,165	—0,719	1,719	—0,550	0,181
	3	—0,665	1,665	—0,254	0,445	—0,411	1,411	—0,155	0,392
Placa	ρ	$\bar{\sigma}_{r\ ext}$	$\bar{\sigma}_{r\ int}$	$\bar{\sigma}_{t\ ext}$	$\bar{\sigma}_{t\ int}$	$\bar{\sigma}_{r\ ext}$	$\bar{\sigma}_{r\ int}$	$\bar{\sigma}_{t\ ext}$	$\bar{\sigma}_{t\ int}$
	0	26,126	—25,788	26,126	—25,788	8,580	—8,423	8,580	—8,423
	0,2	23,651	—23,313	24,701	—24,363	7,961	—7,804	8,224	8,066
	0,4	16,226	—15,888	20,426	—20,088	6,105	—5,948	7,155	—6,998
	0,6	3,851	—3,513	13,301	—12,963	3,011	—2,854	5,374	—5,216
	0,8	—13,474	13,812	3,326	—2,988	—1,320	1,477	2,880	—2,723
	1	—35,749	36,087	—9,499	9,837	—6,889	7,046	—0,326	0,484

Tabelul 3

Valorile rapoartelor dintre eforturile unitare adimensionale maxime şi eforturile unitare adimensionale la distanţa $2h$ (pentru $\mu = 0{,}3$)

H/h	R/h	k	L/R = 0	0,015	0,03	0,06	0,12
1	200	k^*	1,2141	1,2144	1,2154	1,2184	1,2193
		$k^{(0)}$	1,0002	1,0002	1,0002	1,0002	1,0002
		$k^{(1)}$	1,0346	1,0347	1,0347	1,0346	1,0345
	100	k^*	1,3286	1,3290	1,3301	1,3344	1,3408
		$k^{(0)}$	1,0009	1,0009	1,0009	1,0009	1,0009
		$k^{(1)}$	1,0720	1,0721	1,0723	1,0723	1,0717
	50	k^*	1,5334	1,5338	1,5351	1,5405	1,5574
		$k^{(0)}$	1,0035	1,0035	1,0035	1,0036	1,0038
		$k^{(1)}$	1,1553	1,1556	1,1559	1,1564	1,1553
	25	k^*	1,9086	1,9088	1,9102	1,9165	1,9435
		$k^{(0)}$	1,0137	1,0137	1,0137	1,0137	1,0144
		$k^{(1)}$	1,3631	1,3639	1,3649	1,3668	1,3666
2	200	k^*	1,2165	1,2167	1,2172	1,2190	1,2197
		$k^{(0)}$	1,0001	1,0001	1,0001	1,0002	1,0002
		$k^{(1)}$	1,0426	1,0427	1,0423	1,0401	1,0390
	100	k^*	1,3346	1,3347	1,3353	1,3380	1,3425
		$k^{(0)}$	1,0006	1,0006	1,0006	1,0007	1,0008
		$k^{(1)}$	1,0959	1,0963	1,0962	1,0925	1,0854
	50	k^*	1,5504	1,5504	1,5510	1,5541	1,5654
		$k^{(0)}$	1,0025	1,0025	1,0025	1,0025	1,0028
		$k^{(1)}$	1,2318	1,2333	1,2343	1,2312	1,2079
	25	k^*	1,9617	1,9615	1,9619	1,9649	1,9813
		$k^{(0)}$	1,0094	1,0094	1,0094	1,0095	1,0101
		$k^{(1)}$	1,6605	1,6675	1,6745	1,6799	1,6303

5. Determinarea geometriei optime a recipientului

Pentru a determina valoarea optimă a parametrului L/R, care defineşte lungimea consolei, s-au calculat eforturile unitare adimensionale maxime (37) pentru $\mu = 0{,}3$, $\frac{R}{h} = 25\,;\ 50\,;\ 100$, $\frac{H}{h} = 1\,;\ \ 2$, $\lambda = 0\,;$ $0{,}25\,;\ 0{,}5\,;\ldots\,;\ 3\,;\ 3{,}14$, şi s-au reprezentat în figurile 5—7.

Se constată că pentru $\lambda = 1{,}8$ eforturile unitare $\overline{\sigma}_1^{*(\xi^*=0)}_{\text{int}}$ şi $\overline{\sigma}_{r\ \text{ext}}^{(\rho=0)}$ au cîte un minim, iar $\overline{\sigma}_{r\ \text{int}}^{(\rho=1)}$ are un maxim foarte puţin pronunţat. De asemenea se vede că pentru $\lambda = 0{,}25$, $\overline{\sigma}_1^{*(\xi^*=0)}_{\text{int}}$ are un maxim foarte pronunţat, astfel încît, în această situaţie, în recipientul cu consolă apar eforturi unitare mai mari decît în recipientul fără consolă.

În tabelul 4 şi în figura 8 se dau eforturile unitare adimensionale maxime (37) pentru $\mu = 0{,}3$, $\lambda = 1{,}8$ şi diverse valori ale parametrilor $\frac{R}{h}$ şi $\frac{H}{h}$,

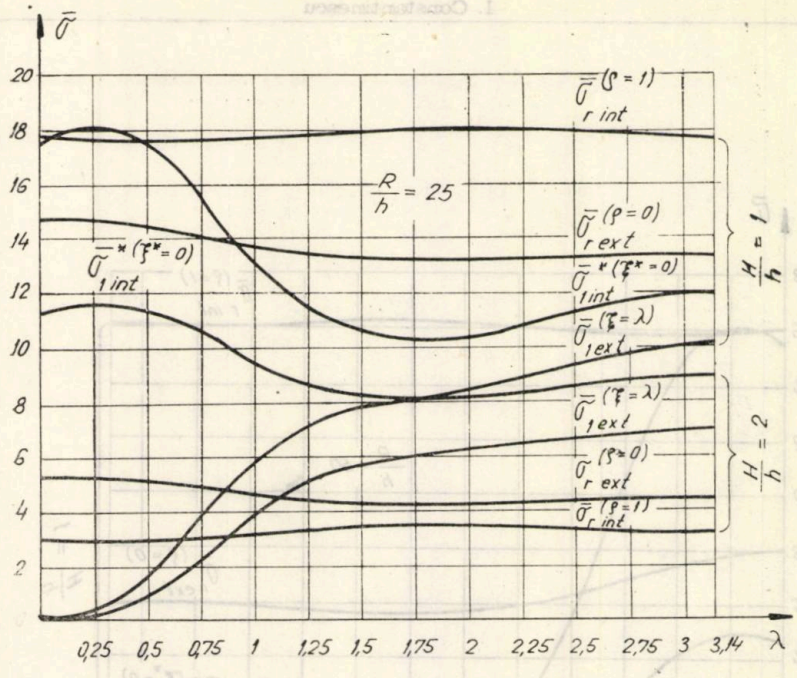


Fig. 5

Tabelul 4

Eforturile unitare adimensionale maxime pentru $\mu = 0{,}3$ și $\lambda = 1{,}8$

R/h		25	50	75	100
	H/h / L/R	0,2800	0,1980	0,1616	0,1400
$\bar{\sigma}_{1\,int}^{(\xi^{*}=0)}$	0,8	10,4992	20,0252	29,5471	39,0682
	1	10,3074	19,7150	29,1476	38,5943
	1,2	10,0305	19,2730	28,5816	37,9247
	1,4	9,6681	18,6921	27,8341	37,0391
	1,6	9,2313	17,9778	26,9065	35,9301
	1,8	8,7376	17,1459	25,8098	34,6082
	2	8,2077	16,2213	24,5696	33,0977
	2,2	7,6632	15,2352	23,2212	31,4339
$\bar{\sigma}_{r\,ext}^{(\rho=0)}$	0,8	19,8770	39,2274	58,5084	77,7556
	1	13,1511	25,7321	38,2248	50,6675
	1,2	9,5446	18,3864	27,3176	36,0920
	1,4	7,3974	14,1746	20,8210	27,4014
	1,6	6,0143	11,4093	16,6582	21,8314
	1,8	5,0630	9,5247	13,8297	18,0511
	2	4,3704	8,1745	11,8153	15,3664
	2,2	3,8401	7,1608	10,3145	13,3758
$\bar{\sigma}_{r\,int}^{(\rho=1)}$	0,8	28,7354	57,6635	86,6941	115,7695
	1	18,0137	36,3169	54,7376	73,2179
	1,2	12,1341	24,6301	37,2625	40,9601
	1,4	8,5568	17,5226	26,6423	35,8353
	1,6	6,2215	12,8742	19,6935	26,5954
	1,8	4,6209	9,6740	14,9024	20,2208
	2	3,4869	7,3858	11,4659	15,6410
	2,2	2,6645	5,7067	8,9324	12,2558

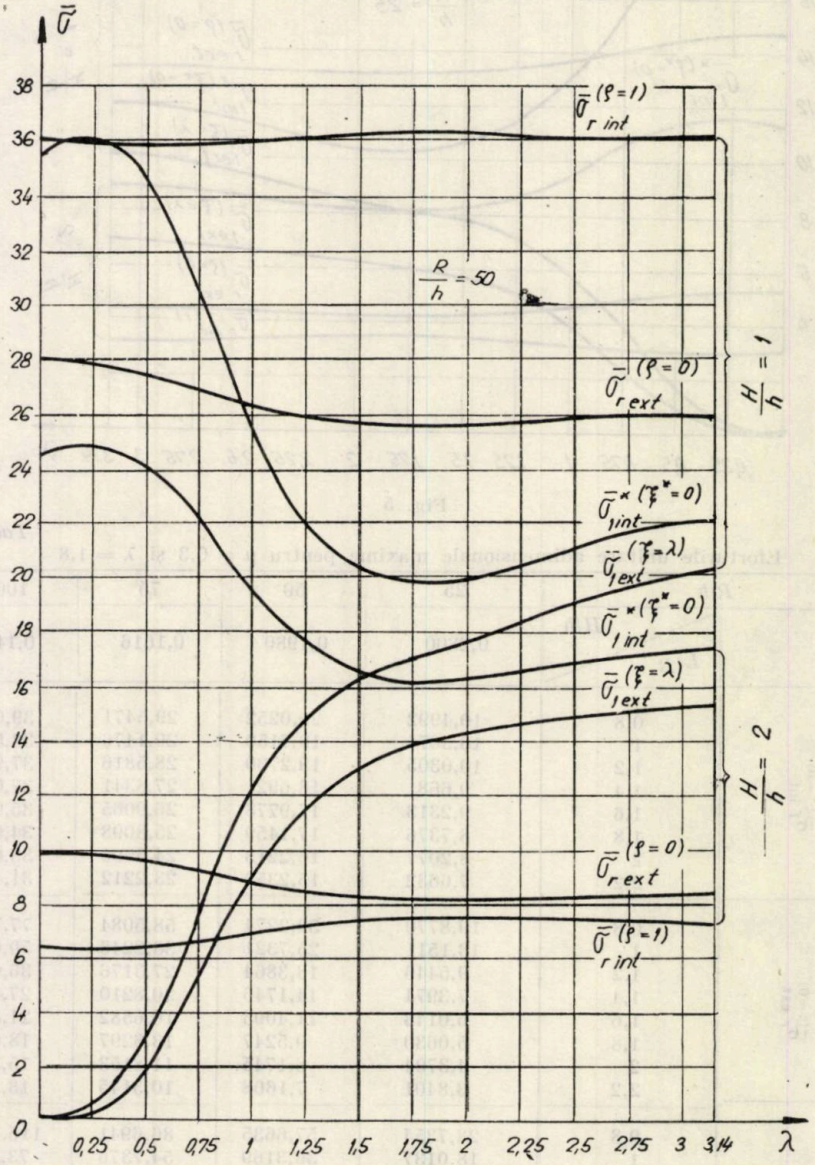

$\bar{\sigma}$
38
36
34
32
30
28
26
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
$\frac{R}{h} = 50$
$\bar{\sigma}_{r\,int}(\rho=1)$
$\bar{\sigma}_{r\,ext}(\rho=0)$
$\bar{\sigma}_{1,int}(\xi^*=0)$
$\bar{\sigma}_{1,ext}(\xi=\lambda)$
$\bar{\sigma}_{1\,int}(\xi^*=0)$
$\bar{\sigma}_{1\,ext}(\xi=\lambda)$
$\bar{\sigma}_{r\,ext}(\rho=0)$
$\bar{\sigma}_{r\,int}(\rho=1)$
$\frac{H}{h} = 1$
$\frac{H}{h} = 2$
0,25 0,5 0,75 1 1,25 1,5 1,75 2 2,25 2,5 2,75 3 3,14
λ

Fig. 6

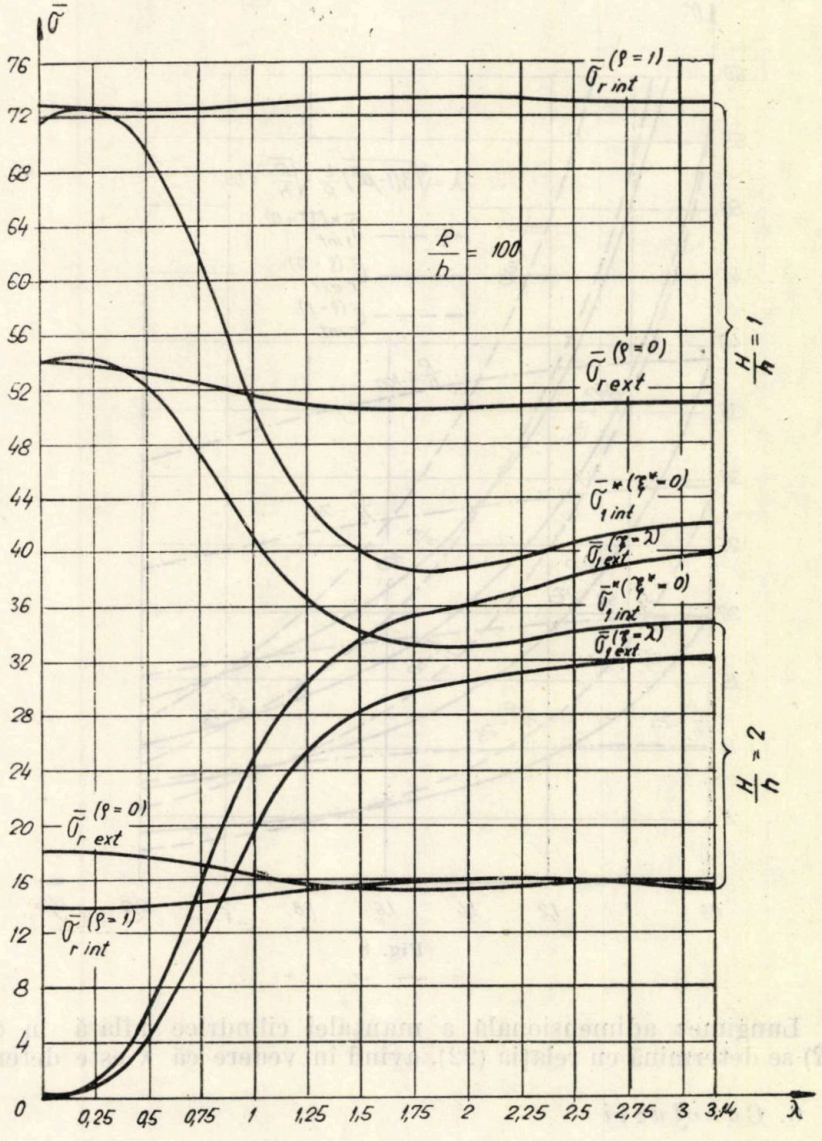

$\bar{\sigma}$
76
72
68
64
60
56
52
48
44
40
36
32
28
24
20
16
12
8
4
0
0,25
0,5
0,75
1
1,25
1,5
1,75
2
2,25
2,5
2,75
3
3,14
λ
$\frac{R}{h} = 100$
$\bar{\sigma}_{r\,int}^{(\beta=1)}$
$\bar{\sigma}_{r\,ext}^{(\beta=0)}$
$\bar{\sigma}_{1\,int}^{*(\xi^*=0)}$
$\bar{\sigma}_{1\,ext}^{(\xi=\lambda)}$
$\bar{\sigma}_{1\,int}^{*(\xi^*=0)}$
$\bar{\sigma}_{1\,ext}^{(\xi=\lambda)}$
$\frac{H}{h} = 1$
$\frac{H}{h} = 2$
$\bar{\sigma}_{r\,ext}^{(\beta=0)}$
$\bar{\sigma}_{r\,int}^{(\beta=1)}$

Fig. 7

cu ajutorul cărora se poate determina geometria optimă a recipientului, dacă se alege în prealabil raportul rezistenţelor admisibile pentru mantaua cilindrică şi placă (fund).

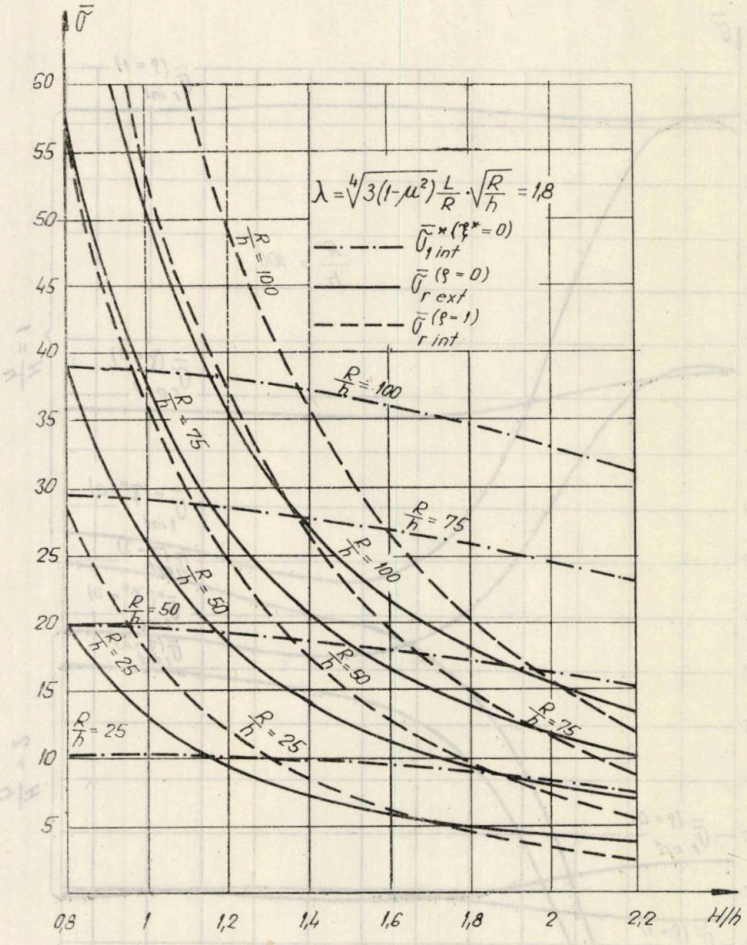


Fig. 8

Lungimea adimensională a mantalei cilindrice aflată în consolă (L/R) se determină cu relaţia (22), avînd în vedere că λ este determinat.

6. *Concluzii*

Starea de eforturi unitare a recipientului cilindric cu fund plan este influenţată sensibil de existenţa unei porţiuni de manta în consolă. Lungimea consolei poate fi determinată astfel încît eforturile unitare, calculate pentru solicitarea compusă de întindere şi încovoiere, să fie minime.

Alegînd raportul rezistenţelor admisibile pentru mantaua cilindrică şi fundul plan, se poate determina parametrul adimensional $\frac{H}{h}$ din condiţia de proporţionalitate a eforturilor unitare adimensionale maxime cu rezistenţele admisibile.

Catedra de rezistenţa materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Renert M., Tănase G.*, Claculul şi construcţia utilajului chimic, vol. I, Editura Did. Ped., Bucureşti, 1964.
2. *Ponomariov S. D. ş.a.*, Calculul de rezistenţă în construcţia de maşini, vol. II, Editura Tehnică, Bucureşti, 1963.
3. *Timoshenko S., Woinowsky — Krieger S.*, Teoria plăcilor plane şi curbe, Editura Tehnică, Bucureşti, 1968.
4. *Ананьев И. В., Тимофеев П. Г.*, Колебания упругих систем в авиационных конструкциях и их демифирование, Издат. Машиносроение, Москва, 1965.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972. Numărul 1

CENTRALE ELECTRICE

C. Z.: 621.311.2

MODIFICAREA STRUCTURII SCHEMEI BLOC A UNUI SISTEM ELECTRIC CA URMARE A SCHIMBĂRII TIPULUI DE REGULATOR DE EXCITAȚIE *

HASCAL LAZĂR

1. Introducere

Structura schemei unui sistem electric are o influență deosebită asupra regimului dinamic al acestuia. Modificarea structurii acestei scheme reprezintă un mijloc eficient pentru obținerea stabilității și a rezervei de stabilitate în sistemul electric respectiv.

În lucrare se arată modul în care se modifică structura schemei unui

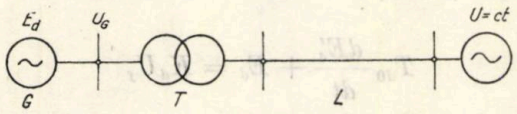


Fig. 1.1

sistem electric generator-transformator-linie-bară de tensiune constantă (fig. 1.1) atunci cînd se modifică tipul de regulator utilizat.

Pentru a obține schemele structurale ale sistemului este necesară cunoașterea ecuațiilor de mișcare ale elementelor componente ale sistemului.

2. Ecuațiile elementelor componente ale sistemului

Într-o lucrare precedentă /L—1/ s-au prezentat ecuațiile care caracterizează regimul dinamic al elementelor componente ale sistemului în ipoteza că se neglijează procesele tranzitorii în înfășurările statorice ale mașinii, și că rezistențele active ale acelorași înfășurări se iau în considerație numai la determinarea coeficienților ecuațiilor diferențiale. De asemenea, mașina a fost considerată fără înfășurări de amortizare.

La determinarea ecuațiilor elementelor componente ale sistemului s-a pornit de la premiza că rezistențele și reactanțele transformatorului și liniei de legătură (fig. 1. 1.) sînt incluse în rezistențele respectiv reac-

* Lucrarea a fost prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, mai 1969.

tanțele înfășurărilor statorice ale generatorului; în acest mod sistemul analizat se prezintă sub forma unui generator legat direct la barele de tensiune constantă ale sistemului receptor.

1 a. *Ecuația rotorului mașinii*

Dacă se neglijează pierderile în înfășurările statorice, nu se ia în considerație puterea suplimentară care apare la variația energiei electromagnetice înmagazinate în aceeași înfășurare, iar la calcul cuplurilor nu se ține cont de viteza de rotație suplimentară care apare ca urmare a perturbației, ecuația care caracterizează regimul dinamic al mașinii are forma

$$T_J \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_{mec} - P_{el} \tag{1}$$

în care: T_J — constanta de timp care caracterizează inerția mecanică a mașinii;
δ — unghiul între E_d și U;
P_{el} — puterea electrică activă transmisă în rețea;
P_{mec} — puterea mecanică dezvoltată de mașina primară.

1 b. *Ecuația înfășurării de excitație*

Comportarea în regim dinamic a înfășurării rotorice a generatorului este dată de relația /L—2/

$$T_{d0} \frac{dE'_d}{dt} + E_d = K_d U_f \tag{2}$$

în care U_f este tensiunea aplicată la intrarea înfășurării de excitație iar $K_d = \frac{X_{ad}}{r_f}$ este raportul între X_{ad} — reactanța corespunzătoare reacției indusului — și r_f — rezistența înfășurării de excitație.

1 c. *Ecuația sistemuui de excitație*

În cazul în care sistemul de excitație este realizat cu ajutorul mașinilor de curent continu el poate fi considerat ca având comportarea unui element apreriodic /L—2/

$$T_f \frac{dU_f}{dt} + U_f = K_f U_r \tag{3}$$

în care k_f este factorul de amplificare al excitatoarei și U_r mărimea de intrare a acesteia.

1 d. *Ecuația regulatorului de excitație*

În cazul general în care se consideră că regulatorul realizează reglarea excitației funcție de mai mulți parametri de regim, precum și deri-

vatele de ordinul I și II ale acestora ecuația lui se prezintă sub forma

$$U_r(s) = K_{\mu_0}\mu_0 + \frac{K_{\mu_1} S}{T_1 S + 1}\mu_1 + \frac{K_{\mu_2} S^2}{(T_2 S + 1)^2}\mu_2 \qquad (4)$$

în care : U_r este mărimea de ieșire a regulatorului ;
K_{μ_0} — factorul de amplificare ;
K_{μ_1} și K_{μ_2} — constante derivative ;
T_1 și T_2 — constante de timp de întîrziere ale elementelor derivative ;
μ_{01} μ_1 și μ_2 — mărimi care depind de parametrii de regim ai sistemului electric în funcție de care se realizează reglarea excitației.

Sistemul de ecuații care caracterizează comportarea în regim dinamic a sistemului electric considerat, este format din ecuațiile (1), (2), (3) și (4) și are forma :

$$\text{a) } T_J S^2 \delta = P_{\text{mec}} - P_{\text{el}}$$

$$\text{b) } T_{d0} S E'_d + E_d = K_d U_f$$

$$\text{c) } (T_f S + 1)\, U_f = K_f U_r$$

$$\text{d) } K_{\mu_0}\mu_0 + \frac{K_{\mu_1} S}{T_1 S + 1}\mu_1 + \frac{K_{\mu_2} S^2}{(T_2 S + 1)^2}\mu_2 = U_r \qquad (5)$$

Aproximările liniare ale ecuațiilor de mai sus se obțin cu ajutorul descompunerii în serie Taylor, în care serii se neglijează termenii de ordinul doi și superior lui doi.

$$\text{a) } T_J S^2 \Delta\delta = \Delta P_{\text{mec}} - s P_{\text{el}}$$

$$\text{b) } T_{d0} S \Delta E'_d + \Delta E_d = K_d \Delta U_f$$

$$\text{c) } (T_f S + 1)\, \Delta U_f = K_f \Delta U_r \qquad (6)$$

$$\text{d) } K_{\mu_0}\Delta\mu_0 + \frac{K_{\mu_1} S}{T_1 S + 1}\Delta\mu_1 + \frac{K_2 S}{S(T_2 + 1)^2}\Delta\mu_2 = \Delta U_r$$

Presupunînd că sistemul este scos din starea de echilibru inițială printr-o variație a puterii mecanice a mașinii primare (ΔP_{mec}) prin deplasarea caracteristicii regulatorului de turație, sistemul de ecuații (6) comportă un număr de patru ecuații și nouă variabile : $\Delta\delta$, ΔP_{el}, $\Delta E'_d$, ΔE_d, ΔU_f, ΔU_r, $\Delta\mu_0$, $\Delta\mu_1$ și $\Delta\mu_2$.

Pentru a pune de acord numărul de ecuații cu numărul de variabile se vor exprima creșterile ΔP_{el}, $\Delta E'_d$, $\Delta\mu_0$, $\Delta\mu_1$, și $\Delta\mu_2$ prin intermediul creșterilor $\Delta\delta$ și ΔE_d.

În acest scop se vor lua în considerație relațiile care exprimă :

— puterea electrică P_{el} în funcție de t.e.m. E_d și de unghiul δ (U=ct) ;
— puterea electrică P_{el} în funcție de t.e.m. E'_d și de unghiul δ (U = = ct) ;
— μ_0, μ_1 și μ_2 în funcție de E_d și δ.

Se pot scrie în acest sens, următoarele relații

$$\Delta P_{el} = \left(\frac{\partial P_{el}}{\partial \delta}\right)_{E_{d_0}} \Delta\delta + \left(\frac{\partial P_{el}}{\partial E}\right)_{\delta_0} \Delta E_d = S_{\delta(E_{d_0})} \Delta\delta + S_{E_d(\delta_0)} \Delta E_d \qquad (7)$$

și

$$\Delta P_{el} = \left(\frac{\partial P_{el}}{\partial \delta}\right)_{E'_{d_0}} \Delta\delta + \left(\frac{\partial P_{el}}{\partial E'_d}\right)_{\delta} \Delta E'_d = S_{\delta(E'_{d_0})} \Delta\delta + S_{E'_d(\delta_0)} \triangle E'_d \qquad (8)$$

Din relația (8) rezultă :

$$\Delta E'_d = \frac{1}{S_{E'_d(\delta_0)}} \Delta P_{el} - \frac{S_{\delta(E'_{d_0})}}{S_{E'_d(\delta_0)}} \Delta\delta \qquad (9)$$

Introducînd în relația (9) valoarea lui ΔP_{el} din (7) rezultă că

$$\Delta E'_d = \frac{S_{\delta(Ed_0)} - S_{\delta(E'_{d_0})}}{S_{E'_d(\delta_0)}} \Delta\delta + \frac{S_{Ed(\delta_0)}}{S_{E'_d(\delta_0)}} \Delta E_d \qquad (10)$$

În continuare, se explimă mărimile μ_0, μ_1 și μ_2 în funcție de E_d și δ sub forma :

$$\Delta\mu_0 = \frac{\partial\mu_0}{\partial E_d} \Delta E_d + \frac{\partial\mu_0}{\partial\delta} \Delta\delta$$

$$\Delta\mu_1 = \frac{\partial\mu_1}{\partial E_d} \Delta E_d + \frac{\partial\mu_1}{\partial\delta} \Delta\delta \qquad (11)$$

$$\Delta\mu_2 = \frac{\partial\mu_2}{\partial E_d} \Delta E_d + \frac{\partial\mu_2}{\partial\delta} \Delta\delta$$

Ținînd cont de relațiile (7), (10) și (11) sistemul de ecuații (6) devine

$$\text{a)}\ T_J S^2 \Delta\delta + S_{\delta(E_{d_0})} \Delta\delta + S_{E_d(\delta_0)} \Delta E_d = \Delta P_{m\text{ec}}$$

$$\text{b)}\ NS\Delta\delta + (1 + T'_d S)\, \Delta E_d = K_d \Delta U_f$$

$$\text{c)}\ (T_f S + 1)\, \Delta U_f = K_f \Delta U_r \qquad (12)$$

$$\text{d)}\left[K_{\mu_0}\frac{\partial\mu_0}{\partial E_d}+\frac{K_{\mu_1}S}{T_1S+1}\frac{\partial\mu_1}{\partial E_d}+\frac{K_{\mu_2}S^2}{(T_2S+1)^2}\frac{\partial\mu_2}{\partial E_d}\right]\Delta E_d+$$

$$+\left[K_{\mu_0}\frac{\partial\mu_0}{\partial\delta}+\frac{K_{\mu_1}}{T_1S+1}\frac{\partial\mu_1}{\partial\delta}+\frac{K_{\mu_2}S^2}{(T_2S+1)^2}\frac{\partial\mu_2}{\partial\delta}\right]\Delta\delta=\Delta U_r$$

unde numărul ecuaţiilor devine egal cu numărul variabilelor şi în care :

$$N=T_{d_0}\frac{S_{\delta(E_{d_0})}-S_{\delta(E'_{d_0})}}{S_{E'_d(\delta_0)}}$$

$$T'_d=T_{d_0}\frac{S_{E_d(\delta_0)}}{S'_{Ed}(\delta_0)} \qquad (13)$$

Menţionăm că în lucrarea /L—1/ N şi T'_d au fost exprimate în funcţie de parametri generatorului, pentru maşinile cu poli aparenţi şi îngropaţi.

3. Modificarea structurii schemei sistemului electric ca urmare a schimbării tipului de regulator de excitaţie

3.1. *Regulatorul cu acţiune proporţională (P)*

Acest regulator realizează reglarea excitaţiei în funcţie de abaterile mărimilor de regim în raport cu care se realizează reglarea.

În acest caz ecuaţia regulatorului va avea forma

$$\Delta U_r=K_{\mu_0}\frac{\partial\mu_0}{\partial\delta}\Delta\delta+K_{\mu_0}\frac{\partial\mu_0}{\mu E_d}\Delta E_d=K_{0\delta}\Delta\delta+K_{0E}\Delta E_d \qquad (14)$$

în care : $K_{0\delta}=K_{\mu_0}\frac{\partial\mu_0}{\partial\delta}$ şi $K_{0E}=K_{\mu_0}\frac{\partial\mu_0}{\partial E_d}$.

Schema structurală a sistemului va avea în cazul considerat forma din fig. 3.1.

3.2. *Regulatorul cu acţiune proporţională-diferen ială (PD_1)*

Acest regulator realizează reglarea excitaţiei în funcţie de abaterile şi derivata întîia a mărimilor de regim în raport cu care se realizează reglarea. În acest caz, ecuaţia regulatorului are forma

$$\Delta U_r=\left[K_{\mu_0}\frac{\partial\mu_0}{\partial\delta}+\frac{K_{\mu_1}S}{T_1S+1}\frac{\partial\mu_1}{\partial\delta}\right]\Delta\delta+\left[K_{\mu_0}\frac{\partial\mu_0}{\partial E_d}+\frac{K_{\mu_1}S}{T_1S+1}\frac{\partial\mu_1}{\partial E_d}\right]\Delta E=$$

$$=\left[K_{0\delta}+\frac{K_{1\delta}S}{T_1S+1}\right]\Delta\delta+\left[K_{0E}+\frac{K_{1E}S}{T_1S+1}\right]\Delta E_d \qquad (16)$$

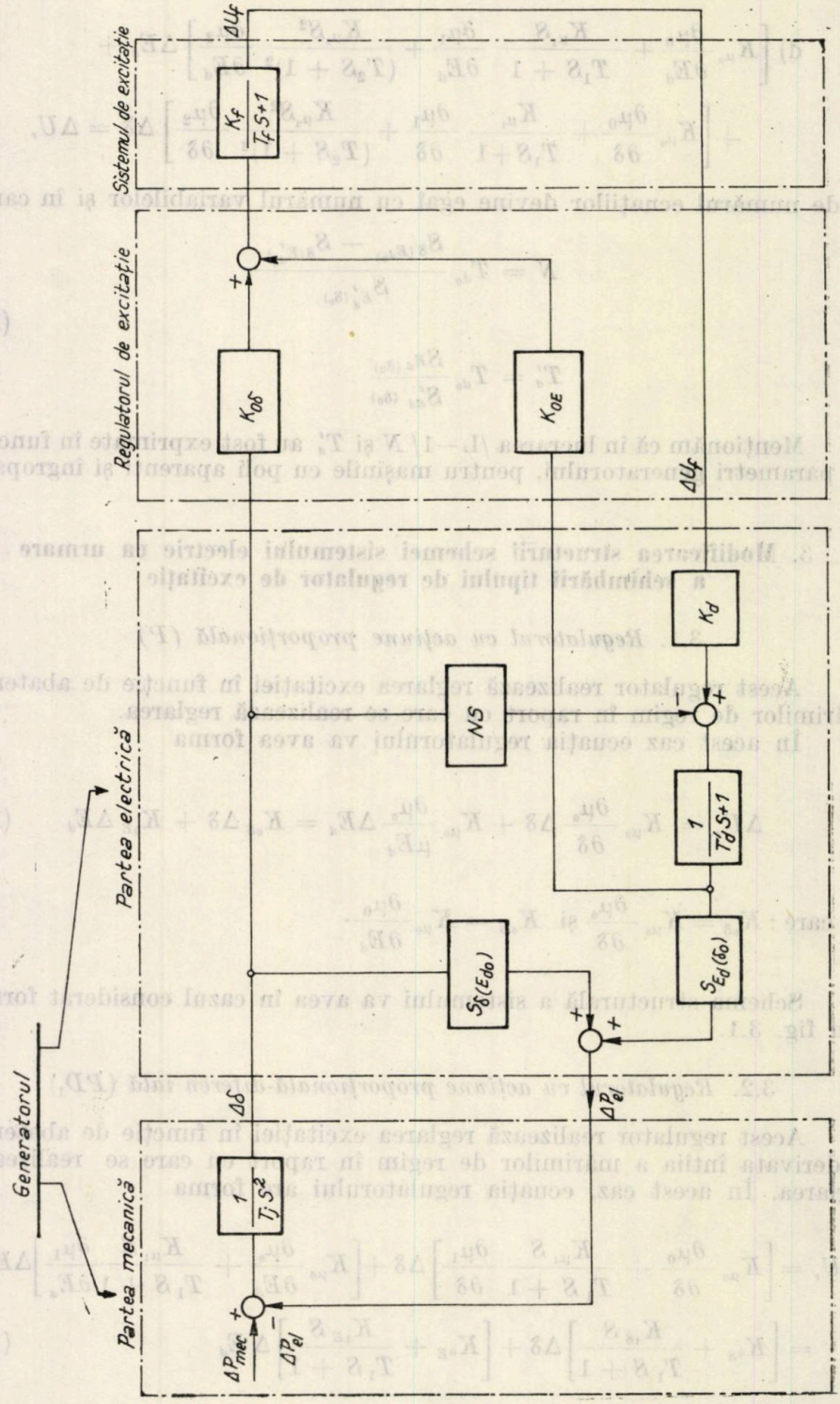

Sistemul de excitație
Regulatorul de excitație
Partea electrică
Partea mecanică
Generatorul
ΔU_f
$\frac{K_f}{T_f S+1}$
$K_{0\delta}$
K_{0E}
K_0
NS
$\frac{1}{T_d S+1}$
$S_{\delta(E_{d0})}$
$S_{E_d(\delta_0)}$
$\frac{1}{T_j S^2}$
$\Delta\delta$
ΔP_{el}
ΔP_{mec}

Fig. 3.1,

în care :

$$K_{0\delta} = K_{\mu_0} \frac{\partial \mu_0}{\partial \delta}; \qquad K_{1\delta} = K_{\mu_1} \frac{\partial \mu_1}{\partial \delta}$$
$$K_{0E} = K_{\mu_0} \frac{\partial \mu_0}{\partial E_d}; \qquad K_{1E} = K_{\mu_1} \frac{\partial \mu_1}{\partial E_d} \tag{17}$$

Schema structurală a sistemului considerat este dată în fig. 3.2.

Se observă că structura schemei sistemului electric în cazul considerat este diferită de cea precedentă în sensul că mai apar două legături stabilizatoare corespunzătoare celor două creşteri ale mărimilor de regim $\Delta\delta$ şi ΔE_d şi a căror funcţii de transfer sînt similare cu acele ale unor legături de reacţie elastice.

Expresiile factorilor indicaţi în relaţiile (17) sînt funcţie de tipul de regulator utilizat şi vor fi stabilite pentru fiecare caz în parte.

Apariţia acestor legături de stabilizare suplimentare măresc posibilităţile în ceea ce priveşte obţinerea stabilităţii sistemului în contul parametrilor reglabili.

3.3. *Regulatorul cu acţiune proporţional-diferenţială* (PD_1D_2)

Acest tip de regulator realizează reglarea excitaţiei în funcţie de abaterile, derivata I-a şi derivata II-a a mărimilor de regim în raport cu care se realizează reglarea.

Ecuaţia regulatorului are în acest caz forma :

$$\Delta U_r = \left[K_{\mu_0} \frac{\partial \mu_0}{\partial \delta} + \frac{K_{\mu_1} S}{T_1 S + 1} \frac{\partial \mu_1}{\partial \delta} + \frac{K_{\mu_2} S^2}{(T_2 S + 1)^2} \frac{\partial \mu_2}{\partial \delta}\right] \Delta\delta +$$
$$+ \left[K_{0E} \frac{\partial \mu_0}{\partial E_d} + \frac{K_{\mu_1} S}{T_1 S + 1} \frac{\partial \mu_1}{\partial E_d} + \frac{K_{\mu_2} S^2}{(T_2 S + 1)^2} \frac{\partial \mu_2}{\partial E_d}\right] \Delta E_d = \tag{18}$$
$$= \left[K_{0\delta} + \frac{K_{1\delta} S}{T_1 S + 1} + \frac{K_{2\delta} S^2}{(T_2 S + 1)^2}\right] \Delta\delta + \left[K_{0E} + \frac{K_{1E} S}{T_1 S + 1} + \right.$$
$$\left. + \frac{K_{2E} S^2}{T_2 S + 1}\right] \Delta E_d$$

în care :

$$K_{0\delta} = K_{\mu_0} \frac{\partial \mu_0}{\partial \delta}; \quad K_{1\delta} = K_{\mu_1} \frac{\partial \mu_1}{\partial \delta}; \quad K_{2\delta} = K_{\mu_2} \frac{\partial \mu_2}{\partial \delta}$$
$$K_{0E} = K_{\mu_0} \frac{\partial \mu_0}{\partial E_d}; \quad K_{1E} = K_{\mu_2} \frac{\partial \mu_2}{\partial \delta}; \quad K_{2E} = K_{\mu_2} \frac{\partial \mu_2}{\partial E_d} \tag{19}$$

Schema stucturală a sistemului considerat este dată în fig. 3.3 Se observă că structura schemei este diferită de structura schemelor precedente şi anume :

— în comparaţie cu schema sistemului în care reglarea excitaţiei se face numai funcţie de abaterile mărimilor μ, schema obţinută are în

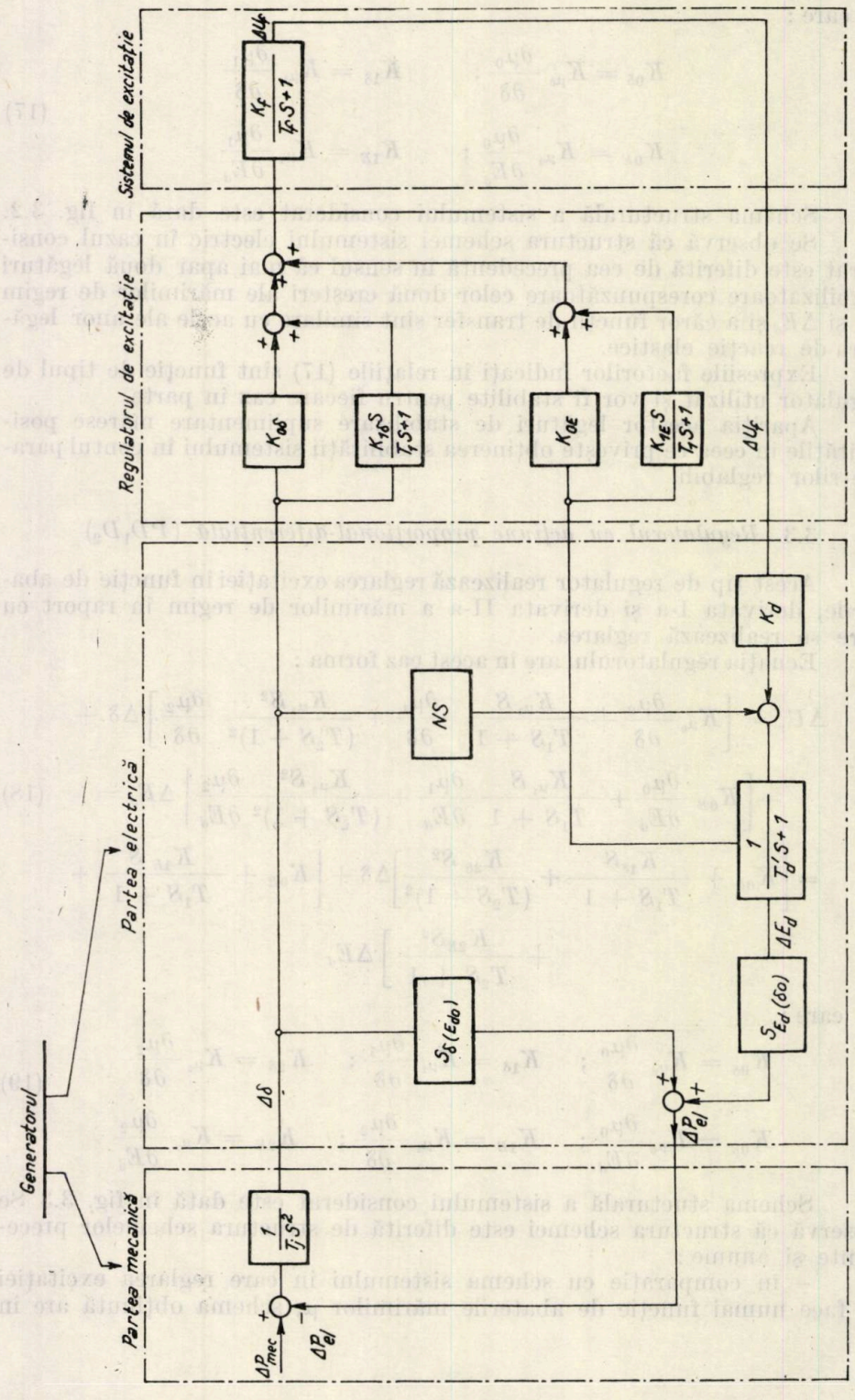

Sistemul de excitație
Regulatorul de excitație
Partea electrică
Partea mecanică
Generatorul
$\frac{K_E}{T_E S+1}$
$K_{0\delta}$
$\frac{K_{1\delta} S}{T_E S+1}$
K_{0E}
$\frac{K_{1E} S}{T_E S+1}$
K_d
NS
$\frac{1}{T_d' S+1}$
$S_{E_d}(\delta_0)$
$S_\delta(E_{d0})$
$\frac{1}{T_j S^2}$
ΔU_f
ΔE_d
$\Delta\delta$
ΔP_{el}
ΔP_{mec}

Fig. 3.2.

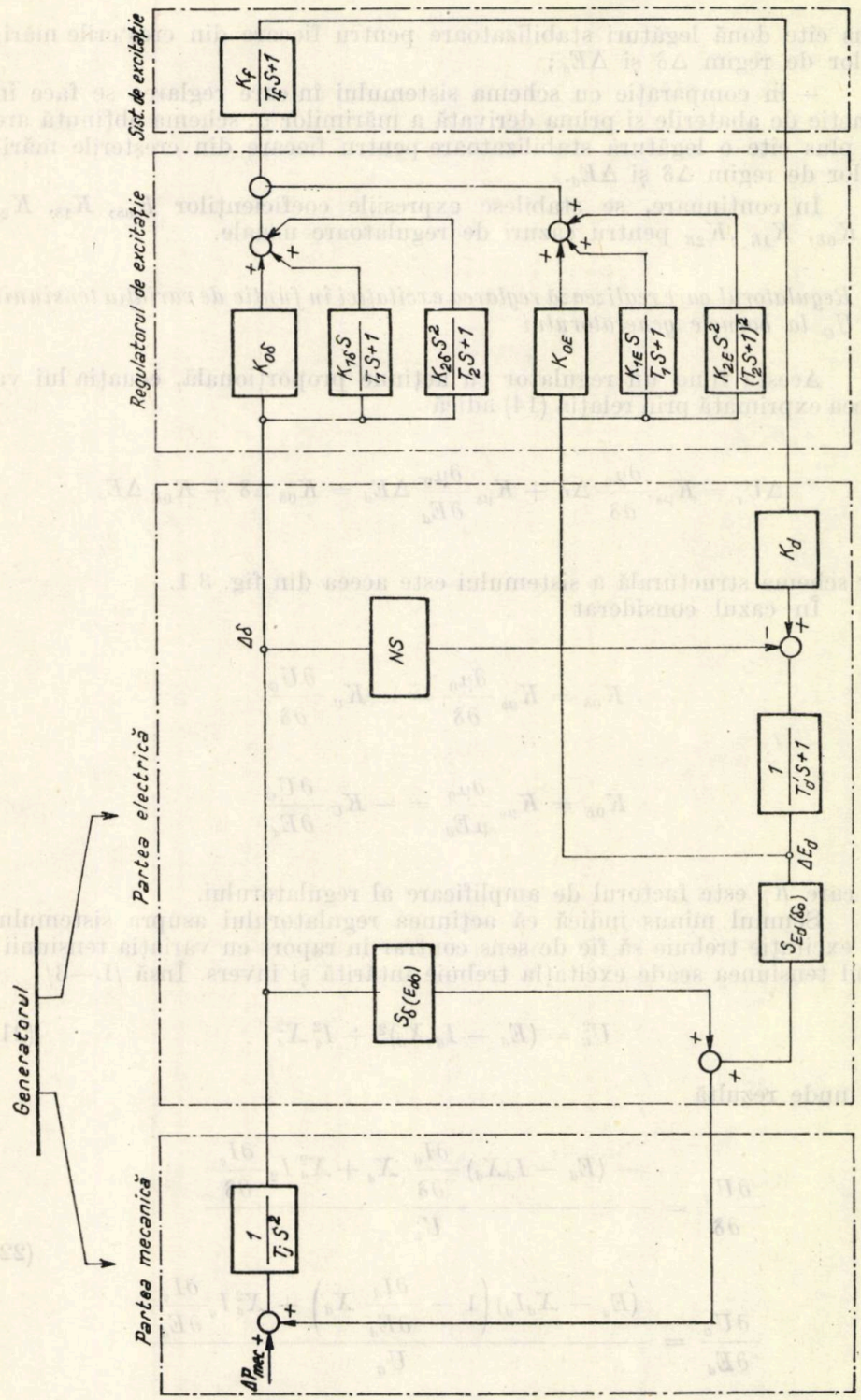

Sist. de excitație
Regulatorul de excitație
Partea electrică
Partea mecanică
Generatorul
NS
Δδ
ΔE_d
ΔP_mec

Fig. 3.3.

plus cîte două legături stabilizatoare pentru fiecare din creşterile mărimilor de regim $\Delta\delta$ şi ΔE_d;

— în comparaţie cu schema sistemului în care reglarea se face în funcţie de abaterile şi prima derivată a mărimilor μ, schema obţinută are în plus cîte o legătură stabilizatoare pentru fiecare din creşterile mărimilor de regim $\Delta\delta$ şi ΔE_d.

În continuare, se stabilesc expresiile coeficienţilor $K_{0\delta}$, $K_{1\delta}$, $K_{2\delta}$ şi K_{0E}, K_{1E} ,K_{2E} pentru cazuri de regulatoare uzuale.

a. *Regulatorul care realizează reglarea excitaţiei în funţie de variaţia tensiunii U_G la bornele generatorului*

Acesta fiind un regulator cu acţiune proporţională, ecuaţia lui va fi cea exprimată prin relaţia (14) adică

$$\Delta U_r = K_{\mu_0}\frac{\partial \mu_0}{\partial \delta}\Delta\delta + K_{\mu_0}\frac{\partial \mu_0}{\partial E_d}\Delta E_d = K_{0\delta}\Delta\delta + K_{0E}\Delta E_d$$

iar schema structurală a sistemului este aceea din fig. 3.1.

În cazul considerat

$$K_{0\delta} = K_{\mu_0}\frac{\partial \mu_0}{\partial \delta} = -K_U\frac{\partial U_G}{\partial \delta}$$

$$K_{0E} = K_{\mu_0}\frac{\partial \mu_0}{\mu E_d} = -K_U\frac{\partial U_G}{\partial E_d}$$

în care K_U este factorul de amplificare al regulatorului.

Semnul minus indică că acţiunea regulatorului asupra sistemului de excitaţie trebuie să fie de sens contrar în raport cu variaţia tensiunii; cînd tensiunea scade excitaţia trebuie întărită şi invers. Însă /L—3/

$$U_G^2 = (E_d - I_d X_d)^2 + I_q^2 X_d^2 \tag{21}$$

de unde rezultă

$$\frac{\partial U_G}{\partial \delta} = \frac{-(E_d - I_d X_d)\dfrac{\partial I_d}{\partial \delta}X_d + X_d^2 I_2 \dfrac{\partial I_q}{\partial \delta}}{U_b}$$

$$\frac{\partial U_G}{\partial E_d} = \frac{(E_d - X_d I_d)\left(1 - \dfrac{\partial I_d}{\partial E_d}X_d\right) + X_d^2 I_q \dfrac{\partial I_q}{\partial E_d}}{U_G} \tag{22}$$

Pentru sistemul care a fost luat în considerație (fig. 3.4) se poate scrie

$$I_d = \frac{E_d}{Z_{11}} \cos \alpha_{11} - \frac{U}{Z_{11}} \cos (\delta - \alpha_{12})$$
$$I_q = \frac{E_d}{Z_{11}} \sin \alpha_{11} + \frac{U}{Z_{12}} \sin (\delta - \alpha_{12}) \tag{23}$$

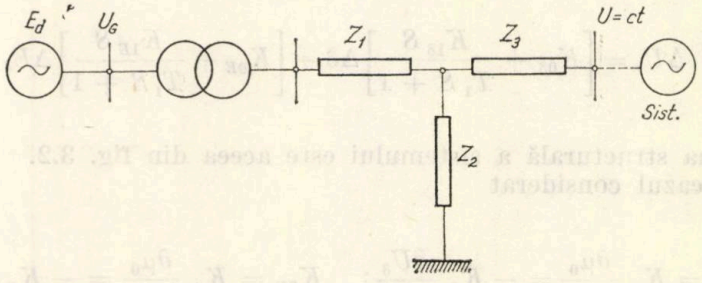


Fig. 3.4.

în care : Z_{11} și Z_{12} modulele impedanțelor proprii mutuale ;
α_{11} și α_{12} unghiurile suplimentare ale acestor impedanțe ;
U tensiunea la bara receptoare (constantă).

Din (23) rezultă :

$$\frac{\partial I_d}{\partial \delta} = \frac{U}{Z_{12}} \sin (\delta - \alpha_{12}) ; \quad \frac{\partial I_q}{\partial \delta} = \frac{U}{Z_{12}} \cos (\delta - \alpha_{12})$$
$$\frac{\partial I_d}{\partial E_d} = \frac{1}{Z_{11}} \cos \alpha_{11} \quad ; \quad \frac{\partial I_q}{\partial E_d} = \frac{1}{Z_{11}} \sin \alpha_{11} . \tag{24}$$

Pentru un sistem real și pentru un regim dat al sistemului respectiv, pot fi cunoscute toate mărimile care intră în relațiile (23) și (24), prin urmare și valoarea derivatelor parțiale $\frac{\partial U_G}{\partial \delta}$ și $\frac{\partial U_G}{\partial E_d}$.

Studiul poate fi continuat în două ipoteze :

— cunoscînd parametrii regulatorului de excitație se analizează stabilitatea statică a sistemului electric dat și se determină dacă sistemul este stabil și care este rezerva de stabilitate ;

— cunoscînd sistemul se determină parametrii regulatorului (factorul de amplificare al regulatorului) astfel încît sistemul să fie static stabil și să posede rezerva de stabilitate necesară.

Din calcule ar putea să rezulte că sistemul electric nu este stabil în cazul în care regulatorul este de tipul celui adoptat sau că factorul de amplificare necesar pentru obținerea stabilității statice a sistemului elec-

tric nu satisface condiţiile de calitate ale însuşi sistemului de reglare a excitaţiei.

În acest ultim caz va trebui să se recurgă la un alt tip de regulator de excitaţie.

b. *Regulatorul care realizează reglarea excitaţiei în funcţie de abaterea şi derivata I-a a tensiunii la bornele generatorului*

În acest caz ecuaţia regulatorului are forma (16)

$$\Delta U_r = \left[K_{0\delta} + \frac{K_{1\delta} S}{T_1 S + 1}\right]\Delta\delta + \left[K_{0E} + \frac{K_{1E} S}{T_1 S + 1}\right]\Delta E_d$$

iar schema structurală a sistemului este aceea din fig. 3.2.

În cazul considerat

$$K_{0\delta} = K_{\mu_0}\frac{\partial \mu_0}{\partial \delta} = -K_U \frac{\partial U_\delta}{\partial \delta}; \quad K_{0E} = K_{\mu_0}\frac{\partial \mu_0}{\partial E_d} = -K_U \frac{\partial U_b}{\partial E_G}$$

$$K_{1\delta} = K\mu_1 \frac{\partial \mu_1}{\partial \delta} = -K_{1U}\frac{\partial U_G}{\partial \delta} \tag{25}$$

$$K_{1E} = K\mu_1 \frac{\partial \mu_1}{\partial E_d} = -K_{1U}\frac{\partial U_G}{\partial E_G}$$

în care : K_U factorul de amplificare a regulatorului în raport cu abaterea tensiunii de la valoarea de consemn ;

K_{1U} constanta derivativă a regulatorului în raport cu derivata I-a a tensiunii la bornele generatorului.

Pentru un sistem electric şi pentru un regim dat al sistemului respectiv valorile derivatelor parţiale $\frac{\partial U_G}{\partial \delta}$ şi $\frac{\partial U_G}{\partial E_d}$ se obţin în mod similar ca şi în cazul precedent.

Şi în cazul considerat se pot pune mai multe probleme :

—avînd regulatorul să se verifice dacă se poate obţine stabilitatea şi rezerva de stabilitate necesare cu regulatorul respectiv ;

— să se stabilească limitele de variaţie ale parametrilor reglabili ai regulatorului pentru a se obţine stabilitatea şi rezerva de stabilitate necesară ; obţinînd limitele respective se poate cere fabricii constructoare regulatorul care să convină şi din punctul de vedere al stabilităţii statice a sistemului.

Se poate întîmpla — mai puţin probabil ca în cazul precedent — ca tipul de regulator PD_1 adoptat să nu convină din punctul de vedere al stabilităţii statice. În acest caz se alege un alt tip de regulator.

c. *Regulatorul care realizează reglarea excitației în funcție de curentul și tensiunea la bornele generatorului*

Acesta este un regulator cu acțiune proporțională (P) care realizează reglarea excitației în funcție de variația curentului în înfășurările statorice ale generatorului, precum și de variația tensiunii la bornele acestuia. În acest caz, ecuația regulatorului va avea forma (14), adică

$$\Delta U_r = K_{\mu_0} \frac{\partial \mu_0}{\partial \delta} \Delta\delta + K_{\mu_0} \frac{\partial \mu_0}{\partial E_d} \Delta E = K_{0\delta} \Delta\delta + K_{0E} \Delta E_d$$

iar schema structurală a sistemului electric aceea din fig. 3.1.

Însă, în cazul considerat

$$K_{0\delta} = K_{\mu_0} \frac{\partial \mu_0}{\partial \delta} = K_I \frac{\partial I}{\partial \delta} - K_A \frac{\partial U_G}{\partial \delta}$$
$$K_{0E} = K_{\mu_0} \frac{\partial \mu_0}{\partial E_d} = K_I \frac{\partial I}{\partial E_d} - K_U \frac{\partial U_G}{\partial E_d} \tag{26}$$

în care k_I și k_U sînt factorii de amplificare ai regulatorului de excitație în raport cu variația curentului respectiv a tensiunii. În relațiile (26) expresiile derivatelor parțiale $\frac{\partial U_G}{\partial \delta}$ și $\frac{\partial U_G}{\partial E_d}$ în funcție de parametri sistemului electric sînt aceleași ca în (22).

Pentru a obține expresiile derivatelor parțiale $\frac{\partial I}{\partial \delta}$ și $\frac{\partial I}{\partial E_d}$ în funcție de aceiași parametri presupuși cunoscuți ai sistemului se pornește de la relația

$$I^2 = I_d^2 + I_q^2 \tag{27}$$

de unde rezultă

$$\frac{\partial I}{\partial \delta} = \frac{1}{I} \left(I_d \frac{\partial I_d}{\partial \delta} + I_q \frac{\partial I_q}{\partial \delta} \right)$$
$$\frac{\partial I}{\partial E_d} = \frac{1}{I} \left(I_d \frac{\partial I_d}{\partial E_d} + I_q \frac{\partial I_q}{\partial E_d} \right) \tag{28}$$

în care derivatele parțiale $\frac{\partial I_d}{\partial \delta}$, $\frac{\partial I_d}{\partial E}$, $\frac{\partial I_d}{\partial \delta_q}$ și $\frac{\partial I_q}{\partial E_d}$ sînt exprimate în funcție de parametri presupuși cunoscuți ai sistemului (24).

În mod similar se pot obține mărimile $K_{0\delta}$, $K_{1\delta}$, $K_{2\delta}$ și K_{0E}, K_{1E}, K_{2E} funcție de parametrii cunoscuți ai sistemului electric pentru alte tipuri de regulatoare.

În acest mod se obține un număr limitat de scheme structurale pentru multe tipuri de regulatoare, ceea ce indică și generalitatea modului de

reprezentare a schemei structurale corespunzătoare sistemului electric luat în considerație în lucrare.

Concluzii

1. În lucrare se prezintă schemele structurale generalizate pentru un sistem electric generator-transformator-linie- bară de tensiune constantă și pentru diferite tipuri de regulatoare: cu acțiune proporțională (P), proporțional-diferențială (PD_1) și proporțional-diferențială (PD_1D_2).

2. Comparînd schemele structurale respective rezultă că modificarea tipului de regulator, modifică și structura schemei bloc a sistemului electric. Astfel, introducerea în legea de reglare, a derivatei I-a a mărimilor de regim în funcție de care se realizează reglarea excitației (sau numai a unora dintre ele), atrage după sine apariția a două legături suplimentare stabilizatoare, echivalente unor reacții elastice într-un sistem de reglare automat în circuit închis. Introducerea și a celei de a II-a derivate a mărimilor de regim în funcție de care se face reglarea excitației (sau numai a unora dintre ele), ridică la patru numărul legăturilor stabilizatoare respective.

Apariția acestor legături suplimentare crează posibilități noi pentru a asigura stabilitatea sistemului și a crea rezerva de stabilitate necesară numai în contul parametrilor reglabili (factorii de amplificare și constantele derivative ale regulatorului, fără a mai fi necesară modificarea parametrilor echipamentelor de bază aferente sistemului electric (generator, linie transformator).

3. S-au prezentat relațiile cu ajutorul cărora se pot calcula — pentru un sistem electric real și pentru un regim dat al sistemului respetiv — valorile acelor coeficienți care apar în schemele structurale prezentate, în funcție de parametri cunoscuți ai sistemului electric.

4. Schemele structurale prezentate permit să se analizeze stabilitatea statică a sistemului electric considerat pentru diferite tipuri de regulatoare utilizînd în acest scop mașinile de calcul electronice

Catedra de centrale electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Dinculescu C., Lazăr H.*, Schemele bloc și funcțiile de transfer ale unui sistem electric, pentru diferiți parametri de regim controlați. Lucrare prezentată la sesiunea IPB 1968.
2. *Jdanov P. S.*, Ustoicivost elektriceskih sistem Gosenergoizdat, 1948.
3. *Venikov V. A.*, Perehodnîie elektromehaniceskie proțesî v elektriciskih sistemah, izd., Energia" 1964.
4. *Mihnevici G.V.*, Sintez strukturî sistemî avtomaticeskovo regulirovania vozbujdenia sinhronih maşin. Izd „Nauka", 1964.
5. *Venikov V. A., Gerțenberg G. R., Sovalov S. A., Sokolov H. I.*, Silnoe regulirovanie vozbujdenia. Izd „Gosenergoizdat", 1963.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 1

ORGANIZARE - PLANIFICARE

C.Z.: 621.3.016.4

CONTRIBUTIONS TO THE STUDY OF DESIGNING AND OPERATING OF ELECTRIC POWER STATIONS BY MEANS OF MATHEMATIC MODELLING

A. CARABULEA AD. GHEORGHE

1 Lay-out the problem

The teoretical and practical organization of production requires use mathematic modelling in the designing and operating of electric power stations with a view to determining the optimal versions for which the total expenses are minimal on ground of the utilization of operational and cybernetical research concepts.

To this end, the electric power station is considered as a cybernetical production system and the authors show how the transfer functions of the unit considered are determined. At the same time, they establish determinist and probabilis :tructural mathematical models of the total expenses (Z), taking into account the stocks theory, waiting theory, wear and reliability theory, the manopower theory, general expenses theory and that of investments apread out in time, as well as the theory of equalizing the solutions from the point of view of energetics. They built the specialized logical diagram for the study of the version of possible energy solutions for carrying out electric power stations and they test the algorythm concived on ground of an example of computation applied to a 1000 MW thermoelectric power station.

The structural mathematical models covering the phenomena within an electric power station, considered as a cybernetic production system, are built by starting from the efficiency function (Z_t) and a series of restrictions written as follows :

$$1) \quad Z_t = C_r^e + p_n I_r^e = (C_p + C_e) + p_n (I_p + I_e) = Z_p + Z_e = \text{minimum}$$

Restrictions refer to the guaranteed power (P_g), the peak power (P_v), the peak energy (E_v) and the pleanned investements (I_d) and the planned investments (I_{gc}) and have the form :

$$2) \quad P_p \geqslant P_g; \quad P_{pe}^v \geqslant P_{as}^v; \quad E_{p_c}^v \geqslant E_{sa}^v; \quad I_{rc} \leqslant I_{p_c}; \quad i_{sp_c}^r \leqslant i_{sp_c}^p.$$

* Manuscript received 5 December 1970

Considering that electric power station can work in interconnection with other energy unite in the system, it is possible to determine without dificulty the electric magnitudes in the restriction structure which, transformed in equalities (taking into account the technologic consumption in power stations and networks), outline the total minimum of the optimal designing and operating solution of the energy object conceived. The following magnitudes intervene in relations (1) and (2):

C_r^e — reported equivalent operating expenses of the designed power station $= (C_p + C_e)$ lei/year.

C_p; C_e — expenses proper (C_p) and equalization expenses (C_e)

$p_n = 1/t_{rn}$ — coeficient of economic efficiency, equal to the reverse of the rated recovery term (t_{rn}) band defined as the net income brought in by one leu invested at the level of national economy for one year.

I_r^e — reported equivalent investment for carrying — out electric power station $(I_p + I_e)$;

I_p; I_e — investments proper (I_p) and equalization investments (I_e);

Z_p; Z_e — computation expenses proper (Z_p) and equalization expenses (Z_e).

P_p — power momentarily yielded by the power station; P_g — power guaranteed by the system.

$P_{p_c}^v$ — power yielded by the power station at the peak of the system.

$P_{a^s}^v$ — power ensured at the peak of the system.

$E_{p_c}^v$ — energy yielded by the power station at the load peak.

$E_{a^s}^v$ — energy ensuired at the peak at the energy system, level.

I_{rc} — total investment achieved; I_{p_c} — total planned investment.

i_{sp}^r — specific investment achived; $I_{sp_c}^p$ — specific planned investment.

The expenses and equalization investments of the energy solutions may be computed with relations written as follows.:

3) $$C_e = (E_1 - E_k)\, p_c^e \text{ (lei/year)}; \quad I_e = (P - P_k)\, i_{sp}^s \text{ (lei)}.$$

These magnitudes are added to the power solutions showing a deficit concerning the yielded power (P), respectively the yieldeè energy (E) in the compared versions (i), respectively (k). In relation (3) intervene also the magnitudes; p_c^e — energy cost price;

i_{sp}^s — specified investment of one kilowatt installed in the power system. The operating expenses (c_r^e) may be written, taking into account the operation research concepts, as follows;:

4) $$C_r^e = C_{c+s}^{d(pr)} + C_{AS}^{d(pr)} + C_{u+sF}^{d(pr)} + C_{FM}^{d(pr)} + C_{G+AM}^{d(pr)} + C_{F+AM}^{d(pr)} + C_e^{d(pr)} \text{lei/year})$$

where :

$C_{c+s}^{d(pr)}$ — determinist (d) and probabilist (pr) expenses with fuel to be consumed (c) and fuel stocked (s).

$C_{AS}^{d(pr)}$ — determinist (d) and probabilist (pr) expenses due to waiting units in the considered cybernetic system.

$C_{u+SF}^{d(pr)}$ — determinist (d) and probabilist (dr) expenses due to equipment wear and to the reliability of the power plant.

$C_{FS}^{d(pr)}$ — determinist (d) and probabilist (pr) expenses with manpower.

$C_{G+AM}^{d(pr)}$ — determinist (d) and probabilist (pr) expenses concerning various general activities and those bought about by the outfit amortization.

$C_{e}^{d(pr)}$ — determinist (d) and probabilist (pr) equal ization expenses estabilished in case the energies yielded are accurately known in the compared versions and in case of determining with some probability the production achieved by the designed power stations.

The determinist and probabilist mathematical models of expenses induced by the application of the stocks theory have the form :

5) $$C_{c+s}^{(d)} = (p_c^c + C_s t_s)\, B_{c+s} = (p_e^c + C_s t_s) \sum_{i\in 1} \sum_{j\in h} \sum_{k\in n} B_{ijk} =$$

$$= (p_c^c + C_s t_s) \sum_{i\in 1} \sum_{j\in h} \sum_{k\in n} \frac{Q_{ijk}}{\eta_{ik}}.$$

6) $$C_{cs}^{(pr)} = (p_c^c + C_s t_s)\,[B_{s1} \pm \Delta B] = [B_{s1} \pm B_{\text{rez}} \pm B_{\text{risc}}]\,(p_c^c + C_s t_s)$$

where :

p_c^c — fuel cost price

C_{c+s} — amount of fuel consumed (c) and stocked (s)

B_{ijk} — amount of fuel required by the ($k - 1 \cdots n$) boilers during the ($j = 1 \cdots j$) hours a day operation and in the course of ($i = 1 \cdots 1$) months in one year.

Q_{ijk} — quantity of steam delivered by the ($k = 1 \cdots n$) boilers during ine year operation.

η_{ik} — output of each energy unit considered.

B_{s1} — fuel required for the operation of the power station on a certain condition (1).

$B = B_{\text{rez}} + B$ — variation of the quantity of fuel with the variation of the electric load imposed by the consumer requirements.

C_s — specific expenses with the storage t_s — storage time

In the case of the determinist models, both (B_{ijk}) and (Q_{ijk}) are determined with the required accuracy by using the power characteristics of the boilers and generating sets.

In order to determine the quantity of fuel, in the case of probabilist models, we appeal to the Marcov theory of chains which faithfully expresses the cybernetic concepts of the phenomena within an electric power station. It is considered that the power station cybernetic system can be represented by the diagrams in figures (1-3) where the reaction functions ($F_1 \cdots F_5$) allow to take into consideration the influence of the cybernetic systems, made up to the fuel supplier and the power consumer, upon the quantity of fuel required by the power station at a given moment, depending on the consumers power demand. As the daily and annual load curve presents sensible variations, it is to be expected that the power station passes through a series of states to which a probability of passing is associated. If the passing of the power station through various states is characterized by means of the passing probabilities stochastic matrix which depends on time and is stable, then the system is ergodic and admiss a permanent regime. The evolution of the systems described by the Marcov chains can be studied by means of the transition graphs, in which the peaks include the passing states and the arcs include the probabilities By appliying this theory to the determination of the quantity of fuel, we obtain a mathematical model as follows :

$$7) \qquad B_{s_2} = \left[B_{s1} \pm \frac{860 - 10^3}{r_d \cdot P_{ci}} C_{sp} \frac{\sum_1^n P_{sk}}{S_k \sum_1^n \left(\frac{1}{S_j}\right)_k} (iab\text{-}iap) \right]$$

where :

$B_{s2\cdot1}$ — the quantities of fuel in state (2), respectively stato (1) of the power station operation.

C_{sp} — operation coeficient of the units under partial load.

r_d — ratio of the outputsat current load and optimal load.

P_{ci} — fuel inferior caloric power.

P_{sk} — electric power with which the generating sets are loaded or unloaded at variation of the respective load when the power station passes from one state of operation into another.

S_k — system of the generating sets (k); S_j — weighted mean of statisms.

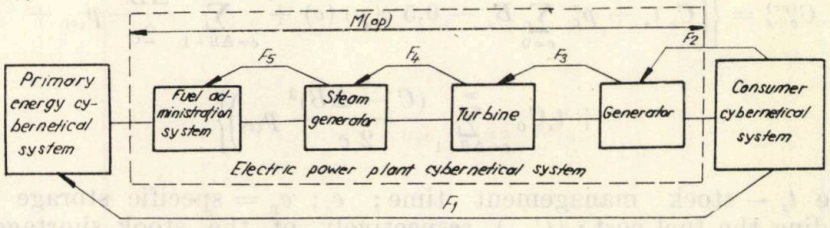
i_{ab}; i_{opa} — steam enthalpy (i_{aa}); respectively that of supply water (i_{apa}).

By studying the efective functions of the cybernetic system in Fig. (1—3), we may write the mathematical expression of an electric power station transfer function as follows :

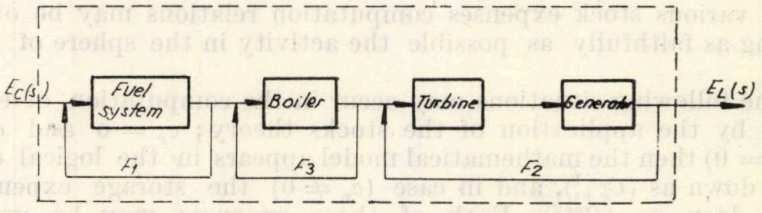
$$8) \qquad F_T = \frac{E_1(S)}{E_c(S)} = \frac{M\,op)}{1 + M\,(op) \cdot R_{cf}} = \frac{M\,(op)}{1 + M\,op)\,F_1} =$$

$$= \frac{Y_1 Y_2 Y_3 Y_4}{1 + Y_a + Y_b + Y_c + Y_d + Y_e}$$

where : E_1 (S), $E_{c(s)}$ represent the Laplace transform of the output magnitudes (power delivered), respectively of the imput magnitudes (material resources); M (op) — operational matrix, $R_{cf} = F_1 =$ reaction



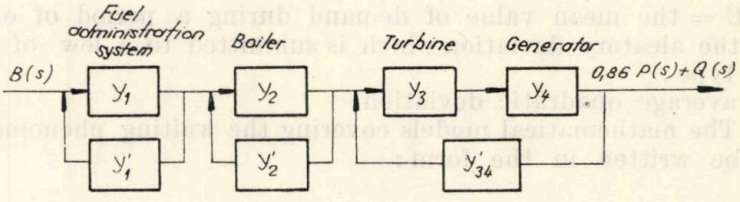
function between the twp cybernetic systeme of the consumer, respectively of supplier, outlining the electric power station considered as a cybernetic production system.



In relation (8) magnitudes Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 may be followed on Fig. (3) and the other magnitudes are determined as follows :

9) $$Y_a = Y_1 Y_1' Y_2' Y_2'; \quad Y_b = Y_3 Y_4 Y_{34}'; \quad Y_c = Y_1 Y_1' Y_2 Y_2'$$

Likewise, the transfer functions may be written for each power station section, which makes possible a thorough study of expenses occuring at the level of each activity.



The application of the premise within the stock theory considering that the electric power station should have a stock of fuel in storc and that there is a permanent demand depending on the probability that

the power station load increases, as well as the fact that stock shortages may occur, the probabilist mathematical model of the total storage expenses may be written as follows :

$$C_{c+s}^{(pr)} = \left\{\left(C_s t_s + p_c^c \sum_{c=0}^{\infty} B_s - 0{,}5\, c(p)\,(c) + \sum_{c=\Delta B+1}^{\infty} \frac{\Delta B^2}{2c} p_{(c)} + \right.\right. \tag{10}$$

$$\left.\left. + t_s C_o \sum_{c=\Delta B+1}^{\infty} \frac{(C-\Delta B)^2}{2\,c}\, p_{(c)}\right)\right\}$$

where t_s — stock management time; c_s; c_p = specific storage costs including the fuel cost; (C_{s+c}) respectively of the stook shortage (c_p) B = fuel material stock; c — consumption demand of materials (fuel); $p(c)$ = probability of the demand; p_c = fuel cost price; ΔB = fuel-supply increase interms of load increase, taking especially into account the fuel in store.

Depending on the probability law $p(c)$ hoverning the development of events in the stocks management department within an electric power station, various stock expenses computation relations may be obtained, reflecting as faithfully as possible the activity in the sphere of production.

The following situations may occur in the computation of expenses induced by the application of the stocks theory; $c_p = 0$ and $c_p \neq 0$ . . *If* $(c_p = 0)$ then the mathematical model appears in the logical diagram written down as $(C_{c+s}^{pr\,1})$, and in case $(c_p \neq 0)$ the storage expenses are written doen as $(C_{c+s}^{pr\,2})$. Each of these expenses may be written in various forms, depending on the law of probability of demand; i.e.; if the phenomena within the fuel management are submitted to the law of Poisson, then expenses are written in the form $(C_{c+s}^{pr\,1(2)}\ 1$: if the events observe the law of Bernoulli, then the expenses apper in the form $(C_{(c+s)}^{pr}\ 1(2)$, and if the law of development of events is of Erlang type, then expenses are written in the form $(C_{(c+s)}^{pr}\ 1(2))$, the dynamic management or stocks requires the computation of expenses $(C_{(c+s)}^{pr}1(2)$ where the variable demand (c) in relation (10) is calculated as follws :

$$C - (C + a_a \cdot \sigma) \tag{11}$$

where : C = the mean value of demand during a period of one year.
a_a — the aleatory deviation which is submitted to a lew of Poisson type :
σ — average quadratic deviation
— The mathematical models covering the waiting phenomena may be written in the form :

$$C_{AS}^{(a)} = C_1\,\text{tac} + C_2\,taf \qquad \text{(lei/year)} \tag{12}$$

$$C_{AS}^{(pr)} = \left[C_1 \sum_{n=s+1}^{m} (n-s)\,p(n) + C_2 \sum_{n=1}^{S} (s-n)\,p(n)\right] \text{(lei/year)}. \tag{13}$$

where : C_1 ; C_2 = the cost of waiting of a unit which should be serviced (C_1), respectively of station servicing (C_2) in lei/hour.

t_{ac} and t_{af} — waiting time (hours/year) of units which should be serviced, respectively of the servicing stations.

n = number of units waiting in the system considered.

m = total numer of units in the system (waiting or in the phase phase of being serviced).

S = number of stations servicing ; $p\ (n)$ = the probability of arrivale and servicings in the considered system, which has various values, depending on the law operating in the servicing, respectuvely in the arrival area.

c_1' ; c_2' = the cost of a waiting unit (lei/station and year) (c_1') respectively of a servicing station (c_2') (lei/station and year).

If the law of probability of the units arrival in the system is of Poisson tpe and the servicings are constant, then the expenses with waiting (C_{AS1}^{pr}) are determined by means of relation (13) in which probability is computed as follows :

$$(14)\quad p\ (n) = \frac{(n_{so})^n}{n\,!} \cdot e^{-n_{so}} = \frac{(n_{so})^n}{e^{o_{so}}} \cdot \frac{1}{n\,!}.$$

If the development of events in the fiels of arrivals observes the Bernulli or Laplace law, and servicings are exponential, then the (C_{AS2}^{pr})e expenses are computed.

În case of Poisson type arrivals and Erlang servicings, the (C_{AS3}^{pr}) expenses are computed, and in case of Poissonian arrivals and arbitrary servocongs, the C_{AS4}^{pr} expenses induced by the units waiting in the considered system should be determined. The determinist and probabilist mathematical models obtained as a result of the application of the wear and realibility theory and can be written as follows :

$$15)\qquad C_{u+SF}^{(d(} = \left(\sum_{C-1}^{r} \sum_{g=1}^{p} C_{lg}^{SF} + \sum_{1=1}^{r} \sum_{g=1}^{p} C_{lg} \right) \text{(lei/year)}$$

$$16)\qquad C_{u+SFf}^{(pr)} = \left[\sum_{l=1}^{p'} m_f (C_g + C_f') + C_{av} \right] \cdot (1 - p) \quad \text{(lei/year)}$$

where : C_{SE} = acquisition cost of the various elements ($g = 1 \cdots p$) in case of a known number of substitutions ($1 + 1 \cdots s$) taking into account the non-aleatory wear. C_{1g} = maintenance and repair cost, including the installation of the newly acquired parts : m = number of elements ($f = 1 \cdots p'$) in the analysed technologic chain C_f ; C_f' — the cost of supplying the damaged parts (C_f) and the cost of maintaining them (C_f') C_{av} — the costof the damage implying the cost of the undelivered energy and the cost of damages at the consumer 's. $(1 - p_f)$ — the probability that the considered flow sheet within the electric power station will not operate ; p — the probability that the various elements in the power

station will operate. In the case of electric power stations, it should be kept in mind that the equipment repair and maintaining the parts supply rythm are conditioned by the daily and annual covering of the load curve, which supposes the meeting of the electric and thermal power demand at the peak of the energy system. The reliability consists in the capacity of all the elements of a flow sheet to work without break in order to maintain the operation indices within the prescribed limits. As in the electric power stations flow sheets are engaged production means, working meaon as well as manpower, the notion of reliability may be extended also to the two last elements. This requires a suitable quality of the materials and a proper training of the staff performing the various works in the power station, in order to avoid incidents in exploitation.

The mathematic modelling of the amount of labour in an electric power station permits to determine on one hand the number of worker by specialities and places of work, and on the other hand the scientific standardization of activity within the apparatus processes. The use of these conceptions allows us to determine and to write as follows :

$$C^{d}_{FM} = \sum_{V=1}^{V_t} V_{tC_V} S_{m_V} = \left(n_{si} \pm \sum_{1}^{C_1} C_h \times h \right) h_m S_m = Y_h h_m S_m \tag{17}$$

$$C^{pr}_{FM} = \left[V^{m}_{tC} S^{m}_{m} p^{m}_{r} + V^{i}_{tC} S^{i}_{.n} p^{i}_{c} + V^{th}_{tC} S^{th}_{m} p^{th}_{c} + V^{f}_{tC} S^{f}_{m} p^{f}_{r} + V^{paj}_{tC} S^{paj}_{m} p^{paj}_{r} \right] \tag{18}$$

The actual volume of labour (V_{tc}) is computed by means of the relation :

$$V_{tc} = \sum_{t=1}^{t_t} \sum_{c=1}^{C_t} n_{tc} - x_{tc} = Y_h h_m. \tag{19}$$

Relation (18) has been obtained by extending the sum to the five categories of workers within the electric power station i.e. workers (m) engineers (i), technicians (th) office workers (f) and auxialiyry staff (paj) to which have been attached the probabilities of reduction (p_r) and increase (p_c) for category separately. The wages (S_m) for each category of workers are given in lei/hour, and the volume of labour, in hours/man, In relations (17—19) intervene also the magnitudes :

n_{si} = number of wage earners owned by the enterprise when created : C = correlation coeficient ($h = 1 \cdots C_1$); X_h — influence coefficients; h_m — the wage — earners working regime; Y_h — total number of wage eraners in the enterprise, taking into account its increase or reduction, depending on the increase of the volume of labour and the increase of labour productivity; n_{tc} = labour norm for each of the five categories of workers, differentiated ty categories of workers ($C = 1 \cdots C_t$) within each department ($t = 1 \cdots t$); X_{tc} = number of workers of various categories for the various production departments of the electric power sta-

tion, The specific labour norms (n_{tc}) are influenced by the level of researches in cybernetics, physiology, industrial labour psychology, the technical progress of work methods and production means norms (n_{tc}) are established on ground of the measurings carried or put at each representative which make it easier to take into consideration the understanding and clear transmission of informations, the cleverness, attention and reaction time of man to various external factors. The head staff is selected on ground of the sociometric diagrams which set off the conditions for the occupation of leading posts, i.e. any leading official should be stimulative, calm, objective with his subordinates, in view of taking decisions.

Considering the increase of the degree of automation of the electric power-stations apparatus processes, it is to be expected that the probability of reducing the workers, officials and auxiliary staff acquires progressively higher, values, and the probability of increasing the number of engineers and technicians observes an exponential law. This is also justified by the trend manifesting itself at world level that in the power the fixed worker posts near the units be transformed in moving monitoring posts, which supposes a polytrained staff who is able to effect the remote control of the operation. The increase of the number of technicians and engineers is justified by their orientation towards a work of conception with a view to optimizing the versions, keeping into account the fiability-utility-efficiency concepts.

The determinist mathematical model of general expenses (G) to which are added the amortization expenses (AM) and of the profit due to the partial exploitation of certain power plants, may be written as follows :

$$20)\quad C^{d}_{G+AM+I} = \left[(p_h + P_{BM}\, i_{is})\, P_{is} + p_n \left(\sum_{i'_V=1}^{q-r'} I_{i'_V} (1 + p_n)^{q-r'-i'} + I_e - V_u \right)\right]$$

Taking into account the probabilities of realization of general expenses (p^G_r) (referring to watch, taxes, travels, renting and telecommunications), in the sense that a reduction of them may be obtained by savings and taking into consideration the possibility of a moral wear of the generating sets which may generate a certain probability of achieving the amortization expenses (p^{cA}_r), as well as some aspects of the achieving of investments on the planned period, to which is added the probability that the partially commussioned equipment operates, the probabilist mathematical model may be written as follows :

$$21)\quad C^{pr}_{G+AM+I} = \left\{(p^G_r\, p_G + p^{AM}_r\, p^{isp}_m)\, P_{is} + p_n \left[\sum_{i'=1}^{q-r'} I_{I'} (1 + p_n)^{q-r-i'}\, p_r I + \right.\right.$$
$$\left.\left. + I_e - pr^{V_n}\, V_n\right]\right\}.$$

In the relations (20—21), the magnitudes have the following significance ; p_G — specific general expense in (lei/kW) ; p_{AN} — the amortization

rate in the large power systems is a variable depending on the number of hours of utilization of (P_{is}), which leads to high values of the probability (p_r^{AM}) and in the small power systems it is constant, which may generate small values for (p_a^{AM}) due to the moral wear of the power station units.

i_{sp} — specific investments (lei/kW; P_{is} — installed power:

p_G^r — probability of reducing the general expenses taking into account the savings which may be achieved; I_i — investments for the achievement of the power object; p_{rI} — probability of achieving the investments in the planned time, taking into account the reduction of the works execution time by aplying the modern erection methods, and of the possible deviations from the schedule, in case the equipment is late in arriving on site. V_n — the net income obtained due to the plant partially operating; $p_r^V{}_n$. The probability of achieving this income (V_n) considering the damages which may occur in the operating power plants; ($q - r'$) — duration of the power station construction; i' — year of the investments return; r' — delay in the works in a cortein version, as compared to the version with the longest appointed term (q) for the power station corrying out.

The equalisation expenses of the solutions, from energy point of view, are computed by means of relation (3).

The determinist and probabilist mathematical models of total expenses (Z) have the following structure:

$$22) \quad Z_t^{(d)} = \left[(p_c^c + c_s t_s) \sum_{i=1}^{l_1} \sum_{j=1}^{R_1} \sum_{k=1}^{m_1} Bijk + (c_1 t_{a_c} + c_2\, taf) + \left(\sum_{l=1}^{r} \sum_{g=1}^{p} C_{lg}^{sf} + \right.\right.$$

$$+ \sum_{l=1}^{r} \sum_{g=1}^{p} C_{lg}\Bigg) + \left(n_{si} \pm \sum_{1}^{C_1} C_h \times h\right) h_m S_m + (p_G + p_a \cdot i_{sp})\, Pi_s + p_n \sum_{i=1}^{q-r'} I_i (1 +$$

$$\left. + p_n)^{q-r'-i'} + p_n (I_e - V_n)\right] = \text{minim.}$$

Taking into account relations (10), (13), (16), (18) and (21), we may write the relation:

$$(23) \quad Z_t^{(pr)} = \left\{(c_s t_s + p_c^c)\left[\sum_{c=0}^{\infty} (B_s - 0{,}5\ c)_{P(c)} + \sum_{c=\Delta B+1}^{\infty} \frac{\Delta B^2}{2c}\, p(c)\right] + \right.$$

$$+ t_s c_p \sum_{C=\Delta B+1}^{\infty} \frac{(c - \Delta B)^2}{2\ c} p_{(c)} + \left[c_1' \sum_{n=s+1}^{m} (n - s) p_{(n)} + c_2' \sum_{n=1}^{s} (s - n) p_{(n)}\right] +$$

$$+ \left[\sum_{j=1}^{p'} m_f (c_f + c_f') + C_{av}\right](1 - pf) + \left[S_m^m p_r^m \sum_{t=1}^{t_t} \sum_{c=1}^{c_t} n_{t_c}^m x_{t_c}^m + \right.$$

$$\left. + S_m^i p_c^i \sum_{t=1}^{t_t} \sum_{c=1}^{c_t} n_{t_c}^i x_{t_c}^i + S_m^{th} p_c^{th} \sum_{c=1}^{t_t} \sum_{c=1}^{c_t} n_{t_c}^{th} x_{t_c}^{th} + S_m^f p_r^f \sum_{t=1}^{t_t} \sum_{c=1}^{c_t} n_{t_c}^f x_{t_c}^f + \right.$$

$$+ S_m^{paj} p_r^{paj} \sum_{t=1}^{t_t} \sum_{c=1}^{c_t} n_{t_c}^{paj} x_{t_c}^{paj} \Big] + \Big[(p_r^G p_G + p_r^{AM} p_{AM} i_{sp}) Pi_s + p_n \sum_{i=1}^{q-r'} I_i (1 +$$

$$+ p_n)^{q-r'-i} + p_n (I_e - p_{rn}^v V_n) \Big] = \text{minim.}$$

The logical diagram by means of which expenses (Z) may be computed can be followed in Fig. 4. Relations (22—29) represent the object functions, respectively the efficiency functions of the optimization problem

The determination of the total minimum of the object functions (22—23) is made by taking into account the restrictions specified within relations (2). The logical diagram in Fig. 4, and mathematical models (22—23) are at the basis of the algorythm conceived in view of selecting the optimal solution among several versions of possible energy solutions of designing, carrying out and operating the power installations in the stations. The algorythm of the optimization of design, carrying out and operating of electric power stations has been tested on the IBM 360/30, digital computer on ground of a numeric example, using the data in the desing erection and operation of a 1000 MW thermoelectric power station.

3) Presentation and comment on the specialized computation logical diagram.

The specialized computation logical diagram may be followed in Fig. 4, The following computation areas appear in the diagram;

— The primary—data area (1L1—1L2) includes beside the declared magnitudes also the cycling operators (R) (V) (F) (D) which permit the logical sequence of computation within the program tested on the I.B.M. 360/30 digital electronic computer.

— The second area, included between cells (1L2—1L3) permits the determination of expenses for the supply and storage of fuel required for the operation of the power station installations during one year, observing the restrictions imposed by the possibility of forming the fuel reserves in store.

— The third area (1L3—1L4) facilitates the determination of expenses for the supply, storage and shortage of fuel in the power station probabilist operation regime. The expenses (C) are determined in case a shortahe appears in the stock of material in store ($c = 0$) andin the lack of it ($c = 0$). For the most characteristic situations met when applying the laws of probability governing the feul management departa ment in the power stations, we determine the expenses (C (1) (2)).The computations are so ordered that they permit to elucidate each situation which may intervene in designing and running the fuel supply of soem high power electric stations.

— The fourth area includes between cells (1hL4—1L5) the computation of waiting expenses, in the determinist and probabilist hypothesis. After performing the cyclings, we write the partial results obtained in order to discuss them.

— the fifth area refers to the determination of expenses, the wear and reliability by means of determinist (1L5—1L6) and probabilist (1L6—1L7) mathematical models.

— The sixth area includes cells (1L8—1L10) for the computation of expenses with labour power in the hypothesis of applying the determinist mathematical model (1L8—1L9) and cells (1L9—1L10) if probabilist mathematical models are used.

When applying the probabilist mathematical models, account is kept of the five main categories of the working staff, i.e.; workers, engineers, technicians, officials and auxiliary staff. Ineach profession it is possible to make function determinations, keeping into account the wage categories and the provisions of the power station's personal essablishment (tables of organization).

— The seventh area is for the computation within cell (1L11) of general expenses, amortization and investment expenses in the hypothesis when determinist and probabilist mathematical models are applied.

— in the last area (1L12) the total computation expenses (Z) (Z) are computed and the values obtained are compared. After the respective comparison, the electronic machine writes the smallest value of expenses resulting from the computation ans passes on the STOP position. Bymeans of the specialized logical diagram it is possible to optimize the designing and operating of electric power stations on ground of the determination of the minimum of computation exponses (Z). It can also be used for the study of the optimal designing and operating of all installations within an energy system (station, threephase network, monophase network for the supply of electrified railways) if we eliminate from the diagram in Fig. 4 the links affecting the computation of some magnitudes not occuring in various particular situations. By means of the specialized logical diagram scheme (Fig. 4) the computation expenses (Z) may be determined by means of the determinist and probabilist mathematical models (22—23) by using the digital electronic computers.

4. Considerations of the theory of decisions.

The theory of decisions serves to specify the versions in several possible energy solutions of carrying out the power objects, taking into account the amount of information available while drawing up the design documents. The decisions may be taken in the follwing situaitons :

Conditions of certitude when the variable magnetudes of the process can be controlled, as when designing and operating a power station, especially for the optimal determination of the generating sets and boilers. In this case, various variants are considered and that solution is selected which leads to a minimum of feul consumption when the power demand varies in determinist and probabilist conditions.

— Conditions of risk, when the process variables may be expressed by a law of probability. Such decisions are used in the case of stocks theory, waiting theory, the theory of wear and reliability and in various departments where the concept of probability is used. The optimal solu-

tion in this case is obtined by minimizing the mathematic hope of function v_t of expenses written as follows :

$$24) \quad \text{Fe} = \sum_{v=1}^{V_t} f(t_v)\, p(v) = f(t_1)\, p(1) + f(t_2) + p(2) + \cdots + f(t_n)\, p(n) =$$

$$= \text{minimum}$$

where :

$f(t_v)$ — expenses function corresponding to a possible situation of the installation operation, taking into account the probability associated to it. (p)v).

In the application of decisions in conditions of uncertainty, the law of probability of various situations appearing in the outlok is not available. In such situations, the Laplace, Wold-Neuman, Hurwitz and Savage decision criterien should be applied.

The complexity of the problems intervening in the designing of the great objects implies the study of the suggested solutions and the selection of the optimal version on ground of a discussion of the solutions by a group of specialists. The decision may be taken by the group keeping into acount the results obtained when studying the variants, by applying various criteria, as the production of electric power and total minimum expenses. For the coordination of these aspects appearing in case of complex objects, we write all the efficiency functions, we keep one of them as the object function and transform the other into restrictions. În order to take into account all the efficiency functions within the group decision theory, we appeal to the utility concept, which is mathematically expressed in the form;

$$25) \quad F_u = \sum_{v} \sum_{u} k_v\, a_v\, C_{vu}\, X_u \pm \sum_{v} b_v = \text{minimum}$$

The utility function (F_u), which synthetizes the efficiency functions appearing within a complex power object, is solved by taking into account the restrictions given by relation (2). The magnitudes in relation (25) have the following significance;

$$a_v = \frac{1}{\max (C_{vu}\, X_u) - \min (C_{vu}\, X_u)}; \qquad b_v = \frac{\min c_{vu}\, x_u}{\max (C_{vu}\, X_u) - \min (C_{vu}\, X_u)}$$

26)

k_v = importance coefficients, experimentally established on ground of some data resulting from the operation of certain power units having the same profile.

C_{vu} — total cost of the carrying out of the power station production unit.

X_u — number of product units achieved in one year.

The complex model of the group decisions consists in selecting the optimal version among several versions, ordered, according to their utility. This selection is made on ground of the rules established by Arrow and form the basis for the ordering of versions and building up of the group decisions. Arrow shows that for a number exceeding three versions and a group exceeding two decision takers, there is no decision function permitting an uncontradictory ordering of alternatives. This conclusion, which is also called the Arrow paradox, can be avoided by appling the ELECTRE method and the Leader method when selecting the optimal version.

6. Conclusions

The presentation of the determinist and probabilist mathematica, models, taking into account the operational and cybernetical research, facilitites the thorough study of the optimization theory, as well as the most accurate determination of the optimal version on ground of the variables conditioning the development of productive activities. The construction of the mathematical models and of the specialized logical diagram permits the computation of expenses (Z) by means of digital electronic computers, which reduces the execution time of an amount of computation, considerably increasing the accuracy in appreciating the designing and operating versions of the power stations installations.

The considerations concerning the decision theory permit to build the utility function which synthetizes the efficiency functions appearing when studying the complex power plants and facilitices the determination of the optimal version among several possible power solutions of designing a power object.

The conceived algorythm makes it easier to determine the total minimum of expenses (Z_t) taking into account, on one hand the restrictions appearing when designing, executing and operating the electric power stations, and on the other hand, the multitude of variables which have to be considered in a power plant optimization problem.

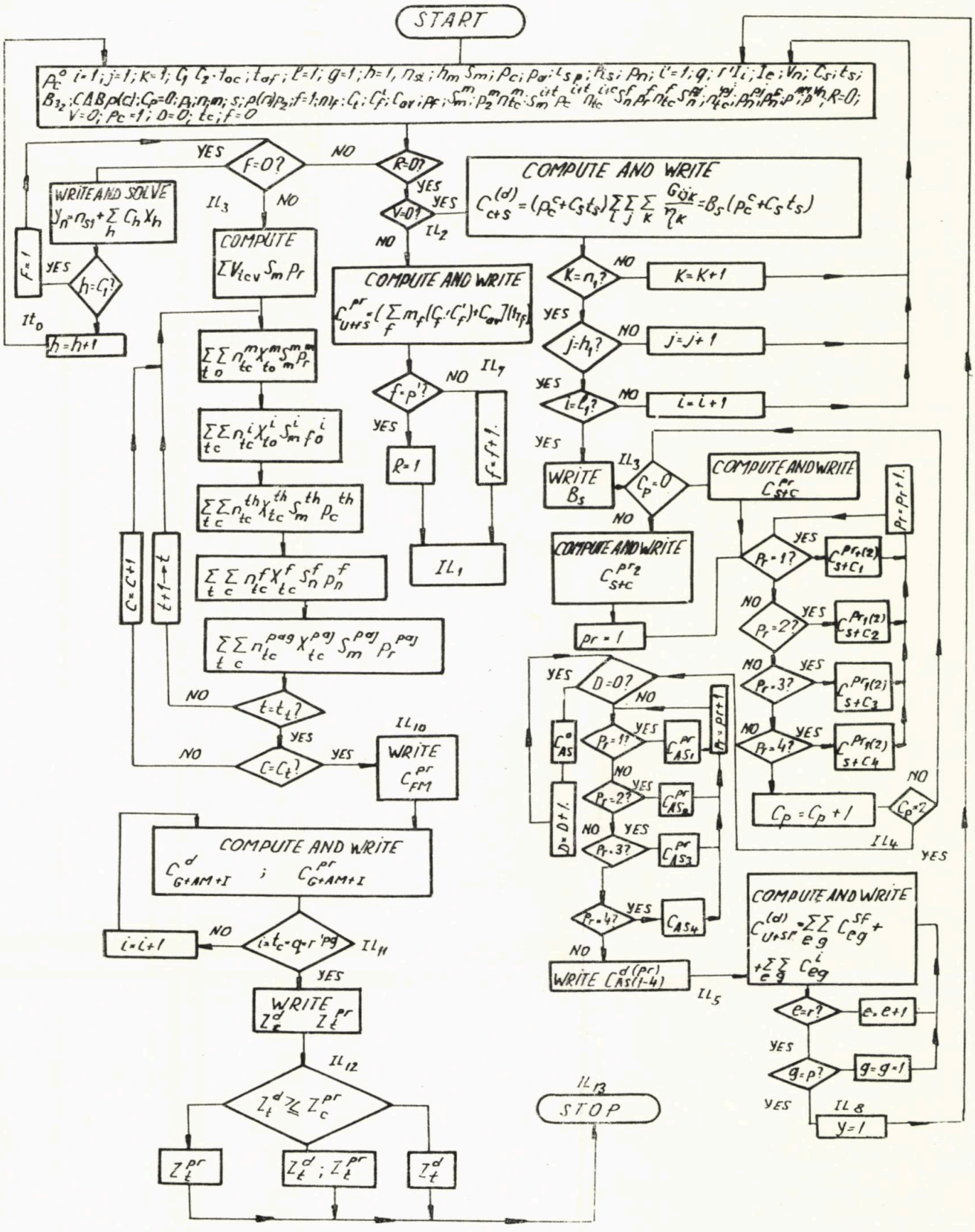
7. Computation example

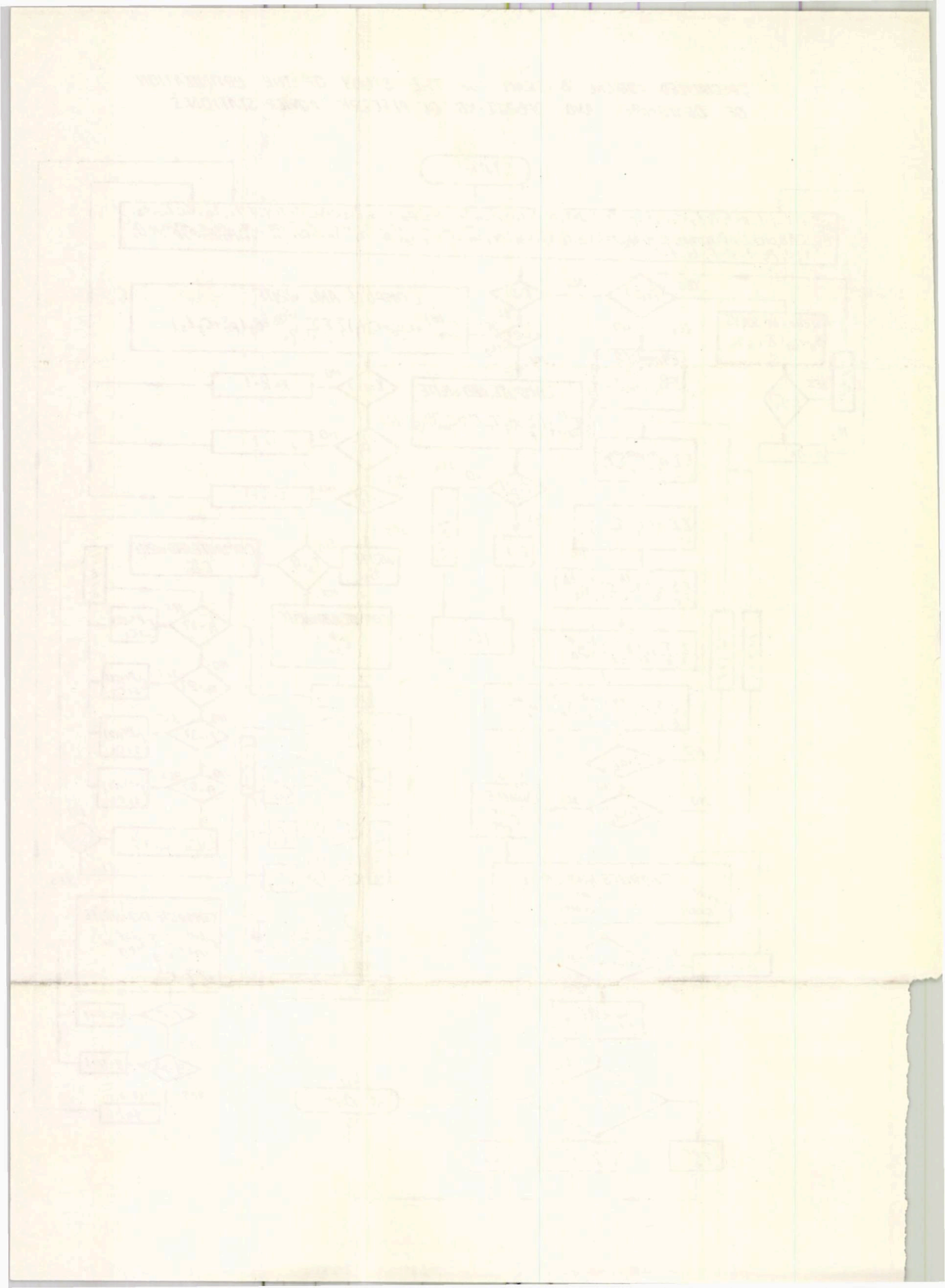
We consider a 1000 MW electric power station with 4×250 MW groups operating with solid fuel, with a $Hi = 3400$ kcal/kg caloric power. Knowing a series of magnitudes intervening in the determinist and probabilist mathematical models (22—23) and determining the laws of probability which concern the technical and economical phenomena within an electric power station, we compute the value of total expenses Z structural elements, as follows:

a) DETERMINIST VARIANT

$$(A-1) \quad C_0 = p_c^0 \sum_i \sum_j \sum_k Bi_{ijk} = 872.4 \times 10^6 \text{ (lei/year)}$$

SPECIALIZED LOGICAL DIAGRAM FOR THE STUDY OF THE OPTIMIZATION OF DESIGNING AND OPERATING OF ELECTRIC POWER STATIONS





where $p_c^0 = 400$ lei/t.c.f. and the total quantity of fuel required for full load operation is $B = 2 \,.\, 182 \times 10^6$ t.c.f/year*

(A—2) $C^{\text{storage}} = 6 \times 10^6$ lei/year. Waiting expenses $C_{ast} = Ci$ tac+ $+ C2\ tas = 0.922 \times 10^6$ lei/year.

(A—3) $C_{PM} = (n_{si} \pm Ch \times h)\, h_m S_m = 38.4 \times 10^6$ lei/9ear.

$$(p_G + p_a i_{sp})\, P_{is} = \left(11 \cdot 4 \cdot \frac{\text{lei}}{\text{year}} + 0.0585 \times 3100 \frac{\text{lei}}{\text{kw}}\right) 10^6 = 192 \times 10 \text{lei/year}.$$

$$\text{(A—4)} \quad \sum_1 \sum_g C_{1g}^{SP} + \left(\sum_1 \sum_g C_{1g}\right) = 7.05 \times 10 \text{ lei/9ear}$$

(A—5) $p_n \Sigma I\, (1_i + p_n)\, Q + p_n\, (I_e = 0)$ (a single variant is discussed).

Then: (A—6) $Z_t^{(d)} = 1.39 \times 10^9$ (lei/9ear)

b) PROBABILIST VERSION

The probabilities intervening in the mathematical model (23) have the value:

$p_0 = 0.8$ or 1.2 (operation at optimal power or overload).

$p_r^m = 0.8$; $p_c^i = 1.2$; $p_0^{th} = 1.1$; $p_r^f = 0.8$; $p_r^{paj} = 0.75$

The application of the probabilist mathematical model leads to the following results:

$$Z_t^{(pr)}{}_{(p_C = 0.8)} = 1.020485 \times 10^9 \text{ (lei/year)}$$

and respectively:

$$Z_t^{(pr)}{}_{(p_C = 1.2)} = 1.370485 \times 10^9 \text{ (lei/year)}.$$

We observe that $Z_t^d < Z_t^{pr}{}_{(0,8)}$; $Z_t^d > Z_t^{pr}{}_{(1.2)}$; $Z_t^d > Z_t^{pr}$, which confirms hypothesis in view, when building the determinist and probabilist mathematical models.

Management Chair

Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest

* tons of conventional fuel a year.

REFERENCES

1. *Kaufmann* Metode şi modele ale cercetării operaţionale (Methods and Models of Operational Research) Ed. Ştiinţifică, Bucureşti, 1967—1968.
2. *Bîrlea St.*, Concepte cibernetice aplicate la conducerea şi organizarea industrială (Cybernetic Concepts Applied to the Industrial Management and Organization) In Studii şi Cercetări de Calcul Economic şi Cibernetică Economică no. 5/1969, p. 9—22; 17. bibl. reports.
3. *Popa A. and Carabulea A.*, Mathematical Models and Logical Diagram for Railway Electrifying and Diesel Drive Optimization. În Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom XXX no. 2, 1968, p. 127...143; 13 bibl. rep.
4. *Oskar Lange*, Introducere în cibernetică economică (Introduction to Economic Cybernetics) Editura Ştiinţifică, Bucharest 1967.
5. *Arrow K. I.*, Mathematical Methods in the Social Sciences, Proceedings of the First Stanford Symposium, Stanford University Press, 1959.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972. Numărul 1

TRANSPORTURI

C.Z: 629.113

STUDIUL STABILITĂȚII AUTOMOBILULUI FRÎNAT CU AJUTORUL CALCULATOARELOR ANALOGICE *

AUREL P. STOICESCU

Introducere

Statisticile accidentelor de circulație arată că aproximativ jumătate din numărul acestora se datorește funcționării necorecte a sistemului de frînare, care, în mare măsură, este caracterizată prin acțiunea neuniformă a frînelor de la roțile aceleiași punți. Dacă se mai adaugă și faptul că la decelerații nu prea mari mișcarea automobilului ce se deplasează cu viteze mai mici decît viteza critică este stabilă la perturbații mici [18], atunci se evidențiază și mai mult necesitatea de a se studia stabilitatea automobilului sub influența momentului destabilizator produs de forțele de frînare neegale.

În [14, 15] s-au determinat deplasarea laterală și rotirea automobilului sub acțiunea momentului destabilizator de frînare, considerînd automobilul fără ruliu, mecanismul de direcție rigid și mișcarea în regim permanent. În [9] se determină aceleași elemente ca mai sus, dar se studiază mișcarea în regim nepermanent. Problema este reluată în [17] sub o formă mai generală, considerînd și viteza de creștere a forțelor de frînare. În fine, în [4] se abordează o problemă asemănătoare, ținîndu-se seama și de elasticitatea mecanismului de direcție (frecările și jocurile din mecanism nu sînt luate în considerație); se consideră însă numai cazul mișcării în regim permanent.

Luarea în considerație a elasticității mecanismului de direcție constituie o perfecționare a modelului adoptat, întrucît se apropie mai mult de automobilul real. Însă, pentru o soluționare corectă a problemei este necesar să se studieze mișcarea în regim nepermanent, pentru a ține seama și de fenomenele tranzitorii. De asemenea, va trebui să se țină seama că în mecanismul de direcție sînt prezente atît frecarea vîscoasă, cît și frecarea uscată. În sfîrșit, mai trebuie avut în vedere și jocul din mecanismul de direcție, a cărui influență asupra stabilității și maniabilității nu a fost studiată pînă acum în literatură.

Chiar în condițiile ipotezelor simplificatoare care se vor face, ecuațiile de mișcare sînt neliniare datorită frecării uscate și a jocului. Solu-

* Manuscris predat la redacție la data de 30 martie 1971

ționarea ecuațiilor este dificilă cu ajutorul metodelor matematice cunoscute De aceea este necesară utilizarea calculatoarelor care, pe lîngă faptul că permit rezolvarea problemei neliniare, oferă posibilitatea de a se studia diferite variante.

În cazul de față este foarte avantajoasă folosirea calculatorului analogic, întrucît programarea este mai simplă, necesitînd un volum mic de muncă. De asemenea, mărimile de ieșire fiind înregistrate direct sub formă de curbe, se obține o imagine mai intuitivă asupra proceselor, la care se mai adaugă și faptul că, folosind același montaj, se pot determina și alte mărimi decît cele care interesează în mod direct.

În cele ce urmează se prezintă ecuațiile diferențiale ale mișcării, care țin seamă de observațiile făcute mai înainte. În continuare se arată modul cum se face programarea calitativă și cantitativă a problemei pe calculatorul analogic. Pentru aceasta ecuațiile sînt aduse la o formă convenabilă, adoptîndu-se anumite ipoteze simplificatoare. În același timp, se prezintă schemele modelelor electronice, care au fost utilizate efectiv la rezolvarea problemei.

În lucrare se vor folosi următoarele notații principale:

a — distanța de la centrul de greutate al automobilului pînă la planul vertical ce trece prin axa punții din față, m;

b — distanța de la centrul de greutate al automobilului pînă la planul vertical ce trece prin axa punctii din spate, m;

L — ampatamentul, m;

B_1, B_2 — calea roților din față, respectiv spate, m;

n — distanța de la punctul de intersecție al axei pivotului calea pînă la dreapta din planul căii normală la axa longitudinală a automobilului și care trece centrul petei de contact al roții directoare nebracate, m;

r_0 — raza de rotire în jurul pivotului a roții directoare (distanța de la centrul petei de contact pînă la dreapta din planul căii ce trece prin punctul de intersecție al axei pivotului cu calea și este paralelă cu axa longitudinală a automobilului), m;

$\bar{v}$ — viteza centrului de greutate al automobilului, $m.s^{-1}$;

α — unghiul dintre viteza v și axa longitudinală a automobilului, rad;

β — unghiul mediu de virare al roților, rad;

β_0 — jocul în mecanismul de direcție, rad;

ε — unghiul dintre axa longitudinală a automobilului și direcția inițială de deplasare a automobilului, rad;

ν — unghiul de convergență al roților de direcție, rad;

ω — viteza unghiulară a axei longitudinale a automobilului, rad. s^{-1};

m — masa automobilului, kgf $\cdot m^{-1}$, s^2;

m_{i0} — masa pieselor cu mișcare de rotație în jurul pivoților, kgf $\cdot m^{-1} \cdot s^2$;

I_z — momentul de inerție al automobilului în raport cu axa ce trece prin centrul său de greutate și este normală pe cale, kgf·m·s^2;

I_d — momentul de inerție al roții directoare cu părțile aferente în raport cu axa pivotului, kgf·m·s^2;

X'_{1f}, X''_{1f} — reacțiunea tangențială de frînare la roata din dreapta, respectiv stînga (privind în sensul de mers) ale punții din față, kgf;

X'_{2f}, X''_{2f} — reacțiunea tangențială de frînare la roata din dreapta, respectiv stînga (privind în sensul de mers) ale punții din spate, kgf.

c_1, c_2 — coeficientul de rezistență la deviere al punții din față, respectiv al punții din spate, kgf·rad^{-1}.

c_{m1}, c_{m2} — coeficientul momentului stabilizator al pneurilor din față, respectiv spate, kgf·m·rad^{-1};

k_d — rigiditatea mecanismului de direcție, kgf·m·rad^{-1};

h_d — coeficientul momentului frecării vîscoase din mecanismul de direcție, kgf·m·s·rad^{-};

k_y — factorul de creștere a forței aerodinamice pe direcția normală la axa longitudinală a automobilului, conținută în planul căii, kgf·m^{-2}·s^2·rad^{-1};

k_{mz} — factorul de creștere a momentului aerodinamic în raport cu axa ce trece prin centrul de greutate și este normală la cale, kgf·m^{-1}·s^2·rad^{-1}:

φ_f — coeficientul de aderență dintre pneu și cale, la frînare;

q — factorul de corecție a coeficientului de rezistență la deviere;

t — timpul, s.

Punctele deasupra unei litere desemnează derivata mărimii respective în raport cu timpul (numărul punctelor determină ordinul derivatei).

2. Ecuațiile de mișcare ale automobilului frînat, avînd frînele dezechilibrate

Se consideră un automobil care se deplasează pe un drum orizontal, fără neregularități și care se frînează la un moment dat. Inițial, automobilul se deplasează cu viteza constantă, în linie dreaptă. Se presupune că frînele sînt dezechilibrate, astfel că ia naștere un moment destabilizator în planul căii, care va provoca mișcări suplimentare ale automobilului Se mai admite că în tot timpul cît are loc frînarea poziția volanului este fixă, corespunzătoare momentului inițial.

Intervalul de timp în care se studiază mișcarea, în condițiile precizate anterior, va fi limitat la valori comparabile cu timpul de reacție al conducătorului. După timpul de reacție acesta intervine, putînd atenua astfel mișcările periculoase ale automobilului.

Se va considera modelul automobilului fără ruliu, studiindu-se numai mișcarea plan-paralelă. Avînd în vedere că timpul în care se studiază

mișcarea este mic, curbura traiectoriei centrului de greutate al automobilului va fi și ea mică, așa cum rezultă și din încercările experimentale. [9]. Ca urmare, efectul forței centrifuge asupra mișcării de ruliu va fi relativ puțin important, mai ales în cazul autoturismelor moderne prevăzute cu stabilizatoare. Prin adoptarea ipotezei de mai sus, problema se simplifică, ceea ce conduce la calcule mai puțin numeroase. Soluția obținută poate fi considerată ca o primă aproximație care, ulterior, s-ar putea îmbunătăți prin luarea în considerare a ruliului. În cazul utilizării calculatorului analogic, problema, chiar în această formă, nu prezintă nici un fel de dificultate deosebită față de cea tratată în lucrarea de față (se admite că c_1 și c_2 sînt constanți).

Valorile de calcul ale coeficienților de rezitență la deviere se vor considera acelea care corespund vitezei de la care se începe frînarea, cu o anumită decelerație constantă dată. Așadar, nu se ține seamă de variațiile coeficienților care au loc, pe de o parte, în timpul creșterii forței la pedala de frînă de la zero pînă la valoarea sa constantă și, pe de altă parte, datorită variației decelerației și vitezei la mersul în curbă.

La frînări rapide timpul de creștere a forței de frînare (0,10—0,15 s) este mic în comparație cu intervalul de timp în care se studiază mișcarea (peste 1,5 *s*), ceea ce justifică ipoteza făcută. De asemenea, variațiile valorilor sarcinilor verticale față de cele stabilite la mersul în linie dreaptă (considerînd frînarea cu decelarația constantă) sînt neînsemnate, întrucît atît timpul, cît și curbura traiectoriei centrului de greutate sînt mici.

Caracteristicile de deviere ale pneurilor vor fi considerate în porțiunile liniare, adică pentru unghiuri de deviere mai mici de 6°—7°.

Se mai presupune că rigiditatea volanului și a arborelui său sînt foarte mari în comparație cu a celorlalte elemente ale mecanismului de direcție.

Pentru scrierea ecuațiilor de mișcare se vor utiliza rezultatele obținute în [18], făcînd particularizările impuse de ipotezele adoptate în cazul de față.

După o serie de transformări ecuațiile de mișcare capătă forma finală

$$
\begin{aligned}
&a_{11}\,\dot{\alpha} + a_{12}\,\alpha + a_{13}\,\omega + a_{14}\,\beta - X_{1f}\,\beta = a_1\\
&a_{21}\,\dot{\omega} + a_{22}\,\alpha + a_{23}\,\omega + a_{24}\,\beta + aX_{1f}\,\beta = a_2\\
&a_{31}\,\ddot{\beta} + a_{32}\,\dot{\omega} + a_{33}\,\dot{\alpha} + a_{34}\,\dot{\beta} + a_{35}\,\alpha + a_{36}\,\omega + a_{37}\,\beta + M\,\operatorname{sign}\dot{\beta} = a_3,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

unde

$$
a_{11} = mv,\quad a_{12} = m\dot{v} + k_y\,v^2 + c_1 + c_2,\quad a_{13} = mv + \frac{ac_1 - bc_2}{v},\quad a_{14} = -c_1;
$$

$$
a_{21} = I_z,\quad a_{22} = -(c_{m_1} + c_{m2} + nc_1) + ac_1 - bc_2 + \frac{c_1 B_1 \nu}{2} + k_{mz}\cdot v^2,
$$

$$
a_{23} = \frac{a^2 c_1 + b^2 c_2}{v} + \frac{bc_{m_2} - a\,(nc_1 + c_{m_1})}{v} + \frac{c_1 a B_1 \nu}{2v},
$$

$$a_{24} = c_1 - (a - n)c_1 - \frac{c_1 B_1}{2},$$

$$a_{31} = 2I_d,\ a_{32} = 2I_d - m_{10}\,na,\ a_{33} = -m_{10}nv,\ a_{34} = h_d,$$

$$a_{38} = -(nc_1 + c_{m1} + m_{10}\,n\dot{v}),\ a_{36} = -\left(m_{10}\,nv + a\,\frac{c_{m1} + nc_1}{v}\right),$$

$$a_3 = K_d + c_1 + nc_1 + m_{10}\,nv;\ K_d = \begin{cases} 0 \text{ pentru } \beta \in (-\beta_0, +\beta_0) \\ k_d \text{ pentru } \beta \in (-\infty, -\beta_0] \cup [+\beta_0, +\infty). \end{cases}$$

$$a_1 = \nu\,(X'_{1f} - X''_{1f}),\quad a_2 = 0{,}5\,B_2\,(X''_{2f} - X'_{2f}) + 0{,}5\,B_1\,(X''_{1f} - X'_{1f}),$$

$$a_3 = (X''_{1f} - X''_{1f})\,r_0.$$

În ecuația a doua din (1) s-a neglijat termenul $2I_d\,\ddot{\beta}$. Acest termen atinge valori maxime cînd frecările din mecanism lipsesc, iar elasticitatea sa este foarte mare. Dacă se compară, în aceste condiții, termenii corespunzători din ecuația treia din (1) cu cei din ecuația doua, se constată că primii sînt foarte mici în raport cu ceilalți, ceea ce justifică neglijarea amintită.

Prima ecuație din (1) reprezintă ecuația de proiecție a forțelor pe direcția normală la axa longitudinală a automobilului, în timp ce ecuația a doua din (1) reprezintă ecuația de momente în raport cu axa normală pe cale, care trece prin centrul de greutate al automobilului. Cea de a treia ecuație a sistemului constituie ecuația de mișcare a mecanismului de direcție.

Elementele cunoscute ale problemei sînt viteza de la care se începe frînarea și funcțiile $X'_{if}(t)$, $X''_{if}(t)$ $(i = 1{,}2)$. Necunoscutele problemei sînt α, ω, β și v, deci în număr de patru, iar numărul ecuațiilor este de trei. Pentru a putea determina soluțiile ar mai fi necesară încă o ecuație (în cazul cînd c_i, c_{mi} sînt constanți), obținută prin scrierea echilibrului forțelor de-a lungul axei longitudinale a automobilului.

Rezolvarea sistemului cu patru ecuații cu patru necunoscute obținut ca mai sus ar fi deosebit de dificilă din cauza neliniarităților, chiar în cazul cînd se folosește calculatorul analogic, datorită numărului mare de multiplicatoare care trebuie folosite. Evident, problema ar deveni și mai complicată în cazul cînd s-ar ține seama de variația coeficienților de rezistență la deviere în timpul cît are loc mișcarea.

Pe baza premizelor arătate, dificultatea menționată poate fi evitată considerînd coeficienții a_{ij} constanți. În adevăr, atît datorită intervalului mic în care se studiază mișcarea, cît și datorită faptului că mișcările laterale sînt mici, $\dot{v}$ poate fi considerat practic constant, după ce forța de frînare a atins valoarea constantă. De asemenea, tot datorită intervalului mic de timp, variațiile relative ale vitezei sînt mici, mai ales cînd vitezele de la care se începe frînarea sînt mari. Așadar, variațiile coeficienților a_{ij} sînt mici, ei putînd fi considerați practic constanți. O excepție o cons-

tituie coeficientul a_3, din cauza lui K_d, dar acest fapt nu constituie un impediment cînd se foloseşte calculatorul analogic.

Variaţia de viteză ar putea fi luată în considerare prin introducerea în calculul a unei viteze medii în intervalul de timp studiat.

Pentru calculul coeficienţilor de rezistenţă la deviere este necesar să se cunoască relaţiile care exprimă aceşti coeficienţi în funcţie de sarcina verticală pe pneu şi de reacţiunea tangenţială la roată.

Pînă acum nu există posibilitatea de a predetermina funcţia care să exprime dependenţa dintre coeficientul de rezistenţă la deviere şi sarcina pe pneu. De aceea se utilizează diferite formu'e care aproximează curbele obţinute pe cale experimentală [3, 8, 10]. Cea mai utilizată este formula

$$c = \sqrt{\varphi}\, c_p\, (c_p' - Z)\, Z, \tag{2}$$

unde Z reprezintă sarcina pe roată, iar c_p şi c_p' sînt nişte constante care se determină pentru fiecare pneu. În majoritatea cazurilor formula (2) aproximează destul de bine caracteristicile pneurilor de autoturisme. În cazul pneurilor de autocamioane ea este mai puţin indicată, întrucît acestea nu prezintă un maxim pentru c în funcţie de sarcină.

Pentru coeficientul momentului stabilizator al pneului se poate folosi relaţia [5].

$$c_m = \sqrt{\varphi}\, c_{mp}\, Z, \tag{3}$$

unde c_{mp} este o constantă.

Influenţa forţei tangenţiale asupra coeficientului de rezistenţă la deviere a fost pusă în evidenţă de către W. A. Bull încă în 1939 [7]. Însă, cercetări sistematice s-au făcut mai tîrziu [1, 2, 6, 13]. Pentru a ţine seamă de forţa tangenţială coeficentul de rezistenţă la deviere dat de (2) se multiplică cu un factor de corecţie q.

Una din formulele propuse care dă rezultate satisfăcătoare este următoarea [5]:

$$q = \sqrt{1 - \frac{X}{\varphi Z}}, \tag{4}$$

în care X reprezintă forţa tangenţială la roată.

Diversele relaţii propuse pentru q, inclusiv (4), au fost utilizate în cazul tracţiunii, observîndu-se că la creşterea lui X coeficientul de corecţie scade.

Încercările sistematice ale lui G. Krempel [213] au arătat că influenţa forţei de tracţiune asupra coeficientului de rezistenţă la deviere este diferită de cea a forţei de frînare. Astfel, la creşterea forţei de frînare coeficientul de rezistenţă la deviere creşte, atinge un maxim, după care începe să scadă pînă se anulează, în timp ce la creşterea forţei de tracţiune coeficientul respectiv scade continuu.

Deci, în cazul frînării trebuie folosite alte expresii pentru q.

Din analiza curbelor prezentate în [13] se constată că valoarea maximă a forţei laterale (unghiul de deviere este menţinut constant) este cu

aproximativ 10% mai mare decît valoarea forței laterale pentru reacțiunea tangențială nulă, ea fiind atinsă pentru o valoare a forței de frînare egală cu aproximativ jumătate din forța de aderență.

Coefcientul de corecție se va exprima în funcție de raportul

$$\xi_x = \frac{X}{\varphi_f Z}.$$

În cazul frînării $\xi_x < 0$, întrucît $X < 0$.

În domeniul forțelor mari de frînare q se va aproxima cu o elipsă cu centrul în punctul $(-0{,}5\,;\ 0)$, ale cărei axe sînt paralele cu axele sistemului de coordonate. Semiaxa paralelă cu axa q va avea valoarea 1, 10, iar cea paralelă cu axa ξ_x valoarea 1,0.

Pentru reacțiunile tangențiale mici coeficientul de corecție se va aproxima cu o parabolă cu vîrful în punctul de coordonate $(-0{,}5\,;$ $1{,}10)$ și a cărei axă este paralelă cu axa q. Evident, parabola va trebui să treacă și prin punctul $(0\,;\ 1{,}0)$.

Ținînd seamă de cele arătate mai înainte, precum și de relația (4), se obține următoarea expresie completă a factorului de corecție:

$$q = \begin{cases} 2{,}2\sqrt{-\xi_x(\xi_x+1)}, & \xi_x \in [-1,\ -0{,}50]. \\ -0{,}40\ (\xi_x + 0{,}5)^2 + 1{,}10, & \xi_x \in [-0{,}5\,;\ 0] \\ \sqrt{1-\xi_x}, & \xi_x \in [0{,}1]. \end{cases} \tag{5}$$

Dacă se calculează derivata lui q în funcție de ξ_x pentru $\xi_x = 0$ se obțin relațiile

$$\left(\frac{dq}{d\xi_x}\right)_{\xi_x=+0} = -0{,}50\left(\frac{dq}{d\xi_y}\right)_{\xi_x=-0} = -0{,}44. \tag{6}$$

Ar rezulta din (6) că, pentru reacțiunea tangențială nulă, curba forței laterale în funcție de această reacțiune (unghiul de deviere este constant) ar prezenta două tangente, ceea ce nu este în corcordanță cu rezultatele experimentale. Contradicția este numai aparentă. Într-adevăr, pentru frînare și respectiv tracțiune se pot scrie relațiile

$$\left(\frac{dq}{d\xi_x}\right)_f = Z\frac{dq}{dX_f}\varphi_f, \quad \left(\frac{dq}{d\xi_x}\right)_t = Z\frac{dq}{dX_t}\varphi_t.$$

unde φ_t și X_t reprezintă coeficientul de aderență la tracțiune și respectiv reacțiunea tangențială la tracțiune.

Ținînd seamă de (6), rezultă

$$\left.\frac{dq}{dX_f}\right|_0 = -\frac{0{,}44}{\varphi_f Z}, \quad \left.\frac{dq}{dX_f}\right|_0 = -\frac{0{,}50}{\varphi_t Z}.$$

Avînd în vedere că în general $\varphi_i/\varphi_f \simeq 0{,}50/0{,}40$ [13], se obţine

$$\left.\frac{dq}{dX_f}\right|_0 \simeq \left.\frac{dq}{X_t}\right|_0 .$$

Aşadar, formula (5) este corespunzătoare şi din acest punct de vedere.

Reprezentarea grafică a factorului de corecţie la frînare după (5) este dată în figura 1, din care se constată că ea prezintă alura asemănătoare cu curbele forţei laterale date în [13].

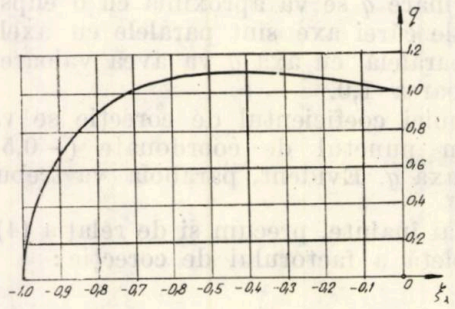


Fig. 1

În general, momentul stabilizator este influenţat în acelaşi mod ca şi forţa laterală de către forţa tangenţială [2]. De aceea, pentru corectarea sa se poate folosi coeficientul de corecţie dat de (5).

Pentru calculul sarcinilor verticale şi a reacţiunilor tangenţiale la roţi se folosesc relaţiile cunoscute din dinamica frînării automobilului.

Calculul coeficientului de corecţie pentru întreaga punte se efectuează astfel. Pentru roţile in dreapta şi respectiv stînga se definesc mărimile

$$\xi'_{xi} = \frac{X'_{fi}}{\varphi_f Z'_i}, \qquad \xi''_i = \frac{X'_{fi}}{\varphi_f Z''_i} (i = 1{,}2) \tag{7}$$

Dacă se notează cu d_1, d_2, dezechilibrările frînelor din faţă, respectiv spate şi se ţine seamă că

$$X''_{fi} - X'_{fi} = d_i X_{fi} (i = 1{,}2),$$

se obţine

$$\xi'_{xi} = (1 - d_i)\, \xi_{xi}, \quad \xi''_{xi} = (1 + d_i)\, \xi_{xi}. \tag{8}$$

Aşadar, pentru o anumită decelerаţie se calculează ξ_{xi}. Avînd date dezechilibrările frînelor se calculează cu (8) valorile lui ξ'_{xi} şi ξ''_{xi}. Folosind (5) se determină q'_i şi q''_i, iar coeficientul de corecţie pentru întreaga punte va fi

$$q_i = 0{,}5\,(q'_i + q''_i).$$

Calculele numerice arată că, în general, influenţa dezechilibrărilor frînelor asupra coeficienţilor de rezistenţă la deviere este neînsemantă pentru decelerаţii pînă la $-4\ m \cdot s^{-2}$.

În sistemul (1) mai apar termenii $-X_{1f}\ \beta$ și $aX_{1f}\ \beta$, care sînt neliniari întrucît X_{1f} este variabil. Calculele arată că pentru autoturisme, în cazul cînd decelerația nu depășește 6,5 $m \cdot s^{-2}$ (uneori chiar mai mult), există inegalitățile

$$|a_{14}| \gg X_{1f}, \quad |a_{24}| \gg a\, X_{1f}.$$

În acest fel acești termeni pot fi neglijați, sistemul căpătînd o formă mai simplă.

3. Programarea ecuațiilor de mișcare pe calculatorul analogic

După cum se știe, există mai multe scheme ale modelului electronic care realizează analogia cu modelul matematic respectiv [11, 12, 16, 19]. Dintre acestea se alege aceea care convine mai mult problemei respective.

Pentru stabilirea schemei de programare sistemul (1) se mai scrie

$$\begin{aligned}
\dot{\alpha} &= -\left(\frac{a_{12}}{a_{11}}\alpha + \frac{a_{13}}{a_{11}}\omega + \frac{a_{14}}{a_{11}}\beta\right)\\
\dot{\omega} &= -\left(\frac{a_{22}}{a_{21}}\alpha + \frac{a_{23}}{a_{21}}\omega + \frac{a_{24}}{a_{21}}\beta - \frac{a_2}{a_{21}}\right)\\
\beta &= -\int_0^t \left(\frac{a_{32}}{a_{31}}\dot{\omega} + \frac{a_{33}}{a_{31}}\dot{\alpha} + \frac{a_{34}}{a_{31}}\dot{\beta} + \frac{a_{35}}{a_{31}}\alpha + \frac{a_{36}}{a_{31}}\omega + \frac{a_{37}}{a_{31}}\beta + \right.\\
&\qquad \left. + M_f \operatorname{sign}\dot{\beta} - \frac{a_3}{a_{31}}\right) dt + \beta(0).
\end{aligned} \tag{9}$$

La scrierea acestor ecuații s-au neglijat termenii βX_{1f}, $a\beta X_{1f}$, precum și efectul convergenței roților.

Pentru primele două ecuații din (9) nu poate fi folosită integrarea, întrucît în ultima ecuație sînt necesare mărimile $\dot{\alpha}$ și $\dot{\omega}$. Prin folosirea integrării la cea de a treia ecuație (9) nu este necesară cunoașterea valorii maxime a lui $\ddot{\beta}$ pentru calculul coeficienților de scară. De asemenea, alegerea de aici a fost impusă și de altă împrejurare asupra căreia se vor da explicații ulterior.

Ținînd seamă de (9), precum și de operațiile pe care le poate efectua un amplificator cu factor mare de cîștig în diferite situații, se obține modelul electronic a cărui schemă este dată în figura 2. Această schemă corespunde cazului cînd nu se consideră frecarea uscată în mecanismul de direcție, iar jocul din mecanism este nul. De asemenea, schema modelează sistemul de ecuații în care a_{22}, este negativ. Prin urmare, cu o astfel de schemă se modelează mișcarea automobilului care prezintă subvirare pentru regimul respectiv de frînare. Singurul termen care ar putea să-și

modifice semnul ar fi a_{13}. Acest lucru este posibil pentru viteze relativ mici, care nu sînt considerate aici.

Pentru modelarea mișcării automobilului cu supravirare se folosește aceeași schemă din cazul precedent, cu singura deosebire că în locul conexiunii dintre ieșirea integratorului 1 și potențiometrul p_{22} se realizează conexiunea dintre ieșirea inversorului 1 și potențiometrul p_{22}.

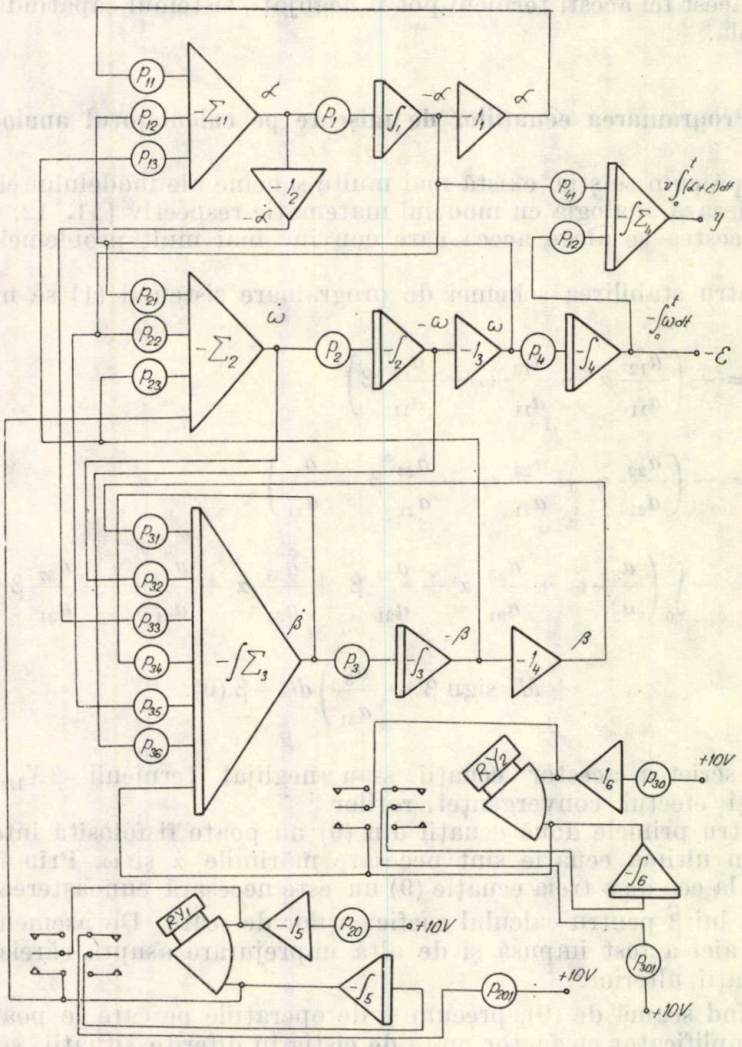


Fig. 2

În schema modelului electronic mai există două comparatoare RY_1 și RY_2. Cu ajutorul lor, împreună cu integratoarele 5 și 6, se generează funcții de timp de forma arătată în figura 3. Cu circuitul în care se găsește RY_1 se modelează a_2, iar în circuitul cu RY_2 se modelează a_3.

Integratorul 5, la intrarea căruia se aplică o tensiune constantă, va genera o tensiune proporțională cu timpul, care va fi aplicată la una din intrările comparatorului RY_1. La celalaltă intrare a comparatorului se aplică o tensiune constantă prin intermediul potențiometrului p_{20}. Această tensiune corespunde dreptei paralele cu axa timpului din figura 3. Tensiunea constntă este aplicată comparatorului prin intermediul unui inversor, asigurîndu-se o mai bună funcționare a releului, așa cum a dovedit experiența. Întrucît, în cazul de față, tensiunea la ieșirea integratorului 5 atinge valoarea maximă înainte de a se fi terminat procesul de calcul, este necesar, ca din momentul în care se face anclașarea, tensiunea la ieșirea integratorului să rămînă constantă. Aceasta se obține prin întreruperea aplicării tensiunii constante la intrarea integratorului 5.

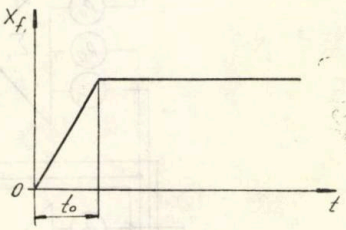


Fig. 3

Circuitul folosit pentru modelarea lui a_3 este alcătuit în același mod ca și cel pentru modelarea lui a_2.

În felul acesta modelarea propriu-zisă a sistemului de ecuații este relizată. Însă, în studiul problemei de față interesează îndeosebi deplasarea centrului de greutate al automobilului y pe direcția normală la direcția inițială de mișcare a automobilului (înainte de a se produce frînarea), precum și unghiul ε dintre axa longitudinală a automobilului și direcția inițială.

Din considerente cinematice se poate scrie relația

$$\dot{y} = v \sin (\alpha + \varepsilon).$$

Dacă se ține seamă că unghiurile α și ε sînt mici, din relația precedentă se obține deplasarea laterală exprimată astfel

$$y = v \int_0^t (\alpha + \varepsilon)\, dt. \tag{10}$$

Unghiul de rotire ε va fi

$$\varepsilon = \int_0^t \omega\,(t)\, dt. \tag{11}$$

Pentru a obține direct pe calculator y și ε se modelează relațiile (10) și (11) folosindu-se integrator-sumatorul 4 și respectiv integratorul 5.

În cazul cînd forța de frînare este aplicată foarte rapid, sub forma unei funcții „treaptă", cele două comparatoare nu mai sînt necesare. De la ieșirea potențiometrelor p_{20} și p_{30} tensiunea se aplică direct sumatorului 2 și respectiv sumator-integratorului 3, schimbîndu-se și sèmnul tensiunii de alimentare.

Pentru modelarea sistemului de ecuații care include atît frecarea uscată cît și jocul din mecanism s-au avut în vedere aceleași considerente din cazul precedent, presupunîndu-se că frînarea se face foarte rapid.

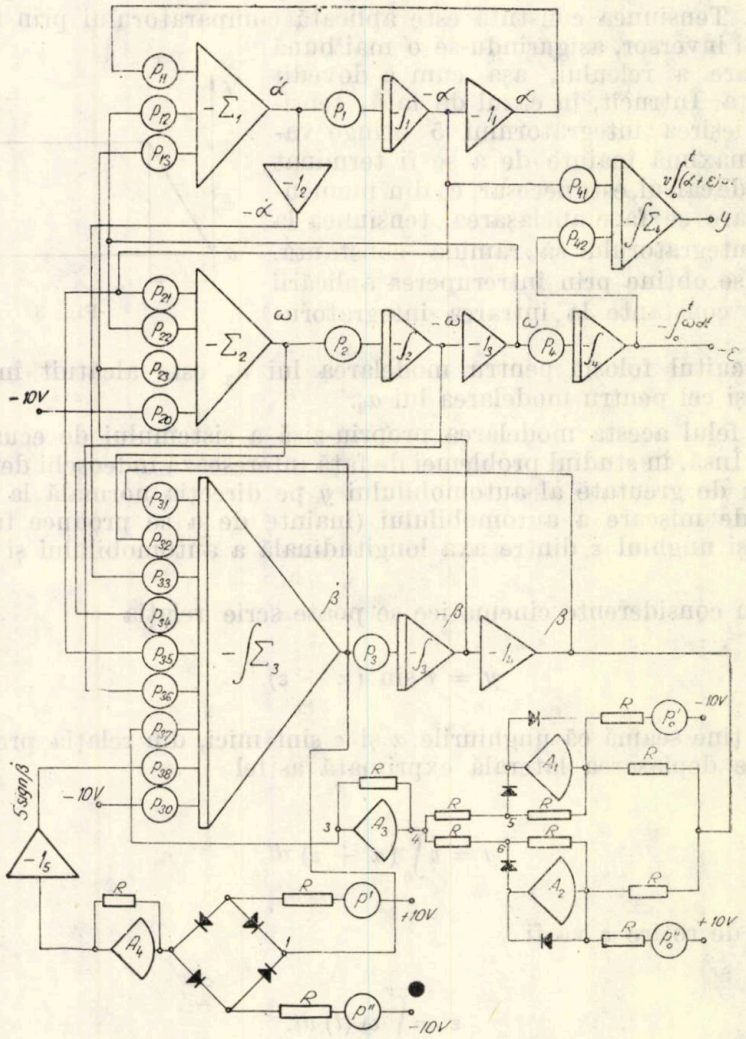


Fig. 4

Schema modelului electronic corespunzător sistemului (9), în condițiile arătate, este indicată în figura 4.

În scopul modelării celor două neliniarități tipice (funcție signum și zona moartă) s-au realizat două circuite distincte, cu amplificatoare operaționale și diode semiconductoare. Frecarea uscată este modelată cu ajutorul schemei care conține diodele semiconductoare în montajul-

punte. Cu ajutorul potențiometrelor p' și p'' se reglează valoarea frecării. În cazul de față, din cauza simetriei momentului de frecare, cei doi coeficienți potențiometrici au valori egale. De asemenea, pentru a nu modifica decît valoarea unui singur potențiometru atunci cînd se schimbă valoarea momentului de frecare, coeficienții p' și p'' s-au ales astfel încît la ieșirea inversorului 5 să se obțină o tensiune de $\pm$ 5 V.

Valoarea corespunzătoare pentru momentul de frecare se realizează prin intermediul potențiometrului p_{38}.

Pentru modelarea jocului din mecanism s-a relizat schema din figură cu amplificatoarele operaționale A_1, A_2 și A_3 și cele patru diode semiconductoare, deci tocmai partea din figura 42 cuprinsă între punctele 2 și 3.

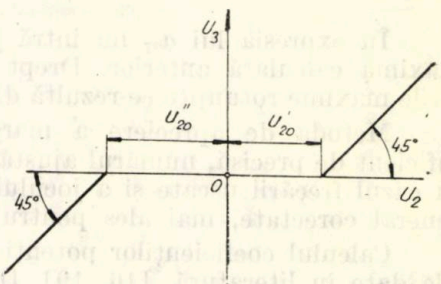


Fig. 5

Dacă tensiunea în punctul 2 este u_2, iar tensiunea în punctul 3 este u_3, montajul amintit realizează dependența indicată grafic în figura 5. Cu ajutorul celor două potențiometre p'_0 și p''_0 se stabilește mărimea jocului prin valorile celor două tensiuni u'_{20} și respectiv u''_{20}. În problema de față, din cauza simetriei jocului, se va lua $p'_0 = p''_0 = p_0$. De obicei, în schemele generale, între punctele 5 și 6 și rezistențele din stînga lor se intercalează cîte un potențiometru cu ajutorul cărora se poate modifica panta celor două drepte din figura 5. Întrucît există simetrie și din punctul de vedere al rigidității mecanismului de direcție coeficienții potențiometrici vor fi egali. Pentru a micșora numărul potențiometrelor care se reglează, cele două potențiometre au fost înlăturate, iar stabilirea valorii dorite a rigidității s-a efectuat cu ajutorul potențiometrului p_{37}.

În schema din figura 4 cu potențiometrul p_{31} se modelează numai termenul $(c_{m_1} + n c_1 + m_{10} n\dot{v})$, spre deosebire de schema din figura 2 în care se modela și $k_d \beta$.

Pentru efectuarea programării cantitative este necesară stabilirea coeficienților de scări, care, la rîndul lor, comportă cunoașterea unor margini superioare ale valorilor absolute ale mărimilor modelului matematic. Aceste margini trebuie să fie destul de apropiate de valorile maxime obținute în intervalul de timp în care se studiază mișcarea.

Pentru aprecierea valorilor maxime ale lui α și ω s-a considerat sistemul (9) în cazul cînd mecanismul de direcție este rigid. Apoi, pentru automobilul cu subvirare s--au determinat α și ω în regim staționar (soluțiile particulare ale sistemului). Drept margini superioare s-au considerat valorile de mai sus majorate cu cca 40—50%. Pentru ω s-a ales ca margine superioare aproximativ valoarea sa în momentul inițial și care se poate calcula ușor din sistemul amintit. În privința lui $\dot{\alpha}$, un studiu mai detaliat al sistemului arată că se poate lua pentru $\dot{\alpha}_{max}$ o valoarea apropiată de cea a lui ω_{max}.

În cazul automobilului cu supravirare s-a considerat același sistem ca mai înainte, dar în regim nestaționar, calculîndu-se marimile mărimilor care interesează.

Pentru marginile lui β şi $\dot{\beta}$ s-a considerat ecuaţia

$$\ddot{\beta} + \frac{a_{37}}{a_{31}}\dot{\beta} = \frac{a_3}{a_{31}} + \frac{a_{36}}{a_{31}}\omega.$$

În expresia lui a_{37} nu intră jocul, iar pentru ω s-a luat valoarea maximă calculată anterior. Drept margini superioare s-au adoptat valorile maxime rotunjite ce rezultă din rezolvarea ecuaţiei de mai sus.

Metoda de apreciere a marginilor, expusă mai sus, s-a dovedit suficient de precisă, numărul ajustărilor pe calculator fiind destul de mic. În cazul frecării uscate şi a jocului, marginile lui β au trebuit să fie în general corectate, mai ales pentru modelul cu supravirare.

Calculul coeficienţilor potenţiometrici se efectuează folosind formulele date în literatură [16, 19]. Din analiza acestor formule rezultă că în cazul sumatorului coeficienţilor potenţiometrici nu depind de coeficientul de scară a timpului, pe cînd la integrator valoarea acestor este invers proporţională cu coeficientul de scară a timpului. Dacă s-ar încerca modelarea ecuaţiei a treia din (1), astfel încît $\ddot{\beta}$ să se obţină la ieşirea unui sumator, calulele arată că ar fi necesar ca marginea superioară a lui $|\dot{\beta}|$ să fie aleasă de 4—5 ori mai mare decît valoarea sa absolută maximă, pentru ca valorile coeficienţilor potenţiometrici să rămînă subunitare. Aceasta ar conduce la micşorarea preciziei. De aceea este de preferat soluţia prezentată în schemele propuse.

Folosind schemele din figurile 2 şi 5 s-au efectuat aplicaţii concrete pe un calculator analogic tip MEDA-TA + TB, a cărui tensiune de referinţă este de $\pm$ 10 V.

Schemele folosite au prezentat o bună stabilitate de funcţionare. În privinţa montajelor necesare realizării celor două tipuri de neliniarităţi este de remarcat faptul că s-au mai încercat şi alte scheme indicate în literatură, diferite de cele prezentate aici, dar ele n-au dat satisfacţie pe calculatorul folosit.

Aşa cum s-a mai arătat, intervalul de timp în care se studiază mişcarea este comparabil cu timpul de reacţie al conducătorului. Prin urmare, acesta nu poate depăşi 2 secunde. Pentru a face posibilă folosirea în condiţii corespunzătoare a înregistratorului cu peniţă şi pentru a putea obţine valori subunitare ale coeficienţilor potenţiometrici la calculatorul folosit, s-a ales pentru coeficientul de scară al timpului valoarea de 50. În acest fel timpul de calcul pe maşină nu depăşeşte nici limita maximă admisă de 200 *s* indicată pentru calculatorul utilizat.

4. Concluzii

Ecuaţiile diferenţiale ale mişcării automobilului prezentate în lucrare permit să se studieze deplasarea laterală şi rotirea automobilului frînat cu dezechilibrare. La scrierea ecuaţiilor s-a ţinut seamă de elasticitatea mecanismului de direcţie, precum şi de frecarea uscată, frecarea vîscoasă şi de jocul din acest mecanism.

Cu ajutorul formulelor propuse se poate lua în considerație și influența forțelor de frînare asupra coeficienților de rezistență la deviere ai pneurilor.

Schemele propuse și analizate în lucrare, cu ajutorul cărora se pot rezolva ecuațiile de mișcare pe calculatorul analogic, au fost folosite efectiv, dovedindu-se corespunzătoare. Utilizarea lor permite studierea influenței unui mare număr de parametri constructivi și de exploatare asupra stabilității automobilului frînat cu dezechilibrare.

Catedra de autovehicule
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Antonov, D. A.*, Experimentalniie zavisimosti po bokovomu uvodi șin, în Avtomobilnaia promîșlennost, XXIX, nr. 5, 1963, pp. 21—24.
2. *Bergmann, H. J.*, Die Seitenkraft am rollenden Luftreifen während des Antriebes, in ATZ, 64, nr. 10, 1962, pp. 296—300.
3. *Bohm, F.*, Über den Fahrzustand des Kraftwagens auf einer ebenen Kreisbahn ohne Überholung, în Ingenieur-Archiv, XXXII, Zweites Heft, 1963, pp. 112—124.
4. *Braess, H. H.*, Beitrag zur Fahrtrichtungshaltung des Kraftwagens bei Geradeausfahrt, în ATZ, 67, nr. 7, 1965, pp. 218—221.
5. *Deininger, W.*, Einfluß des Antriebskraft auf die Fahrstabilitat von Kraftfahrzeugen, Dissertation, TH Stuttgart, 1963.
6. *Freeman, Ch. Jr.*, Effect of Traction on Cornering Force, în SAE-Journal, 68, nr. 11, 1960, pp. 40—42.
7. *Gauss, F.*, Fahrtrichtungshaltung und Lenkwilligkeit, în ATZ, 56, nr. 8, 1954, pp. 203—210.
8. *Gebelein, H.* ș.a., Untersuchung zur Erhöhung der Sichercheit der Kraftfahrzeuge durch Verbesserung den Stabilität und der Fahrtrichtungshaltung, în DKFS, Heft 122, 1959.
9. *Ghiulai, C., Stoicescu, A.*, Au sujet de la stabilité de l'automobile au freinage, în Buletinul Institutului politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" — București, XXVII, nr. 3, pp. 123—143.
10. *Janle, A.*, Die Grundlagen der Fahrstabilität, Akademie-Verlag, Berlin, 1963.
11. *Kogan, B. Ia.*, Dispozitive electronice de modelare și folosirea lor pentru studiul sistemelor de reglare automată, Editura tehnică, București, 1964.
12. *Korn, G., Korn, T.*, Electronic Analog and Hybrid Computers, McGraw-Hill Book Company, 1964.
13. *Krempel, G.*, Untersuchungen an Kraftfahrzeugreifen, în ATZ, 69, nr. 1 și nr. 8, 1967, pp. 1—8 și pp. 262—268.
14. *Odier, J.*, Contribution à l'étude de l'instabilité en freinage des véhicules automobiles. In Ingénieurs de l'Automobile (SIA), XXXIII, 32, nr. 10, 1960.
15. *Odier, J.*, Contribution à l'étude de la dynamique de l'automobile en freinage, în Ingénieurs de l'Automobile (SIA), XXXV, 34, nr. 10, 1962, pp. 505—512.
16. *Pepegrin, M.*, Calculatoare analogice și numerice. Aplicații în automatizări. Editura tehnică, București, 1966.
17. *Stoicescu, A. P.*, În legătură cu influența „rezervei de stabilitate statică" asupra stabilității automobilului frînat, în SCMA, 21, nr. 2, 1966, pp. 597—613.
18. *Stoicescu, A. P.*, Contribuții la studiul influenței reacțiunilor tangențiale la roți asupra stabilității și maniabilității automobilului. Teză de doctorat, Institutul politehnic București, 1971.
19. *Șaporov, O. M.*, Tehnika raboti na elektronnih modeliruiușcih ustanovkah, Iz-vo „Energhiia" 1968.

Tiparul executat la Intreprinderea Poligrafică „Informația", c. 3059

INDICAŢII REDACŢIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri şi colaţionate de autor. Relaţiile matematice şi formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele şi graficele vor fi executate în tuş negru pe hîrtie de calc, numerotate şi prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent şi legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referinţă şi, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană şi engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele şi iniţialele de prenume ale autorului, titlul şi volumul lucrării. editura, locul şi anul apariţiei, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina iniţială şi finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text şi se va numerota curent. Referinţele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experienţelor şi afirmaţiilor ştiinţifice revine numai autorilor. Conducerea revistei îşi rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

1972 AUG 1 0

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un bordereau cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cît e posibil separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, ediția, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [3].

Lucrarea responsabilității pentru exactitatea calculelor, datelor experimentale și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Coordonatorul revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

16320

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXIV NUMĂRUL 2 ANUL 1972,
MARTIE—APRILIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в пе очередь научную деятельность преподавательского состав Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адреску:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il refléte en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS BUDAPEST BUKUMENTÁCIÓS KÖZPONTI 1843

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

TOMUL XXXIV — NUMĂRUL 2

MARTIE — APRILIE

1972

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Conf. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Conf. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific); Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ștefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing. *Mihai Renert*; Conf. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*; Prof. dr. docent *Radu Voinea* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România.

Redactor responsabil

Rector

Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*

membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

MATEMATICA

E. Grecu, V. Mihăilescu

Asupra conexiunii pseudo-conforme 21

GEOMETRIE

M. Şt. Botez, N. Mirescu

Remarque sur les méthodes de la géométrie descriptive 25

FIZICA

Ş. Constantinescu, H. Dumitrescu

Asupra comportării unor sisteme bifazice în destinderi adiabatice 31

CHIMIE ANALITICĂ

Fr. M. Albert

Relaţii generale pentru calculul formulelor brute şi moleculare . . 45

MECANICA

C. Guţă

Consideraţiuni asupra alegerii numărului de trepte la rachetele de mare rază de acţiune sau altitudine 51

St. Staicu

Separaţia curentului la bordurile unor tipuri de ampenaje utilizate în aviaţia supersonică şi în tehnica rachetelor 59

ENERGETICĂ

Lucia Pantelimon

Betrachtungen zur Anwendung des Phasenbildes im Studium der Erregungsregelung eines Synchrongenerators mit Hilfe des Analogrechners 77

ORGANE DE MAŞINI

R. Iatan

Contribuţii la studiul dinamicii ciururilor cu ruliu (II) 85

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIILOR DE MAŞINI

P. Sonea, I. Sonea

Asupra conducţiei arcului electric de sudură sub acţiunea unui cimp acustic perturbator 93

V. Tabără

Cercetări teoretice şi experimentale asupra capacităţii portante ale lagărelor hidrostatice utilizabile la maşinile unelte de precizie . . . 107

METALURGIE

Fl. Oprea, D. Taloi, P. Moldovan

Mecanismul şi cinetica solubilizării Cu_2S, FeS, ZnS în mediu de acid sulfuric sub presiune de oxigen 123

M. Ienciu

Consideraţii privind mecanismul şi cinetica procesului de reducere cu gaz metan a sulfurilor de cupru, zinc şi plumb 139

Резюме

Д.К. 513.7

Е. Греку, В. Михаилеску

.О псевдо-подобной связи

Исходя из работы профессора Врынчану (1), авторы находят систему уравнений с частичными производными (2), проверяемую превращениями псевдо-подобной группы (1) и (1'). Эта система уравнений с частичными производными используется для ассоциации к группе преобразований, считаемой принадлежащей связи w_{jk}^{i} называемой псевдо-подобной связью, В заключении работы указывается тензориальный характер связи w_{jk}^{i} по отношению к псевдо-подобной группе.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

Д.К. 515

М. Ст Ботез, Н. Мирескy

Об упрощении методов начертательной геометрии

Авторы указывают, что методы решения метрических задач, применяемых в начертательной геометрии, встречающиеся во всех научных работах: изменение одного из планов проекции,вращения и совмещения (для плоских фигур), сводятся к одному методу, а именно к методу вращения.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

Д.К. 541.1

С. Константинеску, Х. Думитреску

О поведении некоторых двухфазных систем при адиабатическом расширении

В статье описывается теоретическое поведение модельной системы, состоящей из реального газа, в котором распылены капли при адиабатическом расширении, заканчивающемся замерзанием жидкости. Статья заканчивается практическим примером.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

Д.К. 539.1

Фр. М. Альберт

Общие соотношения для расчета глобальной и молекулярной формулы

Даны химические элементы E', E'', ... E^n обладающие атомными весами A_1, A_2, A_n и образующие химическое соединение (молекулярный вес M). Если известно процентное содержание $\%\, E' = a_1$; $\%\, E'' = a_2$; ... $\%\, E^n = a_n$, можно рассчитать следующие химические формулы

1. Первичную формулу $E'_{x_1}\, E''_{x_2} \ldots E^n_{xn}$ где, $X_1 = ai/\mathrm{Ai}$
2. Глобальную формулу $E'_{y1}\, E''_{y2} \ldots E^n_{yn}$ где $Y_i + A_1/a_1\ a_i/A_i$
3. Молекулярную формулу $E'_{z1}\, E''_{z2}\, E^n_{zn}$ где $Z_i + M/_{100} \cdot a_i/A_i$.

X_i Y_i и Z_i первичные, процентные и атомные показатели.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

Summary

D.C. 513.7

E. Grecu, V. Mihăilescu,

On the Pseudo True Connexion

Starting from a paper of the professor Vrînceanu (1), the authors find the system af equation with partial derivatives (2) verified by the transformation of the pseudo-conformal group (1) and (2). This system of equations with partial derivatives is used for the adjunction of a connexion denoted as pseudo-conformal connexion, to the considered group of transformations. Finally, the paper shows the tensor character of the connexion W^i_{jk} with respect to the pseudoconformal group.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.C. 515

M. St. Botez, N. Mirescu

A Simplification of the Descriptive Geometriy Methods

The authors show that the methods for solving the metric problems used in the descriptive geometry, which are, in all the treatises : the changement of one of the projection planes, of the rotation or of the revolving (for the plane figures), amount to only one ,i.e. that of rotation.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.C. 541.1

S. Constantinescu, H. Dumitrescu

On the Behaviour of Some Biphase Systems in Adiabatic Expansions

The paper theoretically describes the behaviour of a model system consisting of a real gas within which liquid drops are finely, atomized during an adiabatic expansion, at the end of which the liquid is frozen. The paper is concluded by a practical example.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.C. 539.1

Fr. M. Albert

General Relations for the Calculation of Raw and Molecular Formulas

There are given the chemical elements E', E'', ... E^n of atomic weight A_1, A_2, ... A_n, Which are forming a chemical combination of molecular weight M. By knowing the percentages $\%E' = a_1$; $\%E'' = a_2$ ... $\%E^n = a_n$, it is possible to calculate the following chemical formulas :

1. The prime formula $E'_{x1}\ E''_{y2} \ldots\ldots E^n_x$, where $x_i = a_i/A_i$
3. The brute formula $E'_{z_1}\ E''_{y\,2} \ldots\ldots E^n_{yn}$, where $y_i = A_1/a_1 \cdot a_i/A_i$,
3. The molecular formula $E'_{z_1}\ E''_{z\,2} \ldots\ldots E^n_{zn}$, where $z_i = M/100 \cdot a_i/A_i\ y_i$, x_i and z_i are prime, per cent and atomic indexes.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

Д.К. 629.136.3:512

К. Гуцэ

Соображения относительно выбора числа ступеней ракет большого радиуса действия или высоты.

В работе изучается движение многоступенчатых ракет в вертикальном плане и устанавливаются расчетные соотношения относительных составляющих скорости, (формулы [34).] Кроме того вводятся некоторые удельные несоразмерные коэффициенты [соотношения (43)] и (44)] используемые в распределении масс между ступенями многоступенчатой ракеты.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

Д.К. 533.6.011.5

Ст. Стайку

Определение потока на бортах некоторых типов хвостовыхо перений, используемых в сверхзвуковой авиации и технике ракет

Работа рассматривает сверхзвуковое обтекание вокруг некоторых хвостовых оперений тонкой крестовидной формы с антисимметричными падениями, принимая во внимание отделение потока на передних кромках дозвуковых крыльев.

В случае крестовидной формы крыла поток отделяется от передних кромок крыльев в виде трубок состоящих из сконцентрированных ядер и краевых поверхностей завихрений.

Подходя к задаче косвенно, как в случае простых крыльев дельта, получают распределение давлений и аэродинамические характеристики для нескольких типов хвостовых, оперений применяемых в сверхзвуковой авиации или в ракетной технике.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

Д.К. 621.313.322

Л. Пантелимон

Соображения в связи с использованием плана фаз для изучения регулирования возбуждения синхронного генератора с помощью аналогового счетно-решающего устройства.

Работа представляет собой анализ динамического режима узла' состоящего из генератора, регулятора и возбудителя.

Метод анализа плана фаз позволил учесть нелинейности возбудителя и регулятора.

Исследовалось влияние параметров регулятора на динамический режим.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

Д.К. 621.824:517.2

Р. Иатан

Контрибуции по изучению динамики подвижных грохотов (II)

В работе представляется новое решение системы дифференциальных уравнений движения одного подвижного грохота, с собственном представление. Устанавливаются условия которые сопровождают на устойчивость или неустойчивость движения. Этю зависто массы пьес в движению и от характеристики эластичной подпорки.

Полученные форумлы иллюстрируются в случае данной постройки.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.C. 629.136.3:512

C. Guţă

Considerations on the Selection of the Number of Stages ith the Long-range or high Altitude Rockets

The paper studies the motion of the multi-stage rockets in a vertical plane and determines the calculation relations of the volocity relative components (formule 134). It also introduces some specific, dimensionless coefficients relations (43) and (44) which are used in the distribution of masses between the stages of a multi-stage rocket.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.C. 533.6.011.5

St. Staicu,

Air Current Parting at the Edges of Some Types of Tail Groups Used in the Supersonic Aircraft and in the Rocket Engineering

The paper deals with supersonic flowing aroundsome thin cross-shaped tail groups with asymmetrical incidences, keeping into account the air current detachments at the subsonic leading edges. In case of cross-shaped wings, the current parts at the leading edges as horns consisting of concentrated nuclei and some edge whirl curtains.

By indirectly approaching the problem, as with the simple delta wings, the pressure distribution and the aerodynamic characteristic data are obtained for some common types of tail groups in the supersonic aircraft or rocket engineering.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.C. 621.313.322

L. Pantelimon

Considerations Referring to the Use of the Phase Plane for the Study of the Excitation Adjustment of a Synchronous Generator by Means of the Analogue Computer.

The paper analyses the dynamic regime for the generator-regulator-exciter assembly.

The analysing method for the phase plane gave the possibility of considering the non-linear character of exciter and regulator.

The influence of the regulator parameters on the dynamic regime has been studied.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.C. 621.824:517.2

R. Iatan

On the Dynamics of Sieves with Rolling Movement (II)

It is given a new solving of the differential equations system concerning the sieve with rolling movement, of author's own conception. There are established the conditions to ensure the movement stability or instability. They are depending on the movement pieces masses and the elasticity of supports.

Using of the established formulae is illustrated for the case of a given construction.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

Д.К. 621.791.75:536.2

П. Соня, И. Соня

О проводимости сварочной электрической дуги под действием возмущаемого акустического поля.

Главным следствием обработки электрической дуги механическими колебаниями акустического спектра является дробление частиц до размеров, зависящих от удельной мощности акустического поля и частоты колебаний.

Вследствие этой вибрации частицы сталкиваются с ионами плазмы содействуя, таким образом, повышению степени ионизации электрической дуги, что может быть выявлено экспериментальным путем. Так, например, при одинаковых условиях электрических параметров, толщины электрода и протекания сварочного процесса, с вибрированием и без вибрирования электрода, напряжение дуги снижается на 6—10 % в случае вибрирующего электрода, в сравнении с невибрирующим электродом.

Процент снижения напряжения, соответственно роста тока зависит от удельной мощности акустического поля и от частоты, то есть от двух параметров, влияющих в сильнейшей степени на распыление электрода.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

Д.К. 621.82:621.9

В. Табэрэ

Теоретические и экспериментальфые исследования в отношении носящей способности гидростатических подшипников, используемых в станках.

Принимая во внимание влияние, оказываемое устойчивостью шейки в подшипнике на точность обработки на станках, работа анализирует поведение в работе гидростатических подшипников с протеканием масла по двум направлениям (с каналами для эвакуации на порогах между двумя отводами) и с осевым течением (без каналов между двумя отводами).

Оценивая носящую способность подшипника как результирующую всех сил действующих на шейку шпинделя, выделяется влияние гидродинамического явления на функциональные характеристики двух указанных конструктивных вариантов, принятых во внимание.

Аналитические соотношения и экспериментальные данные, полученные во время изучения, выделяют превосходство подшипников без каналов эвакуации на порогах между двумя отводами. Это превосходство явно подчеркивается по мере возрастания окружной скорости шейки в подшипнике.

Как следствие полученных результатов проводятся практические рекомендации ввиду применения гидростатических подшипников в конструкции станков.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.C. 621.791.75:536.2

P. Sonea, I. Sonea

On the Conduction of the Velding Electrical arc Under the Influence of an Acoustic Disturbing Field.

The treatment of the electrical arc with mechanical oscillations within the acoustic spectrum has, as a main effect, the phenomenon of particle dividing up to dimensions depending on the specifical power of the acoustic field and on the oscillation frequency.

Due to this vibration, the particles collide with plasma ions and electrons, thus contributing to the increase of the ionisation degree of the electrical arc, this being experimentally rendered evident. Thus, for example, similar conditions as regards the electrical parameters, the electrode size and of the welding process, in electrode vibrating and non-vibrating condition, the arc voltage decreases by 6—10% at with vibrating electrode, as compared to the non-vibrating one. The procentage value of the voltage decrease or of the current increase, respectivelly, depends on the specifical power of the acoustic field and on the frequency, i.e. on the two parameters mostly influencing the electrode spraying phenomenon.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.C. 621.82:621.9

V. Tabără

Theoretical and Experimental Investigations on the Bearing Capacity of the Hydrostatic Bearings Usable with Machine-tools

By taking into consideration the influnce of the journal stability in the bearing on the accuracy of processing on machine-tools, the work analyses the operating behoviour of hydrostatic bearings with oil flowing on two directions (with outlet canals on the thresholds between recesses) and with axial flowing (without canals between recesses).

By considering the bearing capacity of the bearing as being the resultant of all forces acting on the main shaft, the influence of the hydrodynamic phenomenon on the operating characteristics of the two constructive versions taken into consideration is emphasized.

The analytical relations and the experimental results obtained within the study emphasize the advantage of the bearings without outlet canals on the thresholds between receses. This advantage is strikingly confirmed as the journal peripheral velocity in the bearing increases.

As a consequence of the obtained results some practical advices are given concerning the use of hydrostatic bearings in the machine-tool construction.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

Д.К. 669.2/.8

Фл. Опря, Д. Талой, П. Молдован

Механизм и кинетика растворимости Cu_2S, FeS, ZnS в среде серной кислоты под давлением кислорода.

В работе изучается механизм и кинетика реакций растворимости Cu_2S, FeS и ZnS в кислотной среде под давлением кислорода. Была установлена важная роль температуры, частичного давления кислорода и исходная кислотность раствора, влияющие на процесс, из которых температура имеет первостепенную роль.

Было установлено, что реакции растворимости Cu_2S и ZnS являются реакциями нулевого порядка, растворение проходит по реакции второго порядка, Cu_2S представляет способность растворяться в два этапа: на первом этапе окисляется и переходит в раствор количество меди избыточное по сравнению с CuS, а на втором этапе происходит медленное растворение CuS, полученного .в первом этапе.

Используя элементы статистической математики были составлены уравнения типа Архениус для трех указанных сульфидов и определены энергии активации процессов растворения:

$$\left.\begin{aligned} \log K &= -1{,}2806 - \frac{957{,}7}{T}\ ;\ E_{akt.}\ 4380\ \text{cal/mol}\ (t<80^{\circ}C) \\ \log K &= -8{,}175 - \frac{4466}{T}\ ;E_{akt},\ 20{,}400\ \text{cal/mol}\ (t>120^{\circ}C) \end{aligned}\right\} Cu_2S$$

$$\log K = -0{,}076 - \frac{1464}{T}\ ;\ E_{akt}\ 6.700\ \text{cal/mol (ZnS)}$$

$$\log K = -9{,}936 - \frac{3710}{T}\ ;\ E_{akt.}\ 16.900\ \text{cal/mol (FeS)}$$

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

Д.К. 669.2/.8:541.124

М. Енчу

Соображения в связи с механизмом и кинетикой процесса восстановления газом метаном сульфидов меди, цинка и свинца

В работе представлены соображения в связи с кинетикой и механизмом восстановления сульфидов газом метаном, причем автор приходит к заключению, что единственной гипотезой, позволяющей надлежащее толкование полученных данных является гипотеза автокаталитической адсорбции.

Что касается механизма процесса, очевидно, возможны две схемы: адсорбция недиссоциированного газа метана при низких температурах прохождения процесса и адсорбция водорода, выделяющегося при диссоциации газа метана, когда процесс протекает при более высоких температурах.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.C. 669.2/.8

Fl. Oprea, D. Taloi, P. Moldovan

Solubility Mechanism and Kinetics of Cu^2S- FeS, ZnS in a Sulphuric Acid Medium under Oxygen Pressure

This work studies the mechanism and kinetics of the solubilization reactions of Cu_2S, FeS and ZnS in acide medium under oxygen pressure. The important part played by the temperature, partial pressure of oxygen and solution initial acidity on the process is established, as well as the fact that the temperature plays the essential part.

The conclusion has been reached that the solubilization reactions of Cu_2S and ZnS are reactions of the zero order, the FeS solubilization developing according to a second order relation; Cu_2S shows the peculiarity of being solubilized in two steps: it is oxidized during the first step and the excess copper amount with respect to CuS passes into solution, while during the second step the slow solubilization of the CuS obtainedin the first step takes place.

By using the statistical mathematical elements, equations of theArrhenius type have been determined for the three sulphures, as well as the activation energies of the solubilization processes.

$$\left.\begin{array}{l} \log K = -1{,}2806 - \dfrac{957{,}7}{T} \;;\; E_{act)} = 4380 \text{ cal/mol } (t < 80^\circ C) \\ \log K = -8{,}175 - \dfrac{4466}{T} \;;\; E_{act.} = 20.400 \text{ cal/mol } (t > 120^\circ C) \end{array}\right\} Cu_2S$$

$$\log K = -0{,}076 - \frac{1464}{T} \;;\; E_{act.} \text{ cal/mol (ZnS)}$$

$$\log K = 9{,}936 - \frac{3710}{T} \;;\; E_{act.} = 16.900 \text{ cal/mol (FeS)}$$

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

C.D. 669.2/.8:541.124

M. Ienciu

Considerations on the Mechanism and Kinematics of the Reduction Process by Methane Gas of Pb, Zn and Cu Suphides.

The paper presents considerations on the Kinematics and reduction mechanism by methane by methàne gas of sulphides, the conclusion being drawn that the only hypotesis that might correctly interpret the obtained data is the hypotesis of self catalytic adsorption.

As regards the mechanism, it is quite clear that there are two possible ways: the adsorption of the non-dissociated methane gas when the process takes place at low temperatures and the adsorption of the hydrogen resulted from the dissociation of the methane gas, when the process takes place at high temperature.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

Résumé

C.D. 513.7

E. Grecu, V. Mihăilescu

Sur la connexion pseudo-conforme

En partant d'un travail du professeur Vrînceanu (1), les auteurs trouvent le système d'équations à dérivées partielles (2) vérifié par les transformations du groupe pseudo-conforme (1) et (1′). Ce système d'équations à dérivées partielles est utilisé pour associer au groupe de transformations considéré une connexion W^i_{jk} dénommée connexion pseudo-conforme. A la fin du travail on indique le caractère tensoriel de la connexion par rapport au groupe pseudoconforme.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

C.D. 515

M. St. Botez, N. Mirescu

Remarque sur les méthodes de la géométrie descriptive

Les auteurs montrent que les méthodes de la géométrie descriptive utilisées à resoudre les problèmes métriques concernant la géométrie plane, peuvent être réduite à une seule, c'est-à-dire à la méthode de la rotation.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

C.D. 541.1

S. Constantinescu, H. Dunitrescu

Considérations sur le comportement de quelques systemes biphasiques au longue d'une décompression adiabatique

Dans cet article on donne une description théorique sur le comportement d'un système model d'un gaz réel dans lequel on a finnement pulvérisées de petites gouttes de liquide au longue d'une décompression adiabatique à la fin de laquelle le liquide glace. A la fin on exemplifie pratiquement.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

C.D. 539.1

Fr. M. Albert

Relations générale pour calculer les formules brutes et moléculaires

Sont donnés les éléments chimiques $E', E'', \ldots E^n$ et leurs poids atomiques $A_1, A_2, \ldots A_n$, qui forment un composé chimique avec le poids moléculaire M. Connaissant les résultats de l'analyse élémentaire $\%E' = a_1$; $E'' = a_2$; $\ldots$ $\%E^n = a_n$ on peut établir les suivantes formules chimiques :

1. Formule primaire $E'_{x_1} E''_{x_2} \ldots\ldots E^n_{x_n}$ ou $x_i - a_i/A_i$
2. Formule brute $E'_{y_1} E''_{y_2} E^n_{y_n}$ ou$_i$ $y_i - A_i/a_i \cdot a_i/A_i$
3. Formule moléculaire $E'_{z_1} E''_{z_2} \ldots\ldots E^n_{z_n}$ on $x_i - M/100a_i/A_i$

et z sont des indices primaires, procentuels et atomiques.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

Zusammenfassung

D.K. 513.7

E. Grecu, V. Mihăilescu

Uber die pseudo-konforme Konnexion

Von einer Behandlung des Professors Vrînceanu (1) ausgehend, haben die Verfasser das Gleichungssystem mit Partialderivaten (2) gefunden, das durch Umwandlungen der pseudo-konformen Gruppe (1) und (1) überprüft wird. Dieses Gleichungssystem mit Partialderivaten dient zum Anschluss einer Konnexion W_{jk}^{i} die von den Verfassern als pseudo-konforme Konnexion bezeichnet wurde. Am Ende, wird die Tensorfunktion der Konnexion W_{jk}^{i} gegenüber der pseudokonformen Gruppe gezeigt.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.K. 515

M. Şt. Botez, N. Mirescu

Eine Vereinfachung der Methoden der darstellenden Geometrie

Die Verfasser zeigen dass die in der darstellenden Geometrie zur Lösung der metrischen Probleme verwendeten Methoden, die in alle Behandlungen unter: „Anderungen einer der Projektionsebene, der Drehungs — oder Schwankungsebene (für ebene Figuren) zu finden sind, sich auf eine einzige Methode und zwar die der Drehung beschräken.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.K. 541.1

S. Constantinescu, H. Dumitrescu

Uber das Verhalten von Zweiphasensystemen in adiabatischen Entspannungen

In diesem Beitrag wird das Verhalten eines Modell-systems, bestehend aus einem reellen Gas, in welchem Flüssigkeitstropfen fein zerstäubt sind während einer adiabatischen Entspannung theoretisch beschrieben, am Schluss welcher die Flüssigkeit einfriert. Der Beitrag wird mit einem praktischen Beispiel abgeschlossen.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.K. 539.1

Fr. M. Albert

Allgemeine Berechnung der Brutto- und Molekular — Formeln

Es werden die chemischen Elemente E'- E'', ... E^n und ihre Atomgewichte A_1, A_2, ... A_n gegeben. Die Elemente bilden eine chemische Verbindung mit dem Molekulargewicht M. Wenn man die Befunde der Elementaranalyse mit $a_1 = \%E'$; $a_2 = \%E''$, ... $a_n = \%E^n$ notiert, kann man folgende chemische Formeln berechnen:

1. Primäre Formel $E'_{x_1} E''_{x_2} \ldots . E^n_{x_n}$ wo $x_i = a_i/A_i$
2. Brutto-Formel $E'_{y_1} E''_{z_2} \ldots . E^n_{y_n}$, wo $y_i = A_2/a_1 \cdot a_i/A_i$
3. Molekular-Formel $E'_{1} E''_{z_2} \ldots . E^n_{z_n}$ wo $z_i = N/100 \cdot {}_i a/A_i$

und z sind primitive, prozentuelle und atomische Indizes.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

C.D. 629.136.3:512

C. Guţă

Considérations sur le choix du nomber d'échelons pour les fusées à grande portée ou altitude

On étudie dans ce travail le mouvement des fusées à étages multiples en plan vertical et on établit les relations de calcul des composantes relatives de la vitesse (formules (34). On introduit aussi des coefficients spécifiques, sans dimension (les relations (43) et (44), qui sont utilisés pour la distribution des masses entre les échelons d'une fusée à étages multiples.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

C.D. 533.6.011.5

St. Staicu

Séparation du courant aux bords de certains types d'empennages utilisés en l'aviation supersonique et en la technique des fusées

Ce travail traite de l'écoulement supersonique autour de quelques empennages cruciformes minces, à incidences anti-symétriques, en tenant compte des décrochages du courant aux bords d'attaque subsoniques. Au cas d'une aile cruciforme, le courant se sépare aux bords d'attaque sous forme de cornets comportant des noyaux concentrés et des rideaux marginals de tourbillons.

En abordant le problème indirectement, comme pour les ailes en delta simples, on obtient la distribution des pressions et les caractéristiques aérodynamiques pour quelques types communs d'empennages de l'aviation supersonique ou pour la technique des fusées.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

C.D. 621.313.322

L. Pantelimon

Considérations concernant l'utilisation du plan des phases pour l'étude du réglage de l'excitation d'un générateur synerhone à l'aide du calculateur analogique

Dans l'ouvrage on analyse le régime dynamique de l'ensemble générateur-régulateur-excitatrice.

La méthode d'analyse du plan des phases a permis de prendre en considération les non-linéarités de l'excitatrice et du régulateur.

On a étudié l'influence des paramètres du régulateur sur le régime dynamique.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

C.D. 621.824:517.2

R. Iatan

Contributions à l'étude de la dynamique des tamis à roulis (II)

On présente une nouvelle solution des équations différentielles du mouvement d'un tamis à roulis, de conception propre. On établit les conditions qui conduisent à la stabilité ou l'instabilité du mouvement. Celles-ci sont en dépendance de la masse des pièces en mouvement et de la caractéristique de l'appui élastique.

L'exemplification des résultats obtenus se fait pour une construction donnée.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.K. 629.136.3:512

C. Guţă

Betrachtungen über die Wahl der Stufenanzahl bei Raketen von grossen Reichweite oder die für grosse Altitude bestimmt wurden

In der Behandlung wird die Bewegung der mehrstufigen Raketen auf vertikaler Ebene studiert und die rechnerische Verhältnisse der relativen Komponenten der Geschwindigkeit die Formeln (34) bestimmt. Es wurden ebenfalls einige adimensionalen spezifischen Koeffizienten die Verhältnisse (43) und (44)), die zur Verteilung der Massen zwischen den Stufen einer mehrstufigen Raketen benötigt werden eingeführt.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.K. 533.6.011.5

Şt. Staicu

Trennung des Stromes an den Kanten einiger Leiterwerktypen, die in der Überschallaviatik und Raketentechnik verwendet werden

Die Veröffentlichung handelt über die Überschallanströmung um einige kreuzförmige Leitwerke mit antisymetrischen Einfällen, unter Berücksichtigung der Abscheidung des Stromes an den Unterschall-Angrifskanten. Im Falle des kreuzförmigen Flügels, wird sich der Strom an den Angriffskanten in Form von übereinanderliegenden und aus konzentrierten Strömungskernen gebildeten Tüten sowie von marginalen Wirbelströmungsschleiern teilen.

Durch indirekte Behandlung des Problems, wie im Falle der Delta-Flügel, wird die Druckverteilung und die aerodynamischen Charakteristiken für einige üblichen Ausführungen von Leitwerken der Überschallaviatik oder Raketentechnik erhalten.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.K. 612.313.322

L. Pantelimon

Betrachtungen über die Verwendung der Phasenebene für das Studium der Regelung der Erregung eines Synchrongenerators mit Hilfe des Analogrechners.

Es wird der dynamische Betrieb des Aggregats Generator-Regulator-Erregermaschine analysiert.

Das Analysenverfahren der Phasenebene ermöglichte die Betrachtung der Nichtlinearität der Erregermaschine und des Regulators.

Es wurde der Einfluss der Regulatorparameter auf den dynamischen. Betrieb untersucht.

D.K. 621.824:517.2

R. Iatan

Uber das dynamische verhalten von Taumelsieben (II)

In der Arbeit wird eine neue Lösung des Differential-systems der Bewegung eines Taumelsiebes von neuem Konzept vorgestellt. Es werden die Bedingungen die zur Stabilität oder Instabilität der Bewegung führen. Diese hängen von der Masse der schwingenden Teile und von der Federkonstante der elastischen ab.

Die Anwendung der abgeleiteten Beziehungen wird an einem Rechenbeispiel dargestellt.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

C.D. 621.791.75:536.2

P. Sonea, I. Sonea

Sur la conduction de l'arc électrique de soudure sous l'action d'un champ acoustique perturbateur

Le traitement de l'arc électrique avec des oscillations mécaniques du spectre acoustique a comme principal effet la production du phénomène de fragmentation des particules jusqu'à des dimensions qui dépendent de la puissance spécifique du champ acoustique et de la fréquence d'oscillation.

Par suite de cette vibration, les particules se heurtent à des ions et électrons de la plasme, contribuant ainsi à la croissance du degré d'ionisation de l'arc électrique, ce qui peut etre mis en évidence par voie expérimentale. Ainsi, par exemple, dans des conditions identiques des paramètres électriques du diamètre de l'électrode et du développement du processus de soudure, à l'état vibré et non-vibré de l'électrode, la tension de l'arc diminue de 6...10% pour l'électrode vibré en comparaison avec celui non-vibré. La valeur du procentage de la diminution de la tension, respectivement de la croissance du courant, dépend de la puissance spécifique du champ acoustique et de la fréquence, ç.e.d. de ces deux paramètres qui influencent dans la plus grande mesure le phénomène de pulvérisation de l'électrode.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

C.D. 621.82:621.9

V. Tabără

Recherches théoriques et expérimentales sur la capacité portante des paliers hydrostatiques utilisables avec les machines-outils

En tenant compte de l'influence de la stabilité du tourillon dans le palier sur la précision d'usinage des machines outils, ce travail analyse le comportement pendant le fonctionnement des paliers hydrostatiques à l'écoulement de l'huile sur deux directions (à canaux d'évacuation sur les seuils entre les évidements) et à écoulement axial (sans canaux entre évidements).

En appréciant la capacité portante du palier comme étant la résultante de toutes les forces qui agissent sur le tourillon de l'arbre principal, on met en évidence l'influence du phénomène hydrodynamique sur les caractéristiques fonctionnelles des deux variantes constructives prises en considération.

Les relations analytiques et les résultats expérimentaux obtenus dans le cadre de l'étude mettent en évidence la supériorité des paliers sans canaux d'évacuation sur les seuils entre évidements. Cette supériorité est confirmé d'une manière frappante à mesure que la vitesse périphérique du tourillon s'accroît dans le palier.

Comme suite des résultats obtenus on fait certaines recommandations pratiques concernant l'utilisation des paliers hydrostatiques en la construction des machines-outils.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.K. 621.791.75:536.2

P. Sonea, I. Sonea

Über die Leitung des elektrischen Schweisslichtbogens bei Einwirkung eines Störschallfeldes

Die Behandlung des elektrischen Lichtbogens mit mechanischen Schwingungen aus dem Schallspektrum hat als Haupteffekt die Erzeugung des Phänomens der Teilchenspaltung bis zu Abmessungen, welche von der spezifischen Leistung des Schallfeldes und von der Schwingungsfrequenz abhängen.

Infolge dieser Schwingung stossen die Teilchen mit den Ionen und Elektronen der Plasma zusammen und tragen dadurch zum Anstieg des Ionisierungsgrades des elektrischen Lichtbogens bei, was experimentell zum Vorschein gebracht werden kann. So, z.B., unter gleichartigen Bedingungen der elektrischen Parameter, der Elektrodenstärke und der Entfaltung des Schweissprozesses, in erregtem und nichterregtem Zustand der Elektrode, sinkt die Spannung um 6...10% bei der erregten. Elektrode im Vergleich zu der unerregten ab. Der prozentuelle Wert des Spannungsabfalls bzw. des Stromanstiegs hängt von der spezifischen Leistung des Schallfeldes und der Frequenz ab, d.h. von den zwei Parametern, die die Zerstäubungserscheinung der Elektrode in höchstem Masse beeinflussen.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.K. 621.82:621.9

V. Tabără

Theoretische und experimentale Versuche über die Tragfähigkeit der hydrostatischen Lager, die bei Werkzeugmaschinen zur Anwendung kommen

Unter Berücksichtigung des Einflusses, der durch die Stabilität der Achse im Lager sich auf der Bearbeitungsgenauigkeit der Werkzeugmaschinen ausgeübt, analysiert das vorstehende Werk das betriebliche Verhalten von hydrostatischen Lagern mit Strömung des Öls von zwei Richtungen (mit Auslassnuten auf den zwischen Aussparungen befindlichen Schwellen) und mit Axialströmung (ohne Nuten zwischen den Aussparungen).

Indem die Tragfähigkeit des Lagers als Resultante aller auf der Wellenachse wirkenden Kräften eingeschätzt wird, wird der Einfluss der hydrodynamischen Erscheinung auf den funktionellen Eigenschaften der zwei inbetrachtgenommen konstruktiven Varianten hervorgehoben.

Die analytischen Verhältnisse sowie die experimentalen Ergebnisse die in Rahmen des Studiums gewonnen wurden haben die Uberlegenheit der Lager die keine Auslassnuten auf den Schwellen zwischen den Aussparungen haben hervor. Diese Uberlegenheit wird mit Steigerung Umfangsgeschwindigkeit der Achse im Lager ausdrücklich bestätigt.

Infolge der erzielten Ergebnisse werden einige praktische Empfehlungen hinsichtlich der Anwendung der hydrostatischen Lager im Werkzeugmaschinenbau gemacht.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

C.D. 669.2/.8

Fl. Oprea, D. Taloi, P. Moldovan

Mécanisme et cinétique de la solubilisation de Cu^2S, FeS. ZnS en milieu d'acide sulfurique sous pression d'oxygène

En ce travail on étudie le mécanisme et la cinétique des réactions de solubilisation de Cu_2S, FeS et ZnS en milieu acide sous pression d'oxygène. On a établi le rôle important qu'ont la température, la pression partielle de l'oxygène et l'acidité initiale de la solution sur le processus, dont la température joue le rôle essentiel.

On est arrivé à la conclusion que les réactions de solubilisation de Cu_2S et de ZnS sont des réactions de l'ordre zéro, la solubilisation de la FeS résultant après une réaction de second ordre ; Cu_2S présente la particularité de se solubiliser en deux étapes : pendant la première étape elle est oxydée et la quantité de cuivre en excès par rapport au CuS passe dans la solution, et pendant la seconde étape c'est la solubilisation lente de CuS obtenue dans la première étape qui a lieu.

En utilisant les éléments de mathématiques statistique on a établi les équations type Arrhenius pour les trois sulfures et on a déterminé les énergies d'acvitation des processus de solubilisations

$$\left.\begin{aligned} \log K &= -1{,}2806 - \frac{957{,}7}{T};\ E_{act.} = 4380\ \text{cal/mol}\ (t<80^\circ C) \\ \log K &= 8{,}175 - \frac{4466}{T};\ E_{act.} = 20.400\ \text{cal/mol}\ (t>120^\circ C) \end{aligned}\right\} Cu_2S$$

$$\log K = -0{,}076 - \frac{1464}{T};\ E_{act.} = 6.700\ \text{cal/mol}\ (ZnS)$$

$$\log K = 9{,}936 - \frac{3710}{T};\ E_{act.} = 16.900\ \text{cal/mol}\ (FeS)$$

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

C.D. 669.2/.8 :541.124

M. Ienciu

Considérations conçernant le mécanisme et la cinétique du processus de réduction au gaz méthane des sulpfures de cuivre zinc et plumb

On présente dans l'ouvrage des considérations sur la cinétique et le mécanisme de réaction au gaz méthane des sulfures, en arrivant à la conclusion que la seule hypothèse qui réussit à interpréter sufisamment les données obtenues est l'hypothèse de l'absorption autocatalytique.

En ce que conncèrne le mecanisme, il apparaît évidemment qu'il existe deux schémas possibles : l'adsorption du gaz méthane non-dissocié quand le processus se développe à de basses températures et l'adsorption de l'hydrogène resulté de la dissociation du gaz méthane quand le processus se développe à des températures plus élevées.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.K. 669.2/.8

Fl. Oprea, D. Taloi, P. Moldovan

Der Mechanismus und die Kinetik der Löslichkeit von Cu_2S, FeS, ZnS in Schwefelsaure unter Sauerstoffdruck

In der Veröffentlichung wird der Mechanismus und die Kinetik der Losmachungsreaktionen von Cu_2S, FeS und ZnS in saueren Medien unter Sauerstoffdruck studiert. Ebenfalls wird der wichtige Einfluss der Temperatur, des Partialdruckes des Sauerstoffs sowie der anfängliche Säuregrad der Lösung worunter die Temperatur die bedeutenste Rolle spielt, auf dem Vorgang festgestellt.

Es wurde fest gestellt, dass die Losmachungsreaktion von Cu_2S und ZnS, Reaktionen der „O"-Ordnung sind, während die Losmachung von FeS nach einer Reaktion der II. Ordnung verläuft CuS weist die Eigenheit auf sich in zwei Stufen loszumachen : in der ersten Stufe wird der Kupferuberschuss gegenüber CuS oxydiert und in der zweiten Stufe folgt die langsame Losmachung des in der ersten Stufe gewonnenen CuS.

Unter Anwendung der Elemente der statischen Mathematik wirden für Sulfide Gleichungen des Arrhenius-Typs aufgestellt sowie die zur Aktivierung der Losmachungsprozeses notwendigen Energien bestimmt:

$$\left.\begin{aligned} \log K &= -1{,}2806 - \frac{957{,}7}{T};\ E_{act.} = 4380\ \text{cal/mol}\ (t<80^\circ C) \\ \log K &= 8{,}175 - \frac{4466}{T};\ E_{act.} = 20.400\ \text{cal/mol}\ (t>120^\circ C) \end{aligned}\right\} Cu_2S$$

$$\log K = -0{,}076 - \frac{1464}{T};\ E_{act.} = 6.700\ \text{cal/mol}\ (ZnS)$$

$$\log K = 9{,}936 - \frac{3710}{T};\ E_{act.} = 16.900\ \text{cal/mol}\ (FeS)$$

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

D.K. 669.2/.8;541.124

M. Ienciu

Betrachtungen über den Mechanismus und die Kinetik des Reduktionsvorgangs der Kupfer-, Zink und Bleisulfide mit Methangas

Das Referat stellt Betrachtungen über die Kinetik und den Mechanismus der Reduktion mit Methangas von Sulfiden an und zicht den Rückschluss, dass die einzige Hypothese, welcher es gelingt die erzielten Daten entsprechenderweise auszuwerten, die Hypothese der autokatalytischen Absorption ist.

Was den Mechanismus anbelangt, erscheint es klar, dass es zwei mögliche Schemas gibt : die Absorption des undissoziierten Methangases bei Entwicklung des Vorgangs unter tiefen Temperaturen und die Adsorption des aus der Dissoziation des Methangases erhaltenen Wasserstoffs, wenn der Vorgang unter höheren Temperaturen vor sicht geht.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 2/1972

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972, Numărul 2

MATEMATICĂ

C.Z. 513.7

ASUPRA CONEXIUNII PSEUDO-CONFORME*

E. GRECU, V. MIHĂILESCU

Fiind dată o conexiune afină Γ^i_{jk} se știe că conexiunea conformă asociată ei are componentele:

$$V^i_{jk} = \Gamma^i_{jk} - \frac{\delta^i_j}{n}\Gamma_k - \frac{\delta^i_k}{n}\Gamma_j + \frac{\delta^j_k}{n}\Gamma_i$$

Acad. Prof. Gh. Vrănceanu a arătat că V^i_{jk} constituie un tensor de ordinul trei în raport cu grupul de transformări format din similitudini:

(1) $$x'^i = a^i_j x^j + a^i \qquad \text{unde} \qquad a^i_j a^i_k = \lambda \delta^k_j$$

și din inversiuni:

(1′) $$x'^i = \frac{x^i}{\rho} \quad \text{în care} \quad \rho = (x^1)^2 + (x^2)^2 + \ldots + (x^n)^2$$

În lucrarea de față vom considera același grup de transformări în care coeficienții a^i_j vor fi supuși însă la condiția $\varepsilon_i a^i_j a^i_k = \lambda \varepsilon_j \delta^k_j$, λ fiind un factor oarecare iar $\rho = \varepsilon_i (x^i)^2$ unde $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \ldots = \varepsilon_m = 1$ iar $\varepsilon_{m+1} = \varepsilon_{m+2} = \ldots = \varepsilon_n = -1$ $(m \leqslant n)$. Vom asocia acestui grup numit pseudo-conform, o conexiune pseudo-conformă care are un caracter tensorial față de acest grup.

Observăm că atît transformările (1) cît și (1′) în noile condiții impuse coeficienților a^i_j și lui ρ verifică ecuația cu derivate parțiale:

(2) $$\frac{\partial^2 x'^i}{\partial x^j \partial x^k} = \frac{1}{n}\left(\frac{\partial x'^i}{\partial x^j}\frac{\partial \ln \Delta}{\partial x^k} + \frac{\partial x'^i}{\partial x^k}\frac{\partial \ln \Delta}{\partial x^j} - \delta^j_k \varepsilon_j \varepsilon_s \frac{\partial x'^i}{\partial x^s}\frac{\partial \ln \Delta}{\partial x^s}\right)$$

unde Δ este deteriminantul transformării.

Într-adevăr, transformările (1) verifică în mod evident ecuațiile (2) căci $\dfrac{\partial \ln \Delta}{\partial x^k} = 0$ și $\dfrac{\partial^2 x'^i}{\partial x^j \partial x^k} = 0$

Pentru transformările (1′) avem:

(3) $$\frac{\partial x'^i}{\partial x^j} = \frac{\delta^i_j}{\rho} - \frac{2\varepsilon_j x^i x^j}{\rho^2}$$

* Manuscris predat la redacție la data de 1 iunie 1970

$$(4)\qquad \frac{\partial^2 x'^i}{\partial x^j\,\partial x^k} = -2\,\frac{\delta^i_j\varepsilon_k x^k + \delta^i_k\,\varepsilon_j x^j + \delta^j_k\varepsilon_j x^i}{\rho^2} + 8\,\varepsilon_j\varepsilon_k\,\frac{x^i x^j x^k}{\rho^3}$$

Ţinînd cont de (3) avem :

$$\left|\rho^2\,\frac{\partial x'^i}{\partial x^j}\right| = |\rho\delta^i_j - 2\,\varepsilon_j x^i x^j|$$

Aplicînd proprietăţile determinanţilor avem :

$$\rho^{2n}\Delta = -\rho^n$$

Derivînd obţinem :

$$(5)\qquad \frac{\partial \ln\Delta}{\partial x^i} = -2\,n\,\frac{\varepsilon_i x^i}{\rho}$$

Ţinînd cont de (3) şi (5), formulele (4) devin :

$$(6)\qquad \frac{\partial^2 x'^i}{\partial x^j\,\partial x^k} = \frac{1}{n}\left(\frac{\partial x'^i}{\partial x^j}\,\frac{\partial \ln\Delta}{\partial x^k} + \frac{\partial x'^i}{\partial x^k}\,\frac{\partial \ln\Delta}{\partial x^j} - 2\,\delta^j_k\,\frac{\varepsilon_j x^i}{\rho^2}\right)$$

Deasemeni avem :

$$\frac{\partial x'^i}{\partial x^s}\,\frac{\partial \ln\Delta}{\partial x^s}\,\varepsilon_s = \frac{2\,n\varepsilon^i}{\rho^2}$$ care se mai scrie :

$$\frac{2x^i}{\rho^2} = \frac{1}{n}\,\varepsilon_s\,\frac{\partial x'^i}{\partial x^s}\,\frac{\partial \ln\Delta}{\partial x^s}$$ şi substituită în (6) obţinem (2), adică ce ne-am propus să arătăm.

Se ştie că la o schimbare de coordonate conexiunea afină se schimbă după legea :

$$(7)\qquad \frac{\partial^2 x'^i}{\partial x^j\,\partial x^k} = \Gamma'^i_{rs}\,\frac{\partial x'^r}{\partial x^j}\cdot\frac{\partial x'^s}{\partial x^k} - \Gamma^r_{jk}\,\frac{\partial x'^i}{\partial x^r}$$

iar conexiunea contractată după legea :

$$(8)\qquad \frac{\partial \ln\Delta}{\partial x^k} = \Gamma'_s\,\frac{\partial x'^s}{\partial x^k} - \Gamma_k$$

Ţinînd cont de (7) şi (8) relaţia (2) devine :

$$(9)\qquad \begin{aligned}&\left(\Gamma'^i_{rs} - \frac{1}{n}\,\Gamma'_s\delta^i_r - \frac{1}{n}\,\Gamma'_r\delta^i_s\right)\frac{\partial x'^r}{\partial x^j}\,\frac{\partial x'^s}{\partial x^k} + \frac{1}{n}\,\delta^j_k\varepsilon_j\varepsilon_s\,\frac{\partial x'^i}{\partial x^s}\,\frac{\partial x'^r}{\partial x^s}\,\Gamma'_r =\\ &= \left(\Gamma^r_{jk} - \frac{1}{n}\,\Gamma_k\delta^r_j - \frac{1}{n}\,\Gamma_j\delta^r_k + \frac{1}{n}\,\delta^j_k\varepsilon_j\varepsilon_r\Gamma_r\right)\frac{\partial x'^i}{\partial x^r}\end{aligned}$$

Se observă că în membrul drept al formulei (9) apare conexiunea :

$$W^i_{jk} = \Gamma^i_{jk} - \frac{1}{n}\,\delta^i_j\Gamma_k - \frac{1}{n}\,\delta^i_k\,\Gamma_j + \frac{1}{n}\,\delta^k_j\varepsilon_j\varepsilon_i\Gamma_i$$

care pentru $\varepsilon_i = 1 (i = 1, 2, \ldots, n)$ coincide cu conexiunea conformă.

Aceasta este conexiunea pe care ne-am propus s-o considerăm și se arată ușor că are un caracter tensorial față de grupul pseudo-conform dacă ținem cont că transformările (1) și (1′) ale acestui grup verifică relația (9) precum și respectiv următoarele două grupuri de relații:

$$(10)\quad \begin{cases} \varepsilon_s \dfrac{\partial x'^i}{\partial x^s} \dfrac{\partial x'^r}{\partial x^s} = \lambda \varepsilon_i \delta_i^r \\ \lambda \delta_k^j \varepsilon_j = \delta_s^r \varepsilon_s \dfrac{\partial x'^r}{\partial x^j} \dfrac{\partial x'^s}{\partial x^k} \end{cases}$$

$$(11)\quad \begin{cases} \varepsilon_s \dfrac{\partial x'^i}{\partial x^j} \dfrac{\partial x'^s}{\partial x^k} = \rho' \varepsilon_i \delta_r^i \\ \delta_j^k \varepsilon_j \rho'^2 = \varepsilon_r \delta_r^s \dfrac{\partial x'^r}{\partial x^j} \cdot \dfrac{\partial x'^s}{\partial x^k} \end{cases}$$

unde $\rho' = \varepsilon_i (x'^i)^2$

În sfîrșit, se vede ușor că conexiunea contractată $W_k = W_{ik}^i$ este nulă, proprietate cunoscută în cazul conexiunii conforme.

Catedra de matematici II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Gh. Vrănceanu*, Connexions associees aux grupes fundamentaux, Revue de Math. pures et appliquées, t III, 1958, p. 29—50.
2. *Gh. Vrănceanu*, Lecții de geometrie diferențială, Vol. I, III Edit. Acad. R.P.R. 1961 București.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972. Numărul 2

GEOMETRIE

C.Z.: 515

REMARQUE SUR LES MÉTHODES DE LA GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE

M. ȘT. BOTEZ–N. MIRESCU

On entende par „les méthodes de la géométrie descriptive", les transformations concernant les figures représentées sur une épure MONGE de manière que les données ont certaines positions particulières relativement aux plans de projection.

C'est ainsi qu'on rapporte les données à des nouveaux plans de projection qui permettent d'employer des constructions simples ou de modifier la position des données par rapport aux plans primitifs.

Ces méthodes sont : les changements des plans, les rotations et les rabattements, méthodes qui sont traitées comme indépendentes, et qui concernent les problémes métriques, [1].

En ce qui suit *nous allons montrer que ces trois méthodes peuvent être reduites à une seule, qui est la rotation.*

D'ailleurs les changements des plans de projections et les rabattements, considérés comme transformations dans le cadre de l'épure, forment un groupe dont les invariants sont les incidences, les collinéations et les formes simples ; mai dans le cadre de l'épure on n'obtient pas une égalitée directe entre les figures obtenues comme projection, [2].

Ce groupe, qui est spécifique pour la géométrie descriptive, peut être dénommé *le groupe des déplacements de la géométrie descriptive.*

1. — Le changement des plans de projection : le point.

Considerons l'espace orienté positivement, c'est à dire que le sens de la rotation du plan vertical pour être mis en coincidence avec le plan horizontal, consideré comme plan du tableau, a lieu de gauche à droite. D'ailleurs ça n'influence pas la généralité.

Soit (a, a'), l'image du point A, par rapport au repère MONGE, et supposons qu'on demande que le nouvel plan vertical [V] soit paralèle à une direction Δ dont la projection horizontale este δ.

Donc la nouvelle ligne de terre $X \| \delta$, (fig. 1).

En ce cas les projections horizontales des pointes de l'éspace sont invariants.

*) Presentée à la sesion scientifique de l'Institut Polytechnique de Iassy, 1970.

La rotation du plan [V] sera effectuée autour de l'axe vertical passant par le point A.

Pour otbenir la nouvelle position $[\overline{V}]$ du plan $[V]$, on construit le cercle dont le centre este a et le rayon est aa_x. La tangente $\overline{X} \parallel \delta$ est la nouvelle ligne de terre. La ligne de rappel est $\overline{a}'\overline{a}_x \perp X$.

On remarque que la projection $\overline{a}' \in [\overline{V}]$ est la symétrique de a' par rapport a Ia qui est la bissectrice de $\widehat{\alpha} = \sphericalangle(X, \overline{X})$.

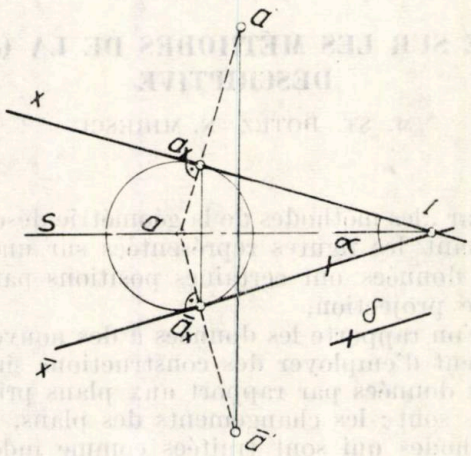


Fig. 1

2. — Le changement simultané des plans de projection.

D'après ce que nous avons montré, pour obtenir le changement d'un plan de projection on doit connaître la direction de la nouvelle ligne de terre, (fig. 2).

Donc pour obtenir le changement simultané des plans de projection on doit avoir les deux directions des lignes de terre qui seront données par :

$$\overline{X} = [H] \cap [V_1] \qquad \text{et} \qquad \overline{\overline{X}} = [V_1] \cap [H_1].$$

Après ce changement des plans de projection, l'image de (a, a') a comme transformée $(\overline{\overline{a}}.\overline{a}')$.

Ayant en vue les egalitées des rapports :

$$(aa_x\ a') = (a\overline{a}_x\ \overline{a}')\,;\ (a\overline{a}_x\ \overline{a}') = (\overline{\overline{a}}\,\overline{\overline{a}}_x\ a') \qquad (1)$$

on a :

$$\overline{a}_x\overline{a}' = a_x a' \qquad \text{et} \qquad \overline{\overline{a}}\,\overline{\overline{a}}_x = a\overline{a}_x = aa_x \qquad (2)$$

D'où résulte qu'une fois construites les axes $\overline{X}$ et $\overline{\overline{X}}$, on peut obtenir simultanément le changement des pans de projection du reprére MONGE.

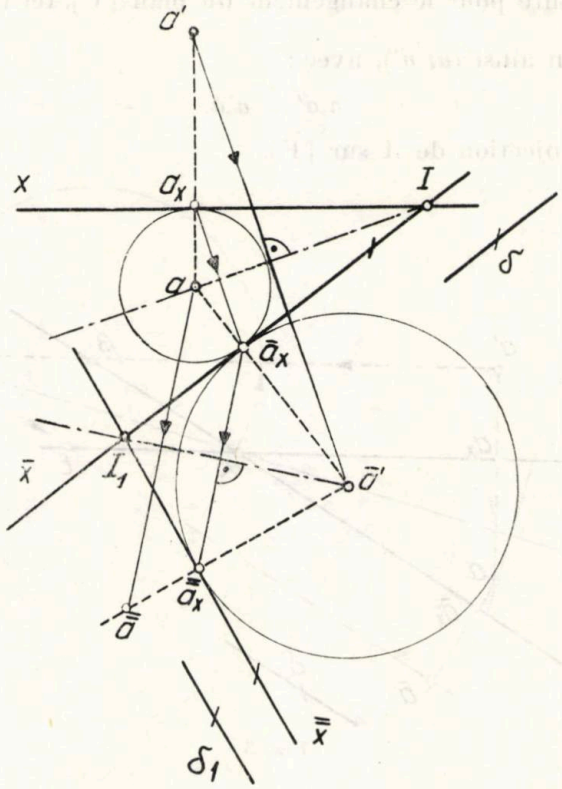


Fig. 2

3. — Cas particulier.

En considerant les relations (2), on constate qu'après un changement du repère Monge par des rotation successives autour des axes perpendiculaires sur $[H]$ et $[V]$, et passant par un point A de l'éspace, les coordonnées descriptives de ce point restent invariantes. [3].

Si par hasard le point A consideré a une position par rapport au repère telle que les constructions sont renvoyées dehors du cadre de l'épure (fig. 3), on doit modifier le manière dont nous avons obtenu la nouvelle image.

Soit ainsi le point $A(a,a')$ dont l'éloignement est grand par rapport au cadre de l'épure, et on demande le changement du plan $[V]$ de manière qu'il soit parallèle à une direction Δ dont la projection horizontale est δ.

D'après ce qu'on vient de montrer, on doit construire $\overline{X} \| \delta$ à une distance quelconque de δ, et soit $\alpha = X \cap \overline{X}$.

Par la projection a' on mène $a'\beta \| X$, où $\beta = a'\beta \cap \overline{X}$. La bisectrice de l'angle $\sphericalangle(X, \overline{X})$ coupe $a'\beta$ en γ, et on construit le losange $\alpha\beta\gamma\varepsilon$ où la distance de $\gamma\varepsilon$ à $\alpha\beta$ est :

$$d(\gamma\varepsilon,\alpha\beta) = a_x a',$$

qui est invariante pour le changement du plan $[V]$. Ici l'axe de rotation passe par α.

On obtien ainsi $(a, \bar{a}')$, avec :

$$\bar{a}_x\bar{a}' = a_x a.$$

où a' est la projection de A sur $[V]$.

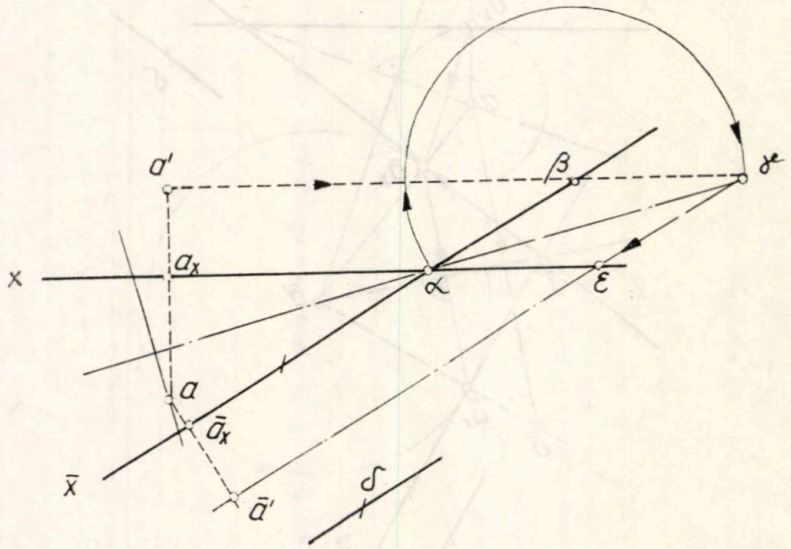


Fig. 3

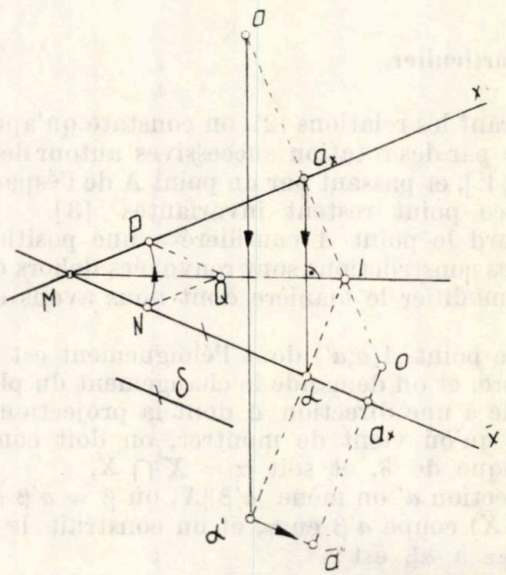


Fig. 4

Une autre manière à resoudre le même problème est la suivante : Soit $A(a,\ a')$ le point donné avec $(aa_x = k.a_x a';\ k > 1$.
On mène arbitrairement $\overline{X} \| \delta$, et on construit le losange $MNQP$ où $M = \overline{X} \cap X$, (fig. 4).

En ce cas MQ est la bisectrice de l'angle $\sphericalangle(X,\ \overline{X})$, et on obtient par symétrie les points α et α' correspondants à, a et a'. La projection de A sur $[V_1]$ est alors $\bar{a}'$ qui est obtenue comme montre l'epure.

4. — Le changement d'un plan de projection pour une droite.

Soit le segment AB $(ab,\ a'b')$. On propose à trouver la vraie grandeur du segment AB par la rotation du plan $[V]$ autour de l'axe passant par A, jusqu'il soit parallèle à AB.

Pour cela on construit le cercle de centre a et de rayon aa_x et on mène $\overline{X} \| ab$. On obtient, en utilisant la construction de § 3, la projection $\bar{a}'\bar{b}' = |AB$.

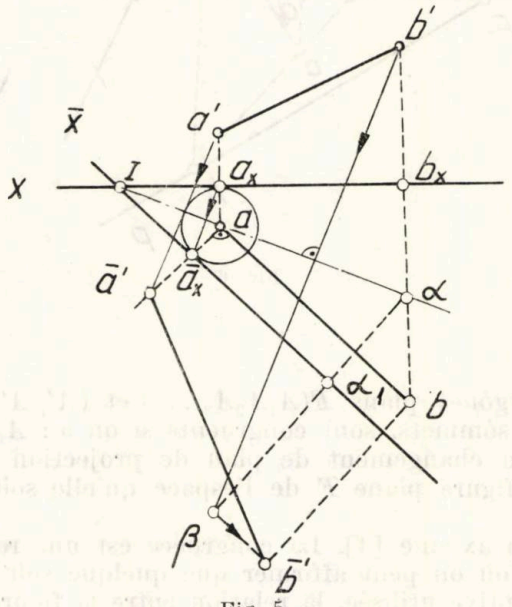


Fig. 5

5. — Le changement d'un plan de projection pour un plan.

Soit $[P]$ le plan donné par ses traces $PP_x, P'P_x$ et on propose à changer le plan [H] de manière qu'il soit parallèle à une direction Δ dont la projection horizontale este δ.

Pour cela on prendre le point $A(a,\ a') \in [P]$, et par ce point on mène la droite $(hv,\ h'v') \in [P]$. On construit le cercle dont le centre est le point a' et le rayon $a'a_x$, et on mène la tangente $\overline{X} \| \delta$, ainsi qu'on obtient $\bar{a}_x$ et $\bar{a}_1 = a'a_x \cap aa_1$; avec $aa_1 \perp a'J$ où $J = \bar{X} \cap X$.

Pour obtenir la trace hirozontale $\overline{P}$ sur $[H_1]$, on construit $a'i' \| \overline{X}$, dont la projection sur $[H_1]$ este ia_1, et par le point $\overline{P}_x = \overline{X} \cap P'$ et P. Il est claire qu'on peut imposer aux plans de projection n'importe quelle direction de parallélisme.

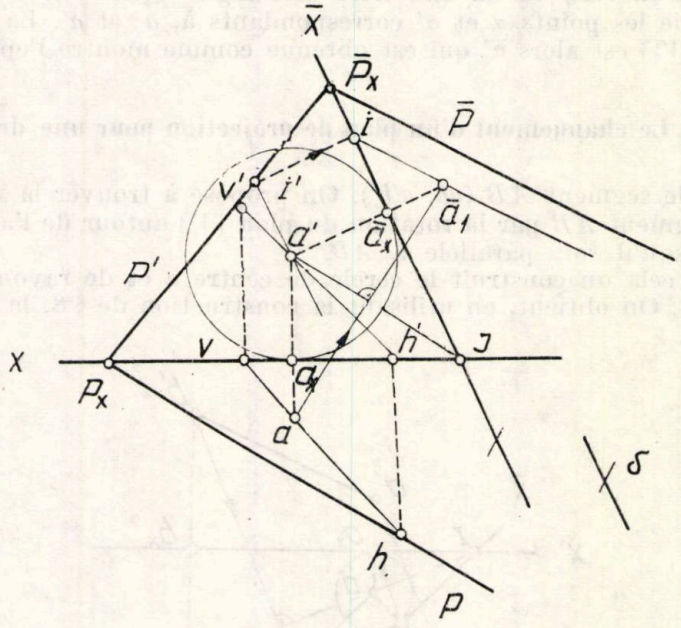


Fig. 6

Remarque

Deux polygônes plans $F(A_1A_2A_3 \ldots)$ et $(A'_1 A'_2 A'_3 \ldots)$ dont A_i et A'_i sont des sômmets, sont congruents si on a : $A_jA_i = A'_i A'_j$.

Or, par un changement de plan de projection on peut toujours imposer à une figure plane F de l'espace qu'elle soit congruente à sa image F^*.

D'après un axiome [4]. La congruece est une relation symétrique et transitive. D'où on peut affirmer que quelque soit la méthode de la géométrie descriptive utilisée, la relation entre la figure F de l'espace et la transformée F^* de sa projection F' par la méthode considéreé on établit entre F et F^* une relation réflexive, symétrique et transitive.

La chaire de géométrie descriptive
L'institut Polytechnique ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej'' Bucarest

BIBLIOGRAFIE

1. *Mihail Șt. Botez* — Geometrie Descriptivă, Editura Didactică și Pedagogică, București 1965.
2. *Dan Babilian* — Opera didactică — Geometria, Editura Academiei-R.S.R., 1968.
3. *W. Taunenberg* — Transformation en géométrie plane, Editura Vuibert, Paris, 1921.
4. *Bela Kerékjártó* — Les fondaments de la géométrie, Vol. I, Editura Akad., Budapest, 1955.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972, Numărul 2

FIZICA

C.Z.: 541.1

ASUPRA COMPORTĂRII UNOR SISTEME BIFAZICE ÎN DESTINDERI ADIABATICE

Ș. CONSTANTINESCU H. DUMITRESCU

În acest articol urmărim să facem descrierea comportării unui sistem model compus dintr-un gaz real în care sînt fin pulverizate picături de lichid, supus unei destinderi adiabatice la sfîrșitul căreia lichidul îngheață.

Inițial, amestecul „gaz-picături de lichid fin pulverizate" se consideră monofazic și evident, bicomponent. Această ipoteză accentuează necesitatea unei pulverizări foarte fine în așa fel încît lichidul să nu diferențieze o fază separată față de gaz. Ipoteza de lucru sus enunțată joacă un rol fundamental în considerațiunile ulterioare fiindcă ea permite să se considere amestecul gaz-picături de lichid într-un echilibru termic continu pe toată durata procesului de destindere sau altfel spus, că lichidul urmărește îndeaproape comportarea gazului pe toată durata procesului.

Condițiile de echilibru la care trebuie să satisfacă inițial acest amestec sînt cele obișnuite pentru sisteme monofazice bicomponente în care sînt absente orice fel de reacții chimice.

Vom arăta în cele ce urmează că descrierea procesului se poate cuprinde într-un ansamblu de ecuații diferențiale cu derivate parțiale care descriu toate etapele procesului.

Pentru a da un cadru experimental fenomenului să considerăm spre exemplu că destinderea se face într-un cilindru închis cu un piston și izolat adiabatic, iar micșorarea temperaturii amestecului se face prin efect Joule-Thomson (izoentalpic).

Fie o variație infinit mică de temperatură ce rezultă dintr-o mică destindere; ipoteza noastră fundamentală de lucru este următoarea: considerăm că scăderea de temperatură corespunzătoare unei variații de presiune dp este rezultatul a două procese și anume: etapa I în care are loc destinderea gazului de la T la $T+\mathrm{d}T'$ respectiv $p \to p + \mathrm{d}p'$ (dT' și $dp' < 0$) și etapa II de restabilire a echilibrului termic în care gazul primind căldură de la lichid, se încălzește cu dT'', presiunea crește cu dp'', iar lichidul se răcește. În final întreaga fază se găsește la parametrii $T +$

* Lucrare comunicată de sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București, mai 1970

$+ dT' + dT''$; $p + dp' + dp''$ ($dT'' > 0$ și $dp'' > 0$) și suferă deci pe întregul element infinitezimal o variație $dT < 0$ respectiv $dp < 0$

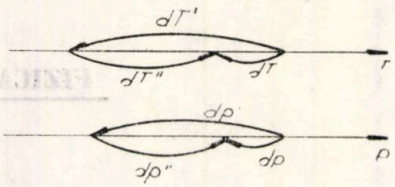


Fig. 1

Avem deci

$$dT = dT'' + dT' \tag{1}$$

$$dp = dp'' + dp' \tag{2}$$

(semnele sînt incluse în elementele diferențiale)

Etapa I de destindere a gazului este un proces izoentalpic obișnuit de tip Joule—Thomson

Deci :

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T dp' + \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p dT' = 0$$

$$dT' = -\frac{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T}{\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p} dp' \tag{3}$$

$H(pT)$, entalpia sistemului, este cunoscută dacă se dă ecuația de stare și ecuația calorică.

În etapa II-a are loc restabilirea echilibrului termic : gazul se încălzește pe seama unei cantități de căldură luată de la picăturile de lichid (presiunea deasemeni crește), iar lichidul se răcește. Considerăm că se poate admite ipoteza că încălzirea gazului e un proces la volum constant întrucît pistonul în cilindru rămîne nemișcat după destinderea infinitezimală, iar fracțiunea lichidă din amestec nu-și modifică sesizabil volumul

Atunci

$$\underbrace{m_g C_v dT''}_{\text{căldura absorbită de gaz}} = -\underbrace{m_l C_l dT}_{\text{căldura cedată de lichid.}} \tag{4}$$

m_g = masa de gaz
m_l = masa de lichid
C_v = căldura specifică a gazului la volum constant
C_l = căldura specifică a lichidului

Pe de altă parte primul principiu al termodinamicii referitor la masa de gaz care se încălzește :

$\delta Q = dU$, (volumul sistemului fiind constant lucrul mecanic este nul)

δQ este căldura absorbită de sistem iar dU este variația energiei interne.

Putem scrie deci :

$$m_g C_v dT'' = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p dT'' + \left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T dp'' \tag{5}$$

avem deci 5 ecuații : (1) (2) (3) (4) (5) cu 6 necunoscute dT, dT', dT'', dp, dp', dp''.

Eliminînd 4 : dT, dT'', dp, dp'' rămîne o ecuație în dp și dT.

Din (1) $$dT'' = dT - dT'$$

și din (2) $$dp'' = dp - dp'$$

Înlocuind dT'' și dp'' în (4) și (5) și cu (3) neschimbat :

$$dT' = - \frac{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T}{\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p} dp' \tag{6}$$

$$m_g C_v (dT - dT') = - m_l C_l dT \tag{7}$$

$$\left[m_g C_v - \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p \right] (dT - dT') = \left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T (dp - dp') \tag{8}$$

Scoțînd din (7)

$$dT' = \left(1 + \frac{m_l C_l}{m_g C_v}\right) dT$$

și din (6)

$$dp' = - \frac{\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T} \left(1 + \frac{m_l C_l}{m_g C_v}\right) dT$$

și înlocuind în (8)

$$-\left[m_g C_v - \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p \right] \frac{m_l C_l}{m_g C_v} dT = \left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T \frac{\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T} \left(1 + \frac{m_l C_l}{m_g C_v}\right) dT$$

au așezînd într-o altă formă

$$\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T dp = \left\{ \frac{m_l C_l}{m_g C_v} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p - m_g C_v \right] - \frac{\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T}{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T} \left(1 + \frac{m_l C_l}{m_g C_v}\right) \right\} dT \tag{9}$$

Soluția ecuației (9) dă o descriere convenabilă a procesului pînă în punctul în care apare primul cristal. Aici însă apare următoarea situație : întrucît cristalizarea picăturilor se face pe parcursul unei destin-

deri în care deci se modifică presiunea, temperatura corespunzătoare punctului de solidificare se modifică şi ea odată cu presiunea, sau, altfel spus, punctul de solidificare se modifică continuu. Trebuie deci să se ţină seamă de modificarea punctului de solidificare cu presiunea.

Procesul este corect ilustrat de următoarea diagramă

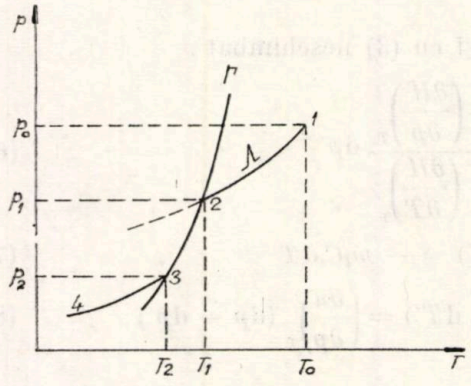


Fig. 2

Legendă fig. 2

Γ — curba care descrie variaţia punctului de solidificare în funcţie de presiune
Λ — curba descrisă de soluţia ec. (9)
1 — punctul iniţial al gazului
2 — punctul în care apare primul cristal
3 — punctul în care lichidul s-a solidificat
4 — destinderea mai departe a gazului duce la răcirea solidului

Porţiunea 1—2 este descrisă de soluţia ec. (9)

Porţiunea 3—4 este descrisă de o ecuaţie analoagă în care însă căldura specifică a lichidului C_l trebuie înlocuită cu căldura specifică a solidului C_s ec. (9′)

$$\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T \mathrm{d}p = \left(\frac{m_s C_s}{m_g C_v}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p - m_g C_v\right] - \frac{\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T}{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T}\left(1 + \frac{m_s C_s}{m_g C_v}\right)\right) \mathrm{d}T \qquad (9')$$

Pentru porţiunea 2—3 trebuie dedusă o nouă ecuaţie care să conţină tocmai descrierea deplasării punctului de solidificare cu presiunea. Vom face acest lucru în cele ce urmează diferenţiind două cazuri:

A — punctul de solidificare scade cu scăderea presiunii, ceeace se întîmplă în general cu majoritatea lichidelor.

B — punctul de solidificare creşte cu scăderea presiunii (ex. apă)

Fie gazul în care au apărut primele cristale. Ca şi pînă acum, considerăm că o destindere $\mathrm{d}T$ corespunzătoare unei variaţii $\mathrm{d}p$ este rezultatul a două etape:

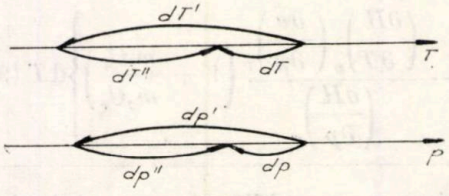


Fig. 3

Intervalele $\mathrm{d}T$ şi $\mathrm{d}p$→figurează deplasarea punctului de solidificare

$$\mathrm{d}T = \mathrm{d}T' + \mathrm{d}T'' \qquad (A_1)$$

$$\mathrm{d}p = \mathrm{d}p' + \mathrm{d}p'' \qquad (A_2)$$

Evident $\mathrm{d}T$, $\mathrm{d}T'$, $\mathrm{d}T''$, $\mathrm{d}p$, $\mathrm{d}p'$, $\mathrm{d}p''$ sînt alţii decît cei de la pagina 32

Etapa I : destinderea gazului pe intervalul dT'; dp' într-un proces izoentalpic

$$dT' = -\frac{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T}{\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p} dp' \qquad (A_3)$$

Etapa II : stabilirea echilibrului prin încălzirea gazului și răcirea însoțită de apariția a noi cristale ale lichidului.

Notînd m — masa de lichid aflată în amestec cu granulele cristaline la un moment dat și m_l — masa inițială de lichid, ecuația de echilibru devine

$$m_g C_v dT'' = -mC_l dT - (m_l - m)\, C_s dT - \lambda\, dm \qquad (A_4)$$

λ = căldura latentă de solidificare
C_s = căldura specifică a solidului cristalin
Sau conform principiului I

$$m_g C_v dT'' = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p dT'' + \left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T dp'' \qquad (A_5)$$

Pe de altă parte ecuația Clausius—Clapeyron pentru transformări de fază de speța I descrie deplasarea punctului de solidificare cu presiunea

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\lambda}{T(V_2 - V_1)}$$

unde λ = căldura latentă
V_1 = volumul specific al solidului
V_2 = volumul specific al lichiduli

$$V_2 - V_1 = \Delta V \text{ (de obicei } \Delta V > 0 \text{ la apă } \Delta V < 0)$$

Avem deci 6 ecuații cu 7 necunoscute dT, dT', dT'', dp, dp', dp'', dm din care putem obține o ecuație cu 2 necunoscute dm și dT.

Din (A_1) și (A_2) $\quad dT'' = dT - dT'$

$$dp'' = dp - dp'$$

și avem :

$$dT' = -\frac{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T}{\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p} dp' \qquad (A7)$$

$$m_g\, C_v\, (dT - dT') = (-m\, C_l - m_l C_s + mC_s)\, dT - \lambda dm \qquad (A8)$$

$$m_g\, C_v (dT - dT') = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_P (dT - dT') + \left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T (dp - dp') \qquad (A9)$$

$$T\, \Delta V\, dp = \lambda\, dT. \qquad (A\ 10)$$

Din (A8) $(m_g C_v + m C_l + m_l C_s - mC_s)\, dT = m_g C_v\, dT' - \lambda dm$ (A11)
și din (A9)

$$\left[m_g C_v - \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_P\right] dT - \left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T \mathrm{d}p = \left[m_g C_v - \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_P\right] dT' - \left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T dp' \qquad \text{(A 12)}$$

Scoțînd dT' din (A 11)

$$dT' = \frac{\lambda}{m_g C_v} dm + \frac{m_g C_v + m C_s + m_l C_s - m C_s}{m_g C_v} \mathrm{d}T \text{ și}$$

împreună cu (*A3*) $\quad dp' = -\dfrac{\left(\dfrac{\partial H}{\partial T}\right)_P}{\left(\dfrac{\partial H}{\partial p}\right)_T} \mathrm{d}T'$ și

$$dp = \frac{\lambda}{T\Delta V}\, dT \qquad \text{(A 6)}$$

introducem în (*A 9*)

$$\left[m_g C_v - \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_P\right] dT - \left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T \frac{\lambda}{T\Delta V} dT = \left\{\left[m_g C_v - \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_P\right] + \frac{\left(\dfrac{\partial u}{\partial p}\right)_T \left(\dfrac{\partial H}{\partial T}\right)_P}{\left(\dfrac{\partial H}{\partial p}\right)_T}\right\} \cdot \left[\frac{\lambda}{m_g C_v} dm + \frac{m_g C_v + mC_l + m_l C_s - m C_s}{m_g C_v}\right]$$

Aducem ecuația la forma :

$\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}T} + Am = B$ adică o ecuație liniară de ordinul I cu coeficienți variabili (în general A și B sînt de funcții de T), neomogenă

$$\left[\frac{m_c C_v - \left(\dfrac{\partial u}{\partial T}\right)_P - \dfrac{\left(\dfrac{\partial u}{\partial p}\right)_T \lambda}{T\Delta V}}{m_g C_v - \left(\dfrac{\partial u}{\partial T}\right)_P + \dfrac{\left(\dfrac{\partial u}{\partial p}\right)_T \left(\dfrac{\partial H}{\partial T}\right)_P}{\left(\dfrac{\partial H}{\partial p}\right)_T}} - \frac{m_g C_v + m C_l + m_l C_s - m C_s}{m_g C_v}\right] dT = \frac{\lambda}{m_g C_v} dm$$

$$\frac{\lambda}{m_g C_v}\frac{dm}{dT}+\frac{C_l-C_s}{m_g C_v}m=\frac{m_g C_v-\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p-\frac{\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T\lambda}{T\Delta V}}{m_g C_v-\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p+\frac{\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T}}-\frac{m_g C_v+m_l C_s}{m_g C_v}$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}T}+\frac{C_l-C_s}{\lambda}m=\frac{m_g C_v\left[m_g C_v-\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p-\frac{\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T\lambda}{T\Delta V}\right]}{\lambda\left[m_g C_v-\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p+\frac{\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T}\right]}-\frac{m_g C_v-m_l C_s}{\lambda}} \qquad \text{(A13)}$$

În ecuația (A_{13}) înlocuim, dacă este cazul, funcțiile de p și T prin funcții de T, slujindu-ne de soluția ecuației (A_6)

$$\frac{dp}{dT}=\frac{\lambda}{T\Delta V} \quad \text{cu soluția } p=p_1+\frac{\lambda}{\Delta V}\ln\frac{T}{T_1} \qquad \text{(A6)}$$

Această soluție este valabilă numai dacă λ este constant, ceea ce se consideră că se întîmplă la o destindere mică.

În cazul B punctul de solidificare se deplasează cu $\mathrm{d}T$; $\mathrm{d}p$ în sensul pozitiv al axei.

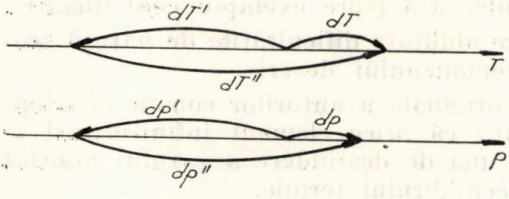


Fig. 4
Intervalele $\mathrm{d}T$ și $\mathrm{d}p$ figurează deplasarea punctului de solidificare

$$dT=dT'+dT'' \qquad \text{(B 1)}$$

$$dp=dp'+dp'' \qquad \text{(B 2)}$$

Etapa I : destinderea gazului

$$dT' = -\frac{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T}{\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p} dp' \qquad \text{(B 3)}$$

Etapa II: stabilirea echilibrului :

$$\underbrace{m_g C_v\, dT'' + mC_l\, dT + (m_l - m)\, C_s\, dT}_{\text{căldura absorbită}} = -\underbrace{\lambda dm}_{\text{căldura cedată prin îngheț}} \qquad \text{(B 4)}$$

Pe de altă parte conform principiului I al termodinamicii

$$m_g\, C_v\, dT'' = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT'' + \left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T dp'' \qquad \text{(B 5)}$$

iar ecuația Clausius—Clapeyron descrie deplasarea punctului de solidificare cu presiunea

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\lambda}{T(V_1 - V_2)} \qquad \text{(B 6)}$$

Avem deci aceleași ecuații ca și în cazul *A*.

Din punct de vedere formal cele două cazuri *A* și *B* nu se deosebesc, descrierea lor se poate face prin aceeași ecuație (*A* 13)

Rezolvarea practică a problemei decurge în felul următor : dacă se cunosc T_0 și p_0, temperatura și presiunea inițială a amestecului cu ecuația (9) (și T_0; p_0 condiții inițiale) se găsește curba λ și, prin intersecție cu Γ (vezi fig. 2) se poate găsi punctul $T_1 p_1$.

Cu condițiile inițiale $m = 0$ și $T = T_1$ se rezolvă ecuația (*A* 13) și se află T_2 care va corespunde lui $m_s = m_l$ (punctul în care îngheață tot lichidul).

Continuînd, cu T_2 și p_2 ca condiții inițiale și folosind ecuația (9′) se găsește porțiunea 3—4.

Ansamblul de ecuații (9); (A 13); și (9′) descrie deci întregul proces și satisfac pe deantregul scopului propus în introducerea lucrării.

Articolul conține următoarele contribuții originale :

I. Dăm o haină teoretică convenabilă unui proces de mare interes practic, permițînd prin aceasta alegerea practică a parametrilor de lucru. Sugerăm spre exemplu ca o posibilă aplicație a fenomenului descris, întrebuințarea lui ca metodă de separare a componenților din amestec : printr-o destindere adiabatică unul din componenți cristalizează și este apoi îndepărtat printr-o metodă adecvată (spre exemplu centrifugare).

II. Sînt înlăturate cu oarecare abilitate dificultățile de natură teoretică ridicate de complexitatea fenomenului descris.

Contribuția teoretică absolut originală a autorilor constă în adoptarea premizei enunțate la început : că orice element infinitezimal se poate descompune în două etape : una de destindere a gazului însoțită de răcire și alta de restabilire a echilibrului termic.

În cele ce urmează vom încerca să dăm o ilustrare practică teoriei tratînd cazul gazului real Van der Waals.

Ecuația de stare a gazului real Van der Waals este

$$\left(p + \frac{m_g^2}{\mu^2}\,\frac{a}{V^2}\right)\left(V - \frac{m_g}{\mu}\,b\right) = \frac{m_g}{\mu}\,TR$$

m_g = masa de gaz

μ = masa unui mol de gaz

Ecuația calorică a gazului Van der Waals este :

$$U = \frac{m_g}{\mu}\left(C_v\,T - \frac{m_g}{\mu}\,\frac{a}{V}\right)$$

și funcția entalpie H se construiește

$$H = U + pV$$

Calculînd derivatele parțiale $\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p$; $\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T$; $\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p$; și $\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T$

în aproximația neglijării corecțiilor de ordinul II și mai mult (aproximație folosită curent; vezi Bazarov — Ef. Joule—Thomson).

Se obține

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_P = m_g\,C_v \qquad \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P = m_g\,C_p$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T = -\frac{m_g\,a}{\mu RT} \qquad \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = \frac{m_g}{\mu}\left(b - \frac{2a}{RT}\right)$$

În aceste aproximații ecuația (9) devine

$$\frac{m_g\,a}{\mu RT}\,dp = \frac{-\dfrac{m_g\,a}{\mu\,RT}\,m_g\,C_p}{\dfrac{m_g}{\mu}\left(b - \dfrac{2a}{RT}\right)}\left(1 + \frac{m_l\,C_l}{m_g\,C_v}\right)dT$$

$$\boxed{dp = -\frac{\mu C_p\left(1 + \dfrac{m_l\,C_l}{m_g\,C_v}\right)}{b - \dfrac{2a}{RT}}\,dT} \qquad (10)$$

Cu condițiile inițiale $T = T_0$ și $p = p_0$

notăm $$dp = -\frac{\alpha\,RT}{bRT - 2a}\,dT$$

unde $$\alpha = \mu\,C_p\left(1 + \frac{m_l\,C_l}{m_g\,C_v}\right)$$

şi integrînd obţinem $p - p_0 = -\int_{T_0}^{T} \frac{\alpha R x}{bRx - 2a}\,dx$

$$p - p_0 = \frac{\alpha}{b}\int_{T_0}^{T} \frac{x\,dx}{x - \frac{2a}{bR}} = -\frac{\alpha}{b}\int_{T_0}^{T} \frac{\left(x - \frac{2a}{bR} + \frac{2a}{bR}\right)}{\left(x - \frac{2a}{bR}\right)}\,dx =$$

$$= -\frac{\alpha}{b}(T - T_0) - \frac{\alpha}{b}\frac{2a}{bR}\ln\frac{T - \frac{2a}{bR}}{T_0 - \frac{2a}{bR}}$$

$$\boxed{p - p_0 = -\frac{\mu C_p}{b}\left(1 + \frac{m_l C_l}{m_g C_v}\right)\left\{(T - T_0) + \frac{2a}{bR}\ln\frac{T - \frac{2a}{bR}}{T_0 - \frac{2a}{bR}}\right\}} \qquad (11)$$

Reamintim ca teoria efectului Joule—Thomson impune ca o condiţie de răcire a gazului în destindere, necesitatea ca să existe relaţia $\frac{2a}{RT} - b > 0$ sau $\frac{2a}{RT} > b$ ceea ce implică $\frac{2a}{bR} > T$

În soluţia ecuaţiei (10) diferenţa

$$p - p_0 < 0 \text{ deoarece } p < p_0 \text{ şi evident}$$

$$\left\{(T - T_0) + \frac{2a}{bR}\ln\frac{T - \frac{2a}{bR}}{T_0 - \frac{2a}{bR}}\right\} > 0 \qquad (T < T_0)$$

Ca un exemplu de aplicare practică a ec. (9), ne propunem rezolvarea următorului tip de problemă: fie 1 kg de azot (N_2) în care este fin pulverizat 0,1 Kg de apă la temperatura de 10°C = 283°K. Dorim să aducem amestecul prin detenta la 0°C şi presiunea de 1 at., punct în care apa îngheaţă. Care este variaţia de presiune la care este supus amestecul?

Cu următoarele date pentru azot N_2

$$C_v = 7{,}4 \cdot 10^2 \frac{\text{Joule}}{\text{Kg.} \cdot \text{grad}}$$

$$C_p = 1{,}02 \cdot 10^3 \frac{\text{Joule}}{\text{Kg} \cdot \text{grad}}$$

$$a = 0{,}137 \cdot \frac{\text{Joule} \cdot \text{m}^3}{\text{mol}^2}$$

$$b = 3{,}86 \cdot 10^{-5} \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{mol}}$$

$$\mu = 2{,}8 \cdot 10^{-2} \frac{\mathrm{Kg}}{\mathrm{mol}}$$

și pentru apă

$$C_l = 4{,}18 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{Joule}}{\mathrm{Kg.grad}}$$

și cu

$$R = 8{,}31 \frac{\mathrm{Joule}}{\mathrm{mol \cdot grad}}$$

procedînd la înlocuiri, obținem

$$\Delta p = p_0 - p_1 = 64 \text{ at} = 64 \cdot 9{,}8 \cdot 10^4 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

Deci destinderea trebuie să se facă de la 65 at. la 1 at. Să vedem acum ce formă capătă ecuația (A 13). Înlocuind $\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_P = \mathrm{m}_g\, C_v$

$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}T} + \frac{C_l - C_s}{\lambda} m = - \frac{\dfrac{m_g C_v \dfrac{\left(\dfrac{\partial u}{\partial p}\right)_T^{\lambda}}{T\Delta V}}{\lambda \cdot \left(\dfrac{\partial u}{\partial P}\right)_T \left(\dfrac{\partial H}{\partial T}\right)_P}}{\left(\dfrac{\partial H}{\partial p}\right)_T} = \frac{m_g C_v + m_l C_s}{\lambda}$$

$$\frac{dm}{dT} + \frac{C_l - C_s}{\lambda} m = - \frac{m_g C_v \dfrac{m_g}{\mu}\left(b - \dfrac{2a}{RT}\right)}{T\Delta V\ m_g C_p} - \frac{m_g C_v + m_l C_s}{\lambda}$$

Obținem

$$\boxed{\frac{dm}{dT} + \frac{C_l - C_s}{\lambda} m = \frac{m_g C_v \left(\dfrac{2a}{RT} - b\right)}{\Delta V C_p\, \mu T} - \frac{m_g C_v + m_l C_s}{\lambda}} \qquad (12)$$

Așezînd ecuația sub forma $\frac{dm}{dT} + \alpha m = g(T)$ cu notațiile $\alpha = \frac{C_l - C_s}{\lambda}$

$$g(T) = \underbrace{\frac{2a\, m_g\, C_v}{\Delta V\, C_p\, \mu\, R}}_{\beta} \cdot \frac{1}{T^2} - \underbrace{\frac{m_g\, C_v\, b}{\Delta V\, C_p\, \mu}}_{\gamma} \cdot \frac{1}{T} - \underbrace{\frac{m_g\, C_v + m_l\, C_s}{\lambda}}_{\delta} = \frac{\beta}{T^2} + \frac{\gamma}{T} + \delta$$

și ținînd seama de condițiile inițiale

$$T = T_1$$

$$m = m_l$$

soluția ec. (12) devine

$$\boxed{m = m_l \exp\left[\alpha (T_1 - T) + \exp\ (-\alpha T) \int_{T_1}^{T} g(\tau) \exp\ (\alpha\tau)\, d\tau\right]} \quad (13)$$

Rezultatul se poate lăsa eventual sub această formă.
Dacă totuși dorim să continuăm rafinarea calculului, avem:

$$\int_{T_1}^{T} \left(\frac{\beta}{\tau^2} + \frac{\gamma}{\tau} + \delta\right) \exp\ (\alpha\tau)\, d\tau = \beta \int_{T_1}^{T} \frac{\exp\ (\alpha\tau)}{\tau^2} d\tau +$$

$$+ \gamma \int_{T_1}^{T} \frac{\exp\ (\alpha\tau)}{\tau} d\tau + \delta \int_{T_1}^{T} \exp\ (\alpha\tau)\, d\tau = -\beta \int_{T_1}^{T} \exp\ (\alpha\tau)\, d\left(\frac{1}{\tau}\right) +$$

$$+ \gamma \int_{T_1}^{T} \frac{\exp\ (\alpha\tau)}{\tau} d\tau + \delta \int_{T_1}^{T} \exp\ (\alpha\tau)\, d\tau = -\beta \frac{\exp\ (\alpha\tau)}{\tau} \Big|_{T_1}^{T} +$$

$$+ \beta\alpha \int_{T_1}^{T} \frac{\exp\ (\alpha\tau)}{\tau} d\tau + \gamma \int_{T_1}^{T} \frac{\exp\ (\alpha\tau)}{\tau} d\tau + \delta \int_{T_1}^{T} \exp\ (\alpha\tau)\, d\tau =$$

$$= \beta \left(\frac{\exp\ (\alpha T_1)}{T_1} - \frac{\exp\ (\alpha T)}{T}\right) + (\alpha\beta + \gamma) \int_{T_1}^{T} \frac{\exp\ (\alpha\tau)}{\tau} d\tau +$$

$$+ \frac{\delta}{\alpha} [\exp\ \alpha T) \exp\ (\alpha T_1)] = \left(\frac{\delta}{\alpha} - \frac{\beta}{T}\right) \exp\ (\alpha T) -$$

$$- \left(\frac{\delta}{\alpha} - \frac{\beta}{T_1}\right) \exp\ (\alpha T_1) + (\alpha\beta + \gamma) \int_{T_1}^{T} \frac{\exp\ (\alpha\tau)}{\tau} d\tau.$$

Soluția devine:

$$m = m_l \exp\ [\alpha (T_1 - T)] + \exp\ (-\alpha T) \left\{\left(\frac{\delta}{\alpha} - \frac{\beta}{T}\right) \exp\ (\alpha T) -\right.$$

$$\left. - \left(\frac{\delta}{\alpha} - \frac{\beta}{T_1}\right) \exp\ (\alpha T_1) + (\alpha\beta + \gamma) \int_{T_1}^{T} \frac{\exp\ (\alpha\tau)}{\tau} d\tau \right\}$$

$$m = m_l \exp\ [\alpha (T_1 - T)] + \left(\frac{\delta}{\alpha} - \frac{\beta}{T}\right) - \left(\frac{\delta}{\alpha} - \frac{\beta}{T_1}\right) \exp\ [\alpha (T_1 - T)] +$$

$$+ (\alpha\beta + \gamma)\ \exp(-\alpha T) \int_{\alpha T_1}^{\alpha T} \frac{\exp(x)}{x}\, dx$$

$$m = \frac{\delta}{\alpha} - \frac{\beta}{T} + \left(m_l + \frac{\beta}{T_1} - \frac{\delta}{\alpha}\right) \exp\left[\alpha (T_1 - T)\right] +$$

$$+ (\alpha\beta + \gamma) \exp(-\alpha T) \int_{\alpha T_1}^{\alpha T} \frac{\exp(x)}{x}\, dx$$

unde $\int_{\alpha T_1}^{\alpha T} \frac{\exp(x)}{x}\, dx$ se poate calcula numai numeric

$$\alpha = \frac{C_l - C_s}{\lambda}$$

$$\beta = \frac{2\, a\, m_g\, C_v}{\Delta V\, C_q\, \mu\, R}$$

$$\gamma = -\frac{m_g\, C_v\, b}{\Delta V\, C_v\, \mu}$$

$$\delta = -\frac{m_g\, C_v + m_l\, C_s}{\lambda}$$

Catedra de fizică

Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972, Numărul 2

CHIMIE ANALITICĂ

C.Z. 539.1

RELAȚII GENERALE PENTRU CALCULUL FORMULELOR BRUTE ȘI MOLECULARE

Fr. M. ALBERT

Rezultatele analizei elementare permit stabilirea prin calcul a formulelor chimice. Acest calcul a intrat în uzul curent al chimiștilor.

În prezentul articol se propune o sistematizare și o generalizare a calculului —de uz curent— pentru stabilirea formulelor brute și moleculare.

Se dau elementele chimice E', E'', ... și E^n care formează un compus chimic. Fie A_1, A_2, ... A_n masele atomice ale elementelor chimice, iar M masa moleculară a compusului chimic. Se dau rezultatele analizei elementare și se notează: $\%E' = a_1$; $\%E'' = a_2$; ... $\%E^n = a_n$.

Cunoscînd aceste date se pot calcula formula primară, formula brută și formula moleculară a compusului chimic.

1. *Formula primară. Indici primitivi.* Pentru a exprima masele a_i în atomi-gram, se împart la masele atomice A_i, rezultînd rapoartele:

$$\frac{a_1}{A_1} = x_1;\ \frac{a_2}{A_2} = x_2;\ \ldots\ \frac{a_n}{A_n} = x_n \qquad (1)$$

Rapoartele a_i/A_i sînt proporționale cu numărul de atomi din molecula compusului chimic, deoarece exprimă numărul de atomi-gram de elemente în 100 g compus. Aceste rapoarte, pe care le-am numit *indici primitivi*, sînt numere fracționare. Folosind indicii primitivi se poate scrie *formula primară* (F_p) a compusului:

$$E'_{x_1} E''_{x_2} \ldots E^n_{x_n} \quad (F_p)$$

în care x au valorile din relația (1).

2. *Formula brută. Indici procentuali.* Pentru a transforma indicii primitivi în numere întregi, ei se ordonează astfel încît:

$$\frac{a_1}{A_1} < \frac{a_2}{A_2} < \ldots < \frac{a_n}{A_n}$$

* Manuscris predat la redacție la data de 15 mai 1971

și se împart prin cel mai mic dintre ei. Rezultă *indicii procentuali* (ei putîndu-se calcula exclusiv din analiza procentuală fără să fie necesare alte date) :

$$\frac{a_1}{A_1}\cdot\frac{A_1}{a_1} = y_1\,;\quad \frac{a_2}{A_2}\cdot\frac{A_1}{a_1} = y_2\,;\quad \ldots\ \frac{a_n}{A_n}\cdot\frac{A_1}{a_1} = y_n \tag{2}$$

Notînd raportul A_1/a_1, constant pentru un compus chimic dat, cu p, indicii procentuali vor fi

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{a_1}{A_1}\,p = x_1\,p \\ y_2 &= \frac{a_2}{A_2}\,p = x_2\,p \\ y_n &= \frac{a_n}{A_n}\,p = x_n\,p \end{aligned} \tag{3}$$

Este evident că în toate cazurile $y_1 = 1$.

Folosind indicii procentuali se poate exprima *formula brută* (F_b) :

$$E'_{y_1}\,E''_{y_2}\ldots\,E^n_{y_n}\quad (F_b)$$

unde y_i sînt date de relația (2) sau (3).

3. *Formula moleculară. Indicii atomici.* Nici indicii primitivi x_i și nici cei procentuali y nu exprimă numărul real de atomi din molecula compusului, ci sînt numai numere proporționale cu acest număr real. Deosebirea dintre indicii primitivi și cei procentuali constă numai în aceea că primii sînt numere fracționare, în timp ce ultimii sînt numere întregi.

Indicii atomici z_i care exprimă numărul real de atomi din moleculă, trebuie să fie un multiplu întreg m al indicilor procentuali astfel ca :

$$\begin{aligned} my_1 &= mpx_1 = z_1 \\ my_2 &= mpx_2 = z_2 \\ &\vdots \\ my_n &= mpx_n = z_n \end{aligned} \tag{4}$$

Pentru a calcula numărul m, pe care l-am numit *grad de multiplicitate*, trebuie să se cunoască masa moleculară M a compusului chimic. Masa moleculară M fiind suma maselor atomice, se poate scrie

$$M = m\,(A_1\,y_1 + A_2\,y_2 + \ldots + A_n\,y_n) = m\sum_{i=1}^{n} A_i\,y_i \tag{5}$$

Înlocuind valorile y_i din relația (5) rezultă

$$M = m\,\frac{A_1}{a_1}\,(a_1 + a_2 + \ldots + a_n) = 100\,m\,\frac{A_1}{a_1} = 100\;mp = 100\;k \tag{6}$$

de unde

$$m = \frac{M}{100} \cdot \frac{a_1}{A_1} = \frac{k}{p} \; ; \quad k = mp = \frac{M}{100} \tag{7}$$

Indicii atomici z_i vor fi :

$$\begin{aligned} z_1 &= my_1 = \frac{M}{100} \cdot \frac{a_1}{A_1} \cdot \frac{a_1}{A_1} \cdot \frac{A_1}{a_1} = \frac{M}{100} \cdot \frac{a_1}{A_1} = k \frac{a_1}{A_1} \\ z_2 &= my_2 = \frac{M}{100} \cdot \frac{a_1}{A_1} \cdot \frac{a_2}{A_2} \cdot \frac{A_1}{a_1} = \frac{M}{100} \cdot \frac{a_2}{A_2} = k \frac{a_2}{A_2} \\ &\vdots \\ z_n &= my_n = \frac{M}{100} \cdot \frac{a_1}{A_1} \cdot \frac{a_n}{A_n} \cdot \frac{A_1}{a_1} = \frac{M}{100} \cdot \frac{a_n}{A_n} = k \frac{a_n}{A_n} \end{aligned} \tag{8}$$

Folosind indicii atomici, se scriu *formulele moleculare* (F_m) :

$E'_{z_1} E''_{z^2} \ldots E^n_{z_n} \quad (F_m)$

unde $z_i = \frac{M}{100} \cdot \frac{a_i}{A_i}$

Formulele moleculare se mai pot deduce folosind următoarele raționamente :

a) În 100 g compus se află a_i/A_i atom-gram element E^i, iar în M_g se vor găsi z_i atom-gram. De aici $z_i = (M/100) \cdot a_i/A_i$.

b) Ținînd seama de relațiile (9) și (10)

$$M = A_i z_i + A_2 z_2 + \ldots + A_n z_n = \sum_{i=1}^{n} A_i z_i \tag{9}$$

$$100 = a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \sum_{i=1}^{n} a_i \tag{10}$$

rezultă că Mg compus conține $A_i z_i$ g element E^i, iar 100 g vor conține $a_i g$ element E^i. Rezultă că :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{100}{M} A_1 z_1 \; ; \\ a_2 &= \frac{100}{M} A_2 z_2 \\ &\vdots \\ a_n &= \frac{100}{M} A_n z_n \end{aligned} \tag{11}$$

și

$$z_1 = \frac{M}{100} \cdot \frac{a_1}{A_1} = \frac{M}{100} x_1 = k x_1$$

$$z_2 = \frac{M}{100} \cdot \frac{a_2}{A_2} = \frac{M}{100} x_2 = kx_2 \qquad (12)$$

$$\vdots$$

$$z_n = \frac{M}{100} \cdot \frac{a_n}{A_n} = \frac{M}{100} x_n = kx_n$$

4. *Relaţii între x, y şi z.* Din (7) şi (8) se deduce

$$\begin{aligned} z_1 &= my_1 = mpx_1 = kx_1 \\ z_2 &= my_2 = mpx_2 = kx_2 \\ &\vdots \\ z_n &= my_n = mpx_n = kx_n \end{aligned} \qquad (13)$$

rezultînd proporţionalitatea între indicii primitivi, procentuali şi atomici:

$$x_1 : x_2 : \ldots : x_n = y_1 : y_2 : \ldots : y_n = z_1 : z_2 : \ldots : z_n \qquad (14)$$

5. *Cazuri particulare.*

a) Pentru majoritatea substanţelor neorganice simple (acizi, baze săruri simple), precum şi pentru unele substanţe organice, gradul de multiplicitate $m = 1$ şi formula moleculară este identică cu formula brută; în aceste cazuri determinarea maselor moleculare nu este necesară.

b) Pentru calcularea procentelor a_i şi a indicilor primitivi x_i se pot găsi expresii simple în funcţie de forma de dozare a fiecărui element chimic, de forma

$$a_i = f\frac{s}{s_p} \quad \text{şi} \quad \frac{a_i}{A_i} = x_i = f_1 \frac{s}{s_p} \; ; \; f = f_1 A_i \qquad (15)$$

unde f şi f_1 sînt factori caracteristici;

s — masa (sau volumul) compusului rezultat la analiză;

s_p — masa probei luate la analiză.

Astfel pentru C, H şi N, elementele cele mai frecvent întîlnite în compuşii organici şi care se determină sub formă de CO_2, H_2O şi N_2 elementar, se pot deduce relaţiile:

$$a_C = 27{,}37 \frac{s_{CO_2}}{s_p} \; ; \; a_H = 11{,}11 \frac{s_{H_2O}}{s_p} \; ; \; a_N = 0{,}125 \frac{V}{s_p} \qquad (16)$$

$$x_C = 2{,}27 \frac{s_{CO_2}}{s_p} \; ; \; x_H = 11{,}11 \frac{s_{H_2O}}{s_p} \; ; \; x_N = 0{,}009 \frac{V}{s_p} \qquad (17)$$

unde V este volumul gazului rezultat la analiză, redus la condiţii normale

6. *Exemple de calcul.*

a) Se cere formula brută a unei substanţe care conţine 39,6% K, 27,9% Mn şi restul O_2.

Rezolvarea

$$x_{Mn} = \frac{a_{Mn}}{A_{Mn}} = \frac{27,9}{55} = 0,51$$

$$x_K = \frac{a_K}{A_K} = \frac{39,6}{39} = 1,02$$

$$x_{O_2} = \frac{a_{O_2}}{A_{O_2}} = \frac{32,5}{16} = 2,05$$

Formula primară este $K_{1,02}\ Mn_{0.51}\ O_{2,05}$

$$y_{Mn} = \frac{0,51}{0,51} = 1;\quad y_K = \frac{1,02}{0,51} = 2;\quad y_{O_2} = \frac{2,05}{0,51} = 4$$

Formula brută este K_2MnO_4.

b) O substanţă cu masa moleculară 60 conţine 20% C, 6,67%H 46,67% N şi restul O_2. Se cere formula moleculară a substanţei.

Rezolvare

$$x_C = \frac{a_C}{A_C} = \frac{20}{12} = 1,67;\quad x_{O_2} = \frac{26,67}{16} = 1,67;$$

$$x_N = \frac{46,67}{14} = 3,33;\quad x_H = 6.67$$

Formula primară este $C_{1,67}\ H_{6.67}\ O_{1,67}\ N_{3,33}$

$$y_C = \frac{1,67}{1,67} = 1;\quad y_{O_2} = \frac{1,67}{1,67} = 1;\quad y_N = \frac{3,33}{1,67} = 2;\quad y_H = \frac{6,67}{1,67} = 4$$

Fomula brută este CH_4ON_2 şi este identică cu formula moleculară masa moleculară fiind 60, deci $m = 1$. Substanţa corespunde la uree $OC(NH_2)_2$ sau la sulfocianură de amoniu NH_4SCN.

c) O substanţă cu masa moleculară : 44 conţine 83,33% C, 5,55% H şi restul O_2. Se cere formula moleculară a substanţei.

Rezovare

$$x_{O_2} = \frac{a_{O_2}}{A_{O_2}} = \frac{11,11}{16} = 0,69;$$

$$x_C = \frac{a_C}{A_C} = \frac{83,33}{12} = 6,9$$

$$x_H = 5,55$$

Formula primară este $C_{6,9}\ H_{5.55}\ O_{0.69}$

$$y_{O_2} = \frac{0,69}{0,69} = 1;\ y_C = \frac{6,9}{0,69} = 10;\ y_H = \frac{5,55}{0,69} = 8$$

Formula brută este $C_{10}H_8O$, identică cu formula moleculară ($m = 1$)

d) O substanţă cu masa moleculară 116 dă la analiză următoarele rezultate:

0,1 g substanţă ..... 0,2277 g CO_2
0,1242 g H_2O

0,12 g substanţă ..... 23,17 cm^3N_2 (condiţii normale)

Se cere formula moleculară a substanţei.

Rezolvare (din relaţia 17).

$$x_C = \frac{a_C}{A_C} = 2{,}27\,\frac{0{,}2277}{0{,}1} = 5{,}17$$

$$x_H = \frac{a_H}{A_H} = 11{,}11\,\frac{0{,}1242}{0{,}1} = 13{,}80$$

$$x_N = \frac{a_N}{A_N} = 0{,}009\,\frac{23{,}17}{0{,}12} = 1{,}74$$

Formula primară este $C_{5,17}H_{13,80}N_{1,74}$

$$y_C = \frac{5{,}17}{1{,}74} \simeq 3\,;\; y_H = \frac{13{,}80}{1{,}74} \simeq 8\,;\; y_N = \frac{1{,}74}{1{,}74} = 1$$

Formula brută este C_3H_8N

$$3.12\ m + 8\ m + 14\ m = 116\,;\; m = \frac{116}{58} = 2$$

Formula moleculară este $C_6H_{16}N_2$

Ea se mai poate calcula din relaţia (8).

$z_C = 1{,}16 \cdot 5{,}17 \simeq 6\,;\; z_H = 1{,}16 \cdot 13{,}8 \simeq 16\,;\; z_N = 1{,}16.1{,}72 \simeq 2.$

Relaţiile stabilite se pot aplica pentru orice substanţă neorganică sau organică.

Catedra de chimie generală
Institutul politehnice „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972, Numărul 2

MECANICĂ

C.Z.: 629.136.3:512

CONSIDERAȚIUNI ASUPRA ALEGERII NUMĂRULUI DE TREPTE LA RACHETELE DE MARE RAZA DE ACȚIUNE SAU ALTITUDINE

C. GUȚĂ

În prezent rachetele meteorologice, geofizice sau purtătoare de sateliți, care evoluează la înălțimi mari precum și rachetele balistice,cu rază de acțiune de peste 1500—2000 km. se concep în mai multe trepte.

Ecuațiile de mișcare ale rachetei, fig. 1, sînt de forma :

$$m\frac{du}{dt} = F\cos(\alpha+\theta) - R\cos\theta - P\sin\theta \qquad (1)$$

$$m\frac{dw}{dt} = F\sin(\alpha+\theta) + P\cos\theta - R\sin\theta - G \qquad (2)$$

— ecuația (1) reprezintă componenta mișcării după orizontala locului, iar (2) după verticala locului.

— θ este unghiul de poziție iar α de incidență (între tangenta la traiectorie în punctul respectiv și axa rachetei). Se notează : $\varphi = \alpha + \theta$, unghiul de tangaj.

La ecuațiile (1), (2) se pot adăuga relațiile cinematice, evidente :

$$u = \frac{dx}{dt}\ ;\quad w = \frac{dz}{dt} \qquad (3)$$

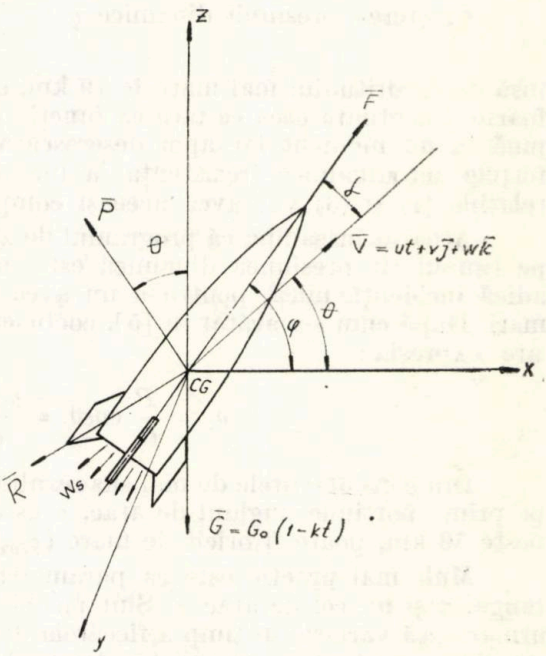


Fig. 1

* Manuscris predat la redacție la data de 10 ianuarie 1971

De asemenea din teoria motoarelor rachetă, funcționînd în regim nominal se poate scrie pentru forța de tracțiunea specifică ;

$$F_{sp} = -\frac{F}{\dot{G}} = \frac{F}{-mg} \tag{4}$$

unde g_0 este accelerația gravitației la sol.

Relația (4) face legătura între variația greutății rachetei în timp ($\dot{G}$) și forța de tracțiune (F).

După cum s-a arătat și în alte lucrări [1, 2] variația greutății rachetei în timp se datorește în principal, consumului de combustibil ($\dot{G}_c$) aflat la bord (nu se consideră momentul desprinderii treptelor, cînd de fapt avem un salt). Deci :

$$\dot{G} = \dot{G}_c \tag{5}$$

Pe de altă parte dacă motorul rachetă funcționează la regim nominal, de destindere completă [3, 4] se poate scrie pentru tracțiunea specifică :

$$F_{sp} = \frac{w_s}{g} \tag{6}$$

w_s fiind viteza de scurgere a gazelor în secțiunea de ieșire din ajutajul de reacție.

Creșterea presiunii dinamice $q = \frac{\rho}{2} V^2$ în înălțime este continuă,

însă de la altitudini mai mari de 19 km. scăderea densității mediului este foarte accentuată ceea ce face ca funcția q în ansamblu să fie crescătoare pînă la un moment iar apoi descrescătoare. Legat de acest aspect și forțele aerodinamice (rezistența la înaintare și portanța) care intră în relațiile (1) și (3) vor avea aceeași comportare.

Aceasta înseamnă că programul de zbor trebuie astfel conceput încît pe timpul cît presiunea dinamică este mare, coeficientul C_z să fie mic, adică incidență mică, pentru a nu avea coeficienți de suprasarcină (n_z) mari. După cum s-a arătat în [5], coeficientul de suprasarcină după axa z are expresia :

$$n_z = \frac{P}{G}\cos\theta = \frac{qSC_z}{G}\cos\theta \tag{7}$$

Din considerentele de mai sus rezultă programul de dirijare și anume pe prima porțiune unghiul de atac, α este mic, după care, la înălțimi de peste 50 km, poate fi oricît de mare ($\rho_{50km} = 8{,}77 \cdot 10^{-4}\ \rho_0$, vezi [6])

Mult mai practic este ca parametrul de dirijare să fie unghiul de tangaj φ și nu cel de atac α. Sînt posibile și alte legi de dirijare care să urmărească variația în timp a fiecăreia din unghiurile θ sau α, a forței de tracțiune, portanței consumului de combustibil, etc.

În virtutea celor de mai sus una din legile de dirijare se poate enunța astfel : Introducerea în sistemul de comandă a unei astfel de valori pentru

unghiul de tangaj încît să asigure rachetei o înălțime și o viteză determinantă, consumînd minimum de combustibil.

Considerînd evoluția rachetei la înălțimi mari, unde se pot neglija forțele aerodinamice, ecuațiile (1) și (2) devin :

$$\frac{du}{dt} = \frac{F}{m}\cos\varphi \tag{8}$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{F}{m}\sin\varphi - \frac{G}{m} \tag{9}$$

Greutatea rachetei scade liniar în timp, astfel că ecuațiile (8) și (9) devin :

$$\frac{du}{dt} = g\frac{F}{G_0}\frac{\cos\varphi}{1-kt} \tag{10}$$

$$\frac{dw}{dt} = g\frac{F}{G_0}\frac{\sin\varphi}{1-kt} - g \tag{11}$$

unde :

$$K = \frac{F}{G_0}\frac{g}{w_s} \text{ și } \widetilde{F} = \frac{F}{G_0} = (F_{sp})_0 \tag{12}$$

$(F_{sp})_0$ este forța de tracțiune specifică la sol.

Integrînd ecuațiile (10) și (11) se obține :

$$u = u_0 + g\widetilde{F}\int_0^t \frac{\cos\varphi}{1-kt}\,dt$$

$$w = w_0 + g\widetilde{F}\int_0^t \frac{\sin\varphi}{1-kt}\,dt - gt \tag{13}$$

u_0, w_0 sînt componentele vitezei după axele de coordonate în momentul startului.

Ținînd seama de (3). coordonatele rachetei la un moment dat sînt :

$$x = u_0 t + g\widetilde{F}\int_0^t dt\int_0^t \frac{\cos\varphi}{1-kt}\,dt + x_0$$

$$z = w_0 t + g\widetilde{F}\int_0^t d\varphi\int_0^t \frac{\sin\varphi}{1-kt}\,dt - g\frac{t^2}{2} + z_0 \tag{14}$$

Admițînd cazul mai simplu de dirijare cu unghi de tangaj constant (φ = const.), se obține :

$$u = u_0 - w_s\cos\varphi\cdot\ln(1-kt)$$

$$w = w_0 - w_s\sin\varphi\cdot(ln(1-kt) - gt \tag{15}$$

În mod analog obținem pentru coordonatele curente ale rachetei :

$$x = x_0 + u_0 t + \frac{w_s}{k}\cos\varphi\,[\ln(1-kt) - 1](1-kt)$$

$$z = z_0 + w_0 t + \frac{w_s}{k} \sin \varphi \, [\ln (1 - kt) - 1] \, (1 - kt) - \frac{g}{2} t^2 \tag{16}$$

Durata de zbor cu motor, se poate deduce din relația care definește impulsul total al unui motor rachetă :

$$t = \frac{w_s}{gF} G_c \tag{17}$$

considerînd forța de tracțiune constantă și notînd : $\widetilde{G} = \frac{G_c}{G_0}$ și $I_{sp} = \frac{w_s}{g}$ (impulsul specific sau tracțiune specifică) consumul relativ de combustibil se poate scrie (17) sub forma :

$$t = I_{sn} \frac{\widetilde{G}_c}{\widetilde{F}} \; ; \; dt = \frac{I_{sn}}{F} d\widetilde{G}_c \tag{18}$$

Pentru cazul particular $t_0 = 0$ componentele vitezei sînt nule. De asemenea din (18) și (12) deducem : $kt = \widetilde{G}_c$, care introdus în (15) conduce la expresiile $\left(\frac{\widetilde{G}_c}{\widetilde{F}} = \frac{G_c}{F} \right)$:

$$u = - w_s \cos \varphi \ln (1 - \widetilde{G}_c) \tag{19}$$

$$w = - w_s \left[\sin \varphi \cdot \ln (1 - \widetilde{G}_c) + \frac{\widetilde{G}_c}{\widetilde{F}} \right] \tag{20}$$

Integrînd (20) se obține pentru înălțimea de zbor :

$$z = \frac{w_s^2}{gF} \left\{ \sin \varphi [\ln 1 - \widetilde{G}_c) - 1] \, (1 - \widetilde{G}_c) - \frac{\widetilde{G}_c}{2\widetilde{F}} \right\} \tag{21}$$

Presupunînd că avem o rachetă cu n trepte și $\widetilde{G}_c$ respectiv $\widetilde{F}$ pentru fiecare treaptă are aceeași valoare, atunci pentru a obține componentele vitezei după consumarea timpului de ardere al ultimei trepte se obține :

$$u_n = - n w_s \cos \varphi \cdot \ln (1 - \widetilde{G}_c) \tag{22}$$

$$w_n = - n w_s \left[\sin \varphi \ln (1 - \widetilde{G}_c) + \frac{\widetilde{G}_c}{\widetilde{F}} \right] \tag{23}$$

În condițiile admise, după arderea combustibilului în cea dea doua treaptă racheta se va afla la altitudinea :

$$z_2 = 2z_1 + w_1 \frac{w_s}{gF} \widetilde{G}_c \tag{24}$$

iar pentru treapta n va fi :

$$z_n = n z_1 + (n - 1) \, w_1 \frac{w_s}{g\widetilde{F}} \widetilde{G}_c \tag{25}$$

În final se obține, pentru înălțime, după consumarea combustibilului celor n trepte :

$$z_n = n\frac{w_s^2}{g\widetilde{F}}\left\{\sin\varphi\,[\ln(1-\widetilde{G}_c)-1](1-\widetilde{G}_c)-\frac{n-1}{n}\ln(1-\widetilde{G}_c)-\frac{\widetilde{G}_c^2}{2\widetilde{F}}\right\} \quad (26)$$

Pentru determinarea traiectoriei rachetei pot fi folosite coordonatele polare (fig. 1).

Notînd prin :

$$\varepsilon_n = 1+\frac{z_n}{R_0} \quad (27)$$

unde $R_0 = 6371$ km, este raza Pămîntului iar prin ψ s-a notat unghiul între o poziție oarecare curentă pe traiectorie și punctul de lansare se obține :

$$\operatorname{tg}\frac{\psi_n}{2} = \frac{\operatorname{tg}\theta_n + \sqrt{\operatorname{tg}^2\theta + (\varepsilon_n-1)\left(\dfrac{2}{V_n^2\cos\theta_n\cdot\varepsilon_n}-1-\varepsilon_n\right)}}{\dfrac{2}{V_n^2\cos^2\theta_n\cdot\varepsilon_n}-1-\varepsilon_n} \quad (28)$$

sau mai succint :

$$\operatorname{tg}\frac{\psi_n}{2} = \frac{\operatorname{tg}\theta+\sqrt{\operatorname{tg}^2\theta_n+(\varepsilon_n-1)\zeta}}{\zeta} \quad (29)$$

Notînd mai departe i

$$\frac{z_n}{R_0} = \tilde{z}_n;\tilde{u} = \frac{u}{V_{cr}};\ \tilde{w} = \frac{w}{V_{cr}}; \quad (30)$$

unde V_{cr} este prima viteză cosmică, viteza circulară. Din (29) se observă că distanța de zbor a rachetei balistice, raza de acțiune depinde numai de unchiul β.

În aceste condiții se caută maximul funcției (28), conform relației evidente.

$$\frac{d}{d\varphi}\left(\operatorname{tg}\frac{\psi_n}{2}\right) = \frac{\partial}{\partial\tilde{z}_n}\left(\operatorname{tg}\frac{\psi_n}{2}\right)\frac{d\tilde{z}}{d\varphi}+\frac{\partial}{\partial\tilde{w}}\left(\operatorname{tg}\frac{\psi_n}{2}\right)\frac{d\tilde{w}}{d\varphi}+\frac{\partial}{\partial\tilde{w}}\left(\operatorname{tg}\frac{\psi_n}{2}\right)\frac{d\tilde{w}}{\tilde{w}\varphi}=0 \quad (31)$$

Particularizînd în ecuația (29) pentru $\tilde{z}_1 = 0$ și $\varepsilon_n = 0$ trecînd peste unele calcule algebrice se obține :

$$\operatorname{tg}\frac{\psi_n}{2} = \frac{u_n w_n}{1-u_n^2};\ \frac{\partial}{\partial\tilde{z}}\left(\operatorname{tg}\frac{\psi_n}{2}\right)=0 \quad (32)$$

$$\frac{\partial}{\partial\tilde{V}_x}\left(\operatorname{tg}\frac{\psi_n}{2}\right)=\tilde{w}_n\frac{1+\tilde{u}_n^2}{(1-\tilde{u}_n^2)^2};\ \frac{\partial}{\partial\tilde{w}}\left(\operatorname{tg}\frac{\psi_n}{2}\right)=\frac{\tilde{u}_n}{1-u_n^2} \quad (33)$$

--,Derivînd corespunzător și relațiile (22), (23) în raport cu φ se deduce :

$$\frac{d\tilde{u}}{d\varphi} = n\frac{w_s}{V_{cr}}\ln 1 - \tilde{G}_c)\sin\varphi$$

$$\frac{d\tilde{w}}{d\varphi} = -n\frac{w_s}{V_{cr}}\ln(1-\tilde{G})\cos\varphi \tag{34}$$

Făcînd înlocuirile în (31) se obține :

$$(\operatorname{tg}\varphi)_{optim} = \frac{\tilde{u}}{\tilde{w}}\frac{1-\tilde{u}^2}{1+\tilde{u}^2} \tag{35}$$

Introducînd valoarea lui φ din (35) în relația (23) se poate scrie componenta verticală adimensională a vitezei astfel :

$$\tilde{V}_z = \frac{\tilde{u}^2}{1+\tilde{u}^2}\frac{1-\tilde{u}^2}{\sqrt{\eta^2-\tilde{u}^2}} \tag{36}$$

Din relația (23) înlocuind sin φ rezultat din (35) și (46) se obține :

$$\tilde{F} = \frac{n\tilde{w}_s\tilde{G}_s}{\sqrt{\eta^2-\tilde{u}^2} - \dfrac{\tilde{u}^2(1-\tilde{u}^2)}{(1+\tilde{u}^2)\eta^2}} \tag{37}$$

S-a notat : $\eta = n\tilde{w}_s\ln(1-\tilde{G}_c) = -\dfrac{u_n}{\cos\varphi}$

Pentru dimensionarea treptelor rachetei se pot considera două cazuri și anume :

a) Treptele sînt identice din punct de vedere al combustibilului folosit, al construcției sau al vitezei de scurgere (caz rar întîlnit).

b) Treptele sînt diferite din punct de vedere al construcției, combustibilului conținut, vitezei de scurgere a gazelor din motor.

Dacă se consideră o rachetă cu n trepte conform punctului b, de mai sus se poate scrie viteza dezvoltată de treapta n, viteza lineară (V_f) sub forma :

$$V_f = \sum_{i=1}^{n} V_i \tag{38}$$

Dacă toate treptele sînt identice, atunci din considerentele de mai sus, rezultă :

$$V_f = nV_1 \tag{39}$$

sau :

$$V_f = -nw_{s1}\ln\frac{m_1+\sum_{i=2}^{n} m_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} - \bar{g}_1 t_{a_1} \tag{39'}$$

În formula (39') care se deduce considerînd mișcarea rachetei pe verticală, w_{si}, este viteza de scurgere a gazelor $\overline{g}_1$ este media accelerației gravitației pe segmentul cît funcționează motorul treptei (timpul ta_1), m_i este masa unei trepte oarecare.

Notînd prin σ, raportul maselor unei trepte oarecare, vom avea pentru prima treaptă:

$$\sigma_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i}{m_1 + \sum_{i=2}^{n} m_i} \tag{40}$$

unde m_1 este masa neconsumată (combustibil și structura de rezistență) a treptei.

În mod similar pentru treapta de ordin k se poate scrie:

$$\sigma_k = \frac{\sum_{i=k}^{n} m_i}{m_k + \sum_{i=k+1}^{n} m_i} \tag{41}$$

În (41) avem

$$m_k = m_{ak} - m_{ck} \tag{42}$$

Unde m_{ck} este masa combustibilului treptei k, iar m_0 masa inițială a treptei k

Din (42) rezultă, dacă se împarte cu m_{0k}

$$\gamma_k = 1 - \gamma k \tag{43}$$

$\gamma_k = \frac{m_k}{m_{0k}}$ purtînd denumirea de parametru constructiv iar $\beta_k \frac{m_{ck}}{m_{0k}}$ reprezintă coeficientul de încărcare cu combustibil al treptei Se mai introduce încă un coeficient, acela al încărcăturii utile:

$$\delta_k = \frac{\sum_{i=k+1}^{n} m_i}{\sum_{i=k}^{n} m_i} \tag{44}$$

Relația (39) poate fi scrisă, după unele transformări simple, pentru o treaptă oarecare astfel:

$$V_i - V_{i-1} = -w_{si} \ln [\gamma (1 - \delta) + \delta] - \frac{\overline{g}_i t_{ai}}{n} \tag{45}$$

Dacă treptele ies din funcțiune și se desprind la înălțimi mici pînă la 50 km, se poate neglija variația accelerației gravitației cu înălțimea și deci $\overline{g}_i$ valoarea medie pe segmentul parcurs cu treapta i, va fi $\overline{g}_i = g_0$.

Relația (45) dă creșterea de viteză corespunzătoare fiecărei trepte. Dacă se consideră treptele identice, atunci viteza finală pentru treapta n, va fi :

$$(w_{si} = w_{sn} = w_s\,;\; t_{ai} = t_{an} = t_a)$$

$$V_n = -nw_s \ln [\gamma(1-\delta)+\delta_0] - g_0 t_a \tag{46}$$

De obicei, parametrul constructiv γ este mai mic în cazul motoarelor rachetă cu combustibil lichid avînd valoarea $\gamma = 0{,}2-0{,}5$ și mai mare pentru motoarele rachetă cu combustibil solid, ($\gamma = 0{,}6-0{,}7$).

Același lucru se poate spune și despre coeficientul încărcăturii utile, care este $\delta = 0{,}02-0{,}20$ pentru MRCL și $\delta = 0{,}2-00{,}65$ pentru MRCS.

Catedra de aeronave și instalații de bord

Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *C. Guță*, Regimul optim de urcare al rachetelor multietajate. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Nr. 4, 1969, Tom. XXXI.
2. *C. Guță*, Cu privire la plasarea pe orbită a sateliților artificiali, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București Nr. 3, 1970, Tom. XXXII.
3. *C. Guță, Al. Marinescu*, Calculul și Construcția rachetelor, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1967.
4. *C. Turcanu, D. Stoienciu, C. Guță*, Motoare rachetă pentru zboruri cosmice, Editura Tehnică, 1967.
5. *C. Guță*, Încălzirea și suprasarcinile ce apar pe rachete sau nave cosmice la reintrarea în atmosferă, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București Nr. 6, 1969, Tom XXXI.
6. *I. V. Ostoslavschi, I. V. Strajeva*, Dinamica poliota, Oboronghiz, Moscova, 1963.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972, Numărul 2

C.Z.: 533.6.011.5

SEPARAȚIA CURENTULUI LA BORDURILE UNOR TIPURI DE AMPENAJE UTILIZATE ÎN AVIAȚIA SUPERSONICĂ ȘI ÎN TEHNICA RACHETELOR

ȘTEFAN STAICU

1. Considerații introductive

Lucrarea tratează problema scurgerii,în regim supersonic, în jurul unor ampenaje cruciforme subțiri, ținînd seama de separația curentului la bordurile de atac subsonice.

Vom considera o aripă delta, prevăzută cu o placă triunghiulară verticală cu brațele egale, raportată la un sistem de referință cartezian $Ox_1x_2x_3$ avînd axa Ox_1 dirijată după direcția curentului neperturbat U_∞.

Se presupune că aripa are incidența $+\alpha$ pe jumătatea din dreapta plăcii și $-\alpha$ pe cea din stînga plăcii, iar aceasta din urmă, are incidența $+\beta$ pe partea superioară și $-\beta$ pe partea inferioară (fig. 1).

Ca și la aripa delta [4], în cazul aripii cruciforme curentul se separă la borduri, dînd naștere unui sistem de vîrtejuri care produce o mișcare antisimetrică.

2. Aripa cruciformă subțire antisimetrică cu bordurile de atac subsonice

Să considerăm o aripă cruciformă avînd anvergura planului orizontal $2l$ iar cea a planului vertical $2h$ (fig. 1).

Scurgerea este modificată de cele patru nuclee de vîrtejuri, situate antisimetric față de axa de simetrie a aripii, avînd aceeași intensitate și același semn. În cele ce urmează vom nota, în planul Oyz cu (s'_0, p'_0) coordonatele nucleului creat de bordul aripii și cu $(-r'_0, t'_0)$ cele ale nucleului creat de bordul plăcii.

Vom considera că efectul separației curentului la bordurile de atac este de a crea un cîmp complex de viteze verticale și orizontale care vor modifica scurgerea.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice a Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București, 22—24 mai 1970.

Făcînd aceste considerații mișcarea în jurul sistemului cruciform rămîne conică și se poate trata utilizînd metodele cunoscute : [1], [2], [3].

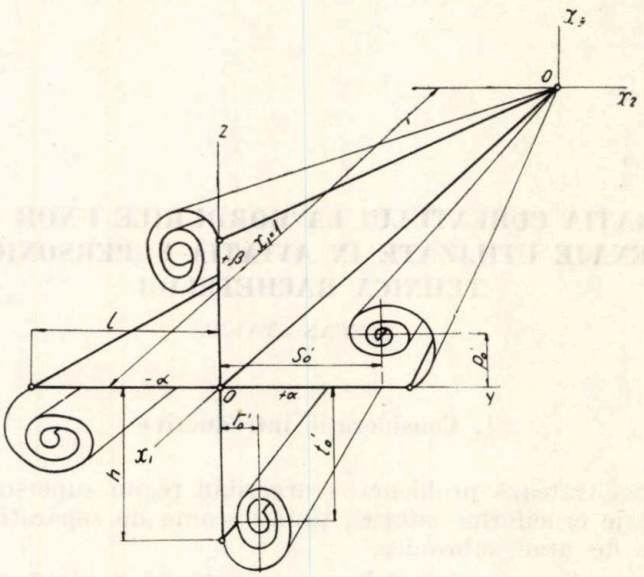


Fig. 1

2.1. *Definirea aripii cruciforme subțiri fictive cu același efect aerodinamic global cu al separației curentului*

Se consideră că aripa curciformă subțire reală, care are vitezele *finite* la borduri prin efectul separației curentului, este echivalentă din punct de vedere aerodinamic cu o *aripă* fictivă cu o variație convenabilă a incidențelor.

Pentru a studia scurgerea prin metoda mișcărilor conice [2] vom descompune aripa subțire fictivă în trei aripi componente.

1°. Aripa cruciformă subțire avînd incidențele antisimetrice și astfel variabile încît să urmărească oarecum fenomenul modificării presiunilor pe aripă în vecinătatea bordului de atac. Obținem astfel o aripă subțire fictivă avînd vitezele finite la bordurile de atac, dar egale și de semn contrar pe cele două fețe, considerațiile fiind făcute separat pentru aripă sau placă.

2°. Aripa cruciformă de „grosime" simetrică, avînd pantele egale și de același semn cu incidențele primei aripi componente. Această aripă combinată cu 1°, va crea o altă aripă cruciformă care va prezenta presiunile diferite pe cele două fețe ale unei jumătăți de aripă sau de placă.

3°. Aripa a treia va avea „grosimea" simetrică cu panta variabilă, însă astfel încît combinată cu aripa 2° să se obțină o pantă medie nulă. Această aripă va avea rolul de a compensa global efectul aerodinamic al aripii 2°.

Presupunînd că vom suprapune cele trei aripi fictive componente, vom însuma de fapt efectele lor aerodinamice obținînd aripa cruciformă rezultantă echivalentă cu cea reală.

2.2. *Vitezele axiale de perturbație*

În continuare, se determină pentru cele trei aripi cruciforme componente vitezele axiale de perturbație.

În acest scop se vor indica variabilele curente și planele utilizate mai departe. Referindu-ne la fig. 1, se consideră planul fizic Oyz, de coordonate

$$y = \frac{x_2}{x_1}, \qquad z = \frac{x_3}{x_1}, \tag{1}$$

și planul auxiliar

$$x = \eta + i\zeta, \tag{2}$$

dedus din planul fizic prin transformarea (fig. 2)

$$\eta = \frac{y}{1 - B^2z^2}, \quad \zeta = \frac{z\sqrt{1 - B^2(y^2 + z^2)}}{1 - B^2z^2}, \quad (B = \sqrt{M_\infty^2 - 1}). \tag{3}$$

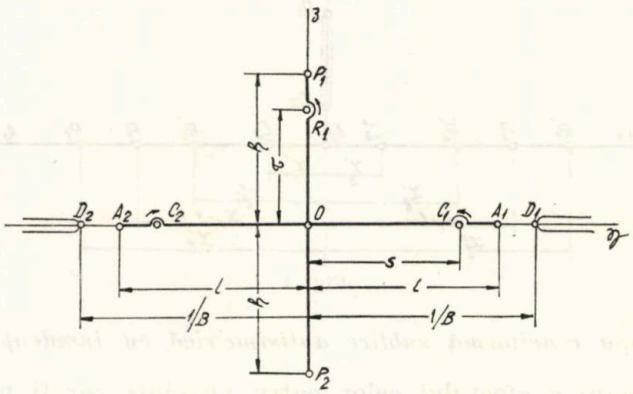


Fig. 2

În acest plan vitezele de perturbație u, v, w, sînt funcții omogene de ordinul zero, armonice, și li se pot asocia funcțiile conjugate u', v',w' astfel încît și să obțină funcțiile analitice

$$\mathfrak{U}(x) = u + iu', \quad \mathfrak{V}(x) = v + iv', \quad \mathfrak{W}(x) = w + iw'. \tag{4}$$

Acestea din urmă sînt legate prin relațiile de compatibilitate

$$\mathrm{d}\mathfrak{U} = -x\mathrm{d}\mathfrak{V} = \frac{ix}{\sqrt{1 - B^2x^2}}\,\mathrm{d}\mathfrak{W}. \tag{5}$$

Mai departe vom utiliza un alt plan auxiliar X (fig. 3) dat de transformarea conformă

$$X^2 = x^2 + \zeta^2, \tag{6}$$

care situează întreaga aripă cruciformă într-un plan.

Metoda analogiei hidrodinamice o vom aplica într-un nou plan complex χ care se obține efectuînd o altă transformare conformă :

$$\chi^2 = \frac{L + X}{L - X}, \tag{7}$$

obținînd configurația din fig. 4.

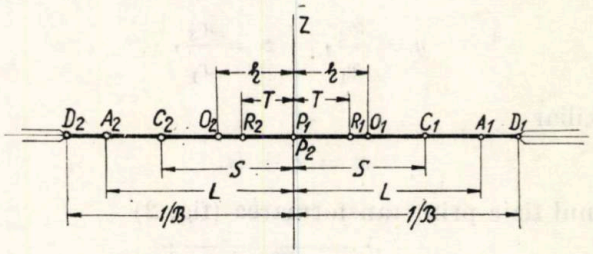


Fig. 3

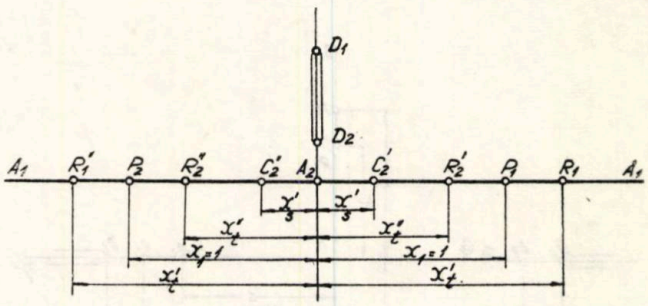


Fig. 4

1°. *Aripa cruciformă subțire antisimetrică cu incidența variabilă*

Ca urmare a efectului celor patru vîrtejuri vor fi modificate pe aripa subțire fictivă definită mai sus, vitezele de perturbație normale. Variația vitezelor verticale w', pe aripă și laterale v', pe placă, va fi considerată astfel :

$$w_0 = -\alpha_0 U_\infty, \quad (-s_0 \leqslant y \leqslant s_0, \; z = 0), \tag{8a}$$

$$w' = -\alpha'(y)\, U_\infty, \quad [y \in (-l, -s_0) \cup (s_0, l), \; z = 0], \tag{8b}$$

$$v_0 = -\beta_0 U_\infty, \quad (y = 0, \; -t_0 \leqslant z \leqslant t_0), \tag{8c}$$

$$v' = -\beta'(z)\, U_\infty, \quad [y = 0, \; z \in (-h, -t_0) \cup (h, t_0)], \tag{8d}$$

încît la bordurile de atac obținem vitezele normale

$$w_1 = -\alpha_1 U_\infty, \quad v_1 = -\beta_1 U_\infty. \tag{9}$$

Variația continuă a vitezelor verticale (8b) și laterale (8d), corespunde unor distribuții continue de „muchii" elementare situate pe suprafață, care dau în fiecare punct salturile

$$\left(\frac{dw'}{dy}\right)_{y=s} ds \;, \quad \left(\frac{dv'}{dz}\right)_{z=t} dt. \tag{10}$$

Aplicînd metoda analogiei hidrodinamice [1], contribuțiile muchiilor în expresia vitezei axiale de perturbație vor fi

$$d\mathcal{U} = q_s'(\chi_s')\left(\ln\frac{\chi-\chi_s'}{\chi+\chi_s}-\ln\frac{\frac{1}{\chi}-\chi_s'}{\frac{1}{\chi}+\chi_s'}\right)d\chi_s'+$$
$$+q_t'(\chi_t')\left(\ln\frac{\chi-\chi_t'}{\chi+\chi_t}-\ln\frac{\chi-\frac{1}{\chi_t'}}{\chi+\frac{1}{\chi_t}}\right)d\chi_t \tag{11}$$

în care χ_s' și χ_t' reprezintă pozițiile curente ale muchiilor de pe urma aripii din planul χ.

Aceste contribuții se realizează plasînd pe urma planului orizontal și vertical din planul complex χ niște *surse*.

Vom admite o repartiție de surse $q_s'(\chi_s')$ și $q_t'(\chi_t')$ pe aripă respectiv placă, care să satisfacă condițiile impuse de problemă asupra vitezelor de perturbație.

Astfel intensitățile surselor în planul de lucru X vor fi

$$q_s'(S) = q_s, \quad S\in(-L,\ -S_0)\cup(S_0,\ L), \tag{12}$$

pe aripă, și

$$q_t'(T) = q_t\frac{1/\mathfrak{B}^2-\zeta^2}{\sqrt{1/\mathfrak{B}^2-L^2}}\frac{d}{dT}\sqrt{\frac{L^2-T^2}{1/\mathfrak{B}^2-T^2}}, \quad T\in(-T_0,\ T_0), \tag{13}$$

pe placă, q_s și q_t fiind niște constante.

Ținînd seama de aceste distribuții de surse, viteza axială de perturbație a primei aripi componente, va fi:

$$\mathcal{U}_t = \frac{A_{10}+A_{12}X^2}{X\sqrt{L^2-X^2}}+\frac{2}{\pi}q_s\int_{S_0}^{L}\left(\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{(L+S)(L-X)}{2L(S-X)}}-\right.$$
$$\left.-\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{(L+S)(L+X)}{2L(S+X)}}\right)dS+$$
$$+\frac{2}{\pi}q_t\frac{\frac{1}{\mathfrak{B}^2}-\zeta^2}{\sqrt{\frac{1}{B^2}-\zeta^2}}\int_{T_0}^{0}\left(\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{(L+X)(L-T)}{2L(X-T)}}-\right. \tag{14}$$
$$\left.-\operatorname{arg\,ch}\sqrt{\frac{(L+X)(L+T)}{2L(X+T)}}\right)d\sqrt{\frac{L^2-T^2}{\frac{1}{\mathfrak{B}^2}-T^2}}.$$

Efectuînd calculele și trecînd în planul x prin transformarea (16), rezultă :

$$\mathfrak{U}_l(x) = \frac{a_{10} + a_{12}x^2}{\sqrt{(l^2 - x^2)\ (\zeta^2 + x^2)}} -$$

$$- \frac{2}{\pi} q_s \left[\sqrt{\zeta^2 + s_0^2}\ \operatorname{arg\,ch}\ \sqrt{\frac{(s_0^2 + \zeta^2)(l^2 - x^2)}{(l^2 + \zeta^2)(s_0^2 - x^2)}} - \right.$$

$$\left. - \sqrt{\zeta^2 + x^2}\ \operatorname{arg\,ch}\ \sqrt{\frac{l^2 - x^2}{s_0^2 - x^2}} \right] - \qquad (15)$$

$$- \frac{2}{\pi} q_t \left[\sqrt{\lambda^2 + \tau_0^2}\ \operatorname{arg\,ch}\ \sqrt{\frac{(\tau_0^2 + l^2)\ (\zeta^2 + x^2)}{(l^2 + \zeta^2)\ (\tau_0^2 + x^2)}} - \right.$$

$$\left. - \sqrt{\frac{l^2 - x^2}{(1 - B^2 l^2)(1 - B^2 x^2)}}\ \operatorname{arg\,ch}\ \sqrt{\frac{(1 + B^2\tau_0^2)\ (\zeta^2 + x^2)}{(1 + B^2\zeta^2)\ (\tau_0^2 + x^2)}} \right],$$

în care s-au făcut notațiile

$$\zeta = \frac{b}{\sqrt{1 - B^2 h^2}}, \quad \lambda = \frac{l}{\sqrt{1 - B^2 l^2}}, \quad \tau_0 = \frac{t_0}{\sqrt{1 - B^2 t_0^2}}. \qquad (16)$$

2°. *Aripa cruciformă de grosime simetrică avînd pantele egale cu incidența primei aripi componente.*

Introducerea aripii de grosime simetrică este necesară pentru a înlătura vîrfurile accentuate de presiuni.

În cazul aripii de grosime simetrică cu panta pozitivă pentru o jumătate și „negativă" pentru cealaltă jumătate de aripă sau placă, se vor utiliza aceleași distribuții de surse (12), (13). Însă de data aceasta se separă aripa cruciformă groasă în alte două aripi : una avînd planul orizontal de grosime simetrică prevăzută cu un disc axial fără incidență sau pantă, și alta avînd placa verticală de grosime simetrică prevăzută cu o aripă normală care nu are pantă sau incidență.

Pentru primul sistem cruciform vom lucra în planul complex χ dedus prin transformarea :

$$\chi^2 = \frac{1 + \mathfrak{B}X}{1 - \mathfrak{B}X}, \qquad (17)$$

iar pentru al doilea se lucrează în același plan χ dat de (7).

Trecînd din planele χ în planul X, vom scrie pentru viteza axială următoarea expresie :

$$\mathfrak{U}_t = \frac{2}{\pi} q_s \int_{S_0}^{L} \left(\operatorname{argch} \sqrt{\frac{(1 + \mathfrak{B}S)\ (1 - \mathfrak{B}X)}{2\mathfrak{B}(S - X)}} - \right.$$

$$\left. - \operatorname{argch} \sqrt{\frac{(1 + \mathfrak{B}S)(1 + \mathfrak{B}X)}{2\,\mathfrak{B}\,(S + X)}} \right) \mathrm{d}S +$$

$$+\frac{2}{\pi}\,q_t\,\frac{\dfrac{1}{\mathfrak{B}^2}-h^2}{\sqrt{1/\mathfrak{B}^2-L^2}}\int_{T_0}^{0}\left(\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(L+X)(L-T)}{2L(X-T)}}+\right.$$

$$\left.+\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(L+X)(L+T)}{2L(X+T)}}\right)d\sqrt{\frac{L^2-T^2}{1/\mathfrak{B}^2-T^2}}+U^*\,, \tag{18}$$

în care U^* reprezintă contribuția bordurilor subsonice împreună cu niște termeni de interferență a aripilor groase cu pante antisimetrice.

În urma calculelor obținem,

$$\mathfrak{U}_t(x)=\frac{2}{\pi}\,q_s\left[\sqrt{l^2+\zeta^2}\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(l^2+\zeta^2)(1-B^2x^2)}{(1+B^2\zeta^2)(l^2-x^2)}}-\right.$$

$$-\sqrt{s_0^2+\zeta^2}\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(s_0^2+\zeta^2)(1-B^2x^2)}{(1+B^2\zeta^2)(s_0^2-x^2)}}-$$

$$\left.-\sqrt{\zeta^2+x^2}\left(\operatorname{argch}\sqrt{\frac{1-B^2x^2}{B^2(l^2-x^2)}}-\operatorname{argch}\sqrt{\frac{1-B^2x^2}{B^2(s_0^2-x^2)}}\right)\right]+ \tag{19}$$

$$+\frac{2}{\pi}\,q_t\left[\sqrt{\lambda^2+h^2}\operatorname{argch}\sqrt{\frac{l^2+\zeta^2}{\zeta^2+x^2}}-\sqrt{t_0^2+\lambda^2}\operatorname{argch}\sqrt{\frac{l^2+\tau^2}{\tau_0^2+x^2}}-\right.$$

$$-\sqrt{\frac{l^2-x^2}{(1-B^2l^2)(1-B^2x^2)}}\left(\operatorname{argch}\sqrt{\frac{1+B^2\zeta^2}{B^2(\zeta^2+x^2)}}-\right.$$

$$\left.\left.-\operatorname{argch}\sqrt{\frac{1+B^2\tau_0^2}{B^2(\tau_0^2+x^2)}}\right)\right]+U^*.$$

3°. Aripa cruciformă de grosime simetrică compensatoare de pantă

Introducem pe suprafața aripii o distribuție de surse, care va readuce aripa la o grosime medie nulă. Vitezele verticale w'', pe aripă, și laterale v'', pe placă, corespund unei „aripi compensatoare de pantă", de grosime simetrică.

Distribuția de surse q'' va trebui să creeze o distribuție de presiuni fără vîrfuri accentuate. Vom admite că legile de variație a intensității surselor în planul X, au expresiile :

$$q_s''(S)=k_s\frac{S}{\sqrt{L^2-\zeta^2}},\quad S\in(-L,-\zeta)\,U\,(\zeta,L), \tag{20 a}$$

$$q_t''(T)=k_t\frac{\sqrt{1/\mathfrak{B}^2-\zeta^2}}{\mathfrak{B}\zeta}\,\frac{d}{dT}\left(\frac{\zeta^2-T^2}{1/\mathfrak{B}^2-T^2)},\right),(-\zeta\leqslant T\leqslant\zeta). \tag{20b}$$

Aceste funcții sînt antisimetrice pentru a corespunde caracterului antisimetric al scurgerii.

Expresia vitezei axiale va fi

$$\mathfrak{U}_e=\frac{2}{\pi}\,\frac{k_s}{\sqrt{L^2-\zeta^2}}\int_{\zeta}^{L}S\left(\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}S)(1-\mathfrak{B}X)}{2B(S-X)}}-\right.$$

$$- \operatorname{argch} \sqrt{\frac{(1+\mathfrak{B}S)(1+\mathfrak{B}X)}{2\,\mathfrak{B}(S+X)}}\Bigg) dS + \tag{21}$$

$$+\frac{2}{\pi}\frac{k_t}{B\zeta}\sqrt{1/\mathfrak{B}^2-\zeta^2}\int_\zeta^0 \sqrt{\frac{\zeta^2-T^2}{1/\mathfrak{B}^2-T^2}}\Bigg(\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(L+X)(L-T)}{2L(X-T)}}+$$

$$+\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(L+X)(L-T)}{2L(X+T)}}\Bigg) d\sqrt{\frac{\zeta^2-T^2}{1/\mathfrak{B}^2-T^2}} - U^*,$$

care devine

$$\mathcal{U}_e(x) = \frac{k_s}{\pi l}\Bigg[(l^2-x^2)\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(l^2+\zeta^2)(1-B^2x^2)}{(1+B^2\zeta^2)(l^2-x^2)}}+$$

$$+x^2\operatorname{argch}\sqrt{\left|\frac{\zeta^2(1-B^2x^2)}{-x^2(1+B^2\zeta^2)}\right|}+$$

$$+\sqrt{(\zeta^2+x^2)(1/B^2-x^2)}\left(\arcsin\sqrt{\frac{B^2(l^2+\zeta^2)}{1+B^2\zeta^2}}-\arcsin\frac{B\zeta}{\sqrt{1+B^2\zeta^2}}\right)\Bigg]+$$

$$+\frac{k_t}{\pi}\frac{\sqrt{1+B^2\zeta^2}}{\zeta}\frac{1}{1-B^2x^2}\Bigg[\frac{\zeta^2+x^2}{1+B^2\zeta^2}\operatorname{argch}\sqrt{\frac{\zeta^2+l^2}{\zeta^2+x^2}}- \tag{22}$$

$$-x^2\operatorname{argch}\frac{l}{x}+\sqrt{\frac{l^2-x^2}{B^2(1-B^2l^2)}}\left(\arcsin\sqrt{\frac{B^2(l^2+\zeta^2)}{1+B^2\zeta^2}}-\arcsin Bl\right)\Bigg]-U^*.$$

Prin superpoziția celor trei aripi vom obține viteza axială de perturbație

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}_s + \mathcal{U}_t + \mathcal{U}_e, \tag{23}$$

care va fi antisimetrică față de axa de simetrie Ox_1, continuă și diferită de zero în origina O (fig. 1).

2.3. *Determinarea constantelor*

Pentru calculul constantelor A_{10}, A_{12}, vom porni de la relația (5) și vom lua în considerație variația vitezei de la un punct de pe aripă sau placă (de exemplu mijlocul aripii sau plăcii, unde avem vitezele w_0 pe aripă și respectiv v_0 pe placă) pînă la un punct de viteză nulă.

Vom face o aproximație considerînd niște surse concentrate în $y = s_0'$ și $z = t_0'$ de intensități Q_s, Q_t, date de relațiile

$$Q_s = q_s(\sqrt{l^2+\zeta^2} - \sqrt{s_0'^2+\zeta^2}), \tag{24a}$$

$$Q_t = q_t(\sqrt{h^2+\lambda^2} - \sqrt{t_0'^2+\lambda^2}). \tag{24b}$$

Poziția surselor concentrate le vom considera în centrul de greutate al distribuțiilor de surse din planul X:

$$s_0' = \frac{1}{2}\sqrt{l^2 - 2\zeta^2 + s_0^2 - 2\sqrt{(l^2+\zeta^2)(s_0^2+\zeta^2)}}, \tag{25a}$$

$$t_0' = \frac{1}{2}\sqrt{h^2 - 2\lambda^2 + t_0^2 - 2\sqrt{(h^2 + \lambda^2)(s_0^2 + \lambda^2)}}\,. \tag{25b}$$

Vom putea scrie ecuațiile

$$B\int_{\text{aripă}}^{\text{cercul Mach}} \sqrt{\frac{1 - \mathfrak{B}^2 X^2}{\mathfrak{B}^2(\zeta^2 - X^2)}}\, d\mathfrak{U}_t' = -w_1\,, \tag{26a}$$

$$\int_{\text{placă}}^{\text{cercul Mach}} \frac{d\mathfrak{U}_t'}{\sqrt{X^2 - \zeta^2}} = v_1, \tag{27}$$

în care

$$\mathfrak{U}_t' = \frac{A_{10} + A_{12}X^2}{X\sqrt{L^2 - X^2}} + \frac{2}{\pi}Q_s\left(\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(L + S_0')(L - X)}{2L(S_0' - X)}} - \right.$$

$$\left. - \operatorname{argch}\sqrt{\frac{(L + S_0')(L + X)}{2L(S_0' + X)}}\right) + \frac{2}{\pi}Q_t\left(\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(L + X)(L - T_0')}{2L(X - T_0')}} - \right.$$

$$\left. - \operatorname{argch}\sqrt{\frac{(L + X)(L + T_0')}{2L(X + T_0')}}\right). \tag{28}$$

Condițiile de viteze finite la borduri

$$A_{10} + A_{12}L^2 = 0, \tag{29a}$$

$$A_{10} = 0, \tag{29b}$$

conduc la

$$A_{10} = A_{12} = 0. \tag{30}$$

Constantele Q_s, Q_t, q_s și q_t le vom determina pornind de la relațiile

$$q_s'(s) = \frac{s}{\sqrt{1 - B^2 s^2}}\frac{dw'}{ds}, \tag{31a}$$

$$q_t'(t) = \frac{t}{\sqrt{1 - B^2 t^2}}\frac{dv'}{dt}, \tag{31b}$$

din care rezultă

$$w_1 - w_0 = q_s\int_{s_0}^{l}\sqrt{\frac{1 - B^2 s^2}{\zeta^2 + s^2}}\, ds, \tag{32a}$$

$$v_1 - v_0 = q_t\int_{t_0}^{h}\sqrt{\frac{1 - B^2 t^2}{\lambda^2 + t^2}}\, dt. \tag{32b}$$

Pe de altă parte, vitezele verticale medii se obțin din relațiile

$$w = \frac{1}{l}\int_0^l w'\, ds\,, \tag{33}$$

pentru aripă și

$$v = \frac{1}{h}\int_0^h v'\,\mathrm{d}z, \tag{34}$$

pentru placă.

Efectuînd calculele se obține

$$\frac{q_s}{U_\infty} = \frac{\alpha I_t - \beta I_t}{I_s I_t - J_s J_t}, \tag{35a}$$

$$\frac{q_t}{U_\infty} = \frac{\beta I_s - \alpha J_s}{I_s I_t - J_s J_t}, \tag{35b}$$

în care s-au făcut următoarele notații:

$$I_s = \frac{2}{\pi}\,\frac{\sqrt{l^2+\zeta^2}-\sqrt{s_0'^2+\zeta^2}}{s_0'^2}\sqrt{\frac{(l^2-s_0'^2)(\zeta^2+s_0'^2)}{l^2+\zeta^2}}\left[K(k_1) - \right.$$

$$\left. - \frac{l^2(1-B^2 s_0'^2)}{l^2-s_0'^2}\,\Pi(\rho_1', k_1)\right] - \frac{1}{2Bl}\left[(1+B^2\zeta^2)\left(\arccos\sqrt{\frac{1-B^2l^2}{1+B^2\zeta^2}} - \right.\right.$$

$$\left. - \arccos\sqrt{\frac{1-B^2 s_0^2}{1+B^2\zeta^2}}\right) + \sqrt{B^2(l^2+\zeta^2)(1-B^2l^2)} -$$

$$\left. - \sqrt{B^2(s_0^2+\zeta^2)(1-B^2 s_0^2)}\right], \tag{36a}$$

$$J_s = -\frac{2}{\pi}\,\frac{\sqrt{l^2+h^2}-\sqrt{s_0'^2+h^2}}{s_0'^2}\sqrt{\frac{(l^2-s_0'^2)(h^2+s_0'^2)}{l^2+h^2}}\left[K(k_2) - \right.$$

$$\left. - \frac{h^2}{h^2+s_0^2}\,\Pi\,\rho_2', k_2)\right],$$

$$I_t = \frac{2}{\pi}\,\frac{\sqrt{h^2+\lambda^2}-\sqrt{t_0'^2+\lambda^2}}{\tau_0'^2}\sqrt{\frac{(l^2+\tau_0'^2)(\zeta^2-\tau_0'^2)}{l^2+h^2}}\left[K(k_2) - \right. \tag{36b}$$

$$\left. - \frac{\zeta^2}{\zeta^2-\tau_0'^2}\,\Pi(\rho_2'', k_2)\right] - \frac{1}{2Bh}\left[(1+B^2\lambda^2)\left(\arccos\sqrt{\frac{1-B^2h^2}{1+B^2\lambda^2}} - \right.\right.$$

$$\left. \left. - \arccos\sqrt{\frac{1-B^2t_0^2}{1+B^2\lambda^2}}\right) + \sqrt{B^2(h^2+\lambda^2)(1-B^2\lambda^2)} - \sqrt{B^2(t_0^2+\lambda^2)(1-B^2t_0^2)}\right], \tag{36c}$$

$$J_t = -\frac{2}{\pi}\,\frac{\sqrt{h^2+\lambda^2}-\sqrt{t_0'^2+\lambda^2}}{\tau_0'^2}\sqrt{\frac{(l^2+\tau_0'^2)(\zeta^2-\tau_0'^2)}{l^2+\zeta_0'^2}}\left[K(k_1) - \right.$$

$$\left. - \frac{l^2(1+B^2\tau_0'^2)}{l^2+\tau_0'^2}\,\Pi(\rho_1'', k_1)\right). \tag{36d}$$

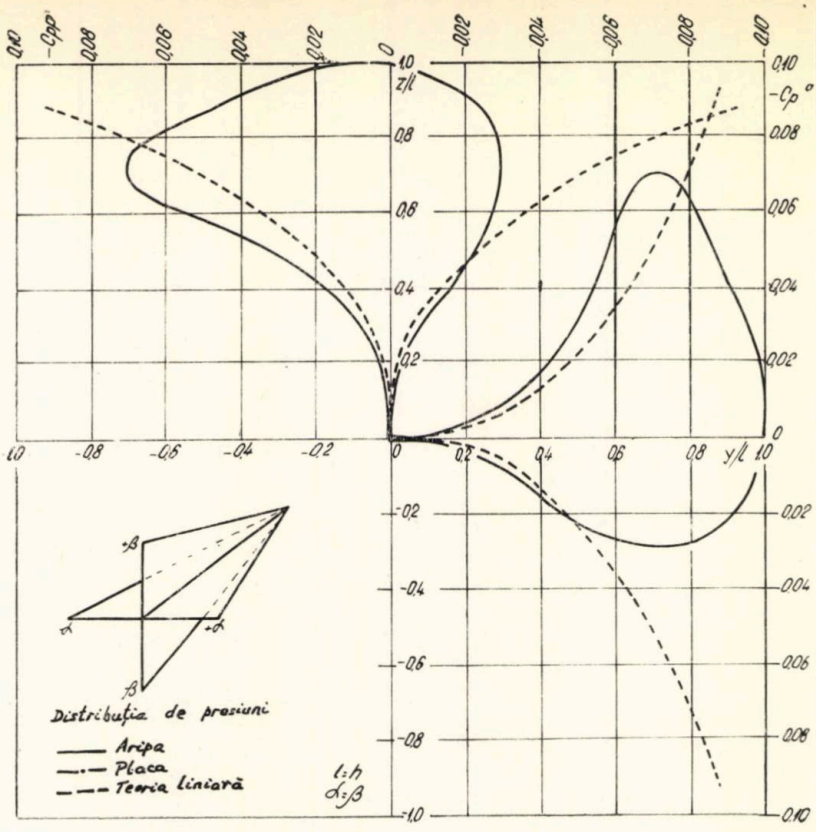

z/l
y/l
-Cp°
Distribuția de presiuni
Aripa
Placa
Teoria liniară
l:h
α:β

Fig. 5 a

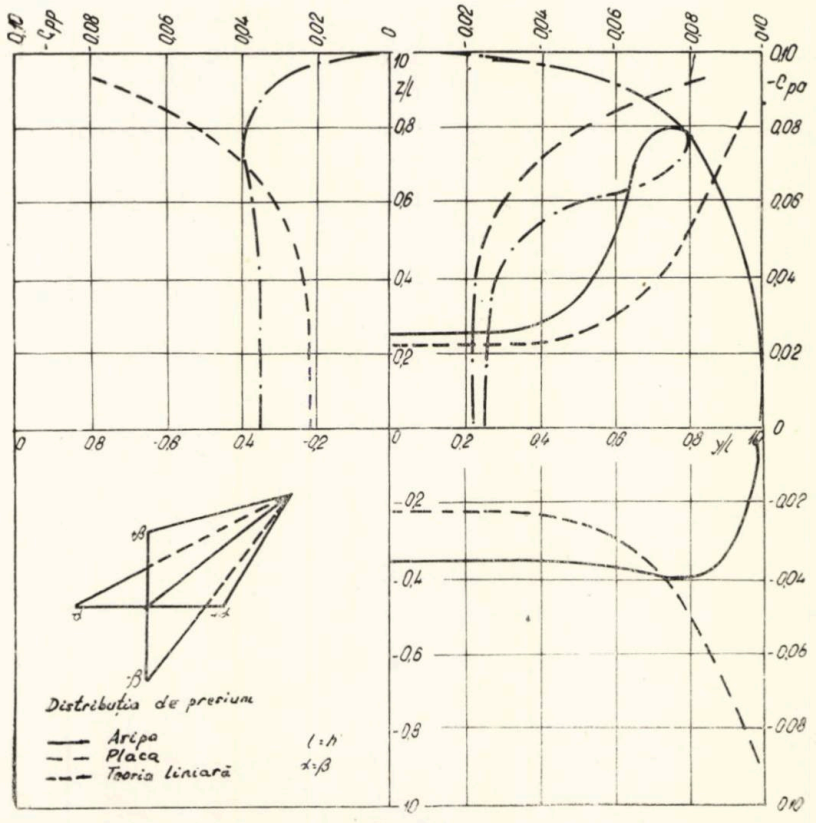

z/l
y/l
-Cpo
Distribuția de presiuni
Aripa
Placa
Teoria liniară
l:h
α:β

Fig. 5 b

În aceste rezultate $K(k_1)$, $K(k_2)$, $\Pi(\rho_1', k_1)$, $\Pi(\rho_1'', k_1)$, $\Pi(\rho_2', k_2)$, $\Pi(\rho_2'', k_2)$ reprezintă integralele eliptice complete de speța întîia și respectiv a treia, avînd modulele și parametrii următori

$$k_1 = \varsigma \sqrt{\frac{1 - B^2 l^2}{l^2 + \zeta^2}}, \quad k_2 = \lambda \sqrt{\frac{1 - B^2 h^2}{h^2 + \lambda^2}}, \tag{37a}$$

$$\rho_1' = \frac{s_0'^2 (1 - B^2 l^2)}{l^2 - s_0'^2}, \quad \rho_1'' = -\frac{\tau_0'^2 (1 - B^2 l^2)}{l^2 + \tau_0'^2}, \quad \rho_2' = -\frac{s_0'^2}{\zeta^2 + s_0'^2}, \quad \rho_2'' = \frac{\tau_0'^2}{\zeta^2 - \tau_0'^2}. \tag{37b}$$

Pentru calculul constantelor k_s și k_t vom scrie relațiile

$$-wl = \int_0^l w'' ds, \tag{38a}$$

$$-vh = \int_0^h v'' dt. \tag{38b}$$

Pornind de la niște relații similare cu (31a), (32b) și ținînd seama de (20a) și (20b) se obține

$$k_s = -\frac{3}{2} \frac{Bl}{1 - (1 - B^2 l^2)^{3/2}} \left[(1 + B^2 \zeta^2) \left(\arccos \sqrt{\frac{1 - B^2 l^2}{1 + B^2 \zeta^2}} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \arccos \sqrt{\frac{1 - B^2 s_0^2}{1 + B^2 \zeta^2}} \right) + \sqrt{B^2 (l^2 + \zeta^2)(1 - B^2 l^2)} - \sqrt{B^2 (s_0^2 + \zeta^2)(1 - B^2 s_0^2)} \right], \tag{39a}$$

$$k_t = -\frac{3}{2} \frac{Bh}{1 - (1 - B^2 h^2)^{3/2}} \left[(1 + B^2 \lambda^2) \left(\arccos \sqrt{\frac{1 - B^2 h^2}{1 + B^2 \lambda^2}} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \arccos \sqrt{\frac{1 - B^2 t_0^2}{1 + B^2 \lambda^2}} \right) + \sqrt{B^2 (h^2 + \lambda^2)(1 - B^2 h^2)} - \sqrt{(B^2 t_0^2 + \lambda^2)(1 - B^2 t_0^2)} \right]. \tag{39b}$$

2.4. *Distribuția de presiuni și caracteristicile aerodinamice*

Pentru calculul distribuției de presiuni se va considera viteza axială de perturbație totală

$$C_p = -\frac{2}{U_\infty} R_e \mathfrak{U}, \tag{40}$$

care nu va mai fi egală ,și de semn contrar pe cele două fețe ale aripii (fig. 5).

Coeficientul de portanță va fi

$$C_{za} = \frac{4}{l U_\infty} \int_0^l u_{la} dy, \tag{41}$$

pentru planul orizontal, și

$$C_{zp} = \frac{4}{h\,U_\infty} \int_0^h u_{lp}\, dz, \tag{42}$$

pentru planul vertical

Coeficienții de moment de ruliu pentru aripă și placă se pot calcula cu formulele

$$HC_{mx} = \frac{8}{3\,l U_\infty} \int_0^l u_{la}\, y\, dy, \tag{43}$$

$$HC_{mx} = \frac{8}{3\,h\,U_\infty} \int_0^h u_{lp}\, z dz. \tag{44}$$

Ca și la aripa delta plană [3] vom admite următoarele formule de calcul ale pozițiilor nucleelor de vîrtejuri:

$$\frac{s_0'}{l} \cong \frac{1}{1 + 1{,}7\ (\alpha)^{1/2}}, \tag{45a}$$

$$\frac{t_0'}{h} \cong \frac{1}{1 + 1{,}7\ (\alpha)^{1/2}}. \tag{45b}$$

3. Aripa cruciformă subțire antisimetrică avînd planul orizontal cu bordurile de atac supersonice

În cele ce urmează se analizează scurgerea supersonică în jurul aripii cruciforme subțiri cu distribuția de incidențe antisimetrică, planul orizontal avînd bordurile de atac supersonice, ținînd seama de desprinderile de curent pe linia bordurilor de atac subsonice ale planului vertical.

Scurgerea este modificată de existența a două cornete de vîrtejuri situate antisimetric față de axa de simetrie, avînd aceeași intensitate și același semn (fig. 6).

Se descompune aripa fictivă în trei aripi componente.

Vitezele axiale de perturbație vor fi

$$\mathcal{U}_l = a_{10} \sqrt{\frac{1 - B^2x^2}{\zeta^2 + x^2}} + \frac{2}{\pi} K_{10} \arccos \sqrt{\frac{(l^2 + \zeta^2)\,(1 - B^2x^2)}{(1 + B^2\zeta^2)\,(l^2 - x^2)}} +$$

$$+ \frac{q_l}{\pi\zeta} \left[\frac{1}{B} \sqrt{(1 - B^2x^2)\ (\zeta^2 + x^2)} \arccos \sqrt{\frac{1 + B^2\tau^2}{1 + B^2\zeta^2}} - \right.$$

$$\left. - (\tau_0^2 + x^2) \operatorname{arcgh} \sqrt{\frac{(1 + B^2\tau_0^2)\ (\zeta^2 + x^2)}{(1 + B^2\zeta^2)\ (\tau_0^2 + x^2)}} \right] \tag{46}$$

pentru prima aripă componentă, și

$$\mathcal{U}_l = \frac{2}{\pi} Q_{10} \operatorname{arcgh} \sqrt{\frac{1 + B^2\zeta^2}{B^2(\zeta^2 + x^2)}} + \frac{q_l}{\pi\zeta} \Big] (\zeta^2 + x^2) \operatorname{arcgh} \sqrt{\frac{1 + B^2\zeta^2}{B^2(\zeta^2 + x^2)}} -$$

$$-(\tau_0^2 + x^2)\ \text{argch}\sqrt{\frac{1 + B^2\tau_0^2}{B^2(\tau_0^2 + x^2)}} + \frac{1}{B^2}\sqrt{1 - B^2x^2}\left(\sqrt{(1 + B^2\zeta^2} - \right.$$

$$\left. - \sqrt{1 + B^2\tau_0^2}\right)\Big], \tag{47}$$

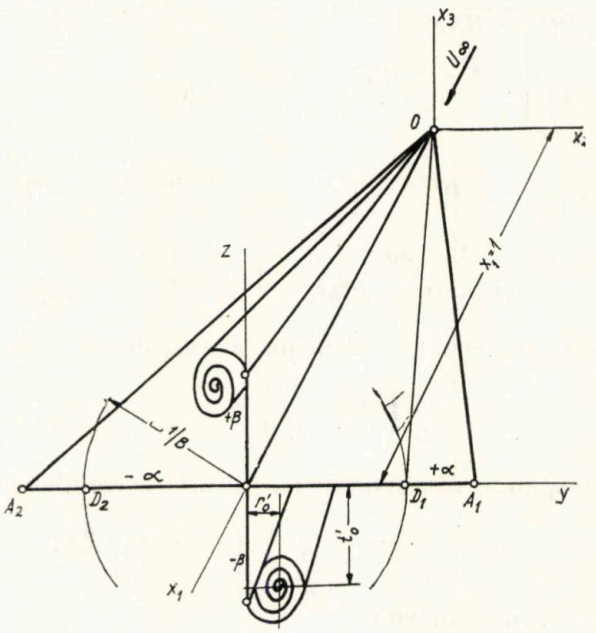


Fig. 6

pentru cea de a doua aripă. Aceste viteze s-au obținut considerînd o variație liniară a intensității surselor din planul complex X:

$$q_i'(T) = q_i\frac{T}{\zeta},\quad T \in (-T_0,\ T_0), \tag{48}$$

Pentru cea de a treia aripă componentă vom admite legea de variație a surselor

$$q_i''(t) = k_i\frac{t}{h},\quad (-h < t < h). \tag{49}$$

Viteza axială de perturbație va fi

$$\mathcal{U}_c = -\frac{2}{\pi}Q_{10}\ \text{argch}\sqrt{\frac{1 + B^2\zeta^2}{B^2(\zeta^2 + x^2)}} -$$

$$-\frac{k_i}{\pi\zeta\sqrt{1 + B^2\zeta^2}}\ \frac{1}{1 - B^2x^2}\left\{(\zeta^2 + x^2)\ \text{argch}\sqrt{\frac{1 + B^2\zeta^2}{B^2(\zeta^2 + x^2)}} - \right. \tag{50}$$

$$\left. -(1 + B^2\zeta^2)\ x^2\ \text{argch}\sqrt{\frac{1}{B^2x^2} + \frac{1}{B^2}\sqrt{1 + B^2\zeta^2}\ (\sqrt{1 + B^2\zeta^2} - 1)\sqrt{1 - B^2x^2}}\right\}.$$

Constantele a_{10}, K_{10}, q_t, k_t se calculează în același mod, ca mai sus. Expresiile acestora vor fi

$$K_{10} = \frac{\alpha l U_\infty}{\sqrt{B^2 l^2 - 1}}, \quad a_{10} = 0,$$

$$\frac{q_t}{U_\infty} = -\left\{2\sqrt{\frac{l^2+\zeta^2}{l^2(1+B^2\zeta^2)}}\left[K(k) - \frac{\zeta^2}{l^2+\zeta^2}\Pi(\rho_1, k)\right]\alpha - \beta\right\} \times \quad (51a)$$

$$\times\left\{\frac{9}{4}\left(\frac{\zeta^2}{\tau_0'^2} - 1\right)\sqrt{\frac{(\zeta^2-\tau_0'^2)(1+B^2\tau_0'^2)}{\zeta^2(1+B^2\zeta^2)}}\left[K(k) - \frac{\zeta^2}{\zeta^2-\tau_0'^2}\Pi(\rho_2, k)\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{\pi}{B^2\zeta^2}\left[\sqrt{1+B^2\zeta^2} - \sqrt{1+\frac{1}{4}B^2(9\tau_0'^2 - 5\zeta^2)}\right]\right\}^{-1}, \quad (51b)$$

$$k_t = \frac{3q_t}{1-(1-B^2h^2)^{3/2}}\left(1 - \sqrt{\frac{1-B^2h^2}{1-B^2t_0^2}}\right). \quad (51c)$$

Coeficientul de portanță al aripii se calculează astfel

$$\frac{1}{2} l\, C_{za} = \frac{1}{2}\left(l - \frac{1}{B}\right) C_{zca} + \frac{1}{2B}\, C_{zma}, \quad (52)$$

în care C_{zca} corespunde părții de aripă din afara conului Mach

$$\frac{1}{2}\left(l - \frac{1}{B}\right) C_{zca} = \frac{1}{2}\left(l - \frac{1}{B}\right)\frac{4\alpha}{B}, \quad (53)$$

iar C_{zma} pentru cea din interior

$$\frac{1}{2B}\, C_{zma} = \frac{2}{U_\infty}\int_0^{1/B} u_{la}\, dy. \quad (54)$$

Distribuția de presiuni (fig. 7) va fi dată de formula

$$C_p = -\frac{2}{U_\infty}\, R_e\,(\mathfrak{U}_l + \mathfrak{U}_t + \mathfrak{U}_c) \quad (55)$$

4. Ampenajul cruciform având planul orizontal cu bordul de atac supersonic

Curentul se separă la bordurile de atac subsonice ale plăcii sub forma unui sistem de vîrtejuri antisimetrice, care se situează la stînga și la dreapta plăcii (fig. 8).

Se va considera că ampenajul cruciform este echivalent din punct de vedere aerodinamic cu un altul subțire fictiv pe care-l vom descompune în trei aripi componente.

Distribuția de presiuni va fi dată de formula (55), (fig. 9), în care apar vitezele axiale de perturbație ale aripilor componente fictive.

Se adoptă o distribuție constantă de suse în planul X (fig. 10)

$$q_i'(T) = \pm q_i, \quad (-T_0 < T < T_0). \tag{56}$$

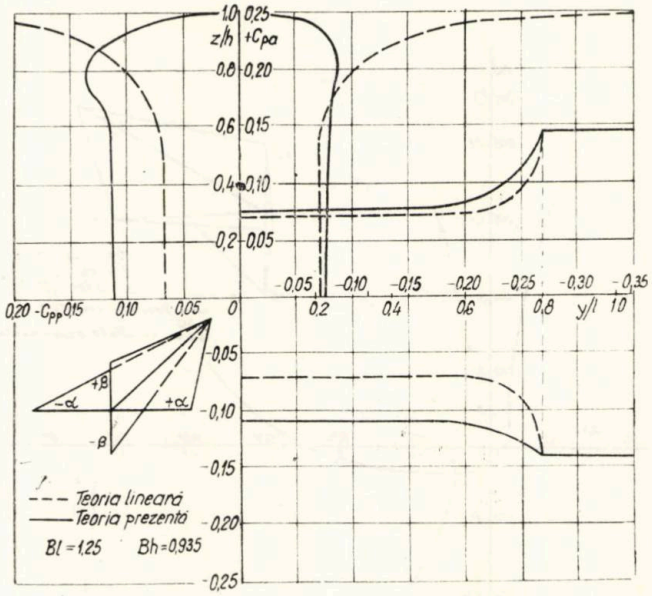


Fig. 7

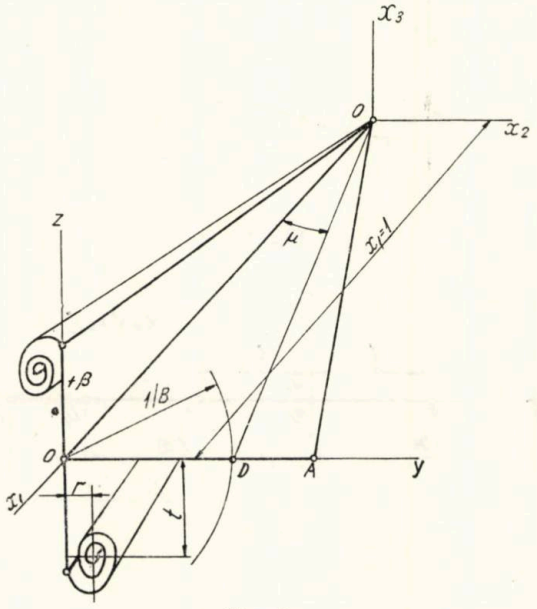


Fig. 8

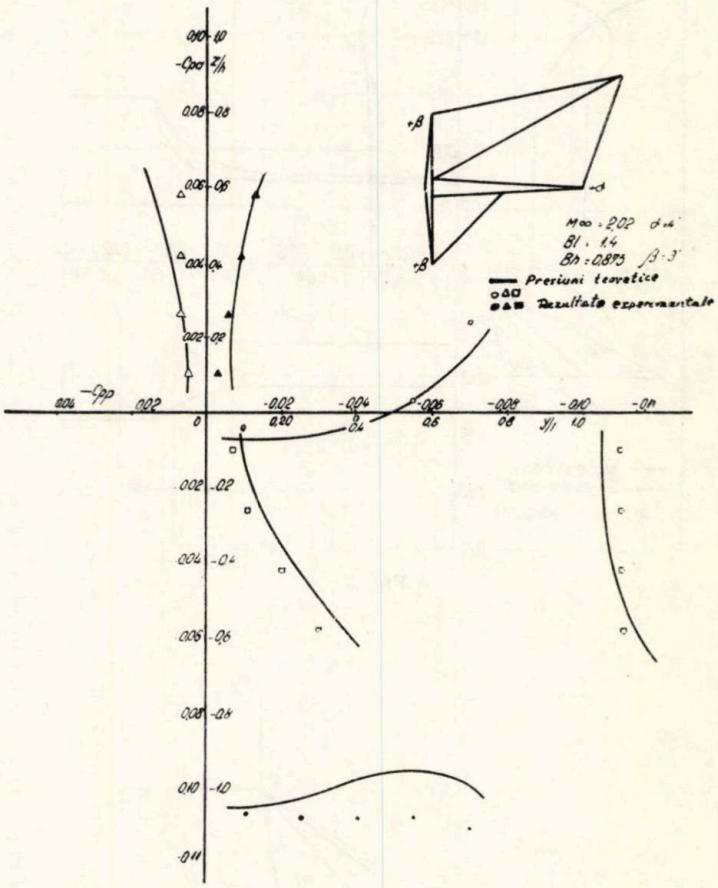

M∞ = 2,02 α = 4°
Bl = 1,4
Bh = 0,873 β = 3°
Presiuni teoretice
Rezultate experimentale

Fig. 9

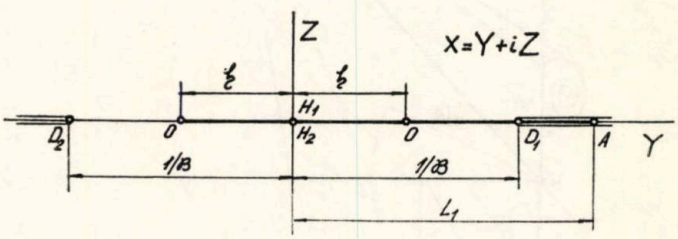

Z
X=Y+iZ
H1
H2
D2
D1
A
Y
1/β
1/β
L1

Fig. 10

Pornind de la această repartiție a surselor vom putea deduce viteza axială a primei aripi componente

$$\mathcal{U}_l = A_{10}\frac{\sqrt{(X+h)(1-\mathfrak{B}X)}}{X\sqrt{\mathfrak{B}}} + \frac{2}{\pi}K_{10}\arccos\sqrt{\frac{(L+\zeta)(1-\mathfrak{B}X)}{(L-X)(1+\mathfrak{B}\zeta)}} +$$

$$+\frac{2}{\pi}q_l\Bigg[(X-T_0)\operatorname{arcgch}\sqrt{\frac{(X+\zeta)(1-\mathfrak{B}T_0)}{(X-T_0)(1+\mathfrak{B}\zeta)}} +$$

$$+(X+T_0)\operatorname{arcgh}\sqrt{\frac{(X+\zeta)(1+\mathfrak{B}T_0)}{(X+T_0)(1+\mathfrak{B}\zeta)}} - 2X\operatorname{arcgch}\sqrt{\frac{X+\zeta}{X(1+\mathfrak{B}\zeta)}} - \tag{57}$$

$$-\frac{\sqrt{(X+\zeta)(1-\mathfrak{B}X)}}{\sqrt{\mathfrak{B}}}\Bigg(\arccos\sqrt{\frac{1-\mathfrak{B}T_0}{1+\mathfrak{B}\zeta}} + \arccos\sqrt{\frac{1+\mathfrak{B}T_0}{1+\mathfrak{B}\zeta}} -$$

$$-\arccos\frac{1-\mathfrak{B}\zeta}{1+\mathfrak{B}\zeta}\Bigg)\Bigg].$$

Pentru aripa a doua vom obține

$$\mathcal{U}_l = \frac{2}{\pi}Q_{10}\operatorname{arcgch}\sqrt{\frac{X+\zeta}{X(1+\mathfrak{B}\zeta)}} +$$

$$+\frac{2}{\pi}q_l\Bigg[(X-T_0)\operatorname{arcgch}\sqrt{\frac{(X+\zeta)(1-\mathfrak{B}T_0)}{(X-T_0)(1+\mathfrak{B}\zeta)}} -$$

$$-(X+T_0)\operatorname{arcgch}\sqrt{\frac{(X+\zeta)(1+\mathfrak{B}T_0)}{(X+T_0)(1+\mathfrak{B}\zeta)}} - \tag{58}$$

$$-\frac{\sqrt{(X+\zeta)(1-\mathfrak{B}X)}}{\sqrt{\mathfrak{B}}}\Bigg(\arccos\sqrt{\frac{1-\mathfrak{B}T_0}{1+\mathfrak{B}\zeta}} - \arccos\sqrt{\frac{1+\mathfrak{B}T_0}{1+\mathfrak{B}\zeta}}\Bigg)\Bigg],$$

iar pentru cea compensatoare de pantă, la care s-a considerat distribuția de surse

$$q_l''(T) = k_l\frac{T}{\zeta},\quad (-\zeta \leqslant T \leqslant \zeta), \tag{59}$$

rezultă

$$\mathcal{U}_c = -\frac{2}{\pi}Q_{10}\operatorname{arcgch}\sqrt{\frac{X+\zeta}{X(1+\mathfrak{B}\zeta)}} +$$

$$+\frac{k_l}{\pi\zeta}\Bigg\{(X^2-\zeta^2)\operatorname{arcgch}\sqrt{\frac{(X+\zeta)(1-\mathfrak{B}\zeta)}{(X-\zeta)(1+\mathfrak{B}\zeta)}} - 2X^2\operatorname{arcgch}\sqrt{\frac{X+\zeta}{X(1+\mathfrak{B}\zeta)}} +$$

$$+\frac{\sqrt{(X+\zeta)(1-\mathfrak{B}X)}}{2\mathfrak{B}\sqrt{\mathfrak{B}}}\Bigg[\sqrt{2\mathfrak{B}\zeta}\,(\sqrt{1-\mathfrak{B}\zeta}-\sqrt{2}) + \tag{60}$$

$$+(1-\mathfrak{B}\zeta+2\,\mathfrak{B}X)\Bigg(\arccos\frac{1-\mathfrak{B}\zeta}{1+\mathfrak{B}\zeta} - \arccos\sqrt{\frac{1-\mathfrak{B}\zeta}{1+\mathfrak{B}\zeta}}\Bigg)\Bigg]\Bigg\}.$$

Din condiţiile la limită pentru vitezele normale de perturbaţie vom determina constantele A_{10}, K_{10}.

Constanta K_{10} este dată de (51a), iar q_t are expresia

$$\frac{q_t}{U_\infty} = \frac{\sqrt{2\zeta(1+\mathfrak{B}\zeta)}}{2T_0'}\left\{\alpha\left[\sqrt{\frac{1-\mathfrak{B}^2\zeta^2}{\mathfrak{B}^2L^2-1}} - \sqrt{\frac{(L-\zeta)(1-\mathfrak{B}\zeta)}{2\zeta\ (1+\mathfrak{B}L)}}\right] + \beta\right\} \times$$

$$\times\left[\sqrt{\frac{1+\mathfrak{B}T_0'}{\zeta - T_0'}} - \sqrt{\frac{1-\mathfrak{B}T_0'}{\zeta + T_0'}} - \right. \tag{61b}$$

$$\left. - \frac{\sqrt{2\zeta(1+\mathfrak{B}\zeta)}}{2T_0'}\left(\arccos\frac{t_0}{h}\sqrt{\frac{1-\mathfrak{B}^2h^2}{1-\mathfrak{B}^2t_0'^2}} - \frac{1}{Bh}\arccos\sqrt{\frac{1-B^2h^2}{1-B^2t_0'^2}}\right)\right]^{-1}$$

$$k_t = -\frac{5\,Bhq_t}{\sqrt{1-B^2h^2}\,[1-(1-B^2h^2)^{5/2}]}\arccos\sqrt{\frac{1-B^2h^2}{1-B^2t_0^2}}. \tag{61b}$$

5. Observaţii

a) Existenţa şi poziţiile vîrtejurilor sînt în funcţie atît de α şi cît de β, aşa cum se vede din formulele (35), (51b), (61a).

b) În cazul aripii cruciforme avînd placa fără incidenţă ($\beta = 0$), se obţine de asemenea o scurgere antisimetrică cu vîrtejuri. În această situaţia vîrtejurile la bordurile plăcii pot apărea datorită influenţei aripii asupra plăcii.

c) Se constată posibilitatea obţinerii de viteze finite la borduri, evitînd în acelaşi timp apariţia vîrtejurilor prin incidenţe antisimetrice convenabile.

Catedra de mecanică
Institutul politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *E. Carafoli*, Wing Theory in Supersonic Flow, London, Pergamon Press, 1969.
2. *E. Carafoli, St. Staicu*, Sur un modèle théorique concernant l'aile delta mince avec décollement aux bords d'attaque. Journal de Mecanique, vol. 6, n. 2, Juin, 1967, Paris.
3. *E. Carafoli, Şt. Staicu*, Antisymmetrical Thin Delta Wing with Flow Separation at the Leading Edges. Rev. Roum. Sci. Techn.-Mecanique Appliquee, XI, 6, 1966.
4. *E. Carafoli, Şt. Staicu*, On the Flow Separation From the Edges of the Antisymmetrical Delta Wing in Supersonic Regime. Anniv. Vol. ded. Prof. L. I. Sedov'' Problems of Hydrodynamics and Conitnuum Mechanics'', SIAM, p. 115—136, Philadelphia, Pennsylvania, 1969, izd. ,,Nauka'', p. 257—272, 1969, Moscow.
5. *K. W. Mangler, J. H. Smith*, A Theory of the Flow Past a Slender Delta Wing with Leading-Edge Separation, Proc. Roy. Soc. 251, 200—217, 1958.
6. *Şt. Staicu*, Studiul scurgerii supersonice în jurul unui ampenaj cruciform. Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej'', XXIX, 2, 1967.
7. *Şt. Staicu*, La détrmination des caracteristique saérodynamiques de l'aile cruciforme en régime supersonique. Bul. Inst. poliethnic ,,Gheorghe, Gheorghiu-Dej'', XXVIII, 2, 1966.
8. *R. Legendre*, Vortex Sheets Leading Edge of Delta Wing. Progres in Aeronautical Sciences, vol. 7, Pergamonn Press, p. 7—33.
9. *Şt. Staicu*, Contribuţii la teoria aripilor în regim supersonic cu separaţia curentului la bordurile de atac. Teză de doctorat, Bucureşti, 1969.
10. *L. C. Squire*, The Estimation of the Non-linear lift of Delta Wings at the Supersonic Speed. JRAS, aug. 1963.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972, Numărul 2

ENERGETICA

C.Z.: 621.313.322

BETRACHTUNGEN ZUR ANWENDUNG DES PHASENBILDES IM STUDIUM DER ERREGUNGSREGELUNG EINES SYNCHRONGENERATORS MIT HILFE DES ANALOGRECHNERS*

LUCIA PANTELIMON

Die verschiedenen breit in die Praxis eingeführten Erregungssystemen rufen für eine systematische Studie, bezüglich der Präzisierung des Grundsatzes für die Erregungsregelung und bezüglich der Eigenschaften des automatischen Spannungsreglers im stationären und dynamischen Betrieb.

Eine wichtige Methode im Studium der dinamischen Systeme, im allgemeinen in den Fällen wo die Differential-gleichungen, die den Betrieb dieser Systeme vollständig charakterisieren, bekannt sind, ist die Methode des Phasenraumes. Der Grundgedanke dieser Methode besteht in der Auftragung der Kurven, die die Spitze des Zustandvektors in einem Raum mit n Abmessungen beschreibt, wenn sich die Zeit im Bereich von Null bis unendlich ändert. In der Praxis kann diese Darstellung nur in einem dreidimensionalen Raum vorgenommen werden.

Die Darstellung der nichstationären Ereignisse im Phasenbild hat den Vorteil, dass man mit Hilfe des Analogrechners durch Nachbildung des Systems durchführen kann.

Der Verlauf der phasischen Trajektorie zeigt das transitorische Verhalten des Systems und hauptsächlich über die Stetigkeit des Systems.

Der geometrische Ort sämtlicher Punkte, die den stetigen Betrieb darstellen, ist die Abszisse, da der nichtstationäre Betrieb nur dann beendet wird, wenn gleichzeitig die Ableitung der untersuchten Grösse aufgehoben wurde.

Die unsteten Zuständesind durch Kurven dargestellt, deren Verlauf unendlich ist.

Die Fachliteratur kennt mehrere Auftragungsmethoden der phasischen Trajektorien von denen die wessentlichsten folgende sind; die Isoklinen, — die Lienard —, die Pell — und die Deltamethode. All diese Methoden sind jedoch schwierig anzuwenden und sie benötigen zahlreich-Berechnungen und zeichenrische Darstellungen.

* Manuskript am 8 September 1970 eingegaugen

Mit Hilfe des Analogrechners kan die Zeichung der phasischen Trajektorien mühelos gelöst und auch die Wirkung der Nichtlinearitäten berücksichtigt werden, das ein entsprechendes Schema der Übergangsfunktion für den linearen Teil und die Abhängigkeits-Charakteristiken für jedes einzelne nichtlineare Element zusammengestellt werden können.

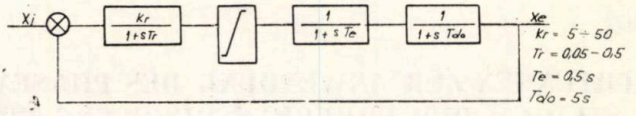


Abb. 1

Die Auftragung der phasischen Trajektorien mit dem Rechner ist vorteilhafter im Vergleich zu den herkömmlichen Methoden, bessonders dann, wenn das System nichtlineare Elemente enthäll, da in solchen Fällen die konventionellen Methoden nicht anwendbar sind.

In vorliegender Arbeit wurde das in Abb. 1 dargestellte Regelungssystem mit Hilfe des Analogrecheners MEDA-41.-TA nachgebildet

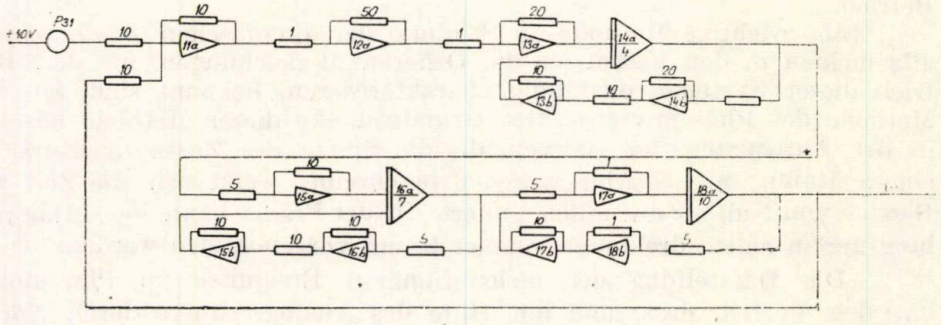


Abb. 2

Der nachgebildete Regler ist für kontinuierliche Funktion, da diese Art von Reglern für den grössten Teil der gegenwärtig verwendeten Regelungssysteme mit drehendem Erreger kennzeichnend ist.

Das Rechenprogramm ist in Abb. 2 agegeben

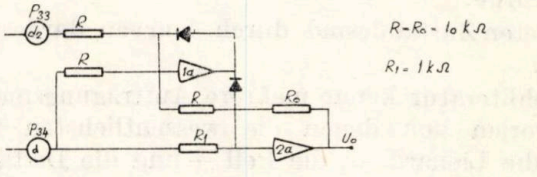


Abb. 3

Die Wirkung der Nichtlinearität des Reglers ist mit dem Programm in Abb. 3 nachgebildet.

Es muss an dieser Stelle darauf hingewiesen werden, dass eine solche vereinfachte Darstellung des Spannungsreglers bei uns im Land in den Programmen zur Untersuchung der Übergangszustände im energetischen System angewendet wird.

Die Untersuchung der Kenngrössen des linear betrachteten Reglers (ohne Sättigung,) wurde für die veränderlichen Werte des Verstärkungsfak-

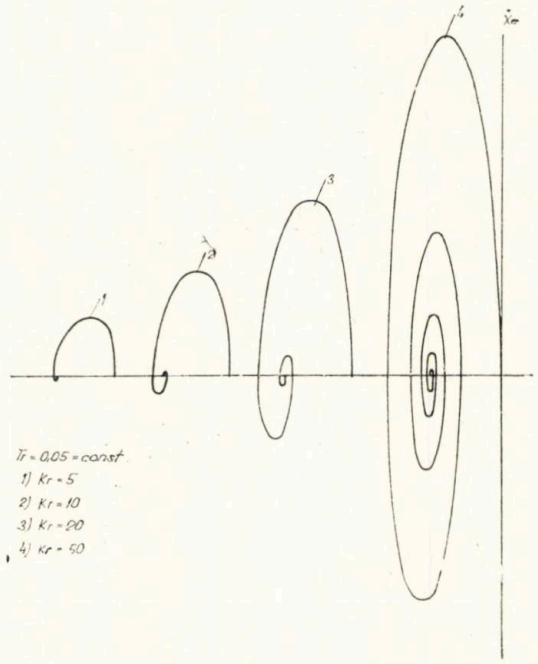


Abb. 4

tors K_r im Bereich $5 - 50$ (Werte die in der Fachliteratur empfohlen werden) (Abb. 4 und 5) sowie für die veränderlichen Werte der Zeitkonstante des Reglers T_r im Bereich 0,05 — 0,25 s durchgeführt.

Erwartungsgemäss bei vergrösserung von K_r enstehen Schwankungen, deren Wert umso grösser wird je mehr der Wert der Zeitkonstante ansteigt.

Die Betriebsverhältnisse beginnen sogar bei geringen Werter von ($K_r > 10$) für Zeitkonstanten die mehr als 0,1 s betragen, stark schwankend zu sein.

Es wurde festgestellt, dass zur Erzielung der Stetigkeit des Systems kleine Vertsärkungsfaktoren oder kleine Zeitkonstanten eingeführt werden müssen.

Ein optimales Betriebsverhältnis des Regelungssystems konnte mit einem Verstärkungsfaktor zwischen 5 und 10 und einer Zeitkonstante von 0,02 — 0,05 s erreicht werden.

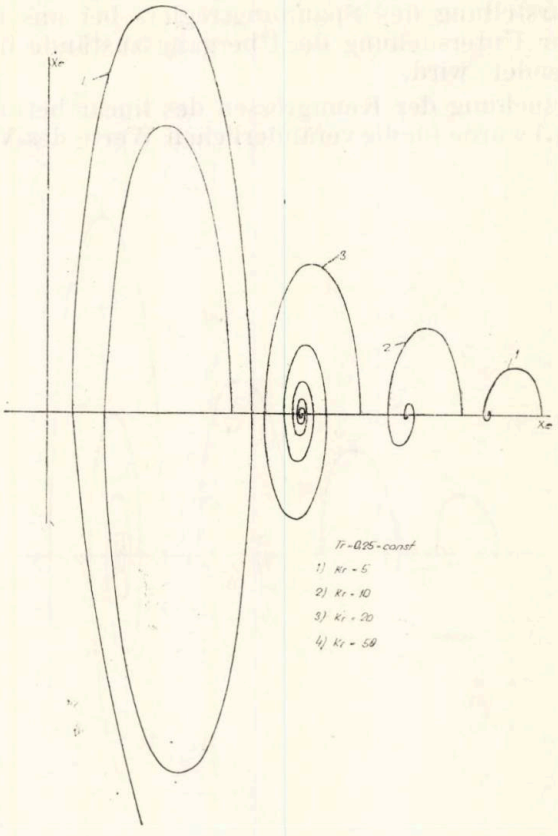


Abb. 5

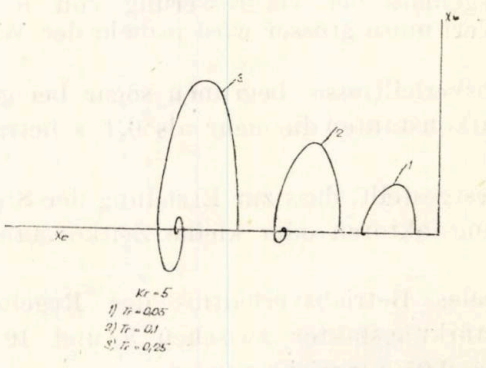


Abb. 6

Unabhängig von den Kenngrössen des Reglers weist das System jedoch den Nachteil eines ständigen Fehlers auf, dessen Wert sinkt, sobald der Faktor K_r ansteigt.

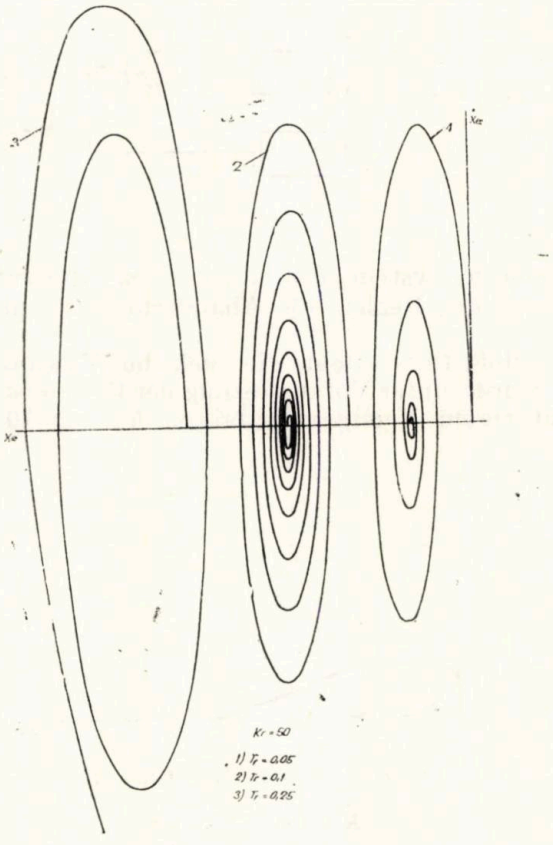


Abb. 7

Die Verwendung eines Elements welches in die Schleife der Hauptrückwirkung, die Übergangsfunction bewirkt das Auftreten eines

$$\frac{K_3 s}{1 + T_3 s} \text{ enthält,}$$

aperiodischen Betriebszustandes für jedwede Werte von K_r und T_r Abb. 8 u 9 (Die Messungen wurden mit Verwendung eines nichtlinearen Elements im Regelkreis durchgeführt Gleichzeitig werden die Betriebsverhältnisse für sämtliche Werte der Kenngrössen des Regelungssystems aperiodisch.

Die Verwendung der ableitenden Rückwirkung führt jedoch zur Verlängerung der Antwortzeit und zur Vergrösserung des ständigen Fehlers.

Es wurde festgestellt, dass die Anderung der Kenngrössen K_3 und T_3 des Übergangszustandes nicht beachtlich beeinflusst.

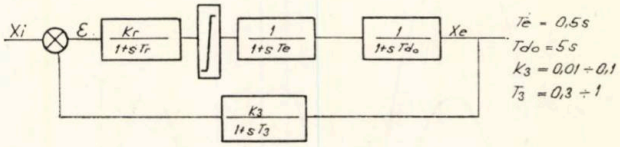
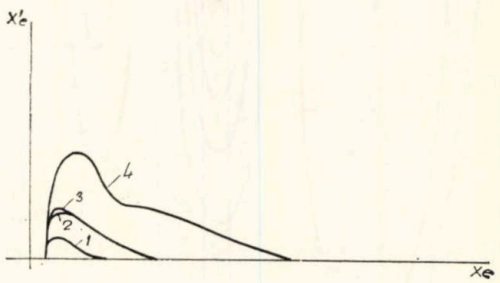


Abb. 8

Im Verbindungssystem der ableitenden Rückwirkung bestimmt die Nichtlinearität des Reglers die Abänderung der phasischen Trajektorien.

Das Phasenbild für Systeme die auch die Wirkung der Nichtlinearität umfassen, wurde unter Vorausstezung der Zeitkonstanten $T_r = 0{,}05$ s und 0,5 s und einem Verstärkungsfaktor K_r von 10 und 50 erstellt.



1) $K_r = 10$ $T_r = 0{,}05$
2) $K_r = 20$ $T_r = 0{,}05$
3) $K_r = 20$ $T_r = 0{,}5$
4) $K_r = 50$ $T_r = 0{,}5$

Abb. 9

Man hat festgestellt, dass in den Fällen wo die Nichtlinearität des Systems einen wichtigen Faktor in der Rückwirkung des Systems darstellt, die Methoden der quasilinearen Analyse keine zufriedenstellenden Ergebnisse lieferten.

In Anbetracht dieser Tatsache stellte das Phasenbild ein annehmbares Mittel zur Hervorhebung und Auswertung der Ergebnisse dar.

Der characteristische Verlauf der Trajektorien im Phasenbild können mit gewissen Betriebsarten des Regel-systems übereinstimmen.

Die üblichen Kriterien zur Auswertung der Eigenschaften Regelungssystems wie z. B. der Dämpfungskoeffizient und die Zahl Schwingungen der Antwort Kennziffer können unmittelbar aus dem Phasenbild abgeleitet werden.

Diese Methode ist wowohl für die optimale Einstellung des Reglers als auch für die Festlegung der Leistungen im stationären und nichtstationären Betriebszustand geeignet.

Lehrstuhl elektrischerverbundnetze
Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bukarest

LITERATUR

1. *I.E.E.E. Committee Report*, Computer Representation of Excitation Systems I.E.E.E. Transaction PAS VI, 1968
2. *Gibson J. E.*, Automatische nichtlineare Systeme /Sisteme automate nelineare/ Editura Tehnică, Bukarest, 1967.
3. *Călin S.*, Automatische Regler /Regulatoare automate/ Editura Didactică şi Pedagogică, Bukarest, 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972, Numărul 2

ORGANE DE MAȘINI

C.Z. 621.824:517.2

CONTRIBUȚII LA STUDIUL DINAMICII CIURURILOR CU RULIU (II) *

RADU IATAN

I.

Ciururile cu ruliu, apreciate tot mai mult în ultima vreme în clasarea granulometrică a diferitelor fracțiuni, constituie în același timp și un domeniu nou de cercetare. Eficiența ridicată a separării, consumul redus de energie, întreținerea ușoară, ocuparea unui spațiu de producție restrîns, constituie cîteva din avantajele ce fac ca acest tip de ciururi să pătrundă tot mai mult în uzul industrial.

II.

În lucrarea [1], făcîndu-se un studiu analitic al mișcării unui ciur cu ruliu după o nouă schemă constructivă, au fost determinate ecuațiile diferențiale ale mișcării punctelor de pe arborele condus al mașinii :

$$\begin{aligned} J_2\ddot{y} - J_1\omega\dot{x} + (l_1P - Kl^2)y &= 0\,; \\ J_2\ddot{x} + J_1\omega\dot{x} + (l_1P - Kl^2)x &= 0, \end{aligned} \tag{1}$$

cînd asupra sistemului vibrator acționează greutatea proprie și forța din reazemul elastic.

Pe lîngă soluțiile adoptate anterior [1] pentru rezolvarea sistemului (1), mai pot fi luate în considerație și altele, ca de exemplu :

$$\begin{aligned} x &= Ae^{\lambda t}\,; \\ y &= Be^{\lambda t}\,. \end{aligned} \tag{2}$$

După efectuarea calculelor și neglijînd soluția banală $e^{\lambda t} = 0$ se obține sistemul :

$$\begin{aligned} -J_1\omega\lambda A + (J_2\lambda^2 + l_1P - Kl^2)B &= 0\,; \\ (J_2\lambda^2 + l_1P - Kl^2)\ A + J_1\omega\lambda B &= 0. \end{aligned} \tag{3}$$

* Lucrare comunicată la sesiune științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, mai 1970

Ecuația seculară a sistemului :

$$\begin{vmatrix} -J_1\omega\lambda & J_2\lambda^2 + l_1P - Kl^2 \\ J_2\lambda^2 + l_1P - Kl^2 & J_1\omega\lambda \end{vmatrix} = 0, \tag{4}$$

este echivalentă cu :

$$\begin{aligned} J_2\lambda^2 + iJ_1\omega\lambda + l_1P - Kl^2 = 0\,; \\ J_2\lambda^2 - iJ_1\omega\lambda + l_1P - Kl^2 = 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Prin rezolvarea ecuațiilor (5) rezultă :

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \frac{-J_1\omega \pm \sqrt{J_1^2\omega^2 + 4J_2(l_1P - Kl^2)}}{2J_2}\, i\,; \\ \lambda_{3,4} &= \frac{J_1\omega \pm \sqrt{J_1^2\omega^2 + 4J_2(l_1P - Kl^2)}}{2J_2}\, i. \end{aligned} \tag{6}$$

II.1. *Stabilitatea mișcării*

Pentru $J_1^2\omega^2 + 4J_2(l_1P - Kl^2) \geqslant 0$ și comparîndu-se cu valorile pulsațiilor obținute anterior [1] rezultă :

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= ip_{3,4}\,; \\ \lambda_{3,4} &= ip_{1,2}, \end{aligned} \tag{7}$$

și coeficienții de distribuție :

$$\begin{aligned} \mu_1 = \mu_2 = -i\,; \\ \mu_3 = \mu_4 = i. \end{aligned} \tag{8}$$

Avîndu-se în vedere relațiile (7) și (8) soluția generală a vibrațiilor sistemului mobil este :

$$\begin{aligned} x &= A_1e^{ip_3t} + A_2e^{ip_4t} + A_3e^{ip_1t} + A_4e^{ip_2t}\,; \\ y &= -iA_1e^{ip_3t} - iA_2e^{ip_4t} + iA_3e^{ip_1t} + iA_4e^{ip_2t}. \end{aligned} \tag{9}$$

Pentru $l_1P - Kl^2 > 0$ (cazul cel mai favorabil separării)[1]) se obțin (în real) :

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2\,; \\ y &= y_1 + y_2, \end{aligned} \tag{10}$$

unde

$$\begin{aligned} x_1 &= (A_1 + A_4)\cos p''t + (A_2 + A_3)\cos p't\,; \\ x_2 &= (A_1 - A_4)\sin p''t - (A_2 - A_3)\sin p't\,; \\ y_1 &= (A_1 + A_4)\sin p''t - (A_2 + A_3)\sin p't\,; \\ y_2 &= -(A_1 - A_4)\cos p''t - (A_2 - A_3)\cos p't. \end{aligned} \tag{11}$$

[1]) Vezi concluziile rezultate din analiza tab. 2 [1].

Notîndu-se :

$$\begin{aligned} A_1 + A_4 &= A_1'; \\ A_2 + A_3 &= A_1''; \\ A_1 - A_4 &= A_2'; \\ A_2 - A_3 &= A_2'', \end{aligned} \tag{12}$$

şi ţinînd seama de relaţiile (11), sistemul (10) devine :

$$\begin{aligned} x &= A_1' \cos p''t + A_1'' \cos p't + A_2' \sin p''t - A_2'' \sin p't; \\ y &= A_1' \sin p''t - A_1'' \sin p't - A_2' \cos p''t - A_2'' \cos p't. \end{aligned} \tag{13}$$

Constantele A_1', A_1'', A_2', A_2'' se obţin punînd condiţiile iniţiale (14) în sistemul (13) :

$$\begin{gathered} t = 0\,;\ x = y = a_0\,; \\ \dot{x} = \dot{y} = 0. \end{gathered} \tag{14}$$

Rezultă :

$$\begin{aligned} A_1' &= \frac{p'}{p' + p''} a_0\,; & A_1'' &= \frac{p''}{p' + p''} a_0\,; \\ A_2' &= -\frac{p'}{p' + p''} a_0\,; & A_2'' &= -\frac{p''}{p' + p''} a_0. \end{aligned} \tag{15}$$

Ecuaţiile (13) devin :

$$\begin{aligned} x &= \frac{a_0}{p' + p''} (p' \cos p''t + p'' \cos p't - p' \sin p''t + p'' \sin p't)\,; \\ y &= \frac{a_0}{p' + p''} (p' \sin p''t - p'' \sin p't + p' \cos p''t + p'' \cos p't. \end{aligned} \tag{16}$$

Se observă că există patru moduri de vibraţie :

$$\begin{aligned} x_{11} &= \frac{p'}{p' + p''} a_0 \cos p''t\,; & x_{12} &= \frac{p''}{p' + p''} a_0 \cos p't\,; \\ y_{11} &= \frac{p'}{p' + p''} a_0 \sin p''t\,; & y_{12} &= -\frac{p''}{p' + p''} a_0 \sin p't\,; \\ x_{21} &= -\frac{p'}{p' + p''} a_0 \sin p''t\,; & x_{22} &= \frac{p''}{p' + p''} a_0 \sin p't\,; \\ y_{21} &= \frac{p'}{p' + p''} a_0 \cos p''t\,; & y_{22} &= \frac{p''}{p' + p''} a_0 \cos p't. \end{aligned} \tag{17}$$

a căror reprezentare grafică este redată în fig. 1.

În primul și al treilea mod de vibrație punctul L' (poziția la un moment dat a lagărului elastic L) descrie un cerc cu raza $\frac{p'}{p'+p''}\,a_0$ în jurul punctului L de pe axa Oz, mișcarea fiind cea de precesie directă (fig. 1).

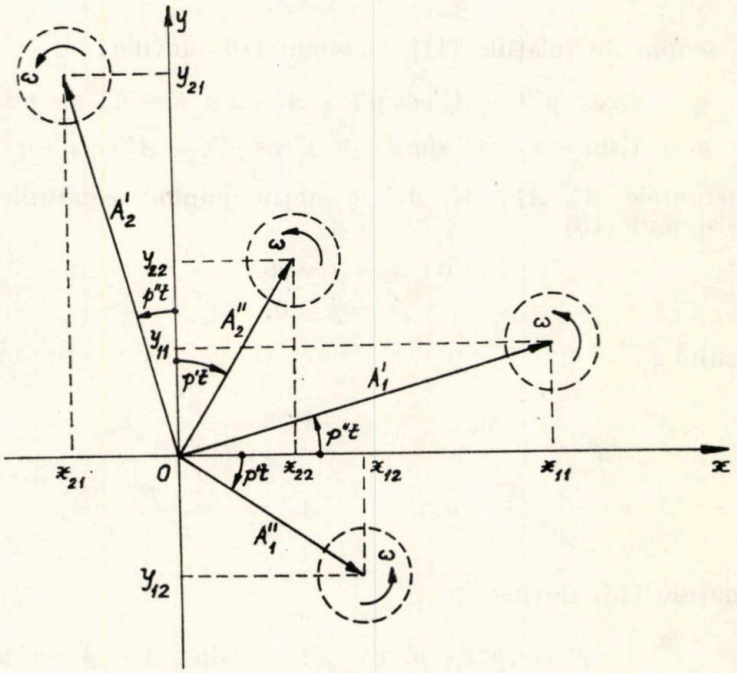


Fig. 1

În cel de al doilea și al patrulea mod de vibrație punctul L' descrie un cerc cu raza $\frac{p''}{p'+p''}\,a_0$ în jurul punctului L de pe axa Oz, mișcarea fiind cea de precesie inversă (fig. 1).

Relațiile (16) dau:

$$x^2 + y^2 = 2\left(\frac{a_0}{p'+p''}\right)^2 [p'^2 + p''^2 + 2\,p'p''\cos(p'+p'')t], \qquad (18)$$

ca traiectorie a punctului L', asemănătoare cu cea prezentată în lucrarea [1] (fig. 7), dar care are caracteristicile poziționale de două ori mai mari.

Pentru $a_0 = 1$ cm și caracteristicile ciurului din [2] [1]), ecuația (18) devine:

$$x^2 + y^2 = 7{,}2 + 1{,}8\cos 4{,}51\,t. \qquad (19)$$

[1]) Vezi [1], tab. 3

II.2. *Instabilitatea mișcării*

Condiția de inexistență a oscilațiilor armonice [1]:

$$J_1^2\omega^2 + 4\ J_2(l_1P - Kl^2) < 0, \tag{20}$$

este îndeplinită atunci cînd $l_1P - Kl^2 < 0$ și $\omega < \omega_0^1$

Admițîndu-se pentru sistemul de ecuații diferențiale (1) soluții de forma (2) și avîndu-se în vedere condiția (20) se obține:

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \pm a - ib; \\ \lambda_{3,4} &= \pm a + ib, \end{aligned} \tag{21}$$

unde

$$a = \frac{\sqrt{-J_1^2\omega^2 + 4J_2(Kl^2 - l_1P)}}{2J_2}; \qquad b = \frac{J_1\omega}{2J_2}. \tag{22}$$

Astfel, soluția generală a ecuațiilor care descriu vibrațiile libere ale sistemului mobil, se obține din suprapunerea a patru soluții parțiale, reflectînd patru moduri de vibrație:

$$\begin{aligned} x &= A_1e^{\lambda_1 t} + A_2e^{\lambda_2 t} + A_3e^{\lambda_3 t} + A_4e^{\lambda_4 t}; \\ y &= B_1e^{\lambda_1 t} + B_2e^{\lambda_2 t} + B_3e^{\lambda_3 t} + B_4e^{\lambda_4 t} \end{aligned} \tag{23}$$

Observîndu-se că:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\lambda_4; \\ \lambda_2 &= -\lambda_3, \end{aligned} \tag{24}$$

coeficienții de distribuție vor avea valorile:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \mu_3 = -i \\ \mu_2 &= \mu_4 = i \end{aligned} \tag{25}$$

Ținîndu-se seama de relațiile (21), (22) și (25), sistemul (23) devine:

$$\begin{aligned} x &= (A_1e^{at} + A_2e^{-at})\ e^{-ibt} + (A_3e^{at} + A_4e^{-at})\ e^{ibt}; \\ y &= i\,(-A_1e^{at} + A_2e^{-at})\,e^{-ibt} + i(-A_3e^{at} + A_4e^{-at})\,e^{ibt} \end{aligned} \tag{26}$$

Constantele A_1, A_2, A_3, A_4 se determină punînd condițiile inițiale (27) în sistemul (26):

$$\begin{aligned} t = 0;\ x = y &= a_0; \\ \dot{x} = \dot{y} &= 0. \end{aligned} \tag{27}$$

[1]) Vezi [1].

Se obține:

$$A_1 = \frac{a_0\,[(a+b)-(a-b)\,i]}{4b};\quad A_2 = \frac{a_0[(a+b)+(a-b)\,i]}{4b};$$
$$A_3 = -\frac{a_0\,[(a-b)-(a+b)i]}{4b};\quad A_4 = -\frac{a_0\,[(a-b)+(a+b)i]}{4b}. \tag{28}$$

Utilizînd valorile de mai sus și știind că:

$$e^{\pm ibt} = \cos bt \pm i \sin bt, \tag{29}$$

sistemul (26) devine (în real):

$$\begin{aligned} x &= x_1' + x_2';\\ y &= y_1' + y_2', \end{aligned} \tag{30}$$

unde

$$\begin{aligned} x_1' &= \frac{a_0}{2}\left[(e^{at}+e^{-at})\cos bt - \frac{a}{b}(e^{at}-e^{-at})\sin bt\right];\\ x_2' &= \frac{a_0}{2}\left[(e^{at}-e^{-at})\cos bt - \frac{a}{b}(e^{at}+e^{-at})\sin bt\right]; \end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{aligned} y_1' &= \frac{a_0}{2}\left[(e^{at}+e^{-at})\cos bt - \frac{a}{b}(e^{at}+e^{-at})\sin bt\right];\\ y_2' &= -\frac{a_0}{2}\left[(e^{at}-e^{-at})\cos bt - \frac{a}{b}(e^{at}+e^{-at})\sin bt\right]. \end{aligned} \tag{31}$$

În urma calculelor rezultă:

$$\begin{aligned} x &= \frac{a_0}{\cos\varphi}e^{at}\cos(bt+\varphi);\\ y &= a_0\,e^{at}\cos bt, \end{aligned} \tag{32}$$

unde defazajul φ are valoarea:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{a}{b}, \tag{33}$$

Se poate ușor observa că oscilația de-a lungul axei Ox este neamortizată, pe cînd cea de-a lungul axei Oy este o oscilație amortizată. Mișcarea punctului L' este astfel o mișcare instabilă.

Reluîndu-se caracteristicile ciurului din [2], dar căruia i se modifică constanta elastică K, se obține tab. 1.

Pentru $a_0 = 1$ cm, ecuațiile (32) devin:

$$\begin{aligned} x &= 21{,}3\;e^{2{,}76\,t}\cos(1{,}81\;t + 1{,}525);\\ y &= e^{-2{,}76\,t}\cos 1{,}81\;t. \end{aligned} \tag{34}$$

TAB. 1

$P = 13{,}5$ kgf; $K = 1{,}5$ $K_1 = 2{,}25$ kgf/cm; $J_1 = 5{,}1$ kgf cms^2;

$J_2 = 44{,}15$ Kgfcms^2; $l_1 = 168$ mm; $l = 177$ mm; $\omega = 31{,}4 \frac{1}{s}$;

Nr. crt.	notație	valoare	unități	observații
1	$l_1P - Kl^2$	-480	kgfcm	<0
2	ω_0	56,9	1/s	$\omega < \omega_0$
3	a	2.76	1/s	a > b
4	b	1,81	1/s	

III.

În studiul prezentat, considerînd că asupra sistemului vibrator al unui ciur cu ruliu acționează numai greutatea proprie și forța din reazemul elastic, au fost determinate condițiile ce conduc la o funcționare în regim stabil sau instabil (la o ieșire accidentală din poziția de echilibru). Printre cauzele care pot duce la dezechilibrarea sistemului mobil al ciurului se pot menționa: alimentarea excentrică cu material a sitei și echilibrarea dinamică necorespunzătoare. În tab. 2 sînt prezentate condițiile cerute pentru stabilitatea sau instabilitatea mișcării.

TAB. 2

mișcarea sistemului vibrator	condiție impusă
stabilă	$l_1P - Kl^2 > 0$
	$l_1P - Kl^2 < 0$; $\omega \geqslant \omega_0$
instabilă	$l_1P - Kl^2 < 0$; $\omega < \omega_0$

În cazul stabilității mișcării, indiferent de soluțiile adoptate pentru rezolvarea ecuațiilor diferențiale ale vibrațiilor punctului L', forma traiectoriei acestui punct (și a centrului sitei) rămîne aceeași; se constată că se modifică numai caracteristicile poziționale ale acesteia față de axa Oz.

Mișcarea de ruliu, caracteristică pentru acest gen de mașini, este realizată în cazul tipului de ciur prezentat prin mișcarea arborelui condus după o suprafață conică. Acest lucru este posibil sub acțiunea forței centrifuge, care în studiul prezentat nu a fost luată în considerație, însă a cărei influență asupra oscilațiilor ciururilor cu ruliu va constitui obiectul unor cercetări ulterioare.

Colectivul de utilaj chimic
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București

BIBLIOGRAFIE

1. *Iatan, R., Renert,, M.,* Contribuții la studiul dinamicii ciururilor cu ruliu (I). Buletinul Institutului politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej'', București, Tomul XXXIII, 1971 nr. 6.
2. *Iatan, R.,* Ciur cu ruliu, proiect de diplomă, 1969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972, Numărul 2

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIILOR DE MAȘINI

C.Z.: 621.791.75:536.2

ASUPRA CONDUCȚIEI ARCULUI ELECTRIC DE SUDURĂ SUB ACȚIUNEA UNUI CÎMP ACUSTIC PERTURBATOR

P. SONEA ,I. SONEA

1. Introducere.

Corespunzător concepției actuale curentul în arcul electric are o componentă paralelă cu cîmpul electric numită curent de cîmp și una perpendiculară pe direcția cîmpului electric numită curent de difuzie. Pentru purtătorii negativi și pozitivi de sarcină electrică care dau în esență curentul electric prin arc, relațiile care exprimă densitățile de curent se numesc ecuațiile de transport

$$J_n = ne\mu_n \overline{E} + e D_n \Delta n$$

$$\overline{J}_p = pe\mu_p \overline{E} + e D_p \Delta p \qquad (1)$$

$\overline{J}_n$, $\overline{J}_p$ — densitatea purtătorilor negativi (pozitivi) în A/m].
n, p — numărul purtătorilor negativi (pozitivi)
e — sarcina electrică elementară în C.
E — intensitatea cîmpului electric în V/m
D_n, D_p — coeficienți de difuzie în m² s.

Ținînd seama de relația lui Einstein între coeficientul de difuzie și mobilitate,

$$D_n = \frac{KT}{e}\mu_n; \qquad D_p = \frac{KT}{e}\mu_p \qquad (2)$$

relațiile 1 se mai întîlnesc sub forma

$$\overline{J}_n = e\,Dn\left(\Delta n + \frac{e\,\overline{E}}{KT}n\right)$$

$$\overline{J}_p = e\,D_p\left(\Delta p + \frac{eE}{KT}p\right) \qquad (3)$$

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, mai 1970

Pentru problema propusă se mai folosesc ecuațiile de continuitate.

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{e}\Delta(\bar{J}_n)$$
$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{e}\Delta(\bar{J}_p) \qquad 4$$

Condiția de existentă a plasmei impune ca în fiecare punct să fie satisfăcută condiția (4)

$$n \approx p \qquad 5$$

ceeace presupune neutralitatea globală a plasmei.

Curentul de cîmp se obține imediat presupunînd că difuzia este nulă. Pentru aceasta

$$\bar{J} \approx \bar{J}_n = n_0 e \mu_n \bar{E} = n_0 ek \frac{e \ln}{m_n \tilde{v}_n} \bar{E} \qquad 6$$

unde n_0 este numărul purtătorilor de sarcină concentrați în axa descărcării electrice.

Introducînd formula lui Langevin pentu mobilitate (2) (3)

$$\mu_n = k \frac{e l_n}{m_n \tilde{v}_n} \qquad 7$$

unde

K — o constantă care pentru plasmă este egală cu 0,75
l_n — drumul liber parcurs între două ciocniri succesive a purtătorilor negativi în m
m_n — masa purtătorilor negativi
$\tilde{v}_n$ — viteza medie imprimată purtătorilor de către forțele cîmpului

Exprimînd viteza medie $\tilde{v}$ din relația energiei cinetice termice

$$\tilde{v} = \frac{3 K T_n}{2 l} \qquad 8$$

expresia densității curentului de cîmp primește forma

$$J = 0{,}75 \sqrt{\frac{\pi m_n}{8 k Tn}}\, e^2 n_0 l_n E \qquad 9$$

sau considerînd o plasmă cu simetrie cilindrică de grosime foarte mică d și exprimînd intensitatea cîmpului electric în V/m, densitatea curentului în A/m^2, d și l_n în m formula densității curentului de cîmp în plasma descărcării devine

$$Jn_0 = 3{,}26 \cdot 10^{-8} \frac{l_n d^2 n_c}{\sqrt{KT}} E \qquad 10$$

Se observă că densitatea curentului este direct proporțională cu pătratul grosimii plasmei și cu numărul purtătorilor antrenați în mișcarea de translație de către cîmpul electric situați în axul descărcării. Relația explică în parte creșterea de ionizare datorită fenomenului de pulverizare în arcul electric. Astfel cîmpul acustic imprimă particulelor mișcări oscilatorii în jurul direcției de translație, adică perpendicular pe axul descărcării. În acest mod probabilitatea ciocnirilor între purtătorii de sarcină electrică antrenați de forțele cîmpului electric și particulele neutre rezultate din pulverizare este mai mare, ceeace conduce la creșterea lui n și d din relația 10.

2. *Influența tratamentului arcului asupra conducției*

Plasma descărcării luată în ansamblu este neutră din punctul de vedere electric, ceeace se exprimă cu $n \approx p$. Densitățile de curent vor fi și ele egale între ele $J_n = J_p = J_r$. Electronii însă sînt mai mobili decît ionii deci $D_n \gg D_p$ și tind să difuzeze în afara plasmei într-o direcție perpendiculară pe axul descărcării. Această difuzie crează o densitate de curent pozitivă exedentară în axul descărcării și ca urmare apare un cîmp electric orientat de la centul plasmei spre exterior. Cîmpul radial este accelerator pentru ionii pozitivi și frînează electronii. Ecuațiile de transport devin

$$\overline{J}_{nr} = -n D_n \frac{dn}{dr} - ne \mu_n \overline{E}_r$$

$$\overline{J}_{pr} = -p D_p \frac{dp}{dr} + pe \mu_p \overline{E}_r \qquad 11$$

Eliminînd pe E_r între aceste ecuații și folosind coeficientul global de difuzie, sau coeficientul de difuzie ambipolară

$$D = \frac{\mu_n D_p + \mu_p Dn}{\mu_n + \mu_p} \qquad 12$$

densitatea curentului de difuzie devine

$$J_r = -De \frac{dn}{dr} \qquad 13$$

de unde prin împărţirea la sarcina electrică şi aplicînd operatorul ∇ ambilor termeni se obţine

$$\nabla\left(\frac{Jr}{e}\right) = -D\,\nabla\nabla n = -D\,\nabla^2 n \qquad 14$$

De altă parte ecuaţiile de continuitate 4 se pot scrie sub forma

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla\left(\frac{Jr}{e}\right) = 0 \qquad 15$$

În ipoteza unui coeficient de difuzie constant în raport cu distanţa de la axul descărcării cu 14 rezultă un tip de ecuaţie care descrie difuzia purtătorilor de sarcină electrică în direcţia perpendiculară pe axul descărcării

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D\,\nabla^2 n = 0 \qquad 16$$

Această relaţie exprimă convecţia purtătorilor de sarcină electrică datorită fluxului termic care se propagă în direcţia radială cu viteza $\sqrt{D}$ dependentă de temperatura purtătorilor de mobilitatea lor şi de sarcina electrică.

Pînă în prezent contribuţia tratamentului acustic nu apare explicit în formule deoarece difuzia D este de natură pur termică. Relaţia 16 are însă o mare însemnătate deoarece stabileşte concentraţia purtătorilor la diferite distanţe de axul descărcării condiţionate de difuzia termică. Aşa dar în această relaţie apare implicit grosimea stratului cilindric unde au loc fenomene de ionizare, care după cum se poate vedea în 10, influenţează asupra curentului de descărcare în arc. Pentru evidenţierea contribuţiei cîmpului acustic la creşterea gradului de ionizare este suficient să se arate că numărul particulelor supuse translaţiei în cîmpul electric este mai mare la arcul tratat decît la cel normal. Pentru aceasta se foloseşte următorul procedeu : se scrie în coordonate cilindrice ecuaţia unei unde generalizate care să fie satisfăcută atît de ecuaţia 16 a difuziei termice cît şi a „difuziei" produsă de unda acustică. Fie φ această undă cilindrică generalizează. Expresia ei în coordonate cilindrice r, θ, z va avea forma cunoscută

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = \nabla^2\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} \qquad 17$$

Corespunzător condiţiilor ca această undă cilindrică să fie satisfăcută de unda difuziei termice 16 şi a undelor acustice, între cele două relaţii trebuie să existe egalităţile

$$\psi = \frac{1}{r}\frac{\partial n}{\partial\theta}; \qquad v = -\frac{\partial n}{\partial r} \qquad 18$$

unde v este viteza de deplasare radială a particulelor.

Întrucît în ecuația undei cilindrice interesează numai componenta radială punem

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0$$

Făcînd notația

$$v^2 \nabla^2 n - \frac{\partial n}{\partial t} = \varphi \tag{19}$$

ecuațiile de mișcare radială a particulei se pot scrie folosind o funcție auxiliară ξ a cărei formă nu interesează deoarece în cele din urmă ea se elimină [5]

$$\begin{aligned} \dot{\psi} - \frac{v^2}{r} &= -\frac{\partial \xi}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{\partial \psi}{\partial t} \\ \dot{v} + \frac{\varphi v}{r} &= \frac{\partial \xi}{r\, d\theta} - \frac{\theta \varphi}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial t} \end{aligned} \tag{20}$$

Neglijînd pătratul lui v și produsele de forma ψv din primul termen și avînd în vedere că

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial t}; \qquad \dot{v} = \frac{\partial v}{\partial t}$$

după reducerea termenilor asemenea se găsește

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} &= 0 \\ \frac{\partial \xi}{\partial \theta} + r\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} &= 0 \end{aligned} \tag{21}$$

S-a obținut în acest fel un sistem de ecuații în care ξ este o funcție necunoscută. Dacă se elimină această necunoscută auxiliară din perechea de ecuații 21 avem

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = 0 \tag{22}$$

Adică funcția φ din 19 satisface ecuația lui Laplace

$$\nabla^2 \varphi = 0 \tag{23}$$

sau cu 19 avem

$$\nabla^2\left(\nabla^2 - \frac{1}{\nu^2}\frac{\partial}{\partial t}\right)n = \Delta\left(\Delta - \frac{1}{\nu^2}\frac{\partial}{\partial t}\right)n = 0 \tag{24}$$

Presupunînd acum că n_1 este numărul purtătorilor antrenați de cîmpul acustic în direcția radială, iar n_2 este numărul purtătorilor expuși convenției în aceeași direcție, datorită difuziei termice cu $n = n_1 + n_2$ relația 24 se descompune în două ecuații:

$$\Delta n_1 = 0 \tag{25}$$

$$\left(\Delta - \frac{1}{\nu^2}\frac{\partial}{\partial t}\right)n_2 = 0 \tag{26}$$

Comparînd ultima relație cu 16 se observă că ambele ecuații au aceiași formă dacă $\nu^2 = D$

De altă parte $\Delta n_1 = 0$ este o ecuație Laplace care generează fluxul purtătorilor antrenați de cîmpul acustic, deci ea este satisfăcută de ecuația undei plane a cîmpului acustic de forma

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\right)n_1 = 0 \tag{27}$$

Reunind unda difuziei termice 26 cu unda difuziei dată de cîmpul acustic, ambele efecte pot fi cuprinse într-o singură ecuație de undă avînd forma

$$\left(\Delta - \frac{1}{\mu}\frac{\partial}{\partial t}\right)n = 0 \tag{28}$$

unde

$$\mu = \sqrt{c^2 + D} \tag{29}$$

este viteza de propagare a undei echivalente.

Întrucît $C^2 \gg D$ ecuația 28 se poate scrie simplificat

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\right)n = 0 \tag{30}$$

pe care comparînd-o cu 16 se poate deduce influența tratamentului asupra curentului din arc.

Reconsiderînd în aceste condiții densitatea curentului de difuzie dat de relația 13 avem

$$J_r = - Ce \frac{dn}{dr} \tag{31}$$

Pe de altă parte introducînd un coeficient numeric care reprezintă numărul de ionizări efectuate de o particulă electrizată în unitatea de timp și reconsiderînd ecuațiile de continuitate 4 scrise în coordonate cilindrice cu $n \approx p$ se obține

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rJ) = e^{\alpha n} \tag{32}$$

Cu 31 considerînd viteza C și α independente de r se obține o ecuație Bessel de forma

$$\frac{d^2n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dn}{dr} + \frac{\alpha}{C} n = 0 \tag{33}$$

Soluția acestei ecuații este

$$n(r) = n_0 J_0 \left(r \sqrt{\frac{\alpha}{c}} \right) \tag{34}$$

unde

$$\begin{aligned} J_0 \left(r \sqrt{\frac{\alpha}{c}} \right) &= 1 - \frac{1}{11} \frac{\alpha}{4C} + \cdots \qquad \text{pt} \cdot r \sqrt{\frac{\alpha}{c}} \to 0 \\ J_0 \left(r \sqrt{\frac{\alpha}{c}} \right) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\frac{\alpha}{c}} \cos \left(r \sqrt{\frac{\alpha}{c}} - \frac{\pi}{4} \right) \qquad \text{pt} . r \sqrt{\frac{\alpha}{c}} \to \infty \end{aligned} \tag{35}$$

Deoarece pentru $r(\alpha/c)^{1/2} = 0$, $J_0(0) = 1$ (unde n_0 este concentrația ionilor în axul descărcării.

Grosimea cilindrului prin care are loc curentul de convecție prin arc poate fi aflată din condiția de anulare a funcției Bessel. Întrucît această funcție este periodică ea se anulează pentru valorile argumentului egale cu :

$$J_0(x) = 0 ; \; x = 2{,}405, \; x = 5{,}52, \; x = 8{,}65, \; x = 11{,}79 \cdots \tag{36}$$

Prin urmare

$$J_0 \left(r \sqrt{\frac{\alpha}{c}} \right) = 0 \qquad \text{pentru } r \sqrt{\frac{\alpha}{c}} = 2{,}405, \; 5{,}52 \cdots \tag{37}$$

Notînd cu $d_t = 2R$ grosimea arcului obținut în urma tratamentului și reținînd prima valoare a argumentului se obține

$$d_t = 4{,}81 \sqrt{\frac{c}{\alpha}} \tag{38}$$

introducînd în 10 se obține noua valoare a curentului prin arc în cazul tratamentului acustic

$$J_n = 7{,}6 \cdot 10^{-7} \frac{n_0 l_n}{\sqrt{KT_n}} \cdot \frac{c}{\alpha} E \tag{39}$$

Pentru determinarea creșterii curentului în arcul tratat comparativ cu cel netratat dat de relația 10 se folosește soluția ecuației Bessel 33. Pentru aceasta se consideră că într-un strat cilindric de grosime foarte mică dr situat la distanța r de axul descărcării numărul purtătorilor este dn și reprezintă o fracțiune din cei n_0 purtători care trec prin axul arcului.

Însumînd purtătorii din toate straturile cilindrice începînd cu n_0 aceasta corespunde integralei din membrul stîng al egalității și care conform cu 24 trebuie să fie egal cu funcția Bessel de argument real

$$\int_{n_0}^{n} \frac{dn}{n} = J_0\left(R \sqrt{\frac{\alpha}{c}}\right) \tag{40}$$

sau

$$\ln \frac{n}{n_0} = J_0\left(R \sqrt{\frac{\alpha}{c}}\right)$$

Antilogaritmind avem

$$n = n_0 \, e^{J_0 (R\sqrt{\alpha/c})}$$

sau

$$\frac{n}{n_0} = e^{J_0\left(\frac{d_t}{2}\sqrt{\alpha/c}\right)} \tag{41}$$

Cu ajutorul acestei relații se poate interpreta creșterea curentului în arc datorită tratamentului acustic.

Astfel dacă în relația 10 se înlocuiește n_0 prin n se obține

$$J_n = J_{n0} \, e^{J_0\left(\frac{d_t}{2}\sqrt{\alpha/c}\right)} \tag{42}$$

Întrucît exponentul $J_0\left(\frac{d_t}{2}\sqrt{\alpha/c}\right)$ poate lua valori cuprinse între 0 și 1 pentru oricare valori ale argumentului creșterea maximă posibilă pe această cale este de $e = 2{,}71$ ori. Experiența arată însă că valoarea curentului prin tratament cu oscilații acustice de frecvență 17,5 KHz și o putere specifică de 16 W/cm² este de 10~12% mai mare decît arcul electric netratat. Așadar avem

$$J_{n0} e^{J_0\left(\frac{dt}{2}\sqrt{\alpha/c}\right)} = 1{,}1\, J_{n_0} \tag{43}$$

Sau consultînd tabelele se obține

$$J_0\left(\frac{d_t}{2}\sqrt{\frac{\alpha}{c}}\right) \approx 0{,}1$$

Ceea ce corespunde pentru argumentul funcției Bessel valoarea

$$\frac{d_t}{2}\sqrt{\frac{\alpha}{c}} \approx 2{,}25$$

De unde

$$d_t = 4{,}5\sqrt{\frac{c}{\alpha}}$$

Luînd $C = 350$ ms^{-1}; $\alpha = 1{,}16 \cdot 10$ [1] grosimea arcului sub influența tratamentului are valoarea aproximativă

$$d_t \cong 4{,}5\sqrt{\frac{350}{1{,}16 \cdot 10^9}} \approx 2{,}7 \cdot 10^{-3}\ m$$

Repartizarea densității de curent prin suprafețele cilindrice coaxiale se poate determina reconsiderînd relația 34. Notînd cu J_r densitatea de curent printr-o suprafață cilindrică la distanța r de axul descărcării, înlocuind în expresia curentului de cîmp și simplificînd termenii constanți rezultă :

$$J_r = J_{n_0}\left[J_0\left(r\sqrt{\alpha/c}\right)\right] \tag{46}$$

Prin urmare densitatea de curent scade cu distanța de la axul descărcării corespunzător funcției Bessel de ordinul zero. Admițînd că intensitatea cîmpului electric în arc este constantă și notînd cu σ_0 conductivitatea electrică în axul descărcării relația 46 se poate scrie în conductivități

$$\sigma_r = \sigma_0\left[J_0\left(r\sqrt{\alpha/c}\right)\right] \tag{47}$$

De aici rezultă că pentru suprafața cilindrică de rasă $r = 2{,}405\sqrt{\alpha/c}$ conductivitatea ei se anulează prin urmare ea determină ca și relația 45 grosimea stratului conductiv al arcului electric.

3. *Aspectul energetic al tratamentului arcului electric*

Arcul electric tratat se poate caracteriza cu ajutorul relațiilor termodinamicii avînd în vedere că presiunea gazului este suficient de mare și coloana pozitivă se apropie de echilibru termic.

Trebuie precizat că în cazul arcului electric prin echilibru termic se înțelege egalitatea între temperatura atomilor gazului luat în ansamblu și temperatura ionilor și electronilor.

Pentru efectuarea bilanțului energetic este necesară cunoașterea energiei primite de arc de la sursă și cea cedată prin convecție și radiația mediului înconjurător.

Arcul electric tratat primește energia principală de la sursa electrică avînd pe elementul de volum expresia

$$dW_e = EJ\,dV \tag{48}$$

unde E este intensitatea cîmpului electric în Vm^{-1} și J densitatea de curent în Am^{-2}.

Sursa acustică transmite și ea arcului o energie mai mică ca valoare, comparativ cu energia electrică, avînd pe elementul de volum expresia

$$dW_a = \frac{1}{2}\left(\rho v^2 + \frac{1}{\rho c^2}\,p^2\right)dV \tag{49}$$

unde $v \ll c$ este viteza de oscilație a particulelor sub acțiunea cîmpului acustic în ms^{-1}, ρ este masa specifică medie a coloanei în kgm^{-3} și p este presiunea acustică în $kgfm^{-2}$.

Energia cedată prin radiație, pentru simplificare se scrie că este proporțională cu numărul atomilor excitați din volumul elementar dv, constanta de proporționalitate fiind viteza de propagare a radiației termice c

$$dW = cn_{ex}\,dV \tag{50}$$

Energia cedată radial prin pereții cilindrici ai coloanei este (2)

$$dW_c = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\lambda\frac{dT}{dr}\right) \tag{51}$$

unde T este temperatura coloanei în $°K$ și λ este coeficientul de transmitere a căldurii prin conductibilitate în W/m°C

Cu aceste relații bilanțul energetic devine

$$EJ\,dV + \frac{1}{2}\left(\rho v^2 + \frac{1}{\rho C^2}p^2\right)dV = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\lambda\frac{dT}{dr}\right)dV + Cn_{ex}\,dV \qquad (52)$$

Folosind relațiile suplimentare $J = ne\mu_n E$ cu $\mu_n = 3\ e\ l_n/4\widetilde{vm}$ și $n = \alpha N$ unde n este concentrația de electroni și ioni pozitivi, iar N este concentrația de atomi în gazul coloanei, corespunzător definiției dată de Saha pentru gradul de ionizare și ținînd seama că $N \approx M_0/TR^2$ unde M_0 este masa gazului și R raza coloanei, pentru densitatea de curent se obține o relație de forma [1]

$$J = \frac{RE}{M_0^{1/2}}\Phi(T) \qquad (53)$$

iar pentru radiația termică relația

$$Cn_{ex} = \frac{M_0}{R^2}\psi(T) \qquad (54)$$

unde $\Phi(T)$ și $\psi(T)$ sînt două funcții de temperatură.

Cu aceste precizări se stabilește următoarea ecuație diferențială a bilanțului termic

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{d}{dr}\left(r\lambda\frac{dT}{dr}\right) + \frac{M_0}{R^2}\psi(T) - \frac{RE^2}{M_0^{1/2}}\Phi(T) = \frac{1}{2}\rho v^2 + \frac{1}{\rho C^2}P^2 \qquad (55)$$

În această ecuație diferențială unii termeni au un aport minor din punct de vedere termic comparativ cu alții. Astfel neglijînd contribuția termică a energiei cîmpului acustic care nu depășește 1% din energia electrică, precum și radiația termică, ecuația diferențială a transmiterii căldurii ia forma

$$\frac{RE^2}{M_0^{1/2}}\Phi(T) = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\lambda\frac{dT}{dr}\right) \qquad (56)$$

De altă parte o simplificare substanțială care conduce la o rezolvare particulară a problemei consistă în considerarea unei conductivități globale a coloanei de forma

$$\sigma = \frac{R}{M_0^{1/2}}\Phi(T) \qquad (57)$$

astfel ecuaţia diferenţială 56 devine [6] [8]

$$\sigma E^2 = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\lambda\frac{dT}{dr}\right) \tag{58}$$

Această ecuaţie conţine două constante σ şi λ care depind amîndouă neliniar de temperatură. Cum temperatura variază de-a lungul lui r cele două constante vor varia şi ele corespunzător cu variaţia lui T.

Cu toate aceste dificultăţi, admiţînd o conductivitate globală a coloanei conductive a arcului (6) şi introducînd aşa numita funcţie a conductivităţii termice (7) ecuaţia se transformă într-o ecuaţie Bessel în σ a cărei soluţie este forma [8]

$$\sigma_r = \sigma_0\,[J_0\,(ES^{1/2}\,r)] \tag{59}$$

Aici E este intensitatea cîmpului electric şi S este panta curbei σ $[f(T)]$ unde $f(T)$ este funcţia conductivităţii termice în domeniul conductivităţii electrice.

Ceea ce este important pentru problema tratată este că relaţia 59 este complet analogă cu 47 găsită pe altă cale, cu considerarea influenţei cîmpului acustic, adică conductivitatea diferitelor suprafeţe cilindrice coaxiale scade îndepărtîndu-se de axă după o funcţie Bessel. Deosebirea între cele două relaţii consistă în valoarea argumentului funcţiei Bessel de ordinul zero şi a unor termeni componenţi. Prima ţine seama de gradul de ionizare a coloanei şi viteza de propagare a oscilaţiilor acustice, iar a doua de intensitatea cîmpului electric şi de panta funcţiei conductivităţii termice în sistemul de axe σ; $f(T)$.

În definitiv pentru rezolvarea problemei tratamentului acustic, din punctul de vedere energetic, nu are importanţă dacă diametrul coloanei a crescut datorită unei energii netermice sau a unei energii termice, de aceia egalînd argumentele funcţiilor Bessel din relaţiile 47 şi 59 se obţine relaţia de conversiune între panta funcţiei conductivităţii termice şi gradul de ionizare

$$S = \frac{1}{E^2}\cdot\frac{\alpha}{c} \tag{60}$$

De altă parte, ştiind că mediile neconductive aduse în stare de conducţie prin ionizare termică, au conductivitatea dependentă de conţinutul de căldură, în particular pentru arcul electric, puterea arcului, poate creşte fie izoterm prin creşterea diametrului coloanei conductive, fie adiabatic prin creşterea temperaturii. În cazul tratamentului cu oscilaţi acustice, aşa cum s-a arătat, puterea în arc creşte odată cu creşterea diametrului coloanei, aşadar are loc o destindere izotermă.

Dacă curentul prin arc s-ar menţine constant la destinderea coloanei sub acţiunea cîmpului acustic temperatura ar scădea şi ca urmare şi conductivitatea ei începînd cu straturile periferice, ceeace echivalează cu o comprimare.

Între aceste două efecte antagoniste, destindere și comprimare la curent constant, se stabilește un echilibru între temperatura și diametrul coloanei conductive, corespunzător puterii arcului, iar tratamentul arcului nu ar avea decît rolul de a scoate funcționarea din domeniul de stabilitate și arcul se stinge.

Acest fenomen se poate produce cînd sursa de energie electrică care alimentează arcul, are o putere limitată și nu poate furniza sporul de energie solicitat în urma tratamentului.

Investigațiile experimentale ale creșterii curentului în arcul electric au fost efectuate cu puteri specifice ale cîmpului acustic pînă la 16 W/cm^2 și cu frecvențe cuprinse între 10—30 KHz.

S-au observat creșteri ale curentului pentru toate frecvențele, dar cea mai mare creștere de 12% s-a obținut pentru sudura automată sub strat de flux cu o frecvență de 17,5 KHz și o putere specifică de 16 W/cm^2.

Problema investigațiilor experimentale rămîne deschisă deoarece teoretic prin formula 42 se arată că densitatea de curent în coloana conductivă a arcului tratat poate crește de 2,71 ori față de aceia a arcului netratat. Diametrul coloanei conductive a unui astfel de arc trebuie să satisfacă relația

$$J_0\left(\frac{d_t}{2}\sqrt{\frac{\alpha}{c}}\right) = 1 \qquad (61)$$

Argumentul funcției Bessel pentru acest caz este nul. Pentru rezolvare se ia argumentul funcției cînd trece prin minim adică $x = 3{,}8$. Astfel se obține

$$d_t = 7{,}6\sqrt{\frac{c}{\alpha}} \approx 4{,}17 \text{ mm}$$

Corespunzător acestei destinderi a coloanei curentului trebuie să crească de aproximativ 2,5 și dacă sursa de energie nu are rezerva necesară, coloana se răcește și cîmpul acustic scoate arcul din domeniul de stabilitate, producînd stingerea arcului.

Deocamdată stingerea arcului electric prin acest procedeu rămîne ca o posibilitate teoretică, deoarece fenomenul necesită tratamente cu puteri specifice mari ale cîmpului acustic, dar deschide un drum care poate avea aplicații interesante.

Concluzii

Tratamentul arcului electric cu oscilații acustice pe lîngă acțiunile ponderomotoare produse asupra particulelor de metal, are ca efect secundar modificarea conducției arcului și a stabilității.

Sub acțiunea tramanetului conducția arcului crește fiind determinată de două cauze distincte, creșterea gradului de ionizare și distribuția particulelor conductive în coloana arcului.

Creşterea gradului de ionizare datorită tratamentului este pusă în evidenţă prin creşterea diametrului arcului stabilindu-se formula pentru conducţia şi diametrul coloanei conductive în funcţie de parametrii acustici. Comparativ cu arcul clasic, conducţia arcului electric tratat creşte după o funcţie exponenţială avînd ca exponent o funcţie Bessel de ordinul zero, care conţine parametrii acustici, în timp ce conducţia arcului clasic conform cu teoria lui Maeker (9) este proporţională cu o funcţie Bessel de ordinul zero. Prin urmare conducţia arcului electric tratat creşte mult mai repede decît a arcului clasic şi poate fi cel mult de 2,71 ori mai mare decît a arcului clasic. Folosind conceptul de funcţie a conductivităţii termice a lui Frind (7) se stabileşte o formulă de echivalenţă între panta curbei conductivităţii termice şi parametri acustici, reducînd astfel arcul electric tratat la un arc clasic echivalent.

Prin acest procedeu se pot folosi proprietăţile arcului clasic echivalent de care nu se deosebeşte esenţial din punctul de vedere electric.

Catedra de tehnologia metalelor.

Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Bădărău E., Popescu I.*, Gaze ionizate. Descărcări electrice în gaze. Buc. E.T. 1965.
2. *Delacroix, I. L.*, Introduction à la théorie des gaz ionisés. Paris, Dunod 1959.
3. *Francis, G.*, Ionisation Phenomena în Gazes. London 1960.
4. *Linhart I. G.*, Plasma Physics. Amsterdam 1960.
5. *Gray A., Mathews G. B.*, A Treatise on Bessel Functions and Their Application to Physiss. Mc. Millan. London 1952.
6. *Mayr, O.*, Beitragzur Theorie des Statischen und dynamischen Lichtbogen Arc. . Electrj 37 p. 588 (1943)
7. *Frind, G.*, Uber das Abklingen von Lichtbogen Z. angew. 12. 311. 515. 1960.
8. *Hortopan G.*, Aparate electrice E.D.P. 1967.
9. *Maeker, H.* Z. für Physik 157. p. 1—29 (1959).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972, Numărul 2

C.Z.: 621.82:621.9

CERCETĂRI TEORETICE ȘI EXPERIMENTALE ASUPRA CAPACITĂȚII PORTANTE ALE LAGĂRELOR HIDROSTATICE UTILIZABILE LA MAȘINILE UNELTE DE PRECIZIE

VICTOR TABĂRĂ

Utilizarea lagărelor hidrostatice în construcția mașinilor unelte are menirea de a asigura mărirea preciziei dimensionale și de formă a pieselor și obținerea unor calități superioare la suprafețele prelucrate. Realizarea acestor cerințe în limitele dorite este condiționată de alegerea corespunzătoare a tipului de lagăr și de cunoașterea particularităților funcționale ale fiecărui tip de lagăr în parte. Întrucît în funcționarea mașinilor-unelte de precizie factorul esențial îl constituie stabilitatea fusului în lagăr, studiul elaborat este orientat spre analiza fenomenelor ce apar în condițiile de lucru specifice acestor mașini, atenție deosebită fiind acordată distribuției presiunii din lagăr, factorilor funcționali care influențează această distribuție și caracteristicilor de stabilitate specifice diferitelor tipuri de lagăre.

În acest scop cercetările efectuate au luat în considerare cele două variante constructive caracteristice și anume : lagăre hidrostatice cu scurgerea uleiului pe două direcții (cu canale de evacuare între degajări) și lagăre cu scurgerea axială a uleiului.

Alegerea formelor de lagăre s-a făcut pe baza condițiilor de funcționare ale mașinilor-unelte de precizie. În acest sens s-a avut în vedere faptul că mașinile-unelte încep prelucrarea numai după punerea în mișcare a sculei sau piesei și prin urmare sarcina va fi aplicată pe lagăre numai după ce arborele a fost pus în mișcare de rotație. Aceasta înseamnă că aprecierea comportării lagărului făcînd abstracție de forțele hidrodinamice care pot apărea în sistem nu este corectă. Deaorece în degajări, efectul hidrodinamic poate fi considerat practic nul, există două posibilități de a rezolva problema fenomenelor hidrodinamice de pe praguri și anume :

a) Suprafața degajărilor să fie atît de mare încît zonele în care se pot produce forțe hidrodinamice să fie neglijabile.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București, mai 1970.

b) Să se restrîngă suprafaţa degajărilor în aşa măsură încît forţele hidrodinamice să asigura o creştere corespunzătoare a capacităţii portante.

Astfel, luînd în considerare distribuţia presiunilor pe circumferinţa fusului deplasat faţă de axa lagărului, se vor obţine pentru o turaţie $n \neq 0$ următoarele expresii ale capacităţii portante (5, 7):

a) Pentru lagăre cu scurgerea tangenţială şi axială:

$$\vec{W} = R \cdot b_m \cdot \sin\theta \sum_{i=1}^{i=kd} \vec{1}_r \cdot p_i + 6 \frac{\vec{1}_t \cdot \eta \cdot R \cdot \omega}{h_0^2 \sqrt{1 - 4\varepsilon^2}} B \sum_{i=1}^{i=kd} \left\{ \int_{\varphi_{0i}}^{\varphi_{0i}+\gamma-\theta} \operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}} \right) \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \right] d\varphi \pm \right.$$

$$\pm \int_{\varphi_{0i}}^{\varphi_{0i}+\gamma-\theta} \operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}} \right) \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi + \gamma - \theta}{2} \right] \cdot \frac{\varphi - \varphi_{0i}}{\gamma - \theta} d\varphi -$$

$$- \int_{\varphi_{0i}}^{\varphi_{0i}+\gamma-\theta} \left(1 - \frac{\varphi - \varphi_{0i}}{\gamma - \theta} \right) \operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}} \right) \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi_{0i}}{2} \right] d\varphi \pm$$

$$\left. \pm \vec{1}_r \cdot B \cdot R \sum_{i=1}^{i=kd} \int_{\varphi_{0i}}^{\varphi_{0i}+\gamma-\theta} \frac{\varphi - \varphi_{0i}}{\gamma - \theta} \cdot p_i \cdot d\varphi \right. \qquad (1)$$

unde:

— primul termen reprezintă suma vectorilor forţelor din degajări;

— termenul al doilea, suma vectorilor forţelor datorite presiunii hidrostatice şi hidrodinamice de pe praguri;

— φ_{0i} unghiul de poziţie al începutului pragului, considerat în raport cu direcţia de deplasare a fusului.

— $\varphi_{0i} + \gamma - \theta$ unghiul de poziţie al sfîrşitului pragului.

b) Pentru lagărele cu curgerea axială a uleiului.

$$\vec{W} = R \cdot b_m \cdot \sin\theta \sum_{i \parallel 1}^{i=kd} \vec{1}_r \cdot p_i + \frac{2}{3} \vec{1}_r \cdot R \cdot B \sum_{i=1}^{i=kd} \int_{\varphi_{0i}}^{\varphi_{0i}+2(\gamma-\theta)} \left[p_i + (p_{i+1} + p_i) \frac{\varphi - \varphi}{2(\gamma-\theta)} \right] d\varphi$$

$$+ 4 \frac{\vec{1}_t \cdot \eta \cdot R \cdot \omega}{h_0^2 \sqrt{1-4\varepsilon^2}} \cdot B \sum_{i=1}^{i=kd} \left\{ \int_{\varphi_{0i}}^{\varphi_{0i}+2(\gamma-\theta)} \operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}} \right) \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \right] d\varphi \pm \right.$$

$$\mp \int_{\varphi_{0i}}^{\varphi_{0i}+2(\gamma-\theta)} \left[1 \mp \frac{\varphi - \varphi_{0i}}{2(\gamma-\theta)} \right] \operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}} \right) \operatorname{tg} \frac{\varphi_{0i}}{2} \right] d\varphi \mp$$

$$\left. \mp \int_{\varphi_{0i}}^{\varphi_{0i}+2(\gamma-\theta)} \frac{\varphi - \varphi_{0i}}{2(\gamma-\theta)} \operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}} \right) \operatorname{tg} \frac{\varphi_{0i} + 2(\gamma-\theta)}{2} \right] d\varphi \right\} \qquad (2)$$

Semnificaţia termenilor este aceiaşi ca şi în primul caz modificîndu-se doar limita superioară de integrare de la $\varphi_{0i} \pm (\gamma - \theta) \ldots$ la $\varphi_{0i} \pm$ $\pm 2(\gamma - \theta)$.

Expresiile forţei din lagăr la o turaţie $n \neq 0$ evidenţiază faptul că, micşorarea pragurilor determină reducerea valorilor de sub semnul integral. Aceste valori tind către zero pentru $\gamma \simeq \theta$ deoarece limitele de integrare devin aceleaşi. Se observă deasemenea că la turaţii reduse,

vitezele unghiulare fiind mici, influenţa efectului hidrodinamic devine neglijabil.

Comportarea lagărelor va fi influenţată şi de forma constructivă a degajărilor şi pragurilor fapt pentru care, pentru experimentare s-au ales forme echivalente celor prezentate în fig. 1. a ... b.

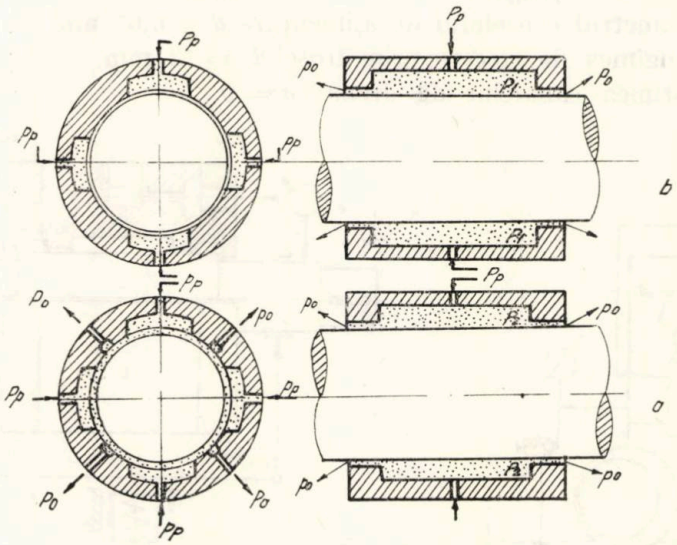


Fig. 1 Tipuri de lagăre hidrostatice

Lagărul corespunzător ca tip celui din fig. 1. a, a fost prevăzut cu 3 degajări dispuse la 120°, scurgerea uleiului făcîndu-se atît axial cît şi tangenţial, spre canalele de evacuare. Forma degajărilor acestui lagăr reprezintă de fapt construcţia întîlnită cel mai frecvent în literatură.

În cazul lagărului încercat dimensiunile au fost următoarele :

— diametrul $D = 36^{-0,02}_{-0,027}$
— adîncimea degajării $H = 1,8$ mm.
— lungimea degajării $b = 35,1$ mm.
— lăţimea degajării $2R\theta = 14$ mm.
— lăţimea pragului tangenţial $l_t = 10,5$ mm.
— lungimea pragului axial $l_a = 11,05$ mm.
— jocul dintre fus şi lagăr $h_0 = 0,03$ mm.
— diametrul droselului de alimentare $d = 0,6$ mm.
— lungimea droselului de alimentare $l_d = 12$ mm.
— lăţimea canalului de drenaj $a = 4,2$ mm.

Pentru reglajul debitului la fiecare degajare droselele au fost realizate cu posibilitatea de variaţie a lungimii l.

A doua variantă de lagăr experimentat a avut forma degajărilor similară cu prima, dar pragurile dintre degajări nu au fost prevăzute cu canale de scurgere. Dimensiunile acestui lagăr sînt redate mai jos, constatîndu-se că s-au adoptat aproximativ aceleaşi valori şi anume :

— diametrul lagărului $D = -36^{-0,03}_{-0,025}$
— adîncimea degajării $H = 1,8$ mm.

— jocul dintre fus și lagăr $h_0 = 0{,}022$ mm.
— lungimea degajării $b = 43$ mm.
— lățimea degajării $2R\theta = 14$ mm.
— lățimea pragului tangențial $l_t = 4$ mm.
— lungimea pragului axial $l_a = 12$ mm.
— diametrul droselului de alimentare $d = 0{,}65$ mm.
— lungimea de trecere prin drosel $l_d = 13$ mm.
— lățimea canalelor de drenaj $a = 0$.

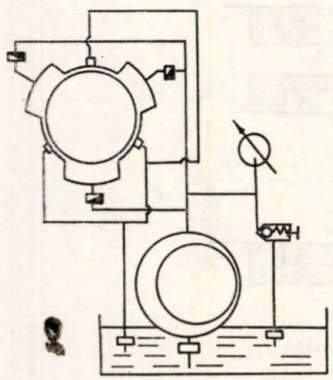


Fig. 2

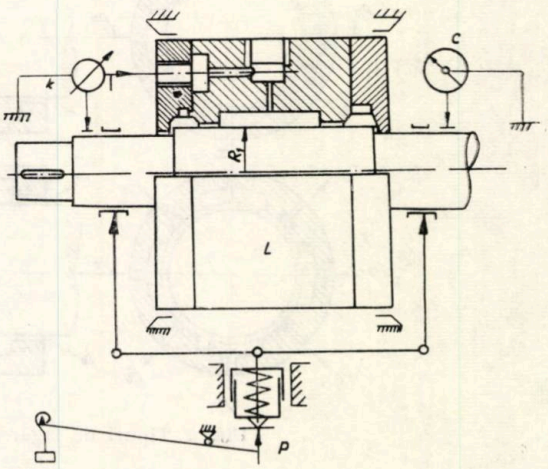


Fig. 3

Pentru alimentarea lagărelor s-a utilizat o pompă cu pistonașe radiale avînd debitul variabil în limitele 0 ... 15 l/min și presiune maximă $p_r = 120$ kgf/cm . Schema hidraulică utilizată este reprezentată în fig. 2.

Lagărul a fost montat pe un suport de fontă iar pentru încărcare s-a prevăzut un sistem de pîrghii (fig. 3) avînd raportul de multiplicare 10 : 1. Pentru transmiterea sarcinii de la sistemul de pîrghii la arbore s-au folosit rulmenți cu bile. Verificarea presiunii din lagăr s-a efectuat cu un arbore găurit prevăzut la capăt cu o porțiune filetată pentru montarea manometrelor de control (fig. 4). Acest arbore a fost folosit și pentru reglajul droselelor de admisie.

În vederea măsurării în condiții statice a presiunilor din lagăr s-a utilizat un traductor de presiune inductiv tip Hottinger, avînd domeniul de măsură în limitele 0 ... 50 kg/cm^2.

Acest traductor a fost montat pe arborele găurit în locul manometrului, iar pentru urmărirea poziției arborelui în raport cu degajările din lagăr s-a prevăzut în spatele traductorului un disc gradat (fig. 5). Unghiul minim al discului gradat a fost de 7°30′, iar citirea poziției s-a făcut prin urmărirea diviziunilor discului în raport cu un reper fix montat pe lagăr. Măsurătorile au fost efectuate inițial în condițiile arborelui neîncărcat și în repaus pentru patru valori diferite ale presiunii de alimentare și anume

$p_p = 5, 10, 15, 20$ kgf/cm , iar rezultatele au permis trasarea diagramelor $p_i = f(\varphi)$, reprezentînd distribuția presiunilor în întreaga zonă activă a lagărelor.

Aceste măsurători au avut un caracter de punere la punct a lagărelor pentru încercările propriu zis, urmărindu-se în special cunoașterea parametrilor inițiali și verificarea ipotezelor de scurgere luate în considerare.

Cercetarea experimentală privind aspectul calitativ a avut ca scop determinarea parametrilor constructivi și funcționali care asigură pre-

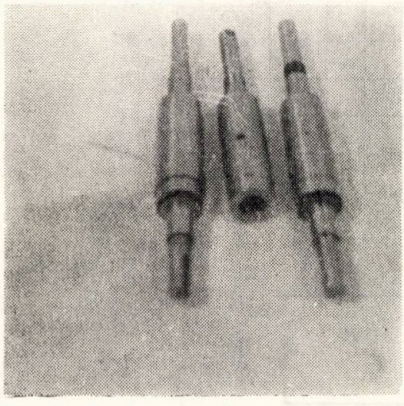


Fig. 4

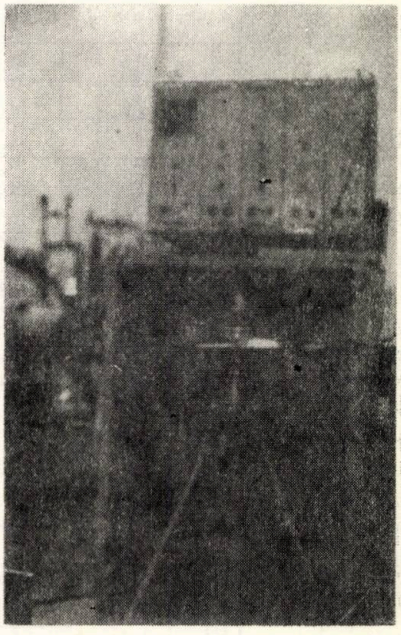


Fig. 5

cizia dorită în exploatarea mașinilor unelte de precizie. În acest scop încercările efectuate s-au referit la următoarele aspecte :

a) determinarea capacității portante la diferite valori ale presiunii din degajări și o turație $n = 0$.

b) determinarea rigidității statice.

c) determinarea distribuției presiunii în timpul mișcării de rotație.

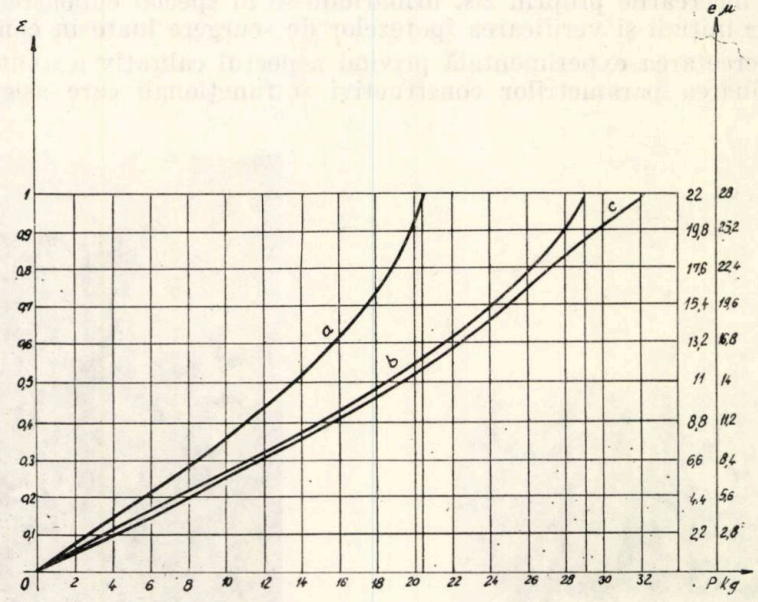
d) stabilirea influenței efectului hidrodinamic.

e) determinarea capacității portante și a rigidității în regim dinamic.

Pentru verificarea capacității portante și a rigidității s-au efectuat o serie de măsurători succesive ale deplasării fusului cu sarcina, după ce în prealabil s-a introdus ulei sub presiune în lagăr. Presiunile de alimentare au fost modificate succesiv cu 1 kgf/cm² pentru valori sub 10 kgf/cm² și cu 3 kgf/cm² la încercările efectuate în domeniul cuprins între 10... ... 31 kgf/cm².

Rezultatele obținute sînt prezentate în diagramele din fig. 6 a...b, corespunzător celor două tipuri de lagăre analizate.

Pentru verificarea distribuției presiunii în condițiile arborelui antrenat, măsurătorile au fost efectuate cu ajutorul unui traductor de pre-



Fig, 6

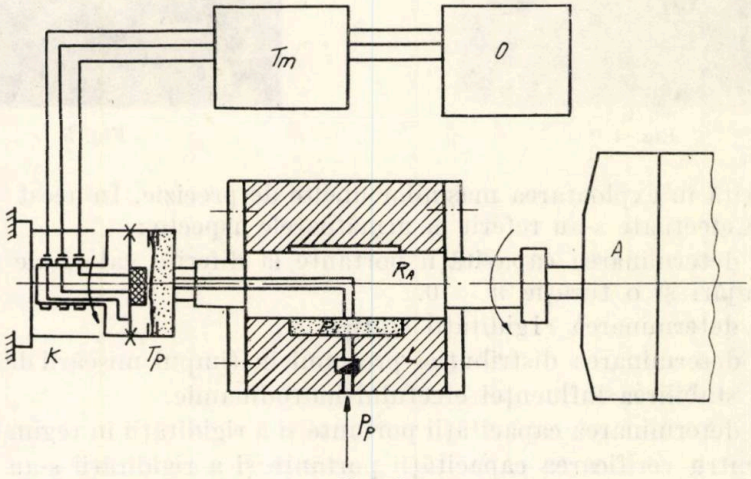


Fig. 7

siune inductiv tip Hottinger avînd domeniul de măsurare cuprins între 0...50 kgf/cm². Schema instalației de lucru a fost cea reprezentată în fig. 7 și cuprinde lagărul L, traductorul de presiune T_v, montat pe arborele R_A (găurit în interior pentru a face legătura cu spațiul dintre fus și lagăr),

colectorul de semnal K, puntea de măsură T_m şi oscilograful C. Pentru antrenare s-a utilizat un motor electric avînd puterea $N = 1{,}7$ kW şi turaţia $n = 1480$ rot/min, iar legătura cinematică s-a realizat printr-o cuplă elastică pentru a reduce la minim încărcarea radială a arborelui datorită antrenării.

Înregistrarea presiunii s-a făcut la început cu viteze de înregistrare diferite şi a cuprins următoarele faze:

1. Pornirea pompei de alimentare a lagărului.
2. Antrenarea arborelui cu o turaţie $n = 200$ rot/min.
3. Antrenarea arborelui cu o turaţie $n = 1480$ rot/min, şi încărcarea lui.

Presiunea de alimentare a lagărului a fost stabilită la valoarea $p = 6$ kgf/cm^2, iar sarcina a fost aplicată progresiv. Încărcarea arborelui s-a făcut la capătul de antrenare, sarcina variind în trepte corespunzătoare valorilor:

$P_1 = 10$ kgf $\qquad$ $P_3 = 40$ kgf

$P_2 = 20$ kgf $\qquad$ $P_4 = 60$ kgf

Aceste măsurători au fost efectuate numai pentru lagărul cu scurgere axială deoarece distribuţia presiunii la această construcţie este mai com-

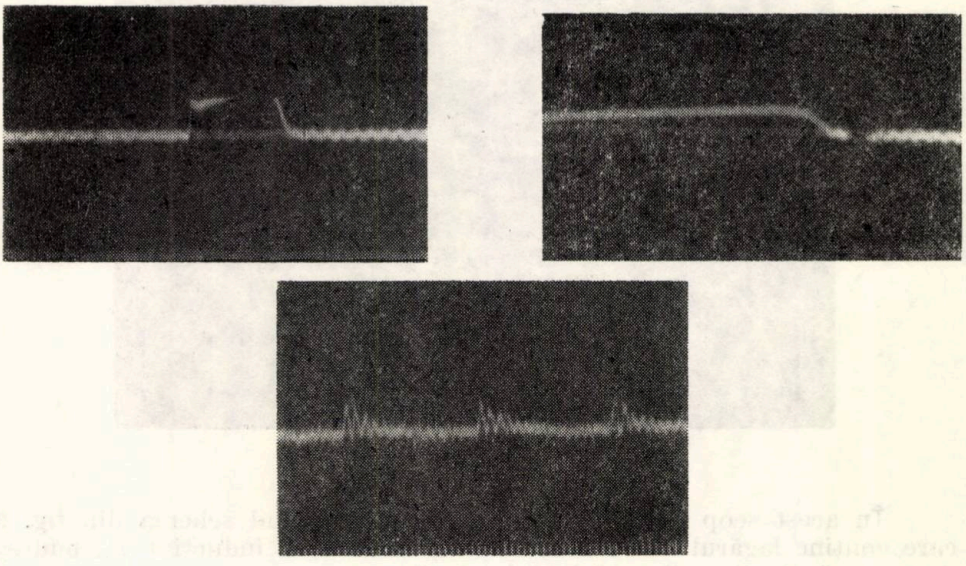


Fig. 8

plicat de determinat teoretic. Ele au avut rolul de a permite verificarea ipotezelor de calcul preconizate mai ales că din punct de vedere al preciziei funcţionale s-au dovedit superioare celorlalte tipuri. Rezultatele experimentale obţinute sînt prezentate în fig. 8 care reprezintă alura curbei înregistrată pe oscilograf.

Pentru a evidenția influența efectului hidrodinamic asupra funcționării lagărelor hidrostatice s-au efectuat o serie de măsurători cu privire la modificarea poziției fusului la antrenarea arborelui în mișcarea de rotație.

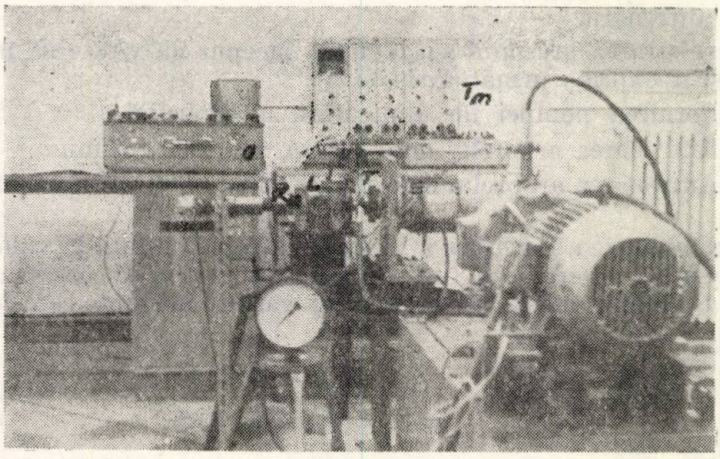


Fig. 9

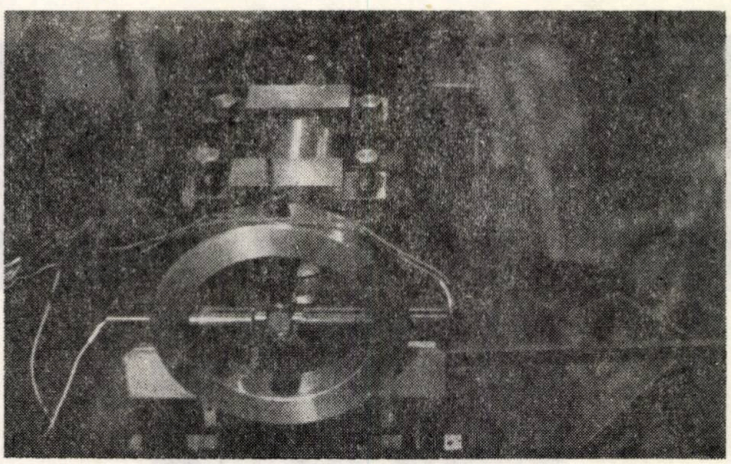


Fig. 10

În acest scop măsurătorile s-au făcut utilizînd schema din fig. 9 care conține lagărul L, cu arborele R_A, traductorii inductivi T_r, puntea de măsură T_m și oscilograful cu bucle C.

Traductorii de poziție inductivi au fost montați pe un suport inelar prin intermediul unor tije de susținere cu posibilitatea de reglare a poziției radiale (fig. 10).

Fiecare pereche de traductori a fost legată în punte și semnalele lor au fost transmise oscilografului pe două canale diferite ale punții realizîndu-se în acest fel înregistrarea simultană a deplasărilor pe cele două direcții controlate de traductori.

Pentru diferențierea deplasării fusului datorită efectului hidrostatic și hidrodinamic, experimentarea s-a făcut după cum urmează:

1. Cu instalația fără presiune în lagăr s-a reglat poziția traductorilor la o distanță $\Delta 1 = 0{,}5$ mm, în raport cu fusul și s-a reglat puntea la zero.

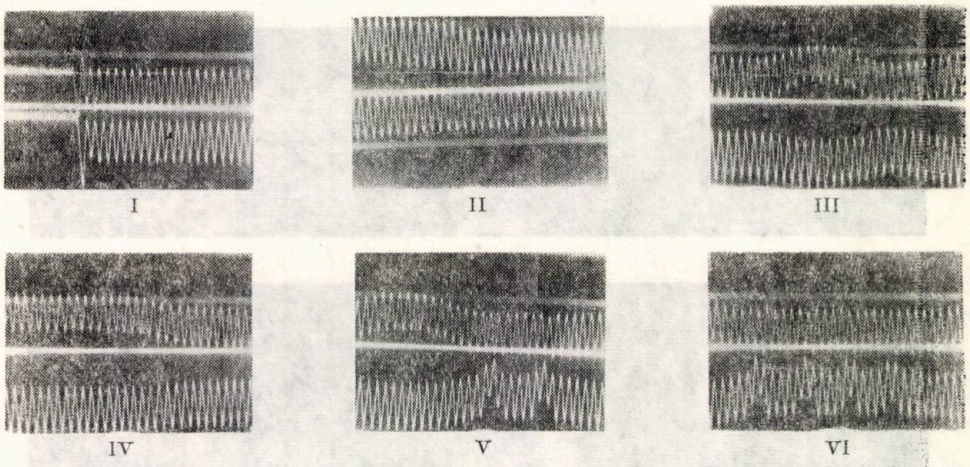


Fig. 11 a

2. S-a introdus ulei sub presiune în lagăr și s-a urmărit deplasarea fusului pînă la stabilizarea poziției.

3. A fost pornit motorul de antrenare urmărindu-se modificarea poziției fusului datorită mișcării de rotație.

Înregistrarea obținută în aceste condiții este prezentată în fig. 11.

Verificarea capacității portante și a rigidității lagărului în condițiile arborelui în mișcare de rotație s-a efectuat aplicînd sarcina după pornirea motorului de acționare.

Se menționează că încărcarea lagărului s-a făcut progresiv prin încărcarea arborelui cu greutăți $P = 15$, 30, 60 și 100 kgf, obținîndu-se pentru cele două tipuri de lagăre deplasări ale fusului prezentate în fig. 11 a, b.

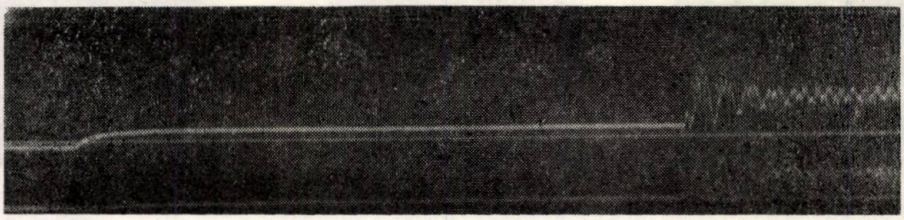
Încercarea rigidității dinamice propriu zise s-a efectuat prin aplicarea cu șocuri repetate a unei sarcini de 60 kgf, poziția fusului fiind determinată din diagramele menționate mai sus.

Înregistrarea s-a făcut în așa fel încît semnalele date de traductorii din plan vertical să fie situate în partea superioară a diagramei iar cele date de traductorii din plan orizontal în partea de jos. Deplasarea arborelui în sus a determinat ridicarea curbei înregistrate iar deplasarea spre dreapta, în plan orizontal, a provocat o coborîre a curbie respective.

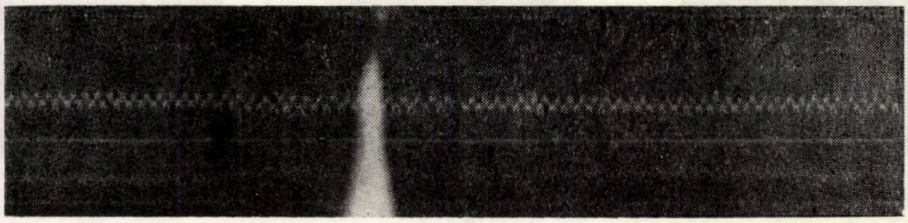
În tot timpul încercărilor efectuate asupra lagărelor s-a folosit ulei marca Tb 5005 la temperatura de 30°C. În timpul funcționării lagărului s-a măsurat temperatura uleiului la ieșirea din lagăr cu ajutorul unui traductor de temperatură, iar temperatura din bazin cu un termometru

cu mercur. S-a constatat că temperatura uleiului nu a depăşit 36°C, iar temperatura din bazin a fost de 23—25°C.

Limitele de încărcare a lagărelor au fost stabilite ţinînd seama de faptul că la proiectarea lor s-a avut în vedere o sarcină maximă de 60 kgf, satisfăcătoare forţelor de aşchiere rezultate în timpul lucrului la majoritatea maşinilor unelte de precizie.

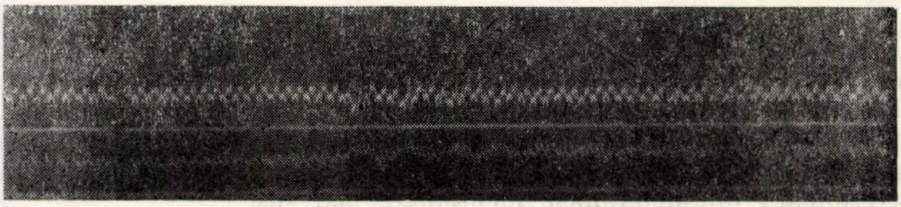


I



II

II



IV

Fig. 11 b

Analiza rezultatelor experimentale

Experienţele efectuate asupra celor două tipuri de lagăre poriectate au confirmat relaţiile teoretice luate în considerare. În primul rînd la distribuţia presiunilor în lagăr cînd fusul este în repaus, se constată din diagramele ridicate următoarele aspecte :

a) În cazul lagărului cu scurgerea uleiului în direcțiile tangențială și axială, distribuția presiunilor este așa cum se menționează și în literatura de specialitate evidențiindu-se valoarea constantă a presiunii în zona degajărilor și o variație aproximativ liniară a acesteia la scurgerea uleiului peste praguri. Aceste condiții se păstrează la aceiași adîncime a degajărilor atît axial cît și radial. Prin urmare, în cazul acestor lagăre, presiunea

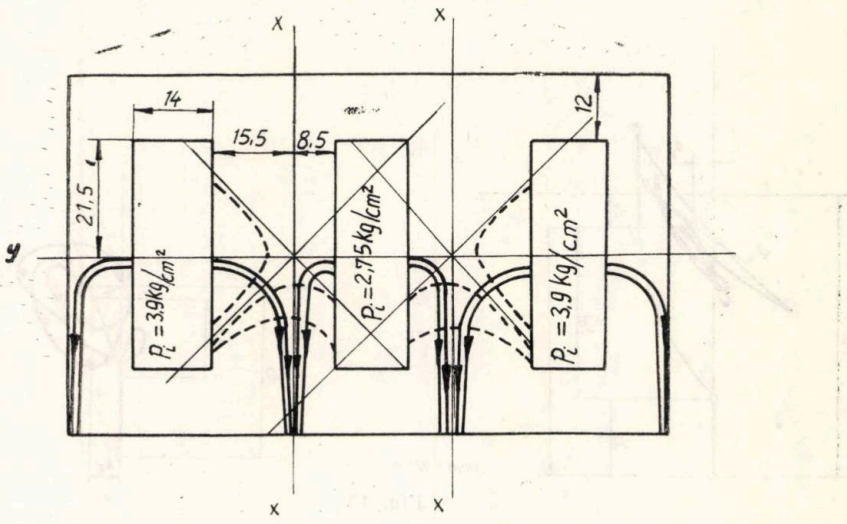


Fig. 12

dintr-o degajare va fi determinată de rezistența de curgere a uleiului peste praguri și de caracteristica droselului de alimentare. Fiecare degajare se comportă ca un elemnet hidraulic independent avînd un circuit propriu. Caracteristica funcțională comună tuturor degajărilor acestor tipuri de lagăre este căderea de presiune dintre alimentarea dorselelor și ieșirea uleiului din degajări.

b) În cazul lagărelor fără canale de evacuare, viteza de scurgere a uleiului din lagăr este maximă pe direcția axei longitudinale a pragului și cade continuu pe pragurile dintre degajări, devenind nulă la intersecția axei circumferențiale cu axa pragului. Din această cauză presiunile pe pragurile dintre degajări se mențin aproximativ constante și egale cu presiunile din degajări. Acest aspect evidențiat de măsurătorile efectuate este confirmat de liniile echipotențiale reprezentate în rețeaua de scurgere din fig. 12. Aceste linii echipotențiale reprezentînd niște hiperbole cu ecuația :

$$\varphi = x^2 - y^2 = K$$

au asimptotele înclinate la 45° față de axa transversală a lagărului și față de axa pragurilor. Dacă se consideră că liniile de curent sînt continue pînă la axa longitudinală a degajărilor, apare evident faptul că variația presiunii pe praguri este apropiată de variația presiunii uleiului în lungul caestei axe.

Aceste aspecte ale curgerii uleiului fac ca lagărele hidrostatice fără canale de evacuare să se comporte mai bine din punctul de vedere al capacității portante, decît celelalte tipuri de lagăre hidrostatice.

Distribuția presiunilor în lagărele hidrostatice cu curgerea uleiului în direcție axială influențează poziția liniilor de frontieră de pe pragurile dintre degajări în funcție de poziția fusului în lagăr. Deplasarea liniilor de frontieră este favorabilă măririi capacității portante a lagărului și

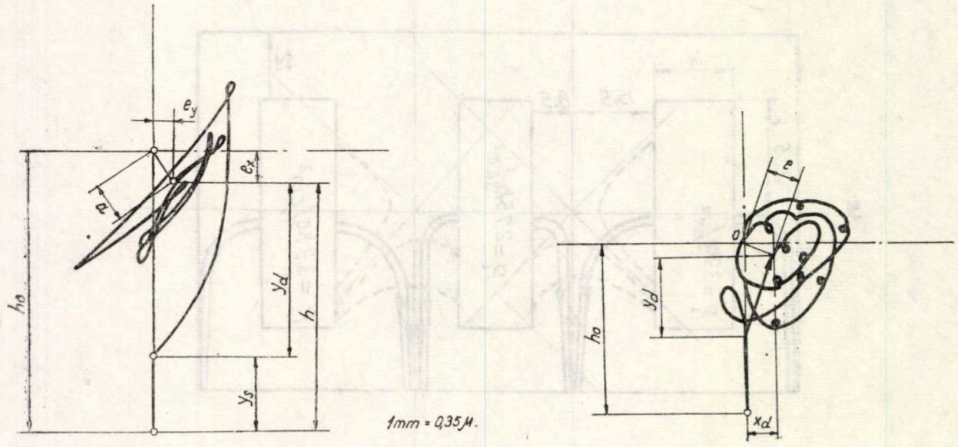


Fig. 13

poate fi determinată cu suficientă precizie prin verificarea succesivă a presiunii pe liniile de curent corespunzătoare curgerii uleiului. Aceste verificări se vor face pînă în momentul în care pe liniile de curent extrem va corespunde la ieșirea din lagăr aceiași cădere de presiune. Pentru lagărele experimentate deplasarea liniilor de frontieră este evidențiată prin variația presiunilor măsurate în cazul lagărului încărcat.

În cazul încercărilor efectuate asupra lagărului cu curgere axială, s-a constatat că la diferitele presiuni din degajări, atît timp cît arborele a fost menținut neîncărcat, presiunea în zona liniilor de frontieră a reprezentat aproximativ 85% din valoarea presiunii din degajări. Se remarcă deasemenea faptul că zonele presiunilor constante corespunzătoare degajărilor alternează simetric cu zonele de presiune variabilă și se extind pe unghiuri la centru egale cu 75°. Presiunile variabile de pe praguri au o zonă corespunzătoare unor unghiuri la centru egale cu 45°, din care la începutul și sfîrșitul intervalului pe porțiuni corespunzătoare unor unghiuri de 7°30′, presiunile diferă foarte puțin de presiunile din degajări. Aceasta înseamnă că variația mai intensă a presiunii se realizează pe zone de cca. 30°, situate la jumătatea pragurilor, dintre degajări.

Făcînd abstracție de deosebirile calitative ale celor 2 tipuri de lagăre, s-a constatat că în toate cazurile la introducerea uleiului sub presiune în degajări, arborele se deplasează întotdeauna în aceiași poziție. Această deplasare se justifică prin faptul că distribuția presiunilor în lagăr este simetrică în cazul unui arbore neîncărcat. Totodată din cercetările asupra lagărelor sub sarcină, s-a constatat că pozițiile pe care le ocupă arborele

la diferite încărcări rămîn întotdeauna aceleaşi. S-a remarcat deasemenea că arborele revine în poziţia iniţială după înlăturarea sarcinii de pe arbore, ceea ce permite să se tragă concluzia că legea de distribuţie se reproduce de cîte ori se repetă condiţiile de încărcare.

Din analiza deplasării fusului în lagăr sub acţiunea lichidului sub presiune au fost evidente în primul rînd următoarele aspecte :

1. Indiferent care va fi sarcina de lucru, arborele nu se va deplasa niciodată în poziţia coaxială cu lagărul ;

2. Cu cît presiunea de alimentare este mai mare, arborele se va situa în zona de stabilitate maximă asigurînd o rigiditate bună a fusului în lagăr.

3. În timpul funcţionării, o dată cu antrenarea arborelui în mişcare de rotaţie, datorită excentricităţii apar forţe hidrodinamice, al căror efect va depinde de forma lagărului şi va fi proporţional cu turaţia.

Deoarece funcţionarea normală a lagărelor se realizează după acţionarea arborelui în mişcare de rotaţie, comportarea lor trebuie apreciată în aceste condiţii.

Cercetările efectuate evidenţiază faptul că la punerea arborelui în mişcare de rotaţie, fenomenele hidrodinamice modifică poziţia pe care o avea fusul sub acţiunea presiunii hidrostatice (după introducerea uleiului sub presiune în lagăr). Acest aspect apare concludent în fig. 11 a, b ; zonele notate prin II—III. În prima perioadă a pornirii, se produce o dezechilibrare a arborelui urmată de un proces tranzitoriu în care mişcarea arborelui se amortizează treptat. Amplitudinea mişcării cade continuu în perioada regimului tranzitoriu de la o valoare iniţială maximă pînă la stabilitatea completă. Procesul tranzitoriu este de scurtă durată, valorile măsurate fiind cuprinse în limitele de timp de 0,12 ... 0,25 s, pentru arborele cu curgere pe două direcţii (axial şi tangenţial) şi de 0,2 ... 0,3 pentru arborele cu curgere axială.

Amplitudinea maximă a oscilaţiilor fusului se obţine în momentul pornirii arborelui în mişcare de rotaţie şi valoarea ei a fost :

$A_d = 0{,}023$ mm pentru lagărul cu curgere în 2 direcţii, şi

$A'_d = 0{,}008$ mm pentru lagărul cu curgere axială.

Urmărind comportarea lagărului după stabilizarea procesului tranzitoriu, în regim de turaţie constantă, apare o diferenţiere calitativă evidentă în favroarea lagărelor cu curgere axială a uleiului. Un prim aspect care se face remarcat este faptul că fusul lagărului cu canale de evacuare pe pragul dintre degajări nu are o poziţie stabilă a axei. Acest lucru este evidenţiat de porţiunea II—III a diagramelor din fig. 11. a care reprezintă comportarea fusului în mişcare de regim.

Se observă că oscilaţiile se reproduc identic atît în plan vertical cît şi orizontal, frecvenţa lor fiind egală cu turaţia iar amplitudinea calculată pe baza factorului de amplificare utilizat este $A_d = 12\ \mu$.

Între oscilaţiile înregistrate în cele două plane se constată un decalaj egal cu π, care de fapt corespunde ipotezei de mişcare avută în vedere.

Urmărind condiţiile de funcţionare ale lagărului cu curgerea axială a uleiului, din diagrama 11.b se observă că în secţiunea II—III corespunzătoare mişcării de rotaţie în regim stabilizat, arborele nu are decît oscilaţii extrem de mici. Calculînd şi în acest caz amplitudinea oscilaţiilor arbore-

lui în mişcare de rotaţie se constată că ea este $A_d = 1{,}6\ \mu$ ceea ce reprezintă o valoare de 8 ori mai mică decît cea obţinută la lagărele cu canale de evacuare.

Încercările efectuate asupra lagărelor încărcate cu sarcini variabile de 15, 30, 45 şi 60 kgf confirmă superioritatea lagărului cu curgere axială. În acest sens, se remarcă în cazul lagărelor cu curgere după două direcţii că o dată cu sarcina are loc o deplasare destul de mare a fusului în raport cu poziţia avută în perioada anterioară. Această deplasare s-a produs la sarcina minimă de 15 kgf, după care se obţine o stabilitate mai bună a poziţiei fusului. Asupra acestui aspect sînt edificatoare porţiunile II—III şi III—IV din diagrama de înregistrare (corespunzătoare încărcării lagărului cu sarcini de 30, 45 respectiv 60 kgf). Se verifică astfel valabilitatea concluziei referitor la rigiditatea redusă a lagărelor de acest tip în cazul funcţionării la valori mici ale excentricităţii precum şi stabilitatea nesatisfăcătoare pentru condiţiile de lucru ale maşinii-unelte de precizie.

Raportînd sarcina maximă la deplasarea fusului corespunzătoare acestei încărcări se obţin pentru cele două tipuri de lagăre următoarele valori ale factorilor de rigiditate

$$j_d = \frac{P}{e} = 8{,}3 \text{ kgf}/\mu \text{ pentru lagărul cu canale de drenaj}$$

$$_a = \frac{P}{e} = 25{,}4 \text{ kgf}/\mu \text{ pentru lagărul cu curgere axială.}$$

Rigiditatea mai bună a lagărelor cu curgere axială se explică prin distribuţia mai bună a presiunilor hidrostatice cît şi faptului că la antrenarea arborelui în mişcare de rotaţie fenomenele hidrodinamice asigură o stabilitate mai bună a peliculei de ulei.

În ceea ce priveşte stabilitatea scăzută a lagărelor hidrostatice cu curgerea uleiului în două direcţii, se poate afirma că se confirmă concluzia pe care au evidenţiat-o consideraţiile teoretice şi anume că zonele canalelor de evacuare de pe pragurile dintre degajări determină la antrenarea fusului un regim hidrodinamic cu discontinuităţi ale peliculei de ulei. Deoarece aceste discontinuităţi fragmentează pelicula de ulei dintre degajări, valoarea presiunii maxime datorită efectului hidrodinamic este redusă, iar în zona canalelor de evacuare se produc depresiuni care influenţează nefavorabil distribuţia presiunii şi în consecinţă stabilitatea fusului în lagăr.

Aspectele menţionate mai sus sînt condiţionate de lăţimea pragului, de presiunea din degajări, de vîscozitatea uleiului şi de turaţia arborelui. Acest fapt este determinat de condiţia ca viteza de curgere a uleiului peste paguri să fie :

$$\frac{h^6 \cdot p_i}{6\eta \cdot R(\gamma - 0)} - \frac{\pi \cdot R \cdot n}{60} > 0$$

din care rezultă :

$$n < \frac{10\, h^2 \cdot p_i}{\pi \cdot \eta \cdot R^2 (\gamma - 0)}$$

Se observă că influența negativă a mișcării de rotație este redusă în cazul unor lagăre cu joc mare între fus și praguri și a unor lichide cu viscozite redusă. Pentru buna funcționare a lagărelor, turația limită va depinde deasemenea de raza fusului, putînd fi mărită prin ridicarea presiunii din degajări. În cazul pragurilor cu lățime mică influența mișcării de rotație este neglijabilă. Cu cît lățimea pragurilor este mai mare, efectul hidrodinamic se manifestă mai pronunțat și în consecință este recomandabil ca lagărele hidrostatice din această categorie să fie utilizate în cazul turațiilor reduse.

Celelalte valori caracteristice în funcționarea celor două tipuri de lagăre hidrostatice cercetate se pot evidenția prin următoarele date:

A. *Pentru lagăre cu canale de evacuare pe praguri.*

1. Deplasarea axei fusului sub acțiunea forțelor hidrostatice:

a) în direcția verticală $y = 12{,}3\ \mu$

b) în direcția orizontală $z = 6{,}8\ \mu$

2. Frecvența pulsațiilor $f = \frac{1}{26{,}4} H_z$

3. Rigiditatea dinamică $j = 4{,}22$ kgf/μ

B. *Pentru lagărul cu curgerea axială a uleiului*

1. Deplasarea axei fusului sub acțiunea forței hidrostatice:

a) în direcția verticală $y = 7{,}6\ \mu$

b) în direcția orizontală $x = 0\ \mu$

2. Frecvența pulsațiilor $f = \frac{1}{26{,}4} Hz$

3. Rigiditatea dinamică $j_d = 14{,}5$ kgf/μ

Comparînd valorile menționate mai sus se confirmă încă odată superioritatea evidentă a lagărelor cu curgerea axială a uleiului. Diferențierea calitativă poate fi urmărită și din fig. 13 a, b în care s-a redat pe baza valorilor obținute experimental, caracteristica mișcării fusului în cele două tipuri de lagăre analizate.

Concluzi

Deoarece în cazul mașinilor-unelte de precizie, regimul de lucru impune în general folosirea unor turații ridicate, lagărele hidrostatice cu canale de curgere nu sînt recomandate și în orice caz trebuie evitate lagărele la care lățimea pragurilor este mare. În acest caz, semnificativ este faptul că și experiențele efectuate de alți autori evidențiază necesitatea unor presiuni de alimentare extrem de mari pentru a realiza o stabilitate și o rigiditate satisfăcătoare a acestor lagăre.

În ceea ce privește comportarea lagărelor cu curgere axială a uleiului se remarcă următoarele aspecte :

1. La introducerea uleiului sub presiune în degajări, arborele va fi ridicat în direcția axei lagărului indiferent care va fi poziția degajărilor.

2. Odată cu antrenarea arborelui în mișcare de rotație, poziția axei fusului se deplasează după o direcție înclinată la aproximativ 15° față de axa verticală a fusului.

3. Deplasarea fusului sub acțiunea forțelor hidrodinamice are întotdeauna aceiași valoare dacă turația se menține constantă.

Catedra de mașini unelte
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București

NOTAȚII FOLOSITE

W — capacitatea portantă
R — raza fusului
b_m — lățimea medie a lagărului
θ — unghiul la centru al degajărilor din lagăr
p_i — presiunea dintr-o degajare oarecare „i"
k_d — numărului degajărilor lagărului
h_0 — jocul dintre fus și lagăr pentru o poziție a fusului coaxial cu lagărul
$\varepsilon = \frac{e}{h_0}$ — excentricitatea relativă
e — excentricitatea fusului în lagăr
B — lățimea maximă a lagărului
ω — viteza unghiulară a fusului în lagăr
2γ — unghiul dintre axele a două degajări alăturate
φ — unghiul de poziție al unei secțiuni oarecare în raport cu direcția de deplasare a fusului în lagăr
η — vîscozitatea dinamică a uleiului introdus în lagăr
1_r — versorul radial
1_t — versorul tangențial.

BIBLIOGRAFIE

1. *Rippel H. C.* — Design of Hydrostatic Bearings. Machine Design 18...21, 23...27, 1963
2. *Schiafer H. J.* — Die Steifikeit dynamisch belasteter hydrostatischer Lager und Truhrungen Leipzig. Fachber nr. 3 1967.
3. *Pecken H.* — Hydrostatischer Radiallager. Konstruction nr. 10 1966.
4. *Chiappulini Ruggiero* — Sur la lubrification hydrostatique en présence de hautes vitesses de glissement A.S.M. C.I.P.R. nr. 4 1966.
5. *Osterle I. F., Hughens W. F.* — Inerțial Induced Cavitation in Hydrostatic Thrust Bearings, Waar 1966 nr. 3.
6. *Gardeev, A. F., Socolov I. N.* — Spindelnie ghidrostaticeskie podșipnik. Stanki i instrument nr. 7 1966.
7. *Tabără V.* — Contribuții la studiul lagărelor hidrostatice pentru mașini-unelte de precizie. lucrare de doctorat. I.P.B — 1969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972, Numărul 2

METALURGIE

C.Z.: 669.2/.8

MECANISMUL ȘI CINETICA SOLUBILIZĂRII Cu_2S, FeS, ZnS ÎN MEDIU DE ACID SULFURIC SUB PRESIUNE DE OXIGEN

FL. OPREA, D. TALOI, P. MOLDOVAN

1. Introducere

Pentru un număr mare de minerale este foarte greu, iar uneori imposibil să se găsească solvenți corespunzători; în astfel de cazuri apare necesară transformarea acestor compuși naturali în astfel de compuși care să poată fi prelucrați ușor prin procedee hidrometalurgice. Cazul cel mai evident din acest punct de vedere îl constituie sulfurile metalelor neferoase, compuși greu solubili chiar în cei mai puternici acizi minerali Hidrometalurgia clasică poate prelucra astfel de materiale numai după transformarea lor, de cele mai multe ori prin oxidare, în compuși solubili în acizi minerali sau alți solvenți.

Tratarea sulfurilor direct în autoclavă, fără nici un tratament prea labil, realizează într-o singură operație oxidarea și trecerea compușilor utili în soluție.

Condițiile de bază capabile să asigure recuperarea rapidă și economă a elementelor utile din materia primă prin autoclavizare sînt următoarele:

— oxidarea rapidă și completă a mineralelor corespunzătoare;

— folosirea unor agenți chimici de mare eficacitate tehnologică și economică;

— stimularea sau frînarea reacțiilor secundare care pot avea loc în autoclavă.

În prezent există un mare număr de lucrări [1—13] care confirmă posibilitatea utilizării proceselor de lesiere în autoclavă în cazul materialelor cuproase, zincoase, plumboase, însă datele diferiților autori despre chimismul și cinetica dizolvării sulfurilor de cupru, zinc, fier etc. sînt relativ puține și uneori contradictorii, fapt ce a determinat mersul investigațiilor prezentei lucrări.

* Manuscris predat la redacție la data de 1 iulie 1970

2. Tehnica experimentală

Experienţele s-au realizat cu ajutorul unei autoclave (fig. 1) de construcţie germană G. Neumann-Heidenau/Sachs, tip S 5 MG-50. Volumul total: 3,85 l, presiunea maximă: 50 at., temperatură maximă: 265°C.

Caracteristicile motorului de acţionare: U = 110 V, P = 0,1 kW, n = 85 ture/minut.

Cercetările au fost efectuate cu substanţe chimic pure, preparate în laborator, avînd o granulaţie cuprinsă în intervalul 0,06—0,15 mm.

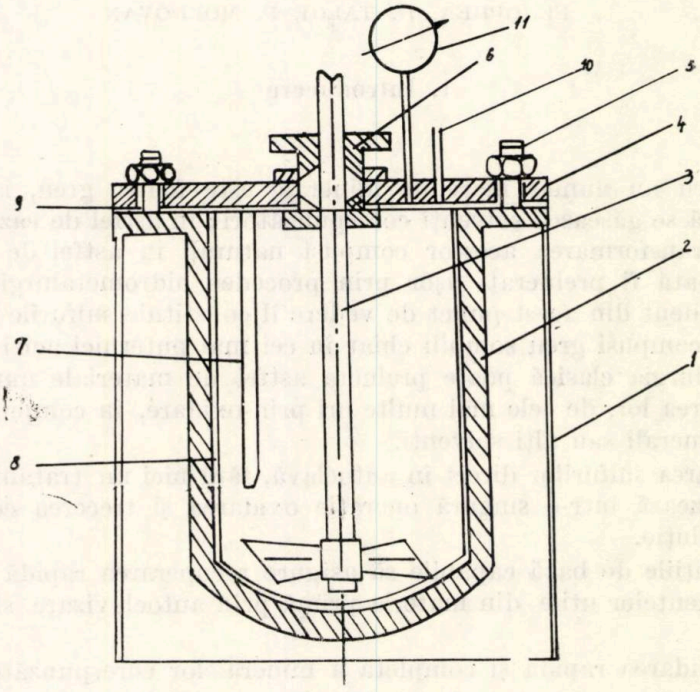


Fig. 1. Autoclavă de laborator.

3. Rezultatele experimentale şi interpretarea lor

a) Cu_2S. În literatura de specialitate există un punct de vedere [5, 10] care susţine că procesul de leşiere în autoclavă se desfăşoară într-un singur stadiu, avînd la bază următoarele reacţii:

$$Cu_2S + 5/2O_2 + H_2SO_4 = 2\ CuSO_4 + H_2O \quad (1)$$

$$Cu_2S + O_2 + 2\ H_2SO_4 = 2\ CuSO_4 + S + 2\,H_2O \quad (2)$$

Ambele reacţii decurg simultan şi paralel.

Un alt punct de vedere care s-a impus în ultimul timp [2, 4, 6] susţine că procesul decurge în două stadii conform următoarelor reacţii :

$$Cu_2S + 1/2\ O_2 = CuS + CuO \quad (3)$$

$$CuS + 2\ O_2 = Cu^{2+} + SO_4^{2-} \quad (4)$$

$$CuS + 1/2\ O_2 + 2\ H^+ = Cu^{2+} + S^\circ + H_2O \quad (5)$$

În experienţele efectuate s-a confirmat cea de-a doua ipoteză (fig. 2) : în primul stadiu se oxidează şi se solubilizează cantitatea de cupru în

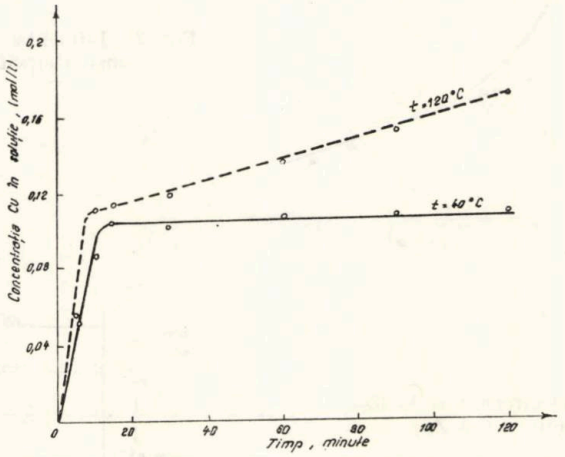


Fig. 2. Influenţa duratei şi a temperaturii asupra procesului de leşiere a Cu_2S.

exces faţă de CuS (3) stadiu care decurge foarte rapid (cîteva minute) la temperaturi mai mari de $\sim 100°C$, iar în stadiul următor are loc o solubilizare lentă a CuS obţinut ca produs intermediar (3), conform reacţiilor (4) sau (5) (ultima reacţie fiind probabilă numai la concentraţii de $H_2SO_4 > \geqslant 70$ g/l.

Analizîndu-se dependenţa $\log K = f\left(\frac{1}{T}\right)$ (fig. 3) se constată că pentru $t < 80°C$ ca şi pentru $t > 120°C$, există o dependenţă liniară, însă pantele celor două drepte se deosebesc mult.

Prezenţa a două domenii diferite de temperaturi poate fi explicată, dacă se consideră procesul de dizolvare a Cu_2S, care este semiconductor, drept o reacţie electrochimică (ca şi coroziunea metalelor) (fig. 4).

Se ştie că, la chemosorbţia de anioni (în acest caz oxigenul) pe suprafaţa unui semiconductor de tip $n(Cu_2S)$, electronii proveniţi din centrii donori din stratul superficial al semiconductorului au tendinţa să treacă de pe semiconductor spre oxigen. Această trecere de electroni se diminuează pe măsură ce epuizarea centrilor donori avansează, formîndu-se o sarcină spaţială în stratul limită care constituie o barieră de potenţial împotriva unui nou transport de electroni. Starea de echilibru se atinge atunci cînd energia potenţială a electronilor în semiconductor determinată

de potențialul Fermi (E_F) devine egală cu potențialul electronilor în stratul de adsorbție (potențial M) (fig. 4').

În cazul Cu_2S, variația temperaturii determină apariția de centri activi diferiți, pentru chemosorbția oxigenului. La temperaturi mai joase, centrii superficiali cu energia de activare mai mică sînt ocupați rapid, iar

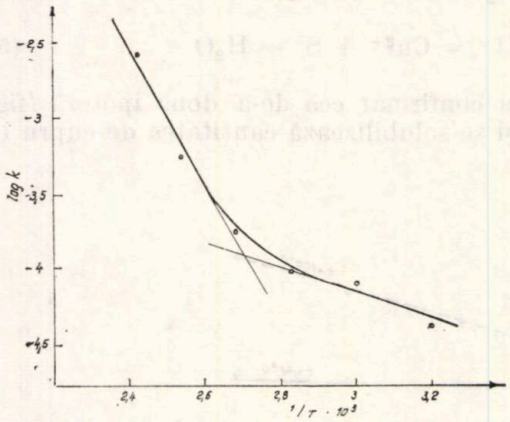


Fig. 3. Influența temperaturii asupra constantei vitezei de reacție.

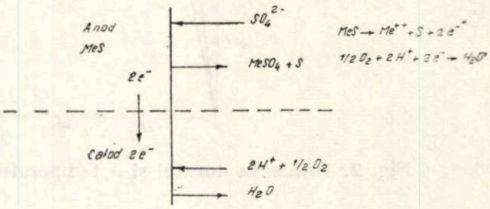


Fig. 4. Reacții electrochimice la dizolvarea MeS (Me = Cu, Zn).

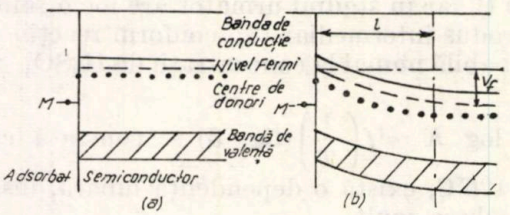


Fig. 4.' Reprezentarea schematică a chemosorbției de anioni la un tip n de semiconductori.

la temperaturi mai ridicate apar centri activi în straturile mai profunde ale cristalului semiconductor.

b) *ZnS*. Procesul de solubilizare a fost studiat în intervalul de temperaturi 90—170°C (fig. 5). La temperaturi sub 140°C ZnS se leșiază foarte greu, chiar și în cazul unei concentrații de H_2SO_4 și presiuni de oxigen ridicate.

Deși nu trebuie neglijat efectul de acoperire a particulelor de ZnS de către sulful topit (la $t > 119$°C), totuși trebuie relevat efectul inhibitor al H_2S care se degajă intens în tot timpul dizolvării conform reacției :

$$ZnS + H_2SO_4 = ZnSO_4 + H_2S \qquad (6)$$

În aceste condiţii, o mare parte din oxigenul introdus sub presiune în autoclavă a servit la diluarea soluţiei în H_2S ca efect al reacţiilor:

$$H_2S + 1/2O_2 = H_2O + S^\circ \quad (7)$$

$$H_2S + 2\ O_2 = H_2SO_4 \quad (8)$$

Reacţiile (7) şi (8) se desfăşoară foarte lent la temperaturi joase, ceea ce explică de fapt formarea unor cantităţi extrem de mici sau chiar lipsa sulfului elementar în suspensie.

Tehnica leşierii sub presiune nu ne-a permis determinarea precisă a presiunii parţiale a H_2S format în autoclavă. ci doar o estimare a acestei valori.

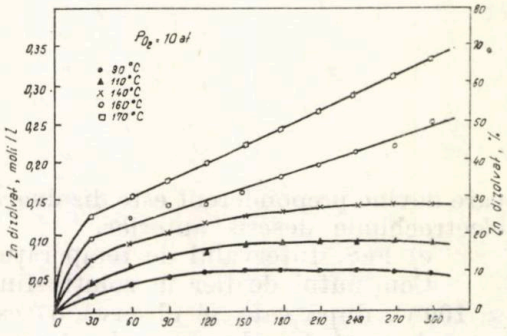


Fig. 5. Cinetica leşierii ZnS la diferite temperaturi.

Pe baza datelor din literatură, referitoare la valoarea medie a constantei de echilibru ($K = 6{,}1 \cdot 10^{-4}$) [8, 9] şi a conţinutului de Zn în soluţie (0,02 moli/l la $t = 90°C$; timp = 30 min.; $P_{O_2} = 10$ at; s-a calculat concentraţia la echilibru a H_2S format în urma reacţiei:

$$ZnS + H_2SO_4 \rightleftharpoons ZnSO_4 + H_2S \quad (9)$$

$$[H_2S] = 3{,}05 \cdot 10^{-2}\ \text{moli/l}$$

Volumul de H_2S dizolvat:

$$V_{H_2S} = V_{molar} \times 0{,}0305 = 0{,}682\ \text{l}$$

Presiunea parţială a H_2S:

$$p_{H_2S} = \frac{V_{H_2S}}{\alpha_{Bu}}\ ;\ \text{unde}\ \alpha_{Bu} = 0{,}85\ \text{la}\ 90°C\ \text{(coeficient de adsorbţie Bunsen)}$$

$$P_{H_2S} = 0{,}8\ \text{at.}$$

Deci o presiune de 0,8 at H_2S ar fi suficientă pentru stabilirea echilibrului reacţiei (8), producînd inhibarea reacţiei de dizolvare a zincului.

La fel ca şi în cazul Cu_2S, procesul de dizolvare a ZnS poate fi conceput ca o reacţie electrochimică.

Pentru schimbul de electroni, solidul care se leşiază trebuie să posede o condustibilitate intrinsecă mare. În cazul ZnS s-a determinat [7] la 90°C o rezistivitate destul de ridicată (6.10^9 Ω. cm) în comparaţie cu alte sulfuri, aceasta fiind probabil, una din cauzele vitezei mici de dizolvare

în soluții apoase. La temperaturi de peste 140°C se constată o dependență aproape liniară între cantitatea de Zn trecută în soluție și durata experienței, fapt care arată că la temperaturi relativ ridicate (> 140°C) procesul

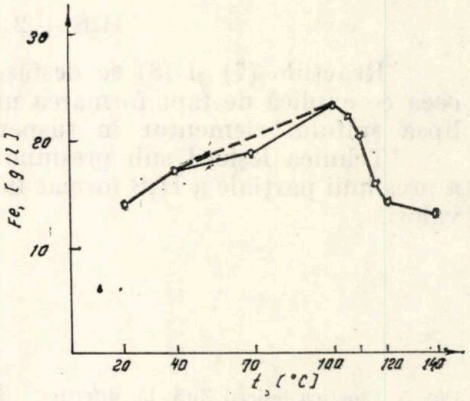


Fig. 6. Conținutul de fier în soluție funcție de temperatură.

care devine preponderent este dizolvarea pur chimică a ZnS și nu procesul electrochimic descris anterior.

c) FeS. Intervalul de temperaturi a fost de 20—140°C.

Conținutul de fier în soluția finală crește cu temperatura pînă la $\approx$ 100°C, după care se observă o scădere (fig. 6).

Această duce la concluzia că viteza reacției :

$$FeS + H_2SO_4 = FeSO_4 + H_2S \qquad (10)$$

crește cu temperatura ($t < 100$°C), în timp ce viteza reacției :

$$Fe_2(SO_4)_3 + 6\ H_2O = 2\ Fe(OH_3) + 3\ H_2SO_4 \qquad (11)$$

rămîne aproape constantă sau în orice caz mai mică decît viteza reacției (10).

La temperaturi mai mari de 100°C survine o schimbare : viteza reacției de hidroliză (11) devine mai mare decît viteza reacției (10), fapt ce conduce la micșorarea conținutului de fier în soluție.

Scăderea randamentului de extracție pentru $t > 119$°C) (temperatura de topire a sulfului) se explică și prin faptul că sulful format pe baza reacției :

$$H_2S + 1/2\ SO_2 = S^* + H_2O \qquad (120)$$

topindu-se, îmbracă particulele de FeS încă nereacționate, ceea ce îngreunează foarte mult desfășurarea reacției (10).

Din datele experimentale s-a constatat că vitezele de dizolvare a sulfurilor de cupru, zinc și fier cresc cu mărirea concentrației inițiale de acid sulfuric (fig. 7, 8, și 9.)

La leșierea FeS s-a constatat că aciditatea finală a soluției a depășit de fiecare dată aciditatea inițială (fig. 10) și aceasta se poate explica prin formarea acidului sulfuric care ia naștere în urma reacțiilor :

$$H_2S + 2\ O_2 = H_2SO_4 \qquad (13)$$

$$Fe_2(SO_4)_3 + 6\ H_2O = 2\ Fe(OH)_3 + 3\ H_2SO_4 \qquad (14)$$

De remarcat totuși, că la valori mari ale concentrației inițiale de H_2SO_4 ($\sim$ 0,5 mol/l H_2SO_4 pentru Cu_2S și $\sim$ 1 mol/l H_2SO_4 pentru ZnS) vitezele de dizolvare, practic nu mai sînt influențate de creșterea concentrației inițiale de H_2SO_4 fapt confirmat și de alte lucrări [2, 3, 7].

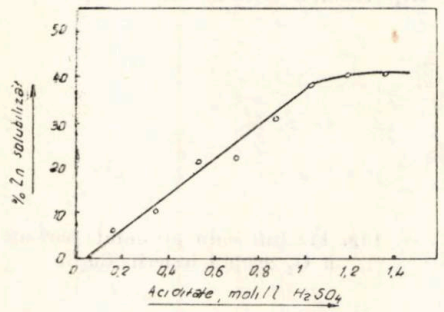


Fig. 7. Influența acidității asupra procesului de lesiere a Cu_2S.

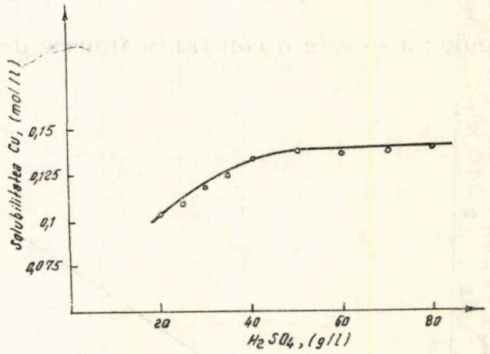


Fig. 8. Dependența solubilizării Zn din ZnS de aciditatea soluției.

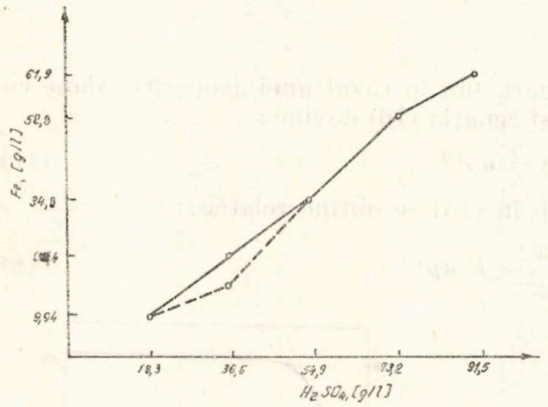


Fig. 9. Variația concentrației de Fe în soluție funcție de aciditatea inițială a soluției.

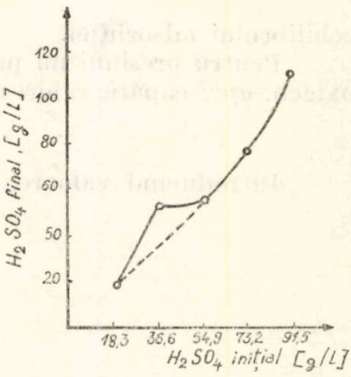


Fig. 10. Variația acidității finale a soluției funcție de aciditatea inițială a soluției.

În cazul lesierii Cu_2S viteza de trecere a cuprului în soluție este direct proporțională cu rădăcina cubică a presiunii parțiale a O_2 (fig. 11). Explicația constă în faptul că procesul de lesiere a Cu_2S are la bază reacția heterogenă între substanța solidă și oxigenul dizolvat, adsorbția acestuia jucînd un rol însemnat. În aceste condiții, între viteza de reacție și porțiunea de suprafață (θ) acoperită de oxigenul adsorbit există relația:

$$\frac{dx}{dt} = K\theta \qquad (15)$$

Pentru θ este valabilă izoterma de adsorbție a lui Langmuir care în cazul de față capătă forma :

$$\theta = \frac{ap^{1/3}}{1 + ap^{1/3}}; \tag{16}$$

unde : a — este o constantă funcție de temperatură care definește poziția

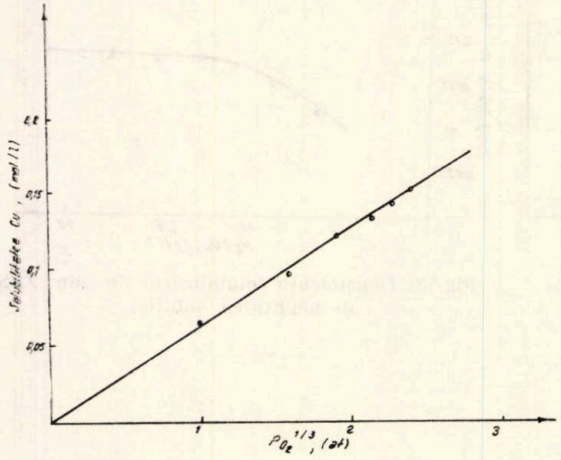


Fig. 11. Influența presiunii parțiale a O_2 asupra lești erii Cu_2S.

echilibrului adsorbției.

Pentru presiuni nu prea mari, sau în cazul unei acoperiri slabe cu oxigen, $ap^{1/3}$ capătă valori mici și ecuația (16) devine :

$$\theta = ap^{1/3} \tag{17}$$

Introducînd valoarea lui θ în (15) se obține relația :

$$\frac{dx}{dt} = K\, ap^{1/3} \tag{18}$$

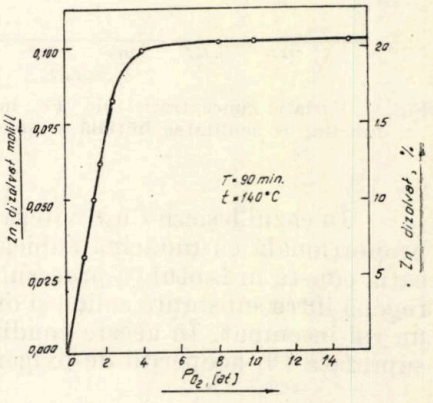


Fig. 12. Influența presiunii parțiale de oxigen asupra lești erii ZnS.

care arată că viteza procesului de lești ere este proporțională cu rădăcina cubică a presiunii parțiale a oxigenului.

În cazul ZnS rezultatele obținute (fig. 12) confirmă datele altor cercetători [7—9] potrivit cărora, viteza de dizolvare crește cu mărirea presiunii oxigenului pînă la cca. 4—6 at. Peste această valoare, extracția zincului practic nu mai crește.

În ceea ce privește leșierea FeS s-a constatat că la creșterea presiunii parțiale a oxigenului pînă la cca. 3 at., concentrația fierului (fig. 13)

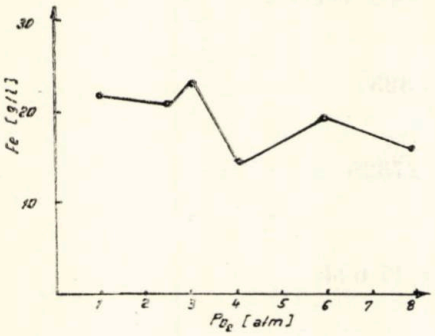


Fig. 13. Concentrația fierului funcție de presiunea parțială a oxigenului.

în soluție crește atingînd un maxim, după care scade cu creșterea în continuare a P_{O_2}..

Reacțiile :

$$H_2S + 1/2\ O_2 = S^* + H_2O$$

$$H_2S + 2\ O_2 = H_2SO_4$$

se desfășoară cu atît mai repede cu cît P_{O_2} este mai mare. Acest lucru creează condiții favorabile pentru desfășurarea reacției

$$FeS + H_2SO_4 = FeSO_4 + H_2S$$

consumînd continuu H_2S care se formează.

De asemenea, se observă creșterea acidității soluției, ceea ce creează condiții mai grele pentru hidroliza fierului pe baza reacției :

$$Fe_2(SO_4)_3 + 6\ H_2O = 2\ Fe(OH)_3 + 3\ H_2SO_4$$

La creșterea însă a presiunii parțiale a oxigenului peste valoarea de 3 at., pH-ul de hidroliză al fierului se micșorează, acesta hidrolizînd din soluții mai acide, ceea ce explică micșorarea extracției fierului în soluție.

Cinetica procesului de solubilizare a Cu_2S, ZnS și FeS

Pentru determinarea ordinului de reacție, a constantelor vitezelor de reacție, precum și a energiei de activare în cazul solubilizării Cu_2S s-au luat în considerare valorile prezentate în fig. 2 și 3. Deoarece primul stadiu de solubilizare a Cu_2S la 120°C și $P_{O_2} = 10$ at. decurge foarte rapid, fiind terminat în cîteva minute (fig. 2) n-a fost posibilă stabilirea cineticii procesului în acest caz. În cele ce urmează ne vom referi la stadiul doi al

procesului, unde s-a constatat (fig. 2) o dependență de timp liniară a cantității de cupru dizolvată în soluție.

Această ipoteză s-a verificat cu probabilitatea $P_F \simeq 1$, aplicînd metoda analizei regresive liniare. De asemenea, panta dreptei, care reprezintă de fapt valoarea constantei vitezei de reacție se verifică cu probabilitatea $P_{|tb|} \simeq 1$. În acest scop s-au făcut notațiile:

y = valorile concentrațiilor Cu (mol/l) (C_{Cu})

x = timpul (minute) (t)

$$S_x = \sum_{i=1}^{6} x_i = 325$$

$$SS_x = \sum_{i=1}^{6} x_i^2 = 27325$$

$$\frac{S_x^2}{6} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{6} x_i\right)^2}{6} = 17\,604$$

$$SSD_x = SS_x - S_x^2/6 = 9721$$

$$SP = \sum_{i=1}^{6} x_i y_i = 48{,}33$$

$$\frac{S_x S_y}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{6} x_i \sum_{i=1}^{6} y_i}{6} = 43{,}33$$

$$SPD_{xy} = SP - S_x S_y/6 = 5$$

$$\frac{S_y}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{6} y_i}{6} = 0{,}1333$$

$$\overline{X} = \frac{S_x}{x} = \frac{\sum_{i=1}^{6} x_i}{6} = 54{,}167$$

Ecuația va avea forma:

$$y = a + b(x - \bar{x}), \text{ unde:}$$

$$a = \frac{S_y}{n} = 0{,}1333$$

$$b = \frac{SPD_{xy}}{SSD_x} = 0{,}000514$$

$$y = 0{,}1333 + 0{,}000514\ (x - 54{,}167)$$

$$y = 0{,}1055 + 0{,}000514\ x, \text{ adică:}$$

$$C_{Cu} = 0{,}1055 + 0{,}000514\ t;$$

$$F = \frac{S_2^2}{S_1^2} = 10280;\ P_F \simeq 1;$$

$$|t_b| = \frac{b}{S_b} = 101;\ P_{|b|} \simeq 1.$$

Pe baza celor expuse se poate afirma că reacţia, în stadiul doi al procesului este de ordinul zero, dependenţa concentraţiei funcţie de timp fiind de forma:

$$C_{Cu} = 0{,}000514\ t + 0{,}1055 \qquad (19)$$

Pentru calcularea energiei de activare s-au utilizat datele prezentate în fig. 3. Din fig. 3 se observă că dependenţa $\log K = f\left(\frac{1}{T}\right)$ se prezintă sub forma unei curbe ale cărei ramuri pot fi asimilate cu două drepte: prima ramură pentru $t > 120°C$ şi a doua pentru $t < 80°C$. S-au determinat deci două valori pentru energia de activare, corespunzătoare celor două domenii de temperatură. În acest scop, s-au stabilit ecuaţiile celor două drepte şi prin comparare cu relaţia lui Arrhenius:

$$\log K = -\frac{E_{act.}}{4{,}575\ T} + \log K_0 \qquad (20)$$

s-au determinat valorile energiilor de activare (tab. 1).

$$\log K = -1{,}2806 - \frac{957{,}7}{T};\ E_{act.} = 4380\ \text{cal/mol}\ (t < 80°C)$$

$$\log K = 8{,}175 - \frac{4466}{T};\ E_{act.} = 20.400\ \text{cal/mol}\ (t > 120C)$$

Pentru stabilirea cineticii leşierii ZnS s-au luat în considerare datele prezentate în fig. 5. Caracterul curbelor (fig. 5) n-a permis stabilirea cu precizie a ordinului de reacţie. Totuşi, după o perioadă scurtă de cca. 20—30 minute, se poate observa o dependenţă liniară între concentraţia zincului în soluţie şi durata procesului, ceea ce a condus la ipoteza că reacţia de solubilizare a ZnS poate fi considerată de ordinul zero:

$$\frac{d\,[Zn^{+2}]}{dt} = K \qquad (23)$$

Integrarea lui (23) conduce la:

$$K = \frac{1}{t}\,\{[Zn^{2+}]_{in.} - [Zn^{2+}]_{fin.}\} \qquad (24)$$

Tabela nr. 1

Determinarea valorilor energiei de activare pentru stadiul doi al procesului de leşiere a Cu_2S

Se fac notaţiile : $y = \log K$;

$$x = \frac{1}{T} \times 10^3$$

(Restul notaţiilor idem ca la pag. 10)

Notaţiile	x		y	
	$t < 80°C$	$t > 120°C$	$t < 80°C$	$t > 120°C$
n	3	3	3	3
S	9,03	7,64	−12,49	− 9,70
SS	27,2489	19,4904	52,0673	31,4118
S^2/n	27,1803	19,4565	52,000	30,72
SSD	0,0686	0,0339	0,0673	0,6918
SP	−37,6606			−24,5994
S_xS_y/n	−37,5949			−24,4480
SPD_{xy}	− 0,0657			− 0,1514
a	− 4,1633			− 3,2
b	− 0,9577			− 4,466
x	3,01			2,547

$y = 8{,}175 - 4466\ x$; $\log K = \dfrac{-E_{act.}}{4{,}575\ T} + C$; $\log K = 8{,}175 - \dfrac{4466}{T}$;

$E = 20.400$ cal/mol ($t > 120°C$)

$y = 1{,}2806 - 957{,}7\ x$; $\log K = \dfrac{-E_{act.}}{4{,}575\ T} + C$; $\log K = -1{,}2086 - \dfrac{957{,}7}{T}$;

$E = 4380$ cal/mol ($t < 80°C$)

Verificarea ipotezei făcute s-a efectuat prin metoda integrală din cinetica chimică, calculînd pe K, pe baza datelor din fig. 5, cu ajutorul relaţiei (24).

Calculul energiei de activare bazat pe diferite valori ale constantei vitezei de reacţie în intervalul de temperaturi 90—125°C a condus la stabilirea ecuaţiei :

$$\log K = -0{,}076 - \frac{1464}{T} \qquad (25)$$

aplicînd metoda analizei regresive liniare cu o necunoscută.

Calculele efectuate sînt centralizate în tab. 2 şi 3.

Pentru stabilirea cineticii leşierii FeS, reacţia principală de solubilizare s-a considerat de forma :

$$FeS + H_2SO_4 + 1/2\ O_2 = FeSO_4 + H_2O + S^*$$

S-a emis ipoteza, pe baza datelor centralizate în tab. 4 şi 5 că reacţia este de ordinul doi, adică :

$$\frac{-d\ [FeS]}{dt} = K[FeS]^2 \qquad (26)$$

Tabela nr. 2

Determinarea constantei de echilibru a reacției de leșiere a ZnS

P_{O_2} = 2,5 at; Aciditatea inițială = 0,71 mol/l H_2SO_4; t = 40 min

Nr. exp.	Temp. °C	Constanta vitezei de reacție $[K] \times 10^4$	log K (y)	$1/T$ (x)	Energia de activare cal/mol
14	90	1,12	$2,75 \cdot 10^{-3}$	−3,95	
15	105	1,48	$2,64 \cdot 10^{-3}$	−3,83	6.700
16	115	2,25	$2,57 \cdot 10^{-3}$	−3,646	
17	125	2,65	$2,51 \cdot 10^{-3}$	−3,574	

Tabela nr. 3

Determinarea coeficienților ecuației care exprimă dependența

$$\log K = f\left(\frac{1}{T}\right)$$

	log K (y)	$1/T$ (x)
n	4	4
S	$10,47 \cdot 10^{-3}$	−15
SS	$27,4371 \cdot 10^{-6}$	56,3381
S^2/n	$27,40 \cdot 10^{-6}$	56,25
SSD	$0,0371 \cdot 10^{-6}$	0,0881
		xy
SP		$-39,3146 \cdot 10^{3}$
S_xS_y/n		$-39,2625 \cdot 10^{3}$
SPD_{xy}		$0,0521 \cdot 10^{3}$
$b = SPD_{xy}/SSD_x$		$-1,44 \cdot 10^{3}$
S/n	$a = 2,617 \cdot 10^{3}$	$\overline{x} = -3,75$

Tabela nr. 4

Determinarea energiei de activare (FeS)

Nr. ctr.	Temp. °C	Temp °K	Constanta vitezei de reacție K1/mol.s	$x_i = \frac{1}{T}$	$y_i = \log K$
1	20	293	$1,8.10^{-3}$	0,00341	−2.744
2	40	313	$1,32 \cdot 10^{-2}$	0,00320	−1,878
3	60	333	$6,27 \cdot 10^{-2}$	0,00300	−1,202
4	80	353	$2,39 \cdot 10^{-1}$	0,00283	−0,621
5	100	373	$9,33 \cdot 10^{-1}$	0,00268	−0,03
6	120	393	2,78	0,00254	+0,446
7	140	143	9,25	0,00242	0,967

Tabela nr. 5

Determinarea energiei de activare a procesului de solubilizare a FeS

Se fac notaţiile: $y = \log K$

$$x = \frac{1}{T} \qquad y = a + b(x - \overline{x})$$

(Restul notaţiilor idem ca la pag. 10)

Notaţiile	x	y	$\log K = \frac{-E_{act}}{4{,}576\ T} + \log K_0$
n	7	7	
S	$2{,}008 \cdot 10^{-2}$	$-\ 5{,}068$	
SS	$57{,}29 \cdot 10^{-6}$	—	$y = -\ 0{,}724 - 3{,}71 \cdot 10^{2}$ $(x - 0{,}287 \cdot 10^{2})$
S^2/n	$57{,}6 \cdot 10^{-6}$	—	
SSD	$0{,}69 \cdot 10^{-6}$	—	$\log K = 9{,}936 - 3710\ 1T$;
SP		$-17{,}1004 \cdot 10^{3}$	
S_xS_y/n		$-14{,}54 \cdot 10^{3}$	$E = 16.900$ cal/mol
SPD_{xy}		$-2{,}5604 \cdot 10^{3}$	$K_0 = 8{,}62 \cdot 10^{2}$
a		$-0{,}724$	
b		$-3{,}71 \cdot 10^{3}$	
x		$0{,}287 \cdot 10^{2}$	

Integrarea acestei ecuaţii conduce la relaţia:

$$K = \frac{1}{t}\left\{\frac{1}{[FeS]} - \frac{1}{[FeS]_0}\right\} \tag{27}$$

unde:

[FeS] — concentraţia FeS la timpul t

$[FeS]_0$ — concentraţia iniţială a FeS

Efectuînd un calcul analog cu cel descris anterior, s-a stabilit pe baza diferitelor valori (tab. 4) ale constantei vitezei de reacţie (K), ecuaţia (tab. 5):

$$\log K = 9{,}936 - 3710\ \frac{1}{T} \tag{28}$$

$$E_{act} = 16.900 \text{ cal/mol.}$$

Catedra de metalurgia metalelor neferoase
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *G. Bjorling* — Metall Zeits. oct. 1959, pag. 781—784.
2. *J. Dahms, I. Gerlach şi alţii* — Zeits Erzbergbau Metallhuttenwesen, vol. 20, Nr. 5, mai 1967, pag. 203—208.
3. *H. Veltmann şi alţii* — Journal of Metals, vol. 19, Nr. 2/1967, pag. 21—25.
4. *L. V. Ciugaev* — Tvetnaia metallurghia, Izvestia V.U.Z. Nr. 4/1965, pag. 54—57.

5. *V. I. Smirnov și alții* — Tvetnaia metallurghia, Izvestia V.U.Z. Nr. 1/1964, pag. 61—65.
6. *I. H. Warren* — Austr. J. Appl. Sc. 1958, vol. 9, Nr. 1, pag. 36—51.
7. *F. Exner, I. Gerlach, F. Pawlek* — Erzmetall Nr. 5, 1969, pag. 219—227.
8. *L. C. Moser, M, Behr* — Z. anorg. chem. 134 (1924) pag. 49—74.
9. *Ravitz SF.* — J. phys. chem. 40 (1936) pag. 62—70.
10. *G. N. Dobrohotov, E. V. Maiarova* — J. prichl. himii, t. 36, Nr. 10, 2148 (1963).
11. *Noddack W., K. Wrabetz* — Z. Electrochem. (1955,) pag. 06—102.
12. *Smirnov A. L., C. I. Lorin* — Szs. v. obl. chim. i tehnol. Mineral. Nr. 3/1965, pag. 82—89.
13. *J. Gerlach, H. Hohne, F. Pawlek* — Erzmetall, XVIII, febr. 1965, 2, 0ag. 73—79.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972, Numărul 2

C.Z.: 669.2/.8:541.124

CONSIDERAȚII PRIVIND MECANISMUL ȘI CINETICA PROCESULUI DE REDUCERE CU GAZ METAN A SULFURILOR DE CUPRU, ZINC ȘI PLUMB

MOISE IENCIU

Considerații generale

Mecanismul și cinetica reducerii sulfurilor metalice sînt puțin studiate. Se cunosc doar unele indicații în legătură cu vitezele de reducere a unor sulfuri cu diferiții reducători, precum și mecanismul și cinetica oxidării acestora.

În schimb, numeroase studii sînt efectuate [1], [2], [3], [4], [5], [6,], [7, [8], asupra mecanismului și cineticii reducerii oxizilor metalelor cu diferiți reductori care au arătat că desfășurarea reacțiilor nu poate fi interpretată pe baza ecuației stoichiometrice; simpla indicare a substanțelor inițiale și a produselor de reacție s-a dovedit în cazul reducerii oxizilor total insuficientă.

Cinetica procesului de reducere a sulfurilor cu gaz metan

La fel ca și în cazul reducerii oxizilor cu reducători gazoși, reacția de reducere a sulfurilor este o reacție eterogenă a cărei ecuație stoichiometrică generală poate fi prezentată sub următoarea formă:

$$MeS_{(s)} + m_1 R_{(g)} \rightleftharpoons Me_{(s)} + m_2 RS_{(s)}$$

În legătură cu procesele elementare care stau la baza acestei reacții se pot enunța două ipoteze total deosebite:

— reacția între sulf și reductor are loc în fază omogenă (gazoasă);

— reacția între sulf și reducător are loc în fază heterogenă (adsorbție).

Prima ipoteză consideră ca proces inițial disocierea sulfurilor.

* Manuscris predat la redacție la data de 26 ianuarie 1970.

Schema după care decurge ar fi următoarea :

$$MeS_{(s)} \rightleftharpoons Me_{(s)} + {}^1/_2\, S_2$$

$$\frac{{}^1/_2\, S_2 + R_{(g)} \rightleftharpoons RS_{(g)}}{MeS_{(s)} + R_{(g)} \rightleftharpoons Me_{(s)} + RS_{(g)}}$$

Această ipoteză presupune că reacţia poate fi descompusă în două procese elementare : disocierea sulfurii însoţită de formarea reţelei noului solid (metalul) şi a sulfului molecular sau atomic şi combinarea acestuia cu reducătorul în fază gazoasă.

A doua ipoteză presupune ca proces iniţial adsorbţia gazului reducător la suprafaţa de reacţie.

Schema după care se desfăşoară ar fi următoarea :

$$MeS_{(s)} + R_{(g)} \rightleftharpoons MeS_{(s)} \cdot R_{(ads)}$$

$$MeS_{(s)} \cdot R_{(ads)} \rightleftharpoons Me_{(s)} \cdot RS_{(ads)}$$

$$\frac{Me_{(s)} \cdot RS_{(ads)} \rightleftharpoons Me_{(s)} + RS_{(g)}}{MeS_{(s)} + R_{(g)} \rightleftharpoons Me_{(s)} + RS_{(g)}}$$

Procesul se continuă cu desprinderea sulfului şi trecerea sa la molecula adsorbită, după care acesta se combină cu reducătorul formînd un compus stabil (H_2S sau CS_2), desorbţia acestui compus şi recristalizarea fazei noi apărute (metalul).

Calculele termidonamice şi încercările efectuate asupra reducerii cu gaz metan a sulfurilor [9] permit formularea unor concluzii asupra cineticii şi mecanismului acestor procese.

Din datele termodinamice prezentate în tabela 1 şi din rezultatele experimentale, rezultă că reacţiile de disociere au o probabilitate termodinamică de desfăşurare mult mai mică decît reacţiile de reducere, iar sulfurile de plumb, fier şi cupru se reduc relativ uşor cu toate că tensiunile lor de disociere au valori foarte mici ; totodată, măsurătorile viteze de reducere au demonstrat că în toate cazurile natura sulfurii supuse reducerii (CuS, FeS, PbS, ZnS), influenţează mult valoarea acesteia, fapte care nu pot fi explicate potrivit ipotezei desfăşurării reacţiilor de reducere în sistem omogen.

Ipoteza adsorbţiei — autocatalitice reuşeşte să interpreteze în mod satisfăcător fenomenele sesizate deoarece reacţiile de reducere sînt autocatalitice întrucît ele desfăşurîndu-se în stratul de adsorbţie de pe suprafaţa de delimitare între faze sînt accelerate în decursul procesului (atîta timp cît suprafaţa de reacţie creşte.).

Analizînd variația vitezei procesului de reducere în funcție de temperatură din fig. 1, 2, 3 și 4 se constată prezența unui maxim. Dacă ipoteza adsorbției — autocatalitice nu ar fi acceptată, ar trebui ca

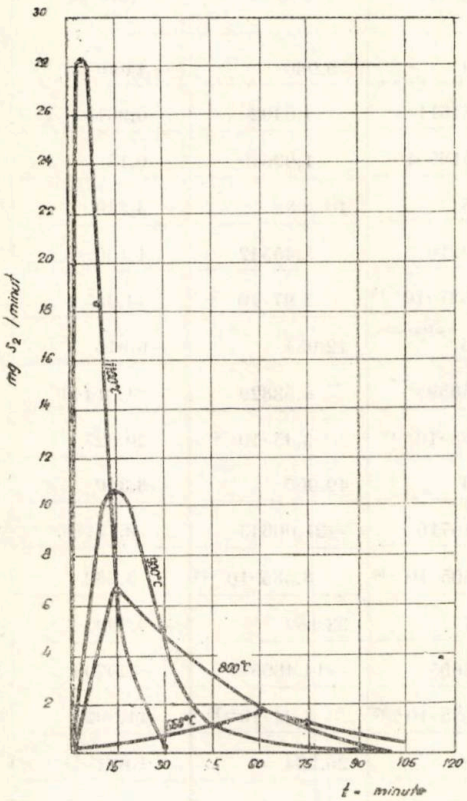


Fig. 1. Variația vitezei procesului de reducere a PbS cu gaz metan în funcție de timp.

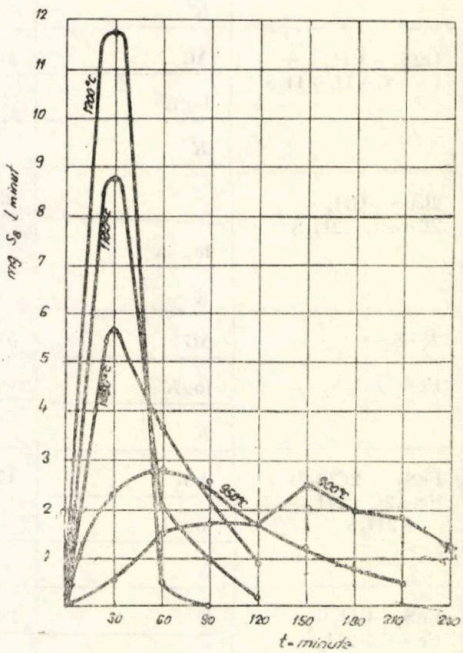


Fig. 2. Variația vitezei procesului de reducere a FeS cu gaz metan în funcție de timp.

maximul să fie atins imediat după introducerea gazului reducător, deoarece reactanții se consumă treptat. Dar în experiențele efectuate, maximul vitezei se atinge numai după o perioadă anumită de timp (pînă la 120 minute), funcție de condițiile de desfășurare a procesului de reducere fiind prezentă așa-numita perioadă de inducție.

În această perioadă, cînd gazul reducător reacționează cu o singură fază cristalină se formează o nouă fază. Reacțiile de reducere sînt însoțite în acest caz de rearanjarea unei rețele cristaline în altă rețea.

Așa cum cunoaștem, formarea unei faze noi este legată de trecerea unei bariere energetice; bariera care în anumite condiții poate frîna puternic desfășurarea proceselor de reducere [10]. În această perioadă a procesului, atîta timp cît nu este prezentă a doua fază cristalină și, prin urmare nu există limită interfazică, energia de activare a reacțiilor de reducere este mare, reacțiile se produc cu o viteză extrem de mică.

Tabela 1

Date termodinamice privind reducerea cu CH_4 a sulfurilor de plumb, fier și cupru

Reacția	Valori termodinamice	298°K	500°K	1000°K
$2CuS \rightarrow$	ΔG	14.259	9.060	−4400
$Cu_2S + \frac{1}{2}S_2$	log K	11,54611	4,0402	0,9615
	K	$3,5165 \cdot 10$	1,09610	9,15
$CuS + CH_4 \rightarrow$ $Cu+C+H_2+H_2S$	ΔG	16.475	10.398	−5,340
	log$K$	13,9216	5,45542	1,16696
	K	$8,321 \cdot 10^{-13}$	$2,97 \cdot 10^{-5}$	14,685
$2CuS+CH_4=$ $2Cu+C+2H_2S$		23.786	12.954	−6,015
	log K	18,56598	6,53829	1,31449
	K	$3,68 \cdot 10^{-18}$	$3,45 \cdot 10^{-6}$	20,625
$2FeS_2 \rightarrow$	ΔG	59.880	49.000	−3.300
$FeS + \frac{1}{2}S_2$	log$K$	−43,16716	−21,06643	0,72116
	K	$6,805 \cdot 10^{-44}$	$8,585 \cdot 10^{-22}$	5,262
$FeS_2 + 2CH_4 \rightarrow$ $Fe+2C+2H_2+$ $+2H_2S$	ΔG	47.277	33.152	−4.900
	log K	−34,66057	−14,48951	1,0708
	K	$2,185 \cdot 10^{-35}$	$3,24 \cdot 10^{-15}$	11,902
$FeS_2+CH_4=$ $Fe+C+2H_2S$	G	36.132	26.234	1.681
	log$K$	−26,49	−11,4659	− 0,36735
	K	$3,236 \cdot 10^{-27}$	$3,421 \cdot 10^{-12}$	0,4292
$2PbS+CH_4 \rightarrow$ $2Pb+C+2H_2S$	ΔG	41.647	32.125	10.073
	log K	−30,38636	−14,08436	− 2,2013
	K	$4,10810^{-31}$	$8,23 \cdot 10^{-15}$	$6,2310^{-3}$
$PbS+CH_4 \rightarrow$ $Pb+C+H_2+H_2S$	$\Delta\Omega$	26.390	19.972	2.705
	log K	−19,34018	− 8,72815	− 0,59047
	K	$4,56910^{-20}$	$1,8710^{-9}$	0,25675
$2PbS \rightarrow$ $2Pb+S_2$	ΔG	62.537	55.625	36.910
	log K	−45,84091	−24,31162	− 8,066
	K	$1,44210^{-46}$	$4,8810^{-25}$	$8,5910^{-9}$

Acumularea germenilor din faza nouă creiază o limită interfazică. În acest caz, datorită racordării celor două reţele cristaline şi existenţei energiei libere în exces (energia de suprafaţă) apar condiţii mai favorabile pentru desfăşurarea procesului de reducere.

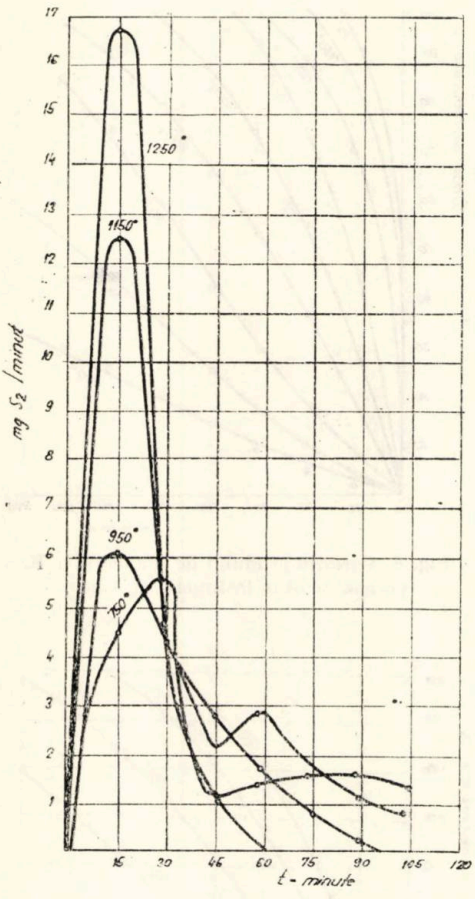


Fig. 3. Variaţia vitezei procesului de reducere CuS cu gaz metan în funcţie de timp.

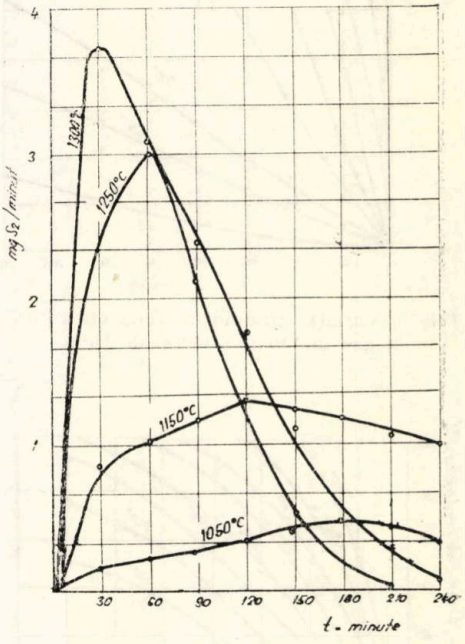


Fig. 4. Variaţia vitezei procesului de reducere a ZnS cu gaz metan în funcţie de timp.

O dată cu formarea şi dezvoltarea primilor germeni de metal (sau sulfura inferioară), creşterea suprafeţei de reacţie are loc pe porţiuni localizate la limita interfazică, unde acţiunea gazelor reducătoare este mult mai puternică, iar zonele de reacţie se dezvoltă, ceea ce conduce la creşterea continuă a vitezei procesului de reducere. Viteza procesului de reducere creşte pînă cînd zonele de reacţie îndepărtate iniţial unele de altele, se unesc într-una singură. În acest moment, viteza procesului atinge valoarea maximă. În continuare, pe măsura consumării sulfului din sulfură, suprafaţa de reacţie se micşorează provocînd astfel scăderea corespunzătoare a vitezei pînă la valoarea zero.

Cercetările au arătat că existența perioadei de inducție poate fi atribuită numai naturii autocatalitice a reacțiilor, adică dezvoltării inițiale a suprafeței de reacție și îndepărtării lente a produselor gazoase.

Analizînd aspectul curbelor cinetice ale procesului (fig. 5, 6, 7, și 8)

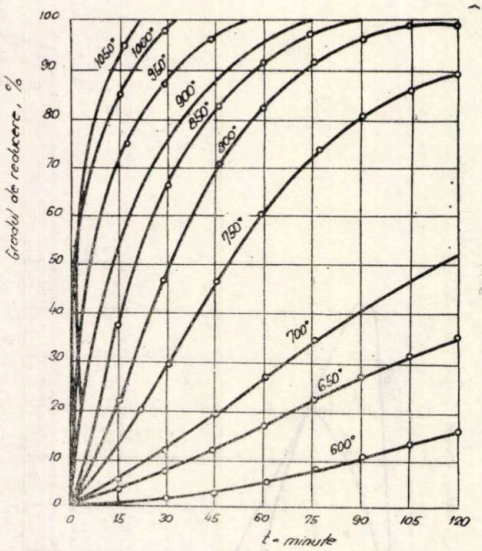


Fig. 5. Variația gradului de reducere a PbS cu gaz metan în funcție de timp.

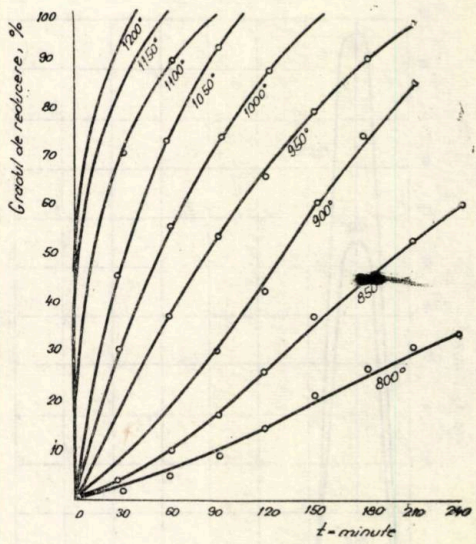


Fig. 6. Variația gradului de reducere a FeS cu gaz mentan în funcție de timp.

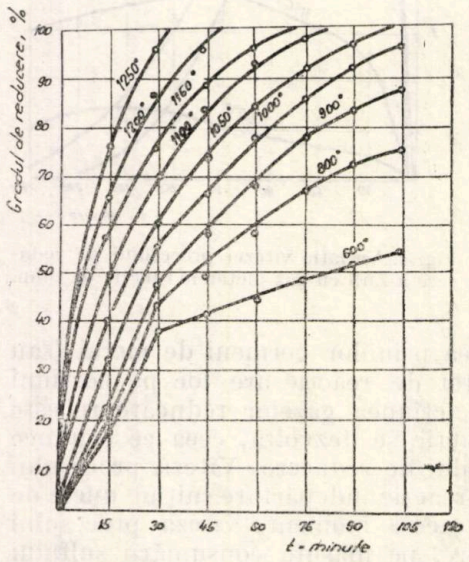


Fig. 7. Variația gradului de reducere a CuS cu gaz metan în funcție de timp.

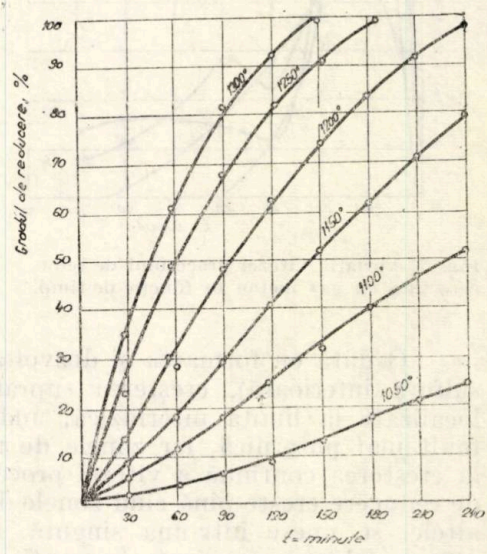


Fig. 8. Variația gradului de reducere a ZnS cu gaz metan în funcție de timp.

se observă că ele sînt diferite în cazul reducerii lente faţă de cazul reducerii rapide.

La reducerea rapidă, ramurile descendente ale curbelor se caracterizează printr-o oarecare convexitate şi printr-un punct de inflexiune. Aceste ramuri apar întotdeauna cînd consumul de gaz reducător este ridicat faţă de viteza cu care ajunge în jurul probei de redus, ceea ce produce o micşorare a concentraţiei sale şi o scădere corespunzătoare a vitezei de reacţie. De asemenea, în aceste condiţii, perioada de inducţie dispare aproape complet sau are o durată foarte scurtă.

Curbele cinetice prezentate în fig. 5 pentru procesele care decurg la temperaturile de 800, 850 şi 900°C, în cazul reducerii sulfurii de plumb, au aproximativ acelaşi aspect, diferit de cel al curbei care reprezintă procesul la 1150°C.

Diferenţa de temperatură de circa 200°C corespunde unei schimbări a regimului de reducere; rolul determinant asupra vitezei procesului trece de la factorii autocatalitici la cei de difuzie.

La temperaturi de peste 1100°C pentru sulfura de plumb şi de peste 1150°C pentru sulfura de fier, curbele se apropie de o formă liniară, reducerea sulfurilor decurg cu viteze foarte mari. Pentru aceste temperaturi rolul autocatalitic al metalului produs nu mai este preponderent, suprafaţa sulfurii fiind atît de activă încît reducerea începe simultan pe toată întinderea ei. În aceste condiţii, continuarea procesului este determinată de factorii de difuzie.

În concluzie, se constată că procesul autocatalitic de reducere se caracterizează prin prezenţa unui maxim al vitezei şi prin localizarea reacţiilor pe suprafaţa interfazică între cele două faze cristaline prezente, pe care gazul reducător este adsorbit.

Mecanismul procesului de reducere a sulfurilor cu gaz metan

Datele experimentale obţinute, arată că mecanismul procesului de reducere are ca bază fundamentală ipoteza adsorbţiei-autocatalitice, ceea ce, nu elimină importanţa pe care o au şi alţi factori în desfăşurarea acestui proces (difuzie, recristalizare etc.). Rezultă deci, că mecanismul procesului de reducere este mult mai complex şi, în desfăşurarea sa, între diferiţi factori există o interdependenţă precisă, determinată de condiţiile în care au fost efectuate încercările experimentale.

Pentru a elucida cît mai complet mecanismul procesului este necesar să cunoaştem caracterul reacţiilor de reducere, precum şi ordinea după care se produc acestea.

Schema după care se desfăşoară procesele elementare, care stau la baza reacţiilor de reducere cu gaz metan a sulfurilor se prezintă astfel:

$$\underset{\text{Difuzie}}{MeS + CH_4} \rightarrow \underset{\substack{\text{Adsorbţie activată (complex de tranziţie)}}}{MeSCH_{4(ads)}} \longrightarrow \underset{\substack{\text{Reacţia superficială intermediară şi cristalizarea}}}{(H_2C\ MeH_2S)} \rightarrow$$

$$\underset{\text{Desorbţie şi difuzie}}{Me + C + H_2 + H_2S}$$

Această schemă este departe de a fi completă şi riguros exactă. Se ştie că pentru procesele care au loc între molecule şi atomi, schemele şi modelele sînt insuficiente.

În cazul reducerii cu gaz metan al sulfurilor pot fi prezentate şi alte mecanisme posibile avînd în vedere faptul că procesele de reducere se desfăşoară în domeniul de temperatură unde gazul metan nu este stabil.

Astfel, dacă se consideră că gazul metan este disociat, atunci schema mecanismului de desfăşurare a procesului de reducere este identică cu schema mecanismului de reducere a sulfurilor cu hidrogen :

$$\underset{\text{Difuzie}}{MeS + H_2} \rightarrow \underset{\substack{\text{Adsorbţie}\\ \text{activată}}}{MeS\,H_{2(ads)}} \rightarrow \underset{\substack{\text{Reacţie}\\ \text{superficială}}}{(Me\,H_2S)_{(ads)}} \rightarrow \underset{\substack{\text{Disorbţie şi}\\ \text{difuzie}}}{Me + H_2S}$$

Apreciind că în condiţiile desfăşurării proceselor de reducere, disocierea gazului metan poate avea loc şi după alte reacţii în urma căreia pot să apară în afară de H_2 şi C şi alţi produşi (propene, etene, eter, acetilenă) schema mecanismului devine mult mai complicată.

Totuşi, o aprofundare a fenomenelor care au loc, permite să se afirme că în desfăşurarea mecanismului de reducere a sulfurilor cu gaz metan sînt posibile numai două scheme : schema de adsorbţie a gazului metan nedisociat şi schema adsorbţiei hidrogenului rezultat în urma procesului de disociere. În favoarea acestei afirmaţii putem să enumerăm cîteva elemente :

— Calculele termodinamice efectuate (tabela 2), arată că reacţia cea mai probabilă de disociere a gazului metan în domeniul de temperatură în care au fost efectuate încercările experimentale este $CH_4 \rightarrow 2H_2 + C$.

Tabela 2

Date termoeinamice priviud disocierea CH_4

Reacţii	Mărimi termodinamice	1073	1273	1473
$CH_4 \rightarrow \frac{1}{2}C_2H_6 + \frac{1}{2}H_2$	ΔG	7650	7950	8850
$CH_4 \rightarrow \frac{1}{2}C_2H_4 + H_2$	ΔG	7800	5100	2700
$CH_4 \rightarrow 2H_2 + C$	ΔG	−6400	−11200	−15800
$CH_4 \rightarrow 1/6C_6H_6 + 9/6H_2$	ΔG	4900	700	−2600
$CH_4 \rightarrow \frac{1}{2}C_2H_2 + 3/2\ H_2$	ΔG	13800	7600	1600

— Avînd în vedere faptul că unele metale rezultate în urma procesului de reducere sînt catalizatori puternici ai reacţiei de disociere a gazului metan, apare şi mai pregnant probabilitatea desfăşurării acestei reacţii faţă de celelalte reacţii de disociere.

— În timpul desfăşurării experienţelor atît pe tubul de reacţie, cît şi în vasele spălătoare se depune o mare cantitate de negru de fum, ceea ce arată că în urma procesului de reducere un produs principal al reacţiilor este carbonul.

— Chiar dacă se admite că în urma disocierii gazului metan ar fi prezente în camera de reacţie etanul, propena, etena, acetilena, acestea nu ar fi stabile deoarece reacţiile de disociere a lor în carbon şi hidrogen (tabela 3), au o probabilitate termodinamică de desfăşurare apreciabilă.

Tabela 3

Date termodinamice privind stabilitatea compuşilor rezultaţi la disocierea CH_4

Reacţii	Mărimi termodinamice	1073	1273	1473
$1/2C_2H_6 \rightarrow C + 3/2H_2$	ΔG	−14100	−19200	−24800
$1/2C_2H_4 \rightarrow C + H_2$	ΔG	−14200	−16130	−18500
$1/2C_2H_2 \rightarrow C + 1/2H_2$	ΔG	−20200	−18800	−1740
$1/6C_6H_6 \rightarrow C + 3/6H_2$	ΔG	−11300	−11900	−13300

Dintre cele două scheme propuse de desfăşurare a mecanismului procesului de reducere a sulfurilor cu gaz metan la temperaturi joase, mai probabilă este schema în care se adsoarbe pe particulele de sulfură în centrele active gazul metan nedisociat. În favoarea acestei afirmaţii pot fi aduse următoarele argumente:

— Probabilitatea termodinamică de desfăşurare a reacţiilor de reducere cu gaz metan (tabela 4) este mai mare decît probabilitatea desfăşurării reacţiilor de reducere cu hidrogen.

— Randamentele determinate experimental la reducerea cu gaz metan a sulfurilor de plumb, zinc, fier şi curpru comparate cu cele obţinute la reducerea acestor sulfuri cu hidrogen sînt mult mai ridicate, ceea ce arată că gazul este un reducător mai puternic pentru sulfuri (constatat şi în cazul oxizilor) decît hidrogenul.

— Este posibil ca pe suprafaţa interfazică să fie adsorbit gazul metan nedisociat şi ca urmare a contactului intim cu metalul şi sulfura să se petreacă în această fază disocierea sa, rezultînd hidrogen în stare atomică care va reacţiona energic cu sulfura neredusă accelerînd în acest fel procesul de reducere.

— La temperaturi coborîte, reacţia de disociere a gazului metan este mult mai înceată şi deci cantitatea de gaz nedisociat va fi mult mai mare.

La temperaturi ridicate va predomina mecanismul de reducere conform schemei adsorbţiei moleculelor sau atomilor de hidrogen la suprafaţa

Tabela 4

Date termodinamice privind reducerea sulfurilor de Pb, Cu, Fe şi Zn cu CH_4

Reacţia	500	1000	1200	1400	1500
$Cu_2S+CH_4=2Cu+C+H_2+H_2S$	20.701	10.249	—	4.175	10
$Cu_2S+H_2=2Cu+H_2S$	12.806	14.954	—	16.558	—
$CuS+CH_4=Cu+H_2+C+H_2S$	10.398	−5.340	−11.665	—	—
$CuS+H_2=Cu+H_2S$	2.528	− 739	−1.781	—	—
$PbS+CH_4=Pb+C+H_2+H_2S$	19.972	2.705	−4.251	−7.689	—
$PbS+H_2=Pb+H_2S$	12.111	7.375	5.709	4.933	—
$FeS+CH_4=Fe+H_2+H_2S+C$	—	9.273	4.409	—	−3.952
$FeS+H_2=Fe+H_2S$	—	13.931	13.848	—	13.859
$FeS_2+2CH_4=2H_2+2C+2H_2S$	33.152	−4.900	—	—	—
$FeS_2+2H_2=Fe+2H_2S$	18.320	6.250	—	—	—
$ZnS+CH_4=Zn+C+H_2+H_2S$	44.441	25.774	18.801	—	− 782
$ZnS+H_2=Zn+H_2S$	36.296	30.735	28.231	—	17.142

interfazică. În favoarea acestei ipoteze pot fi enunţate următoarele elemente:

— Reacţia de disocierea a gazului metan se desfăşoară energic, în consecinţă cantitatea de gaz nedisociat în curentul gazos din camera de reacţie va fi mult mai mică decît produsele de disociere.

— Energia necesară disocierii moleculelor de hidrogen în atomi este mai mică la temperaturi ridicate decît la temperaturi coborîte.

— Difuzia hidrogenului spre suprafaţa interfazică va fi mai uşoară decît a gazului metan, dimensiunile atomilor de hidrogen sînt incomparabil mai mici decît moleculele de gaz metan.

Concluzii

Analizînd schemele posibile ale mecanismului reacţiilor de reducere a sulfurilor cu gaz metan rezultă că, la fel ca în orice proces heterogen, iniţial se produce adsorbţia gazului metan sau a altui produs de disociere din faza gazoasă la suprafaţa MeS sau difuzia acesteia la suprafaţa interfazică MeS — Me în situaţia mai înaintată a procesului de reducere. Aceste procese care au loc în condiţii izoterme sînt determinate de dimensiunile şi porozitatea granulelor de MeS, de caracteristicile de curgere şi de difuzie a gazului metan şi a produselor sale de disociere, de grosimea şi porozitatea stratului fazei noi apărute în sistem.

După cum s-a precizat în funcţie de condiţiile de lucru (şi mai ales de temperatură), pot exista mai multe regimuri de reducere (cinetice de difuzie intermediar). Iniţial, procesul este numai catalitic gazul reducător interacţionînd numai cu centrii activi ai sulfurii, ulterior însă datorită faptului că gazul reducător este adsorbit şi activat mult mai puternic pe suprafaţa proaspătă cu multe centre active a materialului obţinut în reacţie, procesul are şi caracter autocatalitic. Sînt însă condiţii în care preponderenţa efectului catalitic pare să se mărească în defavoarea efectului autocatalitic.

La temperaturi suficient de ridicate, atomii de metal se repartizează mult mai uniform, ceea ce contribuie la micșorarea activității lor la diminuarea influenței pe care o au asupra orientării, atît a moleculelor gazului reducător, cît și a moleculelor sulfurii. Dar o dată cu creșterea temperaturii, deși activitatea centrelor scade, acțiunea catalitică nu se micșorează deoarece crește în mod substanțial numărul acestora. În aceste condiții, suprafața, sulfurii este atît de activată (număr foarte mare de centri activi), încît procesul de reducere se desfășoară cu viteze energetice, el ne mai fiind influențat de mărimea suprafeței interfazice, rolul determinant avîndu-l difuzia. La această temperatură și desorbția este mai rapidă, favorizînd creșterea vitezei procesului de reducere.

Catedra de metalurgie neferoasă

Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București,

BIBLIOGRAFIE

1. *Tatievskaia E. P., Ciufarov G. I.*, Studiul cinetic al reducerii și disocierii oxzizilor metalici O.T.N. 6 899, 1946, 7 1005, 1946.
2. *Doerner H.A.*, Reduction of Zinc Ores by Natural Gaz. Trans. of the A.I.M.E. 1212. 676 (1936).
3. *Ciufarov G. I., Tatievskaia E. P.*, Me canismul și cinetica reducerii oxizilor metalici pp.21—65 din fiziko-himiceskaia Metallurghizdat 1956.
4. *Rostovțev S. T.*, Mecanismul și cinetica reducerii oxizilor de fier cu gaze din fiz-chim. pp. 65—80. Metallurghizdat 1956.
5. *Oprea Florea*, Teoria proceselor metalurgice. Editura Didactică și Pedagogică 1966 — București.
6. *Tripșa I., Oprea Fl., Dragomir I.*, Bazele teoretice ale metalurgiei. Editura Tehnică. București 1969.
7. *Maier C. G., Doerner N.*, Recent Progress in Reduction of Zinc by Natural Gaz A.I.M.E., 9 (1933).
8. *Oprea Fl.*, Teza de doctorat București 1959.
9. *Ienciu M.*, Teza de doctorat București 1968.
10. *Rostovțev S. T.*, Teoria proceselor metalurgice (traducere din limba rusă). Ed. Tehnică București 1959.

Tiparul executat la Intreprinderea Poligrafică „Informația" c. 1105

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1983

INDICAŢII REDACŢIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri şi colaţionate de autor. Relaţiile matematice şi formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele şi graficele vor fi executate în tuş negru pe hîrtie de calc, numerotate şi prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent şi legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referinţă şi, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană şi engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele şi iniţialele de prenume ale autorului, titlul şi volumul lucrării, editura, locul şi anul apariţiei, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina iniţială şi finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text şi se va numerota curent. Referinţele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experienţelor şi afirmaţiilor ştiinţifice revine numai autorilor. Conducerea revistei îşi rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

1917 AUG 11

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXIV NUMĂRUL 3 ANUL 1972,
MAI—IUNIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

apare, cu șase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice științifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" și „Buletinul Politehnicei din București".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea științifică a corpului didactic din Institutul politehnic București. În limita spațiului disponibil, se pot publica și lucrări științifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondența și schimburile de publicații cu redacția și administrația Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVITEI 132
(cu mențiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" „Buletinul Politehnicei din București".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVITEI 132
(„pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE-GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Buletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din București".

Tel qu'il se présente, il reflete en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les changes de publications est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVITEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

TOMUL XXXIV — NUMĂRUL 3

MAI — IUNIE
1 9 7 2

COMITETUL DE REDACŢIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Conf. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Conf. dr. *Ion Grădişteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar ştiinţific); Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ştefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing. *Mihai Renert*; Conf. dr. ing. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*; Prof. dr. docent *Radu Voinea* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România.

Redactor responsabil

Rector

Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*

membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

MATEMATICA

L. Gruia

Asupra unei transformări în cîmpul axonometric 17

V. Mihăilescu

Conexiune asociată grupului proiectiv binar 23

FIZICA

D. Bogdan, N. Cîrjan, H. Fuia

Tranziția β unică a $_{67}H^{166}_{099}$ 27

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

Lia Blum Lazăr, C. Gherman

Depunerea acoperirilor protectoare prin electroforeză 35

ENERGETICA

I. Iordănescu, Gh. Iacobescu

Socurile de putere activă în sistemele electroenergetice moderne . 45

AUTOMATICA

I. Dumitrache

Sinteza unor circuite fluidice cu logică de prag 59

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

N. Apostolescu

Calculul caracteristicii degajării căldurii la motorul cu aprindere prin comprimare pe baza unui model bi-zonal de neomogenitate termică 69

T. Dudaș

Analiza ciclurilor termice ale motoarelor cu aprindere prin comprimare 85

TRANSPORTURI

D. Ionescu, I. Tănăsuică

Modele matematice ale schemelor ce se impun pe distanțele de circulație ale unei secții cu cale simplă în funcție de distanța critică K 101

A. P. Stoicescu

Asupra ecuațiilor de mișcare generală a automobilului 131

Резюме

Д. К. 515

Л. Груя

О некоторых преобразованиях аксонометрического поля

Преобразованием изображения Φ аксонометрического получается другое аксонометрическое изображение Φ I, которое обладает обыкновенно новыми свойствами.

Преобразования (изменения), допустимые в аксонометрии в связи с очисткой, связаны с аксинометрическим треугольником. Применяя обратное изменение (преображение) по отношению к аксонометрическому треугольнику была найдена новая аксионометрия косвенно частная, свойства которой даны в настоящей предварительной работе.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

Д. К. 515

В. Михайэску.

Соединение в сочетании с бинарной проекционной группой.

Исходя из симпатической группы преобразований определяется бинарная проекционная группа (1) и (2) и находится система управлений с частными производными преобразований (5) этой группы. Используя систему (5) и формулы (6) и (7) получается соединение D^i_{jk}, о котором указывается, что оно тенсориального характера по отношению к бинарной проекционной группе и что $D_k = D^i_{jk}$ равно нулю.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

Д. К. 539

Д. Богдан, Н. Кыржан, Х. Фуя

Переход β единственный для $_{67}H^{166}_{099}$

Рассчитываются данные перехода β единственного $\bar{0} \to 2^+ a\ _{67}H^{166}_{099}$ и используется модель независимой квазичастицы в деформированном потенциале Вуд-Саксон.

В расчетах данных перехода, кроме основного элемента матрицы $\int_i \beta_{ij}$ считаем следующие элементы матрицы поправки элемент матрицы, ввиду принятия во внимание окончательных размеров ядерного заряда $\int_i \beta_j \left(\frac{r}{R}\right)^2$ относительных элементов матрицы высшего порядка. Сравнение расчетных данных перехода с экспериментально полученными величинами показывают хорошее совпадение.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

Summary

D. C. 515

L. Gruia

On a Modification in the Axonometric Field

By the modification of given axonometric image F we obtain another axonometric image F which has in general new proprieties.

The admissible modifications in axonometry, connected to the epure, are in connection with the axonometric triangle. By applying the inversion modification with respect to the axonometric trianle, a new obliquely special axonometry has been found, whose properties have been sketched in this introductory study.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

D. C. 515

V. Mihăilescu

Connexion Associated to the Binary Projective Group

Starting from the sympathetic group of modifications, the binary projective group (1) (nd (2) is defined, then the system of partial differential equations (5) satisfied by the modifications of this group is found. By using the system (5) and the formulae (6) and (7) we obtain a connexion D^i_{jk} about which we show that it has a tensor character with respect to the projective binary group and that the contracted connexion $D=D^i_{jk}$ venishes.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

D. C. 539

D. Bogdan, N. Cîrjan, H. Fuia

Singular β Transition of $_{67}H^{166}_{099}$

The observables of the singular β transition $\overline{0} \to 2^+ a_{67} H^{166}_{099}$ are calted by using the independent quasiparticle in the strained Woods-Saxon potential. In calculating the observables, besides the main matrix element $\int_i \beta_{ij}$ we have considered the following correction matrix elements $\int_i \beta_j \left(\frac{r}{R}\right)^2$ the matrix element due to the taking into consideration of the finite dimension of the nuclear charge, $\int \gamma_5 \frac{R_{ij}}{R_2}$ and $\int \gamma_5 \frac{T_{ij}}{R^2}$ due to the relativistic matrix elements of higher order. The comparison of the observables with the values experimentally obtained show a satisfactory concordance.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

Д. К. 66

Л. Блум — Лазов. К. Герман.

нанесение защитных покрытий посредством электрофореза

Изучается влияние условий работы на электрическую эффективность, толщину пленки и силу проникновения при электрофорезном нанесении покрытия на основе меламино-аксидной смолы, пигментированной титановым ангидридом.

Покрытия полученные таким образом имеют однородную толшину повышенную жесткость хорошую связь с металлом супортом и компактность.

Наблюдения, касающиеся вариации потенциала электрода во времени и полиризирования приводят к выводу что покрытия посредством электрофореза дают более эффективную защиту.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

Д.К.621.3016.4

И. Иордэнеску, Г. Якобеску

Удары активной мощности в современных электроэнергетических системах

В статье приводятся характерные величины потребителей, производящих удары активной мощности. Затем исследуется метод распределения удара по источникам системы и этапы развития соответствующего переходного процесса.

После объяснения влияния ударов активной мощности на работу генераторных групп, предлагаются меры для избежания появляющихся затруднений.

В приложении приводится пример расчета.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

Д. К. 621-52

И. Думитраке

Синтез некоторюх жидких цепей пороговой логики

В работе указывается новый метод использования физических элементов скрытого действия. Дается пример использования пороговой логики при синтезе некоторых устройств суммирования.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

Д. К. 621.43

Н. Апостолеску

Расчет характеристики выделения реактивной теплоты в двигателях с зажиганием посредством сжатия, проведенный на двухзональной модели температурной неоднородности.

В работе разрабатывается метод расчета характеристики выделим реактивной теплоты в двигателе с зажиганием посредством сжатия. Метод учитывдет температурное дифференцирование движущей жидкости, основываясь на двухзональной модели температурной неоднородности. В заключении сравниваются результаты, полученные посредством использования метода, предложенного автором с результатами, полученными классическим методом движущей термической однородной жидкости.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

D. C. 66

Lia Blum – Lazăr, C. Gherman

Electrophoretic. Protectice Coatings.

We studied the influence of working conditions on the electric efficiency, thickness and throwing power of a coating obtained by electr.phoresis of a melamine-alkyd of a melamine-alkyd resin pigmented with titanium dioxide.

The film obtained by this way presents a uniform thickness, a great hardness, adhesion, coherence.

The observations of the variation of electrode potential on time and of the polarisation curves show that these coatings give a better protection than those obtained by spraying.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

D. C. 621.3.016.4

I. Iordănescu, Gh. Iacobescu

Active Power Shocks in the Modern Electroenergy Systems

The paper shows the consumer characteristic magnitudes cousing shocks of active power. Then the distribution manner of the shock on the system sources is examined, as well as the developping states of the coresponding transient process.

When exposing which is the active power shock influence on the generating unit operation, measures are proposed for avoiding the difficulties that might appear.

A calculation example is given in the appendix.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

D. C. 621-52

I. Dumitrache

Synthesis of Some Fluid Circuits by the Threshold Logic

This work shows a new method for using the physical elements of discrete action. The use of the threshold logic is exemplified for the synthesis of some summarizing devices.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

D. C. 621.43

N. Apostolescu

Calculation of the Characteristic of the Reaction Heat Release with the Compression Ignition Engine on Basis of a Two-space Model of Heat Heterogeneousness

A method of calculation of the characteristics of the reaction heat release in the compression ignition engine is drawn up in this paper. This method takes into consideration the heat differentiation of the engine fluid on basis of a two space model of thermic inhomogeneity. The results obtained through the method suggested by the author are compared to those obtained through the conventional method of the thermically homogeneous engine fluid in the final part of the work.

Bul. Inst politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

Д. К. 621.43

Т. Дудаш.

Анализ тепловых циклов двигателей с зажиганием посредством сжатия

В работе представлены результаты, полученные из анализа 100 вариантов циклов, обработанных на калькуляторах, в целях оптимизации закона изменения давления во время сгорания в соответствии с термическим коэфф. полезн. действия и специфической механической работой.

Таким образом анализируется влияние следующих факторов на показателе цикла: соотношение сжатия, коэффициент избытка воздуха, максимальное давление, соотношение теплоты реакции с развитием изобарного и изотермического сгорания, средняя скорость роста давления, соотношение возрастания давления горения.

Анализ результатов выявляет новые кореляции между различными параметрами, полученные в ограниченных условиях максимального давления и средней скорости возрастания давления.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

Д. К. 656.2

Д. Ионеску, И. Тэнэсуйкэ

Математические модели схем, вводимые на расстояние движения одной секции обычным путем — в зависимости от критического расстояния.

Работа посвящается математическим моделям периодов графика движения поездов на расстояние одной секции, вводимые на минимльный период критического расстояния. Крайне большое число возможных вариантов ввело установление некоторых систем логичных уравнений, способных свести к минимуму объем вычислений. Эти системы представлены для железнодорожной секции с одной линией движения (простой путь).

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

К. Д. 629.113

А. П. Стойческу

Относительно уравнений общего движения автомобиля.

В работе выводятся уравнения общего движения нестапионарного автомобиля для модели автомобиля, принимающего во внимание различные движения выполненные подвешенноч и неподвешанными массами. Для вывода уравненич движения применяется общич метод которыч, в отличие от метода применяамого в литературе, дает возможность определить более полные выражения. Уравнения движения доведены до формы допускающеч непосредственное их использованиа в исследовании усточчивости и податливости.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

D. C. 621.43

T. Dudaş

Analysis of the Heat Cycles of the Compression Ignition Engines

The results obtained from the analysis of 100 versions of cycles worked on the computer are shown in the paper with a view to optimizing the law of pressure variation during combustion with respect to the thermal efficiency and the specific mechanical work. Thus, the influence of the following factors on the cycle performances is analysed : compression, ratio, air-excess factor, maximum pressure, ratio of reaction heats by the evolutions of the isobaric and isothermal combustion, mean pressure growth of speed, ratio of pressure increase during violent combustion.

The analysis of the results emphasized new correlations between various parameters obtained in qualifications of maximum pressure and pressure mean increase speed.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

D. C. 656.2

D. Ionescu, I. Tănăsuică

Mathematical Models of the Diagrams Which are Imposed on the Traffic Distances of a Single Track Railroad in Terms of the Critical Distance

The paper deals with the mathematical models of the train traffic graph periods on the distances of a section imposed by the minimum period of the critical distance. The extremely great number of possible versions has imposed the determination of some systems of logical equations reducing the volume of calculation to a minimum. These systems are shown for a section of railroad with a single railway line (singletrack railroad).

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

D. C 629.113

A. P. Stoicescu

About the Motor Car General Movement Equations

The author deduces in the paper the general movement equations of the motor car in non-stationary regime for a motor car model where accoun is kept of the various movements effected by the suspended mass and the unsuspended masses. Whendeducing the movement equations,the author uses a general method which, contrary to that used in literature, allows to obtain more complete expressions. The movement equations are brought to a form which permits them to be used directly in the study of stability and doctility.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

Résumé

C. D. 515

L. Gruia

Sur une transformation dans le champ axonométrique

Par la transformation d'une image F axonométrique donnée on obtien. une autre image axonométrique F_1 qui a, en général, des propriétés nouvelles Les transformations admissibles en axonométrie, liées à l'épure, sont en connexion avec le triangle axonométrique. En appliquant la transformation de l'inversion en rapport avec le triangle axonométrique, on a trouvé une nouvelle axonométrie obliquement particulière, dont les propriétés ont été esquissées en cette étude introductive.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

C. D. 515

V. Mihăilescu

Connexion associée au groupe projectif binaire

En partant du groupe sympathique de transformation on définit le groupe projectif binaire (1) et (2), ensuite on trouve le système d'équations à dérivées partielles (5) vérifié par les transformations de ce groupe. En utilisant le système (5) et les formules (6) et (7) on obtient une connexion D^i_{jk} dont on indique qu'elle a un caractère tensoriel par rapport au groupe projectif binaire et que la connexion contractée $Dk = D^i_{jk}$ est nulle.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

C. D. 539

D. Bogdan, N. Cîrjan, H. Fuia

Transition β unique du $_{67}H^{166}_{099}$

On calcule les observables de la transition β unique $0 \to 2^+ a_{67}H^{163}_{099}$ en utilisant le modèle de la quasiparticule indépendante dans le potentielWoods-Saxon déformé. En calculant les observables, outre l'élément principal de matrice $\int_i \beta_{ij}$ on a considéré les éléments suivants de matrice de correction : $\int_i B_j \left(\frac{r}{R}\right)^2$ l'élément de matrice par suite de la prise en considération de la dimension finie de la charge nucléaire, $\int \gamma_5 \frac{R_{ij}}{R^5}$ et $\int \gamma_5 \frac{T_{ij}}{R^2}$, les éléments de matrice relativiste d'un ordre supérieur. La comparaison des observables calculées avec les valeurs obtenues expérimentalement indique une bonne concordance.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

Zusammenfassung

D. K. 515

L. Gruia

Uber eine Transformation im axonometrischen Feld

Durch Transformation eines axonometrischen angegebenen Feldes F wird ein anderes axonometrisches Bild F_1 erhalten, welches im allgemeinen neue Eigenschaften aufweisen wird.

Die zulässigen an der Epure gebundenen Transformationen auf dem axonometrischen Gebiet, sind an dem axonometrischen Dreieck gebunden. Durch Anwendung der Inversiontransformation im Verhältnis zum axonometrischen Dreieck, wurde eine neue schräg-partikuläre Axonometrie gefunden, deren Eigenschaften in diesem einleitenden Studium kurz berichtet wurden

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

D. K. 515

V. Mihăilescu

Eine der projektiven binären Gruppe anozierte Verknüpfung

Von der sympathischen Transformationsgruppe ausgehend wird die projektive binäre Gruppe (1) und (2) definiert; danach wird das Gleichungssystem mit den Teilabgeleiteten (5) gefunden, welches durch die Transformationen geprüft wird. Durch Verwendung des Systems (5) und der Formeln (6) und (7) wird eine Verknüpfung D^i_{jk} erzielt, wobei gezeigt wird dass sie tensoriellen Charakter gegenüber der projektiven binären Gruppe besitzt, sowie dass die angenommene Verknüpfung $D_k = D^i_{ik}$ null ist.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

D. K. 539

D. Bogdan, N. Cîrjan, H. Fuia

Die einzige β Transition von $_{67}H^{166}_{099}$

Es werden die β der einzigen Transition $\overline{o} \to 2^+ a\ {}_{67}H^{166}_{099}$ berechnet unter Anwendung des unabhängigen Quasipartikel-Musters im verformten Woods-Saxon-Potential. In der Berechnung der $\int_i \beta_{ij}$ haben wir ausser dem hauptsächlichen Matrixelement $\int_i \beta_j \left(\frac{r}{R}\right)^2$ auch folgende Korrektionsmatrix elemente berücksichtigt und zwar das Matrixelement das durch Annahme der begrenzten Abmessung der Nuklearlast, sowie $\int \gamma_5 \frac{R_{ij}}{R^2}$ und $\int \gamma_5 \frac{T_{ij}}{R^2}$ das durch relativistischen Matrixelementen höheren Ordens bestimmt werden.

Aus dem Vergleich der errechneten mit den Erfahrungswerten ergab sich eine gute Ubereinstimmung.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

C. D. 66

Lia Blum Lazăr, C. Gherman

Dépôts protecteurs par électrophorèse

On étudie l'influence des facteurs physico-chimiques utilisés sur le rendement électrique, l'épaisseur du film et le pouvoir de pénétration d'un dépôt obtenu par l'électrophorèse d'une résine mélamine-alkydique pigmentée au dioxyde de titane.

Les dépôts ainsi obtenus présentent une épaisseur uniforme, une grande dureté, adhérence et densité.

Les observations sur la variation du potentiel en temps et sur les courbes de polarisation mènent à la conclusion que ces revêtements offrent une meilleure protection que ceux obtenus par pulvérisation.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

C. D. 621.3.016.4

I. Iordănescu, Gh. Iacobescu

Les chocs de puissance active dans les systèmes électromagnétiques modernes

Cet article présente les grandeurs caractéristiques des consommateurs qui produisent des chocs de puissanceactive. On examine ensuite la manière dont le choc est réparti aux sources du système et les étapes de développement du processus transitoire respectif.

Après avoir montré quelle est l'influence des chocs de puissance active sur le fonctionnement des groupes générateurs, on propose des mesures pour éviter les difficultés qui peuvent apparaître.

En annexe on donne un exemple de calcul.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

C. D. 621-52

I. Dumitrache

Synthès de circuits fluides par la logique à seuil

On présente en ce travail une nouvelle méthode d'utiliser les éléments physiques à action discrète. On illustre par des exemples l'utilisation de la logique à seuil à la synthèse de quelques dispositifs à totaliser.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

D. K. 66

Lia Blum Lazăr, C. Gherman

Die Gewinnung einer Schutzschichte durch Elektrophorese

Es wird der Einfluss der Bedingungen über die elektrische Ausbeute, Dicke und Deckkraft einer Schicht, gebildet durch Elektrophorese einer Melamin-Alkyd Harz gefärbt mit Titan Dioxid, studiert.

Diese Schichten haben eine konstante Dicke, hohe Stärke gute Haftung, kompakte Struktur.

Die Bemerkungen über Variationen des Elektrodenpotentials und Polarisationskurven zeigen dass diese Schichte einen besseren Schutz gibt als jene durch Spritzen.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

D. K. 621.3.016.4

I. Iordănescu, Gh. Iacobescu

Wirksame Kraftstosse in den neuzeitlichen Systemen der Elektroenergetik

Im Aufsatz werden die Kenngrössen der Verbraucher die wirksame Kraftstösse erzeugen dargestellt. Weiter wird die Art der Verteilung des Stosses auf den Systemquellen und den Verlaufsstufen des entsprechenden Übergangsvorgangs untersucht.

Nachdem der durch die wirksamen Kraftstösse auf die Funktion der Erzeugungsgruppen ansgeübte Einfluss gezeigt wurde werden Massnahmen zwecks Vermeidung der Schwierigkeiten die gegebenenfalls auftreten könten vorgeschlagen.

In der Beilage wird ein Berechnungsbeispiel angegeben.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

D. K. 621-52

I. Dumitrache

Synthese einiger Flüssigkeitskreise durch die Schwellenlogik

In der Schrift wird eine neue Anwendungsmethode der physikalischen Elemente diskreter Wirkung dargestellt. Die Verwendung der Schwellenlogik für die Synthese einiger Summiereinrichtungen wird anhand Beispiele erläutert.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

C.D. 621.43

N. Apostolescu

Calcul de la caractéristique de degagement de chaleur de reaction du moteur à allumage par compression en se basant sur un modele bi-zonal de hétérogénéité thermique

On élabore dans ce travail une méthode de calcul de la caractéristique du dégagement de la chaleur de réaction avec le moteur à allumage par compression. La méthode prend en considération la différenciation thermique du fluide moteur en se basant sur un modèle bi-zonal de non-homogénéité thermique. Dans la partie finale du travail on compare les résultats obtenus par la méthode proposée par l'auteur avec ceux obtenus par la méthode classique du fluide moteur thermiquement homogène.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

C.D. 621.43

T. Dudaş

Analyse des cycles thermiques des moteurs à allumage par compression

On présente dans cet article les résultats obtenus en analysant 100 variantes de cycles traités au calculateur, en vue d'optimiser la loi de la variation de la pression pendant la combustion en raport avec le rendement thermique et le travail mécanique spécifique. On analyse ainsi l'influence des facteurs suivants sur les performances du cycle : rapport de compression, coefficient de l'excès d'air, pression maximale, rapport des chaleurs de réaction sur les évolutions de combustion de la pression, rapport d'augmentation de la pression pendant la combustion violente.

L'analyse des résultats met en évidence des corrélations nouvelles entre les différents paramètres obtenus en conditions restrictives de pression maximale et de vitesse moyenne d'augmentation de la pression.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

C.D. 656.2

D. Ionescu I. Tănăsuică

Modèles mathématiques des schemas qui s'imposent sur les distances de circulation d'une section à voie simple en fonction de la distance critique k.

Le travail s'occupe des modèles mathématiques des périodes du graphique de circulation des trains sur les distances de circulation d'une section, imposés par la période minimale de la distance critique.

Le nombre extrêmement grand de variantes possibles a imposé la détermination de systèmes d'équations logiques pour réduire au minimum possible le volume de calcul. Ces systèmes sont présentés pour une section de chemin de fer (voie ferrée) à une seule voie de circulation (chemin de fer simple).

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

A.P. Stoicescu

Sur les équations de mouvement général de l'automobile

Dans l'article on déduit les équations du mouvement général de l'automobile en régime transitoire, pour un modèle de voiture qui tient comte des divers mouvements exécutés pas la masse suspendue et par les masses non suspendues. Pour déduire les équations du mouvement, on emploie une méthode générale qui, à la différence de celle utilisée dans la littérature, permet d'obtenir des expressions plus complètes. Les équations de mouvement sont amenées à une forme qui permet leur utilisation directe dans l'étude de la stabilité ét de la malléabilité.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

D.K. 621.43

N. Apostolescu

Berechnung der Charakteristik der Reaktionswärme-Abgabe bei Kompressionszündungsmotoren mittels eines Zweizonen-Modells der thermischen Inhomogenität.

Der Beitrag beschreibt ein Berechnungsverfahren zur Bestimmung der Charakteristik der Reaktionswärme-Abgabe eines Kompressionszündungs-motors. Das Verfahren berücksichtigt die thermische Differenzierung des Kraftfluidums, wobei ein Zweizonen-Modell der thermischen Inhomogenität zugezogen wird. Zum Schluss werden die Resultate nach der vom Verfasser vorgeschlagenen Methode mit den Ergebnissen der klassischen Methode eines thermisch homogenen Treibstoffes verglichen.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

D.K. 621.43

T. Dudaş

Analyse der Wärmekreisläufe bei Kompressionszündungsmotoren

Im Beitrag werden die Ergebnisse der Analyse von 100, auf einem Rechner verarbeiteten Zyklus-Varianten beschrieben. Es wurde eine Optimierung der Druckveränderung während des Verbrennens im Verhältnis zum thermischen Wirkungsgrad und zur spezifischen Arbeit verfolgt. So wurde der Einfluss folgender Faktoren auf die Leistung des Arbeitszyklus untersucht: Verdichtungsverhältnis, Luftüberschuss-Beiwert, Maximaldruck, Verhältnis der Reaktionswärme zum Verhalten isobarer und isothermer Verbrennung, mittlere Geschwindigkeit der Drucksteigerung, Drucksteigerungsverhältnis während der scharfen Verbrennung.

Die Analyse der Ergebnisse zeigt neue Wechselbeziehungen zwischen den verschiedenen Parametern unter begrenzenden Bedingungen von Maximaldruck und mittlerrer Drucksteigerung auf.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

D.K. 656.2

D. Ionescu, I. Tănăsuică

Mathematische Muster der Schemen die sich auf den Verkehrsabständen einer Sektion mit einfachen Weg in Abhängikeit der kritischen Abstandes K Imponieren

Des Werk handelt von mathematische Muster von Perioden des Zugverkehrsdiagramms auf den Verkehrsabständen einer Strecke, die durch die minimalen Perioden des kritischen Abstands genötigt werden. Die ausserordentlich grosse Anzahl der möglichen Variante imponierte dabei die Feststellung einiger Systeme von logischen Gleichungen, die den Rechenumfang so weit wie möglich vermindern werden. Diese Systeme wurden für eine Eisenbahnstrecke mit einer einzigen Verkehrslinie dargestellt (einfache Linie).

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

A.P. Stoicescu

Uber die Allgemeinbewegungs-Gleichungen des Kraftwagens.

In der Arbeit werden die Allgemeinbewegungs-Gleichungen des Kraftwagens in nicht-stationärem Zustand für ein Kraftwagenmodell abgeleitet, bei welchem die verschiedenen von der Hängemasse und der nicht aufgehängten Massen durchgeführten Bewegungen in Betracht gezogen werden.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 3/1972

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXIV — 1972. Numărul 3

MATEMATICĂ

C. Z.: 515

ASUPRA UNEI TRANSFORMĂRI ÎN CÎMPUL AXONOMETRIC*

LEO GRUIA

Se ştie că metoda transformărilor conduce în geometrie la proprietăţi noi.

Studiul reprezentărilor axonometrice este legat de acela al triunghiului urmelor planelor reperului cartezian pe planul de proiecţie, triunghiul numit de unii autori şi axonometric. De aici ideea de a obţine transtormarea imaginei unei figuri axonometrice F în altă imagine axonometrică F_1 raportată la acelaş plan axonometric şi la acelaşi sistem cartezian de coordonate.

O astfel de transformare poate rezulta din considerarea punctelor inverse în raport cu un triunghi, pe care o vom numi *transformare invers triunghiulară.*

Vom numi *axonometrie inversă* unei axonometrii date, *axonometria ale cărei axe au ca origină O' inversul originii 0 în raport cu triunghiul axonometric.*

1) Determinarea unei axonometrii inverse

a) *Teoremă* : Dacă în planul unui triunghi ABC (fig. 1) se ia un punct O care se uneşte cu vîrfurile triunghiului şi dacă se construiesc perechile

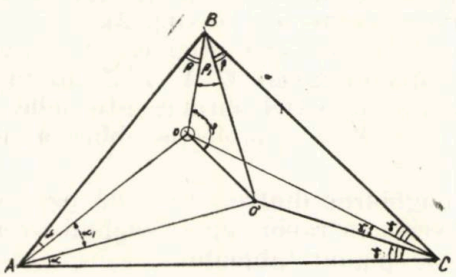


Fig. 1

de unghiuri egale $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}$; $\hat{\beta} = \hat{\beta}$ şi $\hat{\gamma} = \hat{\gamma}$ pe care le fac trei semidrepte ce corespund vîrfurilor ABC, cele trei semidrepte sînt concurente într-un punct O' (Pappelier) [1].

---

* Manuscris predat la redacţie la data de 24 martie 1971

Deci perechile de drepte AO, AO'; BO, BO'; CO, CO' sînt izogonale față de laturile corespunzătoare ale triunghiului. Această condiție geometrică trebuie îndeplinită atunci cînd se trece de la o epură axonometrică la una izogonal axonometrică.

Din această teoremă rezultă un mod de transformare biunivocă a punctelor planului triunghiului. Punctul O' astfel obținut se numește inversul punctului O în raport cu triunghiul ABC, iar AO', BO' și CO' inversele dreptelor AO, BO și CO. Cele două puncte O, O' sînt în acest caz focarele conicei înscrise în triunghiul ABC. (N. Manolescu) [2].

b) Fie acum axele axonometrice $O\,X\,Y\,Z$ considerate ca proiectate

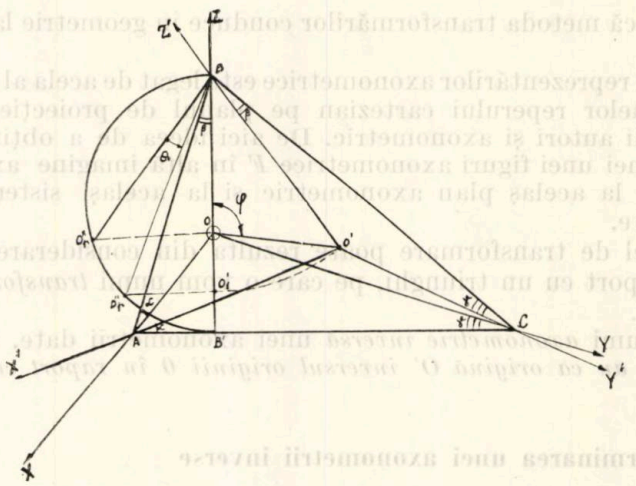


Fig. 2

ortogonal. Construim triunghiul axonometric ABC ale căror laturi sînt perpendiculare pe axele axonometrice (fig. 2).

Transformînd prin inversiune originea O a axelor axonometrice $O\,X\,Y\,Z$ se obține sistemul invers $O'\,X'\,Y'\,Z'$ în raport cu triunghiul ABC. Sistemul axonometric astfel obținut este oblic. Conform teoremei lui Pohlke axele $O'\,X'\,Y'\,Z'$ sînt proiecția oblică a sistemului cartezian ortogonal de axe.

Pentru a găsi unghiurile dintre cele două perechi de axe obținute prin transformare inversă în raport cu triunghiul axonometric, se rabat elementele necesare pe planul tabloului.

Astfel, pentru a găsi unghiul format de axa OZ și corespondenta sa $O'Z'$, se rabate triunghiul BO^*B' dreptunghic în O^*, (punct nenotat pe fig. 2, deoarece este în spațiu originea axelor reperului cartezian). Punctul O^* apare astfel proiectat pe planul axonometric în O, iar triunghiul BO^*B' proiectat pe planul axonometric după dreapta BB'. Rabaterea acestuia este triunghiul BO_r^*B'.

Inversei BO' i se aplică o rotație pînă ce O' devine incident cu BB' în O_1', rabătut în O_r''. Astfel, cele doul axe se găsesc în același plan pe a cărui rabatere se găsește unghiul $\theta = \sphericalangle O_r^* B O_r''$ dintre axa OZ și cores-

pondenta sa $O'Z'$. Aplicînd această operație și celorlalte două perechi de axe se obțin unghiurile corespunzătoare.

2. Cîteva relații fundamentale.

a) *Definiție.* Se numesc unghiuri de inversiune unghiurile pe care transformatele axelor prin inversiune le fac cu laturile triunghiului axonometric; aceste unghiuri au fost notate cu $\hat{\alpha}$; $\hat{\beta}$ și $\hat{\gamma}$ (fig. 1).

Dacă se notează unghiul $OAO' = \alpha_i$, vom avea pentru fiecare vîrf al triunghiului axonometric unghiurile $\hat{\beta}_i$ și $\hat{\gamma}_i$ pe care le vom numi conjugatele unghiulare ale inversiunii.

Este de remarcat că dacă axonometria este izometrică, atunci între unghiurile de inversiune există egalitatea $\hat{\alpha} = \hat{\beta} = \hat{\gamma}$.

În axonometria izometrică triunghiul ABC este echilateral, iar conica cu focarele în O și O' se transformă într-un cerc înscris cu centrul $O \equiv O'$.

În acest caz $\hat{\alpha}_i = \hat{\beta}_i = \hat{\gamma}_i = 0$ deci $0 \equiv 0'$.

De aici rezultă că epura axonometrică izometrică rămîne invariantă în cazul unei transformări izogonale. Este clar că acesta este singurul caz de invarianță.

b) Se observă că transformarea prin inversiune a originii O în raport cu triunghiul axonometric este echivalentă cu o transformare afină a axelor axonometrice inițiale, a cărei direcție de afinitate este OO'.

Direcția de afinitate se calculează din triunghiul BOO' (fig. 2).

$$O'B^2 = OO'^2 + OB^2 - 2OB \cdot OO'\cos\varphi \qquad (\varphi = \sphericalangle BOO')$$

de unde

$$\cos\varphi = \frac{OO'^2 + OB^2 - O'B^2}{2OB \cdot OO'} \tag{1}$$

Unghiul φ dă direcția transformării afine a axei axonometrice OZ în $O'Z'$. Pentru a obține constantele afinității pentru celelalte două axe, vom aplica relația (1).

c) Se aplică în continuare teorema lui Mihai Botez [3] al cărui enunț este: suma produselor rapoartelor de afinitate dintre axele carteziene și cele axonometrice corespunzătoare (oblice) prin cosinusurile unghiurilor dintre ele, este constantă și egală cu 2, care se exprimă prin formula (2):

$$\sum_{1}^{3} \lambda_i \cos \Psi_i = 2 \tag{2}$$

cu $i = 1, 2, 3$ ce corespund axelor $O'X'$; $O'Y'$; $O'Z'$;

λ_i — reprezintă rapoartele (constantele) de afinitate;

Ψ_i — unghiurile dintre axele reperului cartezian și cel axonometric ($\Psi_1 = O_r^*BO$)

Din cei șase parametri ai formulei (2) rezultă că inversa triunghiulară a unei axonometrii date depinde de cinci parametri.

3. Transformarea imaginilor prin inversiune triunghiulară

a) *Punctul*

Fie punctul M (m^*, m_1 — Fig. 3) reprezentat în reperul axonometric $OXYZ$ ($m^* m_1 \parallel OZ$) și sistemul invers triunghiului axonometric $O'X'Y'Z'$. Pentru a găsi imaginea punctului dat în acest din urmă reper se aplică

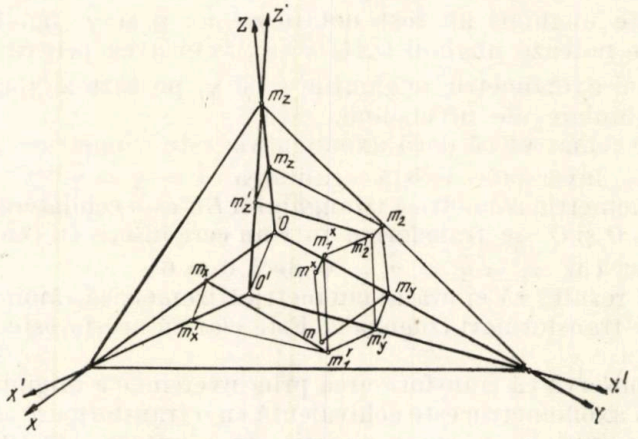


Fig. 3

transformarea afină a cîmpului O. XYZ în $O'X'Y'Z'$. Pentru că se cunoaște numai direcția de afinitate dintre axe OO', se referă punctul M la axele inițiale obținîndu-se proiecțiile pe axe m_x, m_y și m_z (prin intermediul proiecției secundare m_2).

Transformînd afin axele OX, OY și OZ se obțin transformatele m'_x; m'_y și m'_z ale punctelor m_x, m_y și m_z. Cu ajutorul acestora se obțin proiecțiile secundare m'_1 și m'_2.

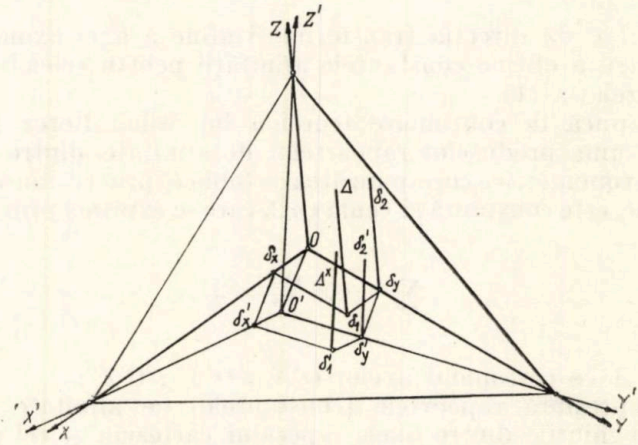


Fig. 4

Printr-o construcție uzuală se obține proiecția principală m_1^* în raport cu reperul O'. $X'Y'Z'$ care este transformata proiecției principale m^*.

b) *Dreapta*

Fie dreapta verticală $\Delta(\delta_1, \delta_2)$ — figura 4 — dată în sistemul $OXYZ$ și $O'X'Y'Z'$ inversul său triunghiular. Direcția de afinitate este OO'. Transformata invers triunghiulară se obține cu ajutorul punctelor

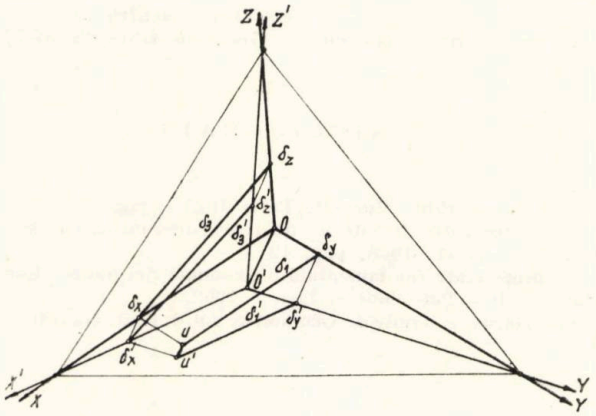


Fig. 5

δ_x, δ_y ale imaginei dreptei Δ situate pe axele invers triunghiulare, obținîndu-se δ_x' și δ_y' din care se poate construi imediat imaginea invers triunghiulară $\Delta^*(\delta_1', \delta_2')$.

Epura transformată pentru orice poziție a dreptei este cu totul analogă celei obținute mai înainte. În figura 5 se arată inversul operațiunilor în cazul dreptei $\Delta(\delta_1, \delta_3)$ și care ne dă imaginea invers triunghiulară (δ_1', δ_3').

c) *Planul*

Este de remarcat coeficientul geometrografic (C. E. Rouché) [4] redus în cazul transformării invers triunghiulare.

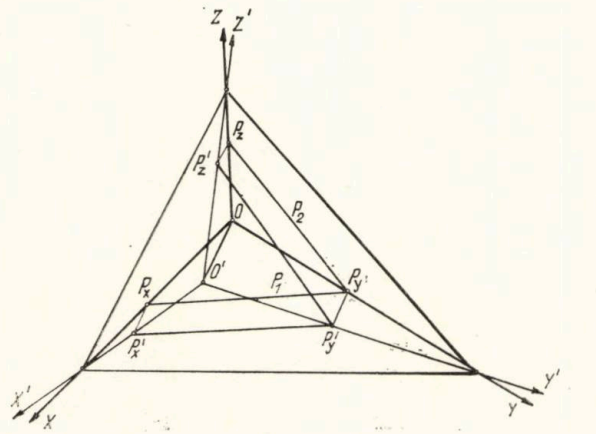


Fig. 6

Astfel, fiind dat P_1, P_2 în sistemul $OXYZ$ se obțin noile urme P_1', și P_2' prin construirea punctelor P_x', P_y' și P_z' afinele punctelor P_x, P_y P_z (fig. 6).

Într-un studiu ce va urma, voi trata aspectul axonometric al cîtorva probleme fundamentale în legătură cu unele aplicații practice.

Catedra de geometrie descriptivă și desen I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Papelier, G.* Transversales Edit. Vurbert, Paris 1925 — pag. 29
2. *Manolescu N și colaboratorii* Probleme de teoria mecanismelor și a mașinilor. Edit. Pedagogică vol II—1968, pag. 12
3. *Mihail Botez* — O proprietate fundamentală a axonometriei oblice. Comunicare la sesiunea jubiliară a Ins. Politehnic — Iași — 1962.
4. *Rouché*, E. — Comberousse — Traité de Géométrie, vol. I, Edit. Gauthier, Paris 1922, pag. 55

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972. Numărul 3

CZ .: 517

CONEXIUNE ASOCIATA GRUPULUI PROIECTIV BINAR*

VIOREL MIHĂILESCU

Acad. Prof. Gh. Vrănceanu [1] a arătat că unei conexiuni afine Γ^i_{jk} i se poate ataşa o conexiune M^i_{jk} care faţă de grupul simplectic constituie un tensor. În lucrarea de faţă vom considera grupul simplectic de transformări în care coeficienţii transformărilor şi variabilele sînt numere binare aparţinînd algebrei $A_2(1,e)$ definită peste corpul numerelor reale R cu tabela

·	1	e
1	1	e
e	e	1

Numim acest grup de transformări grupul proiectiv binar şi-i vom ataşa o conexiune care faţă de el reprezintă un tensor. Deci vom considera grupul de transformări care se prezintă sub una din următoarele forme :

$$z'^h = a^h_k z^k \qquad (h,\ k = 1.\ 2,\ \ldots,\ n) \tag{1}$$

$$\begin{cases} z'^1 = \dfrac{1}{z^1} \\ z'^h = \dfrac{z^h}{z^1} \qquad (h = 2,\ 3,\ \ldots,\ n) \end{cases} \tag{2}$$

unde

$$\begin{cases} a^h_k = \alpha^h_k + e\beta^h_k \\ z^h = x^{2h-1} + ex^{2h} \qquad (h,k = 1,\ 2,\ \ldots,\ n) \\ z'^h = x'^{2h-1} + ex'^{2h} \end{cases} \tag{3}$$

Coeficienţilor a^h_k le mai impunem condiţia ca $a^h_k \overline{a}^h_l = \delta^k_l$ unde

$$\overline{a}^h_l = \alpha^h_l - e\beta^h_l \quad \text{dacă} \quad a^h_l = \alpha^h_l + e\beta^h_l$$

* Manuscris predat la redacţie la data de 1 iunie 1970

Substituind (3) în (1) și (2), ținînd seama de egalitatea a două numere dintr-o algebră, obținem :

$$(1') \qquad \begin{cases} x'^{2h-1} = \alpha_k^h x^{2k-1} + \beta_k^h x^{2k} \\ x'^{2h} = \beta_k^h x^{2k-1} + \alpha_k^h x^{2k} \end{cases} \qquad (h,\ k = 1, 2, \ldots, n)$$

$$(2') \qquad \begin{cases} x'^1 = \dfrac{x^1}{(x^1)^2 - (x^2)^2}, \quad x^{2'} = \dfrac{-x^2}{(x^1)^2 - (x^2)^2}, \\ x'^{2h-1} = \dfrac{x^1 x^{2h-1} - x^2 x^{2h}}{(x^{-1})^2 - (x^2)^2}, \; x'^{2h} = \dfrac{x^1 x^{2h} - x^2 x^{2h-1}}{(x^1)^2 - (x^2)^2} \end{cases} \qquad (h = 2, 3, \ldots, n)$$

Prin derivare directă se observă că atît transformările (1') cît și (2') verifică egalitățile :

$$(4) \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial x'^{2h-1}}{\partial x^{2k-1}} = \dfrac{\partial x'^{2h}}{\partial x^{2k}}, \\ \dfrac{\partial x'^{2h-1}}{\partial x^{2k}} = \dfrac{\partial x'^{2h}}{\partial x^{2k-1}} \end{cases}$$

Calculînd determinantul funcțional al transformării (2') obținem :

$$\Delta = [(x^1)^2 - (x^2)^2]^{-(n+1)}$$

Se observă că (1') și (2') verifică ecuațiile :

$$(5) \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial^2 x'^{2h}}{\partial x^{2k} \partial x^{2l}} = \dfrac{\partial^2 x'^{2h}}{\partial x^{2k-1} \partial x^{2l-1}} = \dfrac{1}{2(n+1)} \left[\dfrac{\partial x'^{2h}}{\partial x^{2l}} \dfrac{\partial \ln \Delta}{\partial x^{2k}} + \dfrac{\partial x'^{2h}}{\partial x^{2k}} \dfrac{\partial \ln \Delta}{\partial x^{2l}} \right] + \\ \qquad + \dfrac{1}{2(n+1)} \left[\dfrac{\partial x'^{2h}}{\partial x^{2l-1}} \dfrac{\partial \ln \Delta}{\partial x^{2k-1}} + \dfrac{\partial x'^{2h}}{\partial x^{2k-1}} \dfrac{\partial \ln \Delta}{\partial x^{2l-1}} \right] \\ \dfrac{\partial^2 x'^{2h}}{\partial x^{2k} \partial x^{2l-1}} = \dfrac{\partial^2 x'^{2h-1}}{\partial x^{2k} \partial x^{2l}} = \dfrac{\partial^2 x'^{2h-1}}{\partial x^{2k-1} \partial x^{2l-1}} = \dfrac{1}{2(n+1)} \left[\dfrac{\partial x'^{2h-1}}{\partial x^{2l-1}} \dfrac{\partial \ln \Delta}{\partial x^{2k-1}} + \right. \\ \qquad \left. + \dfrac{\partial x'^{2h-1}}{\partial x^{2k-1}} \dfrac{\partial \ln \Delta}{\partial x^{2l-1}} \right] + \dfrac{1}{2(n+1)} \left[\dfrac{\partial x'^{2h-1}}{\partial x^{2l}} \dfrac{\partial \ln \Delta}{\partial x^{2k}} + \dfrac{\partial x'^{2h-1}}{\partial x^{2k}} \dfrac{\partial \ln \Delta}{\partial x^{2l}} \right] \\ \dfrac{\partial^2 x'^{2h-1}}{\partial x^{2k} \partial x^{2l-1}} = \dfrac{1}{2(n+1)} \left(\dfrac{\partial x'^{2h-1}}{\partial x^{2k}} \dfrac{\partial \ln \Delta}{\partial x^{2l-1}} + \dfrac{\partial x'^{2h-1}}{\partial x^{2k-1}} \dfrac{\partial \ln \Delta}{\partial x^{2l}} \right) + \\ \qquad + \dfrac{1}{2(n+1)} \left(\dfrac{\partial x'^{2h-1}}{\partial x^{2l-1}} \dfrac{\partial \ln \Delta}{\partial x^{2k}} + \dfrac{\partial x'^{2h-1}}{\partial x^{2l}} \dfrac{\partial \ln \Delta}{\partial x^{2k-1}} \right) \end{cases}$$

Considerăm o conexiune afină Γ^i_{jk} care se ştie că la o transformare de coordonate se transformă după legea :

$$\frac{\partial^2 x'^i}{\partial x^j \partial x^k} = \Gamma'^i_{rs} \frac{\partial x'^r}{\partial x^j} \cdot \frac{\partial x'^s}{\partial x^k} - \Gamma^s_{jk} \frac{\partial x'^i}{\partial x^s} \tag{6}$$

iar conexiunea sa contractată $\Gamma_k = \Gamma^i_{ik}$ se transformă după legea :

$$\frac{\partial \ln \Delta}{\partial x^k} = \Gamma'_s \frac{\partial x'^s}{\partial x^k} - \Gamma_k \tag{7}$$

Ţinînd seama de formulele (5), (6) şi (7) obţinem următorul rezultat : *conexiunea de componente*

$$D^{2h}_{2k2l} = \Gamma^{2h}_{2k2l} - \frac{\delta^h_k}{2(n+1)} \Gamma_{2l} - \frac{\delta^h_l}{2(n+1)} \Gamma_{2k}$$

$$D^{2h}_{2k2l-1} = \Gamma^{2h}_{2k2l-1} - \frac{\delta^h_k}{2(n+1)} \Gamma_{2l-1} - \frac{\delta^h_l}{2(n+1)} \Gamma_{2k-1}$$

$$D^{2h}_{2k-12l} = \Gamma^{2h}_{2k-12l} - \frac{\delta^h_k}{2(n+1)} \Gamma_{2l-1} - \frac{\delta^h_l}{2(n+1)} \Gamma_{2k-1}$$

$$D^{2h}_{2k-12l-1} = \Gamma^{2h}_{2k-12l-1} - \frac{\delta^h_k}{2(n+1)} \Gamma_{2l} - \frac{\delta^h_l}{2(n+1)} \Gamma_{2k}$$

$$D^{2h-1}_{2k2l} = \Gamma^{2h-1}_{2k2l} - \frac{\delta^h_l}{2(n+1)} \Gamma_{2k-1} - \frac{\delta^h_k}{2(n+1)} \Gamma_{2l-1}$$

$$D^{2h-1}_{2k2l-1} = \Gamma^{2h-1}_{2k2l-1} - \frac{\delta^h_k}{2(n+1)} \Gamma_{2l} - \frac{\delta^h_l}{2(n+1)} \Gamma_{2k}$$

$$D^{2h-1}_{2k-12l} = \Gamma^{2h-1}_{2k-12l} - \frac{\delta^h_k}{2(n+1)} \Gamma_{2l} - \frac{\delta^h_l}{2(n+1)} \Gamma_{2k}$$

$$D^{2h-1}_{2k-12l-1} = \Gamma^{2h}_{2k-12l-1} - \frac{\delta^h_k}{2(n+1)} \Gamma_{2l-1} - \frac{\delta^h_l}{2(n+1)} \Gamma_{2k-1}$$

formează un tensor. Aceasta este conexiunea pe care o asociem grupului proiectiv binar şi se vede uşor că *conexiunea contractată* $D_k = D^i_{ik}$ *este nulă*.

Catedra de matematici II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Gh. Vrănceanu*, Connexions associees aux grupes fundamentaux, Revue de Math. pures et appliquées, t III, 1958, p. 29–50.
2. *Gh. Vrănceanu*, Lecţii de geometrie diferenţială, vol. I, III Edit. Acad. R.P.R. 1961 Bucureşti.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972. Numărul 3

FIZICĂ

CZ.: 539

TRANZIȚIA β UNICĂ A $_{67}H^{166*}_{099}$

D. BOGDAN, N. CÎRJAN, H. FUIA

I. Introducere

Studiile precedente [1—3] asupra calculului observabilelor tranzițiilor β interzise de ordinul întîi neunice au arătat contribuția importantă pe care o aduc uneori elementele de matrice de corecție. De exemplu, în cazul tranziției A_u^{199} $(3/2^+ \to 1/2^-)$ Hg^{199} această contribuție este foarte importantă.

Scopul lucrării de față este de a vedea contribuția acestor elemente de matrice de corecție în cazul unor tranziții unice. Pentru exemplificare am ales tranziția $_{67}H^{166}_{099}(0^- \to 2^+)Er^{166}_{98}$ (fig. 1) , fiind una din tranzițiile unice bine studiate experimental (s-au măsurat timpul de înjumătățire redus (ft), forma spectrului (C), corelația unghiulară (A_2) și polarizarea longitudinală (P). Nucleul H_0^{166} este puternic deformat aparținînd pămînturilor rare.

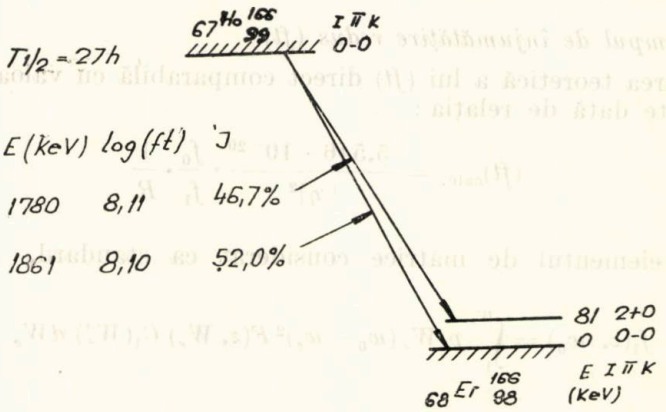


Fig. 1

Pentru obținerea valorilor teoretice ale observabilelor am folosit. următoarele procedee de calcul : ca formalism am folosit formularea teoriei

* Manuscris predat la redacție la data de 10 aprilie 1970

β efectuată recent de Bühring, Stech şi Schulke [4—8], a cărei caracteristică principală este folosirea funcţiei de undă electronice exacte (soluţia ecuaţiei Dirac radială pentru distribuţia uniformă a sarcinii nucleare). Astfel elementele de matrice $\int T_{LIS}\left(\frac{r}{R}\right)^2$ apar ca corecţii de ordinul întîi la elementele de matrice uzuale. De acelaşi ordin de corecţie sînt considerate şi elementele de matrice relativiste de ordin superior. În cazul tranziţiilor β unice trebuie incluse în calcul următoarele elemente de matrice $+C_A\frac{\sqrt{3}}{2}\int iB_{ij}={}^AF_{221}^{(0)}$ —elementul de matrice principal, $+C_A\frac{\sqrt{3}}{2}\int iB_{ij}\left(\frac{r}{R}\right)^2=$ $={}^AF_{221}^{(1)}$ —elementul de matrice datorită luării în considerarea dimensiunii finite a sarcinii nucleare : $+C_A\sqrt{\frac{15}{2}}\int\gamma_5\frac{R_{ij}}{R^2}={}^AF_{220}^{(0)}$ şi $-C_V\frac{\sqrt{5}}{2}\cdot\int i\gamma_5\frac{T_{ij}}{R^2}=$ $={}^VF_{221}^{(0)}$ — elementele de matrice relativiste de ordin superior ; (partea stîngă a ecuaţiilor reprezintă elementele de matrice sub formă carteziană cunoscută, iar partea dreaptă reprezintă factorii de formă introduşi de Stech şi Bühring). Restul elementelor de matrice se anulează datorită regulilor de selecţie pentru momentele unghiulare. În calculul observabilelor enumerate s-au folosit funcţii de undă coulombiene [9] (care sînt calculate cu funcţiile electronice exacte : $L_0, F, \lambda, \Delta, \mu, \nu, \eta$.

Stările nucleare au fost considerate a fi stări de cvaziparticulă (funcţii de undă BCS) [10] în potenţialul Woods — Saxon deformate [11]. S-a ales parametrul de deformaţie al nucleului $\delta = 0{,}3$ în conformitate cu valoarea momentului cuadripolar al nucleului H_0^{166}.

2. Rezultatele teoretice obţinute şi compararea lor cu datele experimentale.

a) *Timpul de înjumătăţire redus* (ft)

Valoarea teoretică a lui (ft) direct comparabilă cu valoarea experimentală este dată de relaţia :

$$(ft)_{\text{calc.}}=\frac{5{,}546\cdot10^{-20}}{|\eta|^2}\cdot\frac{f_0}{f_1}\cdot\frac{1}{R} \tag{1}$$

unde η — elementul de matrice considerat ca standard,

$$f_1(z,\ w_0)=\int_1^{W_0}p_eW_e(w_0-w_e)^2F(z,W_e)\,C_1(W_e')\,dW_e \tag{2}$$

în care p_e, W_e — impulsul şi energia electronilor emişi în dezintegrarea β.

W_0 — energia maximă a spectrului β.

$C_1(W_e)$ — factorul de formă (vezi f—la—4).

$F(Z,\ W_e)$ — Funcţia Fermi

Z — numărul atomic al nucleului E_r^{166}.

f_0 — este dată de formula (2) în care se ia $C_1(W_e)=1$

R — corecţia suprafluidă.

Pentru calculul corecției suprafluide s-a folosit relația $R = R_Z R_Z$, unde R_Z, R_N descriu amestecuri de configurații protonice, neutronice, în stările asociate dezintegrării β și au forma

$$Rz = Vf^2 \bigcap_k (U_k^i U_k^f + V_k^i V_k^f)^2$$

(3)

$$R_N = U_i^2 \bigcap_k (U_k^i U_k^f + V_k^i V_k^f)^2$$

unde $|V_k|^2$ — este probabilitatea de a găsi o pereche de nucleoni în starea k, iar $|U_k|^2 = 1 - |V_k|^2$. S-a calculat R luînd în considerare un număr de 24 nivele deasupra miezului inert (am constatat din calculul efectuat că restul nivelelor nu aduc contribuții esențiale, aportul lor fiind $<1\%$). Considerînd trei seturi de nivele diferite (Soloviev [12], Feassler [11] și Gareev [13]) am obținut următoarele corecții suprafluide : $R_S = 0{,}4262$; ; $R_F = 0{,}4437$; $R_G = 0{,}4233$.

În tabela 1 sînt prezentate valorile calculate pentru log (ft), iar tabela 2 cuprinde mărimile calculate C, P, A_2 și Ă în următoarele ipoteze : I) folosind numai elementul de matrice principal, II) la elementul de matrice principal s-a adăugat corecția datorită dimensiunii finite a sarcinii nucleare, III) au fost introduse și elemente de matrice relativiste de ordin superior. Se observă spre deosebire de cazul tranzițiilor neunice, contri-

Tabela 1

Ipoteza I log $(ft)_{calc}$	Ipoteza II log $(ft)_{calc}$	Ipoteza III log $(ft)_{calc}$	Date experimentale log $(ft)_{calc}$
8,41	8,47	8,36	8,11

buția nesemnificativă a elementelor de matrice relativiste de ordin superior și influența neesențială a elementului de matrice de dimensiune finită.

b) *Forma spectrului C,*

În figura 2 sînt reprezentate formele teoretice și experimentale ale

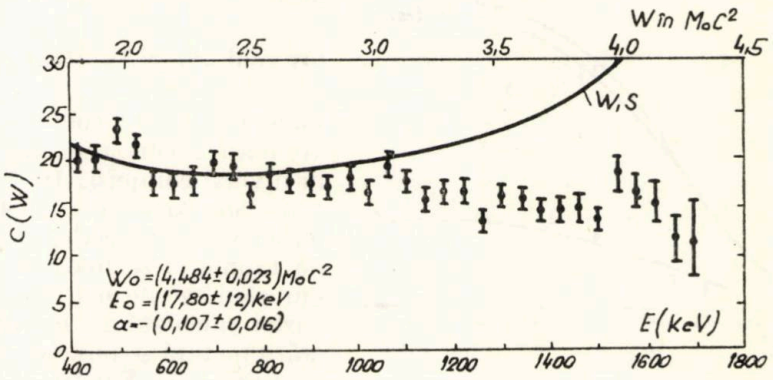


Fig. 2

spectrului [14]. Se observă că există o concordanță bună între valorile teoretice și cele experimentale pînă la o energie de —1000 KeV ; deza-

cordul de la sfîrșitul spectrului se poate datora erorilor experimentale, în realitate mai mari decît cele indicate de Beekhuis. De altfel, calculele anterioare au arătat o discrepanță sistematică dintre teorie și experiență la capetele spectrului β. Calculele efectuate în aceleași ipoteze ca la calculul (*ft*) arată o variație a formei spectrului în valoare absolută și o variație mică în funcție de energie (vezi tabela 2). Pentru obținerea valorilor teoretice s-a folosit următoarea formulă:

$$C(We) = M_2^2(1, 2) + \lambda_2 M_2^2(2, 1)$$

unde:

$$M_2(1, 2) = \frac{p\nu R}{3}\left[-{}^{A}F_{211}^{(0)} - {}^{A}F_{211}^{(1)}\left(H_2 + \frac{1}{5}N_1(2)D_1 + N_2(2)\right) - \right.$$

(4)

$$\left. - \sqrt{\frac{2}{5}}\,{}^{A}F_{220}^{(0)}(D_1 + N_1(2)) - \sqrt{\frac{3}{5}}\,{}^{V}F_{221}^{(0)}(D_1 - N_1(2))\right]\cdot$$

și

$$M_2(2,1) = \frac{peR}{3}\left[-{}^{A}F_{211}^{(0)} - {}^{V}F_{211}^{(0)}\left(H_2(2) + \frac{1}{5}N_1(2)D_1(2) + N_2(2)\right) - \right.$$

$$\left. - \sqrt{\frac{2}{5}}\,{}^{A}F_{220}^{(0)}(D_1(2) + N_1 - \sqrt{\frac{3}{5}}\,{}^{V}F_{221}^{(0)}(D_1(2) - N_1)\right]\cdot$$

în care H_2, $-N_1$, N_2 și D_1 reprezintă niște coeficienți care depind de caracteristicile cinematice ale dezintegrării β.

c. *Corelația unghiulară direcțională* A_2 :

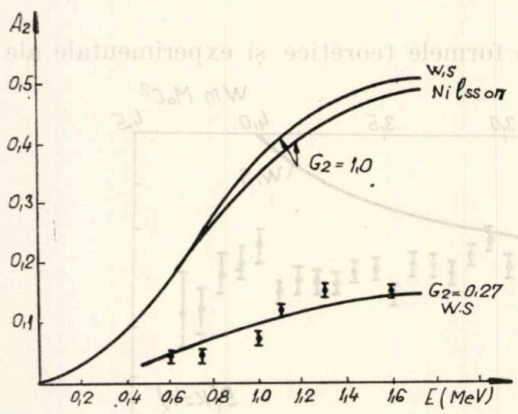


Fig. 3

S-a calculat valoarea coeficientului de corelație unghiulară A_2 definit de relația:

(5) $\omega(W_e, \theta) = 1 + G_2 A_2 P(\cos\theta)$

unde G_2 — este coeficientul de atenuare a corelației unghiulare în diverși compuși. În figura 3 sînt reprezentate următoarele date: curba teoretică calculată de Lipnic [15], folosind un singur element de matrice Nilsson curba calculată în ipotezele lucrării de față și punctele experimentale [15]. Valorile teoretice obținute de noi indică un factor de atenuare $G_2 = 0{,}27$ în acord cu valoarea determinată anterior din corelație $\gamma-\gamma$ pe aceeași combinație chimică ($H_{02}O_3$) [16, 17]. Accentuarea pantei curbe teoretice față de cea

calculată de Lipnik se datorește formalismului folosit și anume o mai riguroasă dependență energetică a părții leptonice.

Pentru valorile teoretice ale lui A am folosit următoarea expresie :

$$A_2 = \frac{B^{(2)}}{C(Ww)L_0} \tag{6}$$

unde $B^{(2)}$ este o combinație de elemente de matrice (vezi formula 32, pagina 14, [9]). Contribuția elementelor de matrice de corecție la corelația unghiulară este nesemnificativă.

d) *Polarizarea longitudinală a electronilor* β, P :

Măsurătorile experimentale existente indică o polarizare longitudinală a electronilor de 0,94 la energia de 1250 KeV [17] și 0,91 la energia electronilor de 250 KeV. [18].

Valorile teoretice calculate cu formula 9

$$\frac{\frac{P}{V}}{C} = 1 + \left(\frac{\Lambda_2}{\Lambda_1} - 1\right) M^2_{\frac{1}{2}}(2, 1)\lambda_2 \tag{7}$$

sînt date în tabela 2. Nu se poate spune ceva sigur despre compararea cu experiența întrucît polarizarea experimentală măsurată reprezintă un amestec de cele două tranziții $\beta(0^- \to 2^+$ și $0^- \to 0^+)$. Pentru rezolvarea acestei probleme sînt în curs calcule teoretice pentru tranziția β în starea fundamentală. Se observă o mică scădere a polarizării cu energia fapt confirmat de experiență.

e) *Corelația de polarizare circulară* A,

Pentru această mărime nu există măsurători experimentale, dăm totuși valorile teoretice (tabela 2) pentru întregirea tabelului observabilelor și pentru probabilele viitoare experiențe care se vor efectua.

3. Concluzii

Din cele relatate se observă următoarele trăsături mai importante :

— spre deosebire de cazul tranzițiilor neunice, rolul elementelor de matrice relativiste de ordin superior este mai important în tranzițiile unice în comparație cu contribuția dată de elementul matricial de dimensiune finită.

— Ipotezele simple folosite în legătură cu stările nucleare implicate în tranziții pot explica satisfăcător caracteristicile dezintegrării.

— Se observă o generalizare a independenței lui $A(W_e)$, $C(W_e)$ $P(W_e)$ de elementele de matrice.

Tabelul 2

$Z = 68$ $A = 166$ $W_0 = 4{,}4696$

a*

39,36	7,170	−0,99990000	0,00999098	0,51483858
143,40	6,544	−0,99974	0,02568	0,53756
287,21	5,835	−0,99942	0,05775	0,58189
453,16	5,240	−0,99888	0,11141	0,65036
631,64	4,871	−0,99812	0,18737	0,73670
817,61	4,788	−0,99723	0,27716	0,82554
1008,32	5,027	−0,99636	0,36405	0,90033
1398,27	6,555	−0,99525	0,47496	0,98302
1 1585,93	7,871	−0,99505	0,49534	0,99688

b**

39,36	6,137	−0,99989	0,01061	0,51578
143,40	5,606	−0,99972	0,02730	0,53986
287,21	5,009	−0,99939	0,06120	0,58649
453,16	4,521	−0,99883	0,11728	0,65746
631,64	4,287	−0,99600	0,188880	0,74588
817,61	—	—	—	—
1008,32	—	—	—	—
1202,20	5,017	−0,99563	0,143628	0,95520
1398,27	5,885	−0,99523	0,47663	0,98417
1595,93	7,073	−0,99504	0,49567	0,99710

c***

39,36	5,948	−0,99989	0,01077	0,51597
143,40	5,434	−0,99972	0,02763	0,54032
287,21	4,760	−0,99938	0,06188	0,58739
453,16	4,322	−0,99881	0,11847	0,65884
731,64	4,123	−0,99803	0,19697	0,74778
817,61	4,104	−0,99713	0,28732	0,83474
1008,32	4,361	−0,99427	0,37222	0,90681
1202,20	4,913	−0,99563	0,43702	0,95612
1398,27	5,768	−0,99523	0,47699	0,98435
1595,93	6,937	−0,99504	0,49578	0,99711

* folosind ipoteza I
** folosind ipoteza II
*** folosind ipoteza III.

Catedra de Fizică
Institutul de Fizică Atomică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *D. Bogdan, N. Cîrjan, I. Pilicu*, Physics Lett. în curs de apariție.
2. *D. Bogdan, N. Cîrjan, I. Pilicu, C. Proțap, I. Vâță*, Revue Roumaine de Physique, în curs de apariție.
3. *D. Bogdan, N. Cîrjan, C. Proțop, I. Vâță*, Iadernaia Fizica în curs de apariție.
4. *W. Bühring*, Nucl, Phys. 40, 472 (1963).
5. *W. Bühring*, Nuel, Ph)s, 49, 190 (1963).
6. *W. Bühring, L. Schülke*, Nucl, Nhys. 65, 369 (1965).
7. *B. Stech, L. Schülke*, Z. Physik, 179, 314 (1964).
8. *L. Schülke*, Z. Physik, 179, 331, (1964).

9. *H. Behrens, J. Jänecke*, Landolt Bornstein Tables, Neue Serie I/4. (1969).
10. *J. Baldeen, L. N. Cooper, J. E. Schriffer*, Phys. Rev. 108, 1175 (1957).
11. *A. Feassler, R. K. Sheline*, Phs. Rev., 148, 1003 (1966).
12. *K. M. Teleznova, A. A. Konneiciuc, V. G. Soloviov, N. Fogel, G. Iunglaussen*, Preprint Dubna D. — 2157
13. *F. A. Gareev, F. P. Ivanova, B. N. Kalinkin, F. K. Slepnev, M. G. Ghinsburg*, Preprint Dubna P4—3607.
14. *H. Beekhmis*, Phys. Lett. 21. 205—6 (1966).
15. *J. P. Deutsch, L. Grenacs, P. Lipnic*, Ann. Soc. Sci. Bruxelles 75, III, 191 (1961).
16. *W. Kündig*. Helv. Phys. Acta, 34, 125 (1961).
17. *E. Creutz, L. Grenacs*, Bull. Soc. Belge Phys. Ser. III, Nr. 2, 115 (1962).
18. *D. M. Kamipker*, J. E. T. F. 47, 1668 (1964).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972. Numărul 3

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z.: 66

DEPUNEREA ACOPERIRILOR PROTECTOARE PRIN ELECTROFOREZĂ*

LIA BLUM LAZĂR, C. GHERMAN

Depunerea peliculelor de lacuri și vopsele prin electroforeză, considerată astăzi ca una dintre cele mai moderne metode, se bazează pe fenomene electrochimice studiate în trecut, dar care și-au găsit largi aplicații în acest domeniu mai ales în ultimul timp (1—11). Aceasta se explică atît prin diversitatea mare de rășini sintetice obținute în prezent, cît și prin avantajele pe care le prezintă procedeul și anume:

— permite obținerea unor pelicule de grosime uniformă, compacte și aderente pe metalul suport;

— asigură formarea unei depuneri practic lipsită de solvent (~5% lichid) ceeace permite eliminarea fazei de preuscare înaintea coacerii;

— se realizează cu pierderi mici de substanță (5%, adică 0,5% solid) comparativ cu pierderile înregistrate la procedeul prin pulverizare, în cîmp electrostatic sau prin imersie;

— asigură economie de material, deoarece se lucrează în general cu un conținut redus de substanță solidă (5—15% corp solid în apă);

— se pretează la automatizare completă;

— asigură condiții corespunzătoare de lucru, deoarece nu se utilizează solvenți inflamabili sau toxici.

Procedeul prezintă și unele dezavantaje, care rezultă din următoarele aspecte:

— posibilitatea de aplicare a unui singur strat prin această metodă;

— necesitatea unui control riguros al parametrilor de lucru;

— adaptarea unor electrozi speciali pentru piesele profilate;

— utilizarea unei instalații speciale prevăzută cu aparate de control.

Mecanismul depunerii. În principiu metoda de electrodepunere a lacurilor și vopselelor se bazează după o serie de cercetători (12—24) pe următoarele procese:

Electroforeza, care constă în deplasarea particulelor dispersate într-un lichid sub acțiunea cîmpului electric exterior.

Electroliza, care conduce la o serie de reacții de electrod datorită descompunerii apei, dizolvării anodului, decarboxilării.

Electrocoagularea, prin care are loc coagularea suspensiei sub influența cîmpului electric.

* Manuscris predat la redacția la data de 1 aprile 1971.

Electroosmoza, care constă în deplasarea fazei lichide printr-un solid poros sub acţiunea cîmpului electrie şi are ca rezultat deshidratarea stratului depus electroforetic.

O vopsea este un amestec de pigment şi liant dispersat într-un mediu lichid. Se consideră particula de vopsea ca o granulă de pigment înconjurată de răşina distribuită în micele mai mult sau mai puţin compacte, încărcate electric, în majoritatea cazurilor negativ datorită grupelor COO^-. Aceste răşini sînt stabile în mediu alcalin deoarece prin neutralizarea cu amoniac sau amine sărurile obţinute sînt mai puternic disociate decît acidul.

Între particula pigment-răşină cu sarcină negativă dată de grupele COO^- şi ionii de NH_4^+ din soluţie, datorită pe de o parte atracţiei electrostatice a sarcinilor de semn contrar şi pe de altă parte agitaţiei termice care tinde spre o distribuţie omogenă, se stabileşte un strat dublu electric cu un caracter difuz, conform cu teoria lui Stern. La deplasarea particulelor sub acţiunea cîmpului electric este pus în evidenţă potenţialul electrocinetic ζ, care se stabileşte între stratul de lichid legat de particula solidă şi restul lichidului, potenţial de care depinde viteza electroforetică de deplasare a particulei după relaţia $U_e = K \frac{\zeta DE}{\rho l}$ care la un gradient de pitenţial de 1V/cm se reduce la $U_e = K \frac{\zeta D}{\rho}$ în care D — constanta dielectrică, ρ — viscozitatea lichidului.

O serie de cercetări (25, 26) au arătat că pentru iniţierea depunerii electroforetice a suspensiei, intensitatea cîmpului electric şi durata acţiunii lui trebuie să depăşească anumite valori critice. Intensitatea critică a cîmpului electric este condiţionată de prezenţa barierei de potenţial dintre particule, iar timpul critic de o concentraţie suficientă a suspensiei în spaţiul preelectrodic.

La anod, pe lîngă electroforeza particulelor pigment-răşină încărcate negativ şi electrocoagularea lor, se pot desfăşura şi o serie de reacţii de oxidare datorită electrolizei şi anume :

a) degajarea oxigenului în urma descompunerii electrolitice a apei

$$2OH^- - 2e \rightarrow H_2O + \frac{1}{2} O_2$$

cînd apare un exces de ioni H^+ în soluţia din apropierea anodului, ceeace poate conduce la reacţia dintre aceşti ioni cu anionul răşinii

$$RCOO^- + H^+ \rightarrow RCOOH$$

b) dizolvarea anodului; în cazul fierului are loc reacţia

$$Fe - 2e \rightarrow Fe^{2+}$$

în urma căreia ionii Fe^{2+} pot reacționa cu anionul rășinii formînd o peliculă insolubilă

$$2\ RCOO^- + Fe^{2+} \rightarrow (RCOO)_2\ Fe$$

c) decarboxilarea favorizată la densități mari de curent

$$RCOO^- - e \rightarrow R + CO_2$$

La catod, pe lîngă eliminarea apei prin electroosmoză se degajă hidrogen datorită electrolizei apei

$$2H^+ + 2e \rightarrow H_2$$

Partea experimentală

În lucrare se urmărește influența diferiților factori (densitate de curent, tensiune, concentrație de substanță solidă, pH) asupra eficienței electrice grosimii peliculei și puterii de pătrundere la depunerea electroforetică a unei acoperiri pe bază de rășină melamin-alchidică pigmentată cu bioxid de titan, folosind ca mediu de suspensie apă distilată și comportarea peliculelor obținute comparativ cu depuneri similare efectuate prin alte procedee.

Probele din oțel moale au fost prelucrate mecanic prin șlefuire, degresate electrochimic într-o soluție alcalină pe bază de NaOH, Na_3PO_4 și Na_2SiO_3, decapate într-o soluție de H_2SO_4 15% și apoi fosfatate într-o soluție de $Zn(H_2PO_4)_2$ la un pH = 2,3.

Ulterior au fost introduse într-o soluție de acid cromic 0,005% pentru a fi pasivate și apoi au fost spălate cu apă distilată.

Grosimea stratului de fosfat, determinată atît prin metoda magnetică cît și din greutatea depunerii pe unitate de suprafață, era de aproximativ 1 μ.

Pentru depunere s-a utilizat un grund care conține ca pigment bioxid de titan și o rășină melamin-alchidică (Romhidrol M 490). Concentrația necesară a suspensiei de vopsea a fost obținută prin diluare cu apă distilată sub agitare continuă a amestecului. Alcalinitatea necesară s-a realizat cu adaus de amoniac, iar pentru menținerea constantă a pH-ului s-a izolat spațiul catodic cu o membrană semipermeabilă.

În instalația folosită s-a utilizat ca sursă de curent un redresor cu patru trepte de tensiune 50—100—150—200 V, un miliampermetru și un voltmetru. Pentru reglarea intensității curentului și pentru evitarea vîrfurilor mari de curent care apar la închiderea circuitului s-au introdus reostate de 10.000—30.000 Ω. Depunerile se pot efectua la tensiune constantă sau la densitate de curent constantă.

La tensiune constantă densitatea de curent inițială este mare, apare un vîrf pronunțat de curent pe un interval de timp scurt, apoi intensitatea curentului tinde către zero cu creșterea grosimii depunerii. Tensiunea se menține inițial la o valoare scăzută, indicînd existența unei „perioade de inducție" în timpul căreia depunerea nu are loc efectiv, iar la sfîrșitul acestei perioade tensiunea crește datorită acoperirii suprafeței cu un strat izolator.

La curent constant se evită apariţia iniţială a vîrfului de curent prin introducerea unor rezistenţe mari şi apoi se aplică tensiuni variabile pentru menţinerea intensităţii stabilite. Depunerile au fost efectuate la o densitate de curent constantă deoarece în aceste condiţii, mărind progresiv tensiunea are loc formarea iniţială lentă a peliculei ceea ce conduce la o depunere mai compactă, mai lucioasă şi cu o rezistenţă la coroziune superioară. Din determinările efectuate în aceste condiţii cu două compoziţii la un raport pigment : liant 1 : 3, respectiv 1 : 4 se constată că există un raport optim la care depunerea se face cu o viteză mai mică şi se obţine mai compactă, acest raport este 1 : 3, la un conţinut de corp solid 10% şi pH = 7,8. În aceleaşi condiţii s-a urmărit variaţia conţinutului de lichid în filmul depus. Se observă o scădere a umidităţii în timp, care ajunge la o valoare de aproximativ 5% pentru un timp de depunere de 2 minute. Datorită conţinutului redus de apă se poate trece ulterior direct la încălzirea peliculei la 150° timp de 30 minute.

Eficienţa electrică. S-a studiat influenţa parametrilor de lucru (densitate de curent, tensiune, conţinutul solid, pH, timp) asupra eficienţei

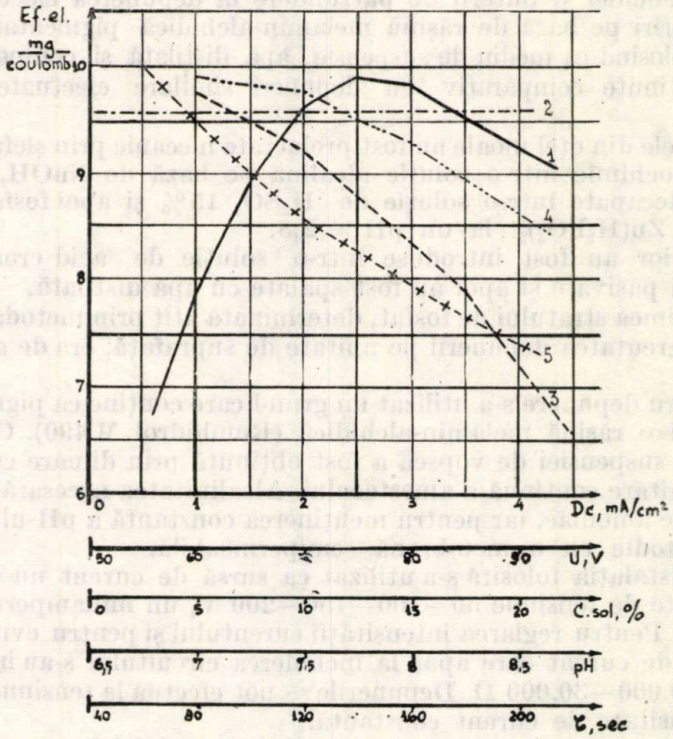


Fig. 1. Variaţia eficienţei electrice în funcţie de : 1 — densitatea de curent ; 2 — tensiune ; 3 — conţinutul solid ; 4 — pH ; 5 — timp.

electrice definită drept cantitatea de substanţă uscată depusă de un coulomb (inclusiv perioada de întîrziere), exprimată în mg/coulomb.

Din rezultatele obţinute (Fig. 1) rezultă că există o densitate de curent limită sub care depunerea nu are loc (0,6 mA/cm² la 10% solid).

Se observă un maxim în jurul valorii de 2,5 mA/cm² după care eficiența electrică scade cu creșterea densității de curent, datorită probabil creșterii ponderii reacțiilor secundare. Tensiunea nu influențează practic eficiența electrică. Determinările efectuate la tensiuni între 50—100 V arată că valorile maxime sînt limitate de degajarea electrolitică a gazelor care înrăutățesc calitatea peliculei.

Eficiența electrică scade cu creșterea conținutului de substanță solidă (5%—20%). Efectul poate fi atribuit tendinței de sedimentare și micșorării vitezei electroforetice datorită creșterii viscozității. Concentrația optimă poate fi considerată 10%, la care eficiența se menține la o valoare relativ bună. Influența pH-ului se manifestă printr-o scădere a eficienței electrice cu creșterea pH-ului, deoarece cu creșterea concentrației ionilor OH^- este favorizată descărcarea lor la anod. Este indicată valoarea minimă compatibilă cu stabilitatea rășinii și anume un pH 7,5—7,8.

Agitarea exercită o influență favorabilă asupra eficienței electrice întrucît contribuie la omogenizarea băii, la evitarea sedimentării și la micșorarea polarizației de concentrație.

Un efect similar se observă și la creșterea temperaturii; deoarece însă creșterea temperaturii exercită o acțiune negativă asupra stabilității sistemului prin degajarea amoniacului este indicat să se lucreze la 25°—30°.

Eficiența electrică scade cu timpul de depunere, deoarece cu creșterea rezistenței filmului scade viteza de depunere. Este suficient un timp de 1′—2′ pentru o grosime a peliculei de 20μ—40μ.

Grosimea depunerii. S-a urmărit influența acelorași factori asupra grosimii depunerii. Din rezultatele prezentate în Fig. 2 se vede că mărirea densității de curent și a tensiunii produce o creștere a grosimii depunerii. Conținutul de substanță solidă și pH-ul influențează în mică măsură grosimea depunerii; cu creșterea conținutului de solid și a pH-ului grosimea peliculei se micșorează. Grosimea depunerii crește în timp; pentru prima perioadă de aproximativ 100 secunde se înregistrează o creștere mai rapidă întrucît filmul prezintă la început o porozitate suficientă pentruca rezistența să nu fie prea mare și să nu fie necesară o creștere mare de tensiune. La o grosime mai mare rezistența electrică crește și este necesară o tensiune mai mare pentru aceeași densitate de curent.

Puterea de pătrundere, definită drept capacitatea suspensiei de a se depune cu o grosime uniformă pe obiectele profilate se calculează cu relația $pp = \frac{\text{Grosimea filmului pe anodul secundar}}{\text{Grosimea filmului pe anodul primar}} \cdot 100$

Puterea de pătrundere crește cu scăderea densității de curent (Fig. 3); la densități de curent mici depunerea are loc cu viteză redusă, degajarea gazelor este neînsemnată și pelicula devine mai compactă izolînd preferențial porțiunile proeminente, ceeace are ca efect o redistribuire a curentului și deci o depunere mai uniformă. Prin creșterea rezistenței electrice a peliculei se poate explica și mărirea puterii de pătrundere cu creșterea tensiunii, a timpului și deci a grosimii peliculei și cu scăderea pH-ului, obținîndu-se valori cuprinse între 60—75%.

Natura metalului suport are o influență relativ redusă asupra depunerii. Aceasta se manifestă în special în prima etapă a procesului cînd este probabil că un rol important revine potențialului de electrod pentru reac-

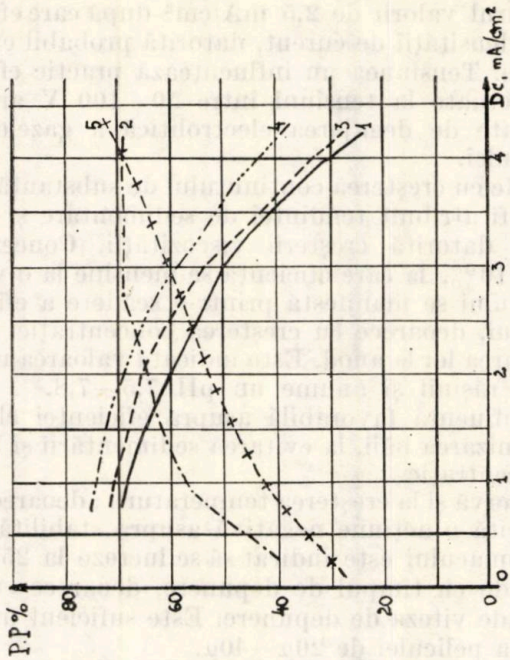


Fig.3 Variația puterii de pătrundere în funcție de: 1—densitatea de curent; 2—tensiune; 3—conținutul solid; 4—pH; 5—timp

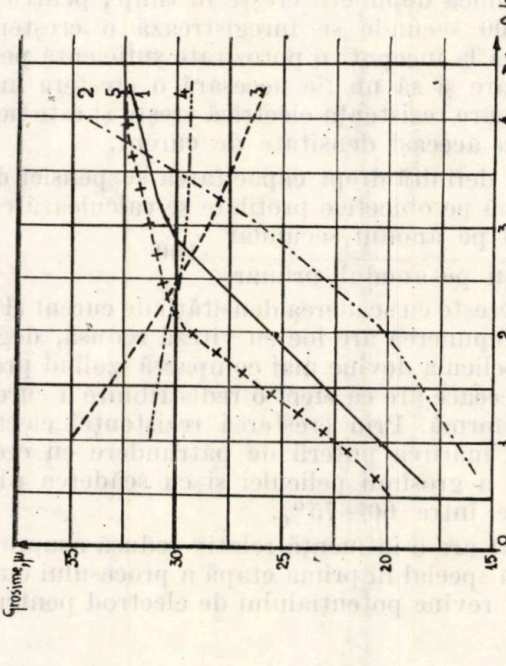


Fig. 2. Variația grosimii depunerii în funcție de: 1—densitatea de curent; 2—tensiune; 3—conținutul solid; 4—pH; 5—timp.

ţiile care se desfăşoară în această primă etapă, inclusiv reacţia de dizolvare anodică. După ce suprafaţa a fost acoperită rezistenţa electrică a peliculei depuse capătă o influenţă determinantă.

Condiţiile optime stabilite pentru obţinerea unor depuneri cu o grosime de 20μ—40μ şi o eficienţă electrică de 10 mg/coulomb sînt următoarele : raport pigment : liant, 1 : 3 ; concentraţia în substanţă solidă 10%; pH 7,5—7,8 ; temperatura — 25°C ; densitatea de curent — 20—30 A/m^2 ; tensiunea 80—100 V, timp — 2 minute.

Asupra acestor depuneri s-au efectuat determinări de duritate, rezistenţă la lovire, elasticitate, porozitate şi stabilitate chimică comparativ cu depuneri similare efectuate prin pulverizare.

S-a constatat că proprietăţile fizico-mecanice pentru peliculele studiate corespund condiţiilor impuse de norme. Duritatea, determinată la pendul şi rezistenţă la lovire au fost superioare la depunerile obţinute electroforetic datorită probabil prezenţei compuşilor metalici din filmul depus.

Determinarea porozităţii peliculei s-a făcut prin metoda galvanometrică. înregistrînd curentul unei celule formată dintr-un electrod neacoperit şi unul protejat introduşi într-o soluţie de NaCl 0,5%. Intensitatea curentului este mai scăzută utilizînd electrodul acoperit cu o peliculă depusă electroforetic (Fig. 4) şi prezintă o creştere mai redusă în timp faţă de valorile obţinute cu un electrod la care stratul protector a fost depus prin pulverizare.

Stabilitatea chimică a depunerii s-a urmărit prin comportarea suprafeţei metalului protejat în absenţa unui curent aplicat din exterior pe baza datelor obţinute prin determinarea variaţiei potenţialului de electrod în funcţie de timp pentru probele imersate continuu în mediul agresiv (soluţie de H_2SO_4 de concentraţii 5% şi 10%), utilizînd ca electrod de comparaţie un electrod de calomel saturat.

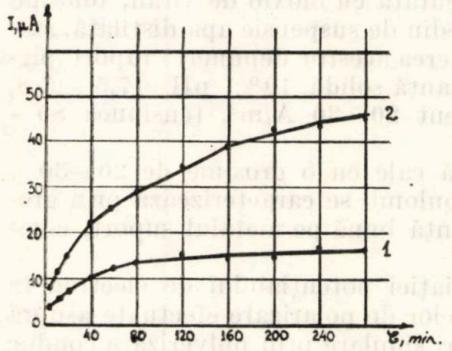


Fig. 4. Vatiaţia intensităţii curentului în timp. 1 — Peliculă depusă electroforetic. 2—Peliculă depusă prin pulverizare.

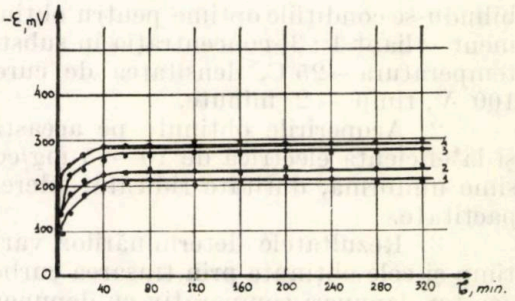


Fig. 5. Variaţia potenţialului de electrod în funcţie de timp. 1 — Peliculă depusă electroforetic— soluţie H_2SO_4 5%. 2—Peliculă depusă electroforetic— soluţie H_2SO_4 10%. 3— Peliculă depusă prin pulverizare — soluţie H_2SO_4 5%. 4 — Peliculă depusă prin pulverizare — soluţie H_2SO_4 10%.

În primele 20—30 minute dela introducerea probelor în soluţie, potenţialele se deplasează spre valori negative şi apoi se menţin aproape constante timp îndelungat. Se observă deplasarea curbelor spre valori mai pozitive pentru probele acoperite cu pelicule depuse electroforetic (Fig. 5).

Trasarea curbelor de polarizare a permis studiul cineticii reacției electrochimice care se desfășoară pe suprafața electrodului protejat.

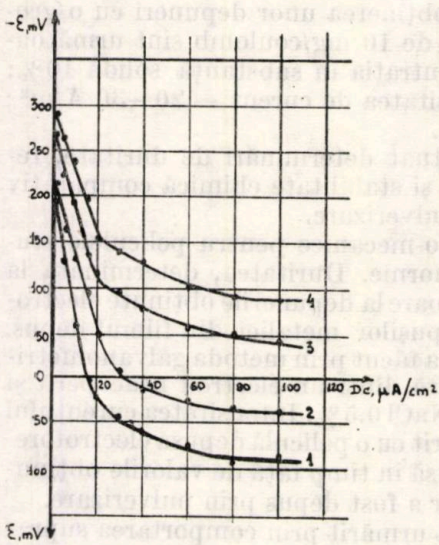


Fig. 6. Curbele de polarizație anodică. 1 — Peliculă depusă electroforetic — soluție H_2SO_4 5%. 2 — Peliculă depusă electroforetic — soluție H_2SO_4 10%. 3 — Peliculă depusă prin pulverizare — soluție H_2SO_4 5%. 4 — Peliculă depusă prin pulverizare — soluție H_2SO_4 10%.

Electrodul studiat, acoperit cu pelicula protectoare, introdus în soluția de acid sulfuric a fost polarizat anodic într-o celulă în care spațiul anodic era separat de cel catodic printr-o diafragmă, cu ajutorul unui electrod auxiliar de platin, folosind electrodul de calomel saturat ca electrod de comparație. Curbele de polarizare, în concordanță cu rezultatele obținute la variația potențialului de electrod în timp (Fig. 6), prezintă o deplasare spre valori mai pozitive la soluțiile mai diluate și de asemenea o polarizație mai intensă la probele acoperite cu o depunere electroforetică.

Concluzii

1. S-a urmărit influența diferiților factori (densitate de curent, tensiune, concentrația de substanță solidă, pH, timp) asupra eficienței electrice, grosimii peliculei și puterii de pătrundere la depunerea electroforetică a unei acoperiri pe bază de rășină melamin-alchidică pigmentată cu bioxid de titan, folosind ca mediu de suspensie apa distilată, stabilindu-se condițiile optime pentru obținerea acestor depuneri : raport pigment —liant 1 : 3, concentrația în substanță solidă 10%, pH — 7,5 — 7,8, temperatura — 25°C, densitatea de curent 20—30 A/m², tensiunea 80—100 V, timp — 2 minute.

2. Acoperirile obținute pe această cale cu o grosime de 20—30 μ și la eficiență electrică de 10—15 mg/coulomb se caracterizează prin grosime uniformă, duritate ridicată, aderență bună pe metalul suport, compactitate.

3. Rezultatele determinărilor variației potențialului de electrod în timp și cele obținute prin trasarea curbelor de polarizare efectuate asupra acestor depuneri comparativ cu depuneri similare prin pulverizare conduc la concluzia că acoperirile prin electroforeză conferă o protecție mai eficientă.

Laboratorul de electrochimie
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. Mueller W., Galvanotechnik 57, 5, 306, 1966.
2. *Klein G*, Neue Züricher-Zeitung 3, 23, 1966.
3. Frangen K. H., Farbe Lack 72, 36, 1966.

4. *Geuin G.*, Peintures, Pigments, Vernis 40, 6, 387, 1964.
5. *Straeter F.*. Galvanotechnik 57, 5, 297, 1966.
6. *Olsen D. A.*, J. Paint Technol 38, 499, 429, 1966.
7. *Mueller A.*, Fr. P. 1. 438. 415 May 13, 1966 ; C. A. 66, 11915 r, 1967.
8. *Hood M.*, Metal Finishing 65, 7, 53, 1967.
9. *Strat L., Petrescu V.*, Construcţia de maşini 3, 1967.
10. *Kühnert A., Feichtenbeiner H.*, Ind. Lackierbetrieb 36, 1, 3, 1968.
11. *Moyse P.*, Ind. Finishing 21, 250, 24, 1969.
12. *Berteaux J.*, Corrosion et Anticorrosion 1, 18, 1966.
13. *Curtic W. B.*, Chem. Ind. 44, 1858, 1967.
14. *Sherwood P. W.*, Paint Manufacture 34, 10, 43, 1964.
15. *Finn S. R., Mell C. C.*, J. Oil Colour Chemists' Assoc. 47, 3, 219, 1964.
16. *Fink C. G., Feinlieb M.*, Trans. Electrochem. Soc. 94, 39, 1948.
17. *Tawn A. R. H., Berry J. R.*, J. Oil Coulour Chemists' Assoc. 48, 9, 790, 1965.
18. *Berry J. R.*, Paint Technology 27, 12, 13, 1963.
19. *Berry J. R.*, Paint Technology 28, 1, 24, 1964.
20. *Berry J. R.*, Paint Technology 28, 3, 53, 1964.
21. *Holzinger F.*, Paint Technology 30, 8, 26, 1966.
22. *Funke J.*, Farbe und Lack 72, 9, 850, 1966.
23. *Bannink M.*, Deutsche Farben-Zeitschrift 22, 11, 495, 1968.
24. *Le Bras L. R.*, J. Paint Technol. 38, 493, 85, 1966.
25. *Usiakov O. G., Efremov I. F.*, Kolloidnîi Jurnal 29, 2, 266, 1967.
26. *Usiakov O. G., Tihomirov I. T.*, Kolloidnîi Jurnal 29, 4, 591, 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972. Numărul 3

ENERGETICĂ

C.Z.: 621.3.016.4

ȘOCURILE DE PUTERE ACTIVĂ ÎN SISTEMELE ELECTROENERGETICE MODERNE*

I. IORDĂNESCU, GH. IACOBESCU

1. Producerea și caracteristicile șocurilor de putere activă

Producerea șocurilor de putere activă, care de obicei sînt însoțite și de șocuri de putere reactivă, constituie o consecință a dezvoltării marii industrii moderne. Astfel, marile combinate metalurgice și siderurgice în care se instalează laminoare și cuptoare electrice cu arc precum și tracțiunea electrică produc în funcționarea lor normală șocuri de putere activă.

Elementele caracteristice ale șocurilor produse, care privesc forma curbei de variație a puterii, panta de creștere, valoarea maximă, durata și frecvența șocurilor, depind de specificul consumatorului respectiv.

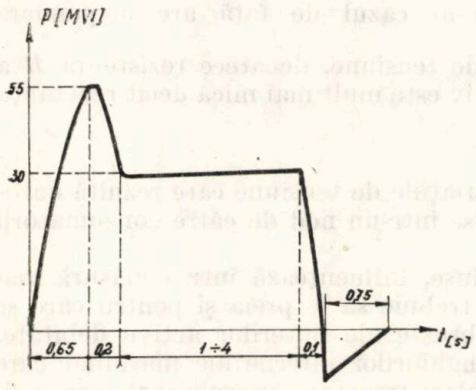


Fig. 1

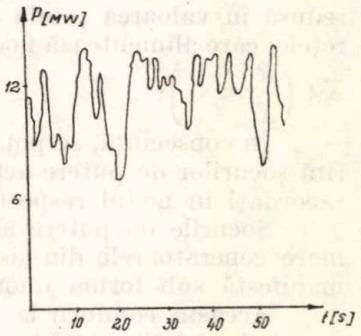


Fig. 2

Ca exemplu, în fig. 1 se redă curba de putere activă reprezentînd șocul pe care-l dau laminoarele alimentate prin intermediul redresoarelor, iar în fig. 2 se redă curba înregistrată pentru un cuptor electric cu arc de 50 t.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, aprilie 1971.

Curba pentru laminor are o pantă de creştere de cca 300 mW/s; valoarea primei trepte este dublă faţă de cea a treptei a doua, avînd o frecvenţă de producere de 10—30 pe minut.

La cuptoare şocul maxim, care apare atunci cînd electrozii vin în contact direct cu metalul, reprezintă o creştere între 100% — 200% faţă de puterea de bază, producîndu-se de 20—30 ori pe minut.

2. Efectul şocurilor de putere activă

Puterea activă necesară alimentării laminoarelor şi cuptoarelor electrice cu arc este de ordinul zecilor de MW. Şocurile reprezintă creşterea de două pînă la de trei ori într-un timp foarte scurt a puterii cerute, reprezentînd puteri de ordinul 100—200 MW. De la aceste valori ridicate se revine de asemeni brusc la puteri normale, iar procesul se repetă de un număr mare de ori pe minut. La stabilirea caracteristicilor şocului total (mărime, pantă, frecvenţă) se va ţine seama de decalarea în timp a producerii şocurilor componente de către fiecare agregat.

Aceste variaţii bruşte ale puterii active influenţează funcţionarea sistemului energetic, pe de o parte prin variaţia tensiunii în nodul în care este racordat consumatorul respectiv, iar pe de altă parte sursele care produc puterea activă, adică generatoarele din sistem.

În ceea ce priveşte influenţa aspra tensiunii din nod, se poate considera că nu sînt deranjaţi consumatorii respectivi, mai ales în sistemele energetice dezvoltate, avînd puteri de scurtcircuit mari şi deci o rigiditate mai mare a tensiunilor în noduri. În plus, dintre cei doi termeni care reprezintă componenta longitudinală a căderii de tensiune, respectiv $\frac{PR}{U}+\frac{QX}{U}$, primul, care interesează în cazul de faţă are o pondere redusă în valoarea totală a căderii de tensiune, deoarece rezistenţa R a reţelei care alimentează nodul respectiv este mult mai mică decît reactanţa X; $\left(\frac{R}{X}<5\right)$.

În consecinţă, se pot neglija variaţiile de tensiune care rezultă datorită şocurilor de putere activă produse într-un nod de către consumatorii racordaţi în nodul respectiv.

Şocurile de putere activă produse, influenţează într-o măsură mai mare generatoarele din sistem, care trebuie să le preia şi pentru care se manifestă sub forma unor variaţii bruşte ale puterilor active debitate.

Aceasta conduce la variaţia unghiurilor interne ale maşinilor care trec de la valorile staţionare la alte valori, trecere ce se realizează prin oscilaţii libere, datorită inerţiei maselor în rotaţie.

În acest fel, se poate afirma, că apariţia şocurilor de putere activă în reţea pune probleme de stabilitate în funcţionare.

3. Repartiţia şocurilor pe generatoarele din sistem

În sistemele energetice actuale, în care centralele şi respectiv generatoarele funcţionează interconectat, în cazul apariţiei unui şoc într-un nod oarecare al reţelei, sistemul tuturor generatoarelor va tinde, în ansamblu,

către o nouă stare de echilibru. Trecerea la noua situaţie de funcţionare se face în cadrul unui proces tranzitoriu, care se desfăşoară în mod diferit pentru fiecare centrală, respectiv generator, în funcţie de poziţia sa în sistemul energetic faţă de nodul în care a apărut şocul de putere activă.

Din momentul producerii şocului şi pînă la stabilizarea funcţionării generatoarelor se disting cîteva etape caracteristice, marcate prin schimbările care intervin în repartiţia şocului de putere pe diferitele generatoare datorită influenţei şi intervenţiei diferitelor elemente ale instalaţiilor.

O primă etapă o constituie chiar primul moment după producerea şocului, aşa numitul moment zero plus (0+).

În acest moment, şocul, care constituie de fapt o putere activă suplimentară solicitată brusc surselor din sistem, conduce, datorită reactanţelor sistemului la o creştere a căderii de tensiune. Întrucît, însă, s-a considerat că tensiunea în nodul unde apare şocul, nu variază ca valoare, (în modul) creşterea căderii de tensiune are drept consecinţă numai creşterea decalajului iniţial δ_0 dintre fazorul tensiunii la bare U şi cel al tensiunii electromotoare E (fig. 3, a) cu un unghi $\Delta\delta$.

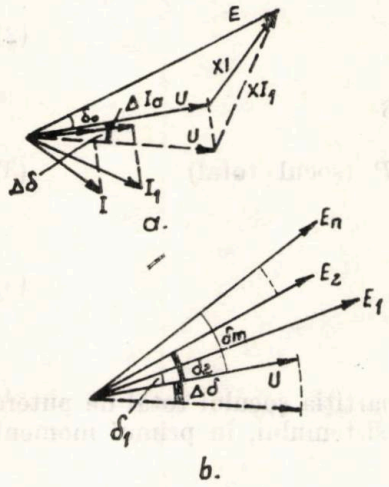


Fig. 3

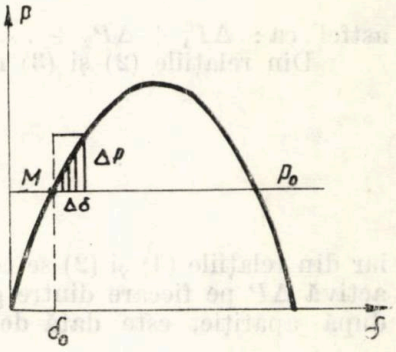


Fig. 4

Se precizează însă, că în momentul apariţiei şocului atît poziţia în spaţiu a rotorului cît şi cea a cîmpului de excitaţie rămîn neschimbate. Variaţia bruscă a decalajului tensiunii U, care nu este legată de o mărime inerţială, conduce la variaţia bruscă a puterii electrice solicitată generatorului ΔP (fig. 4) a cărei valoare este funcţie de puterea sincronizantă P_s corespunzătoare punctului de funcţionare M.

Deci,

$$\Delta P = \frac{dP}{d\delta} \cdot \Delta\delta = P_s \cdot \Delta\delta \qquad (1)$$

care, în cazul existenţei unui singur generator, este egală chiar cu şocul total de putere.

În cazul cînd în sistem există mai multe grupuri generatoare (fig. 3, b), care au tensiunile electromotoare E_1, $E_2 \ldots E_n$ decalate cu unghiurile δ_1, $\delta_2 \ldots \delta_n$ față de tensiunea U din nodul în care apare șocul, în primul moment, poziția tensiunii U schimbîndu-se cu unghiul $\Delta\delta$, unghiurile față de această poziție a fazorului U devin $\delta_1 + \Delta\delta$, $\delta_2 + \Delta\delta$, $\ldots$ $\delta_n + \Delta\delta$.

Unghiurile relative însă $\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2 = \delta_1 + \Delta\delta - \delta_2 - \Delta\delta$, $\delta_{13} \ldots$ care sînt legate de mărimi inerțiale și care caracterizează stabilitatea sistemului. nu variază în primul moment.

Deci cînd în sistem există mai multe generatoare, întrucît poziția fazorului U se deplasează cu același unghi $\Delta\delta$ față de fiecare generator, puterea electrică debitată de fiecare dintre ele va varia, în funcție de puterile sincronizate P_{s1}, $P_{s2} \ldots P_{sn}$, cu:

$$\begin{aligned} \Delta P_1 &= P_{s1} \cdot \Delta\delta \\ \Delta P_2 &= P_{s2} \cdot \Delta\delta \\ &\cdots\cdots\cdots \\ \Delta P_i &= P_{si} \cdot \Delta\delta \\ &\cdots\cdots\cdots \\ \Delta P_n &= P_{sn} \cdot \Delta\delta \end{aligned} \tag{2}$$

astfel ca: $\Delta P_1 + \Delta P_2 + \ldots + \Delta P_n = \Delta P$ (șocul total) (3)

Din relațiile (2) și (3) rezultă:

$$\Delta\delta = \frac{\Delta P}{\sum_{i=1}^{n} P_{si}} \tag{4}$$

iar din relațiile (4) și (2) se constată că repartiția șocului total de putere activă ΔP pe fiecare dintre generatoarele sistemului, în primul moment după apariție, este dată de relația:

$$\boxed{\Delta P_i' = \frac{P_{si}}{\sum_{i=1}^{n} P_{si}} \cdot \Delta P} \tag{5}$$

și este proporțională cu raportul dintre puterea sincronizantă a generatorului respectiv, și suma puterilor sincronizante ale generatoarelor întregului sistem energetic.

Concluzia care se desprinde din relația (5) este importantă deoarece, se constată că în primul moment din șocul total de putere activă care apare, generatoarele care au puterile sincronizante mai mari, deci rezerve de stabilitate mai mari și pot da puteri mai mari preiau cotele cele mai mari, iar cele cu rezerve de stabilitate mai mici și care pot debita puteri suplimentare mai mici, preiau cote mai reduse.

4. Influenţa inerţiei grupurilor

A doua etapă importantă în repartiţia şocului de putere ΔP o constituie perioada care urmează după primul moment şi în care sub acţiunea şocului $\Delta P_i'$ care a revenit fiecărui generator, acestea tind să se frîneze diferit, după caracteristicile inerţiale specifice.

Studierea fenomenului în această etapă tranzitorie se face pe baza ecuaţiei de mişcare a maşinii sincrone pusă sub forma :

$$\beta = \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\Delta P'}{T_a \cdot P_n} \tag{6}$$

unde : β — frînarea
T_a — constanta de timp mecanică (de lansare) a grupului
P_n — puterea nominală
$\Delta P'$ — cota parte a şocului de putere care revine generatorului respectiv în primul moment după producere
sau poate fi pusă sub forma :

$$\beta = \frac{\Delta P'}{G} \tag{6, a}$$

unde : $G = T_a P_n$ — dublul energiei cinetice a maselor în rotaţie.

Din relaţiile (6, a) (4) şi (5) se obţine pentru generatorul i relaţia :

$$\beta_i = \frac{\Delta P_i'}{G_i} = \frac{P_{si}}{G_i} \cdot \frac{\Delta P}{\sum_{i=1}^{n} P_{si}} = \frac{P_{si}}{G_i} \Delta\delta$$

sau :

$$\beta_i = \frac{\nu_i^2}{\omega} \Delta\delta \tag{7}$$

unde :

$\nu_i = \sqrt{\frac{\omega \cdot P_{si}}{G_i}}$ — frecvenţa proprie de oscilaţie a grupului i ;
$\omega = 2\pi f$ — pulsaţia corespunzătoare frecvenţei nominale.

Deci, conform relaţiei (7) frînarea diferitelor grupuri generatoare, după primul moment, cînd rolul hotărîtor îl au puterile sincronizante, ar urma să aibă loc în funcţie de valoarea frecvenţei proprii de oscilaţie a fiecărui grup.

În acest caz s-ar ajunge la situaţia în care fiecare grup se stabileşte la o anumită turaţie, diferită de a celorlalte, ceea ce ar reprezenta ieşirea din sincronism a generatoarelor şi respectiv pierderea stabilităţii funcţionării. Acest lucru însă nu se întîmplă în general, deoarece sub acţiunea cuplurilor sincronizante care influenţează funcţionarea tuturor grupurilor,

acestea tind spre o valoare unică, medie, a frînării β_m, dată de relaţia :

$$\beta_m = \frac{\Delta P}{\sum_{i=1}^{n} G_i} \tag{8}$$

Cota parte din şocul total, care revine fiecărui generator în condiţiile frînării medii, ţinînd seamă de (6, a), devine :

$$\Delta P_i'' = \beta_m G_i$$

sau :

$$\boxed{\Delta P_i'' = \frac{G_i}{\sum_{i=1}^{n} G_i} \Delta P} \tag{9}$$

Această relaţie demonstrează că repartizarea şocului total de putere între grupurile sistemului energetic în etapa în care acestea se frînează urmînd frînarea medie β_m, se face proporţional cu raportul dintre energia cinetică a fiecărui grup şi suma energiilor cinetice ale grupurilor din sistemul energetic.

Rezultă, deci, că funcţie de mărimile respective această repaertiţie poate să difere faţă de aceia din primul moment, corespunzător puterilor sincronizante şi trebuie avută în vedere pentru a nu suprasolicita, în această etapă, anumite generatoare din sistem, care ar putea ieşi din sincronism, pierzîndu-se stabilitatea funcţionării.

Ca o consecinţă a repartizării şocului şi a frînării generatoarelor în această etapă rezultă creşteri suplimentare ale unghiurilor absolute iniţiale δ_1 ; δ_2 ... δ_n, respectiv $\Delta\delta_{s1}$, $\Delta\delta_{s2}$, ... $\Delta\delta_{sn}$.

Astfel pentru un generator i :

$$\Delta\delta_{si} = \frac{\Delta P_i''}{P_{si}} = \frac{G_i}{\sum_{i=1}^{n} G_i} \cdot \frac{\Delta P}{P_{si}} \tag{10}$$

Amplificînd cu $\sum_{i=1}^{n} P_{si}$ şi introducînd mărimea $\nu_m = \sqrt{\frac{\omega \cdot \sum_{i=1}^{n} P_{si}}{\sum_{i=1}^{n} G_i}}$ co-

respunzînd unei frecvenţe proprii de oscilaţie medie a tuturor generatoarelor din sistem şi ţinînd seama de relaţiile (4) şi (7), rezultă creşterea suplimentară a unghiului :

$$\Delta\delta_{si} = \left(\frac{\nu_m}{\nu_i}\right)^2 \cdot \Delta\delta \tag{11}$$

Relația (11) dă o indicație importantă, în sensul că creșterile $\delta\Delta_{si}$ pot fi egale cu creșterea inițială $\Delta\delta$ sau diferite, în funcție de valoarea frecvenței proprii de oscilație a fiecărui generator ν_i, față de cea a frecvenței proprii medii ν_m, ceea ce poate influența funcționarea unor grupuri din sistem.

O înrăutățire a funcționării poate apare pentru grupurile generatoare a căror frecvență proprie de oscilație este mai mică decît frecvența medie, cînd unghiul $\Delta\delta_s > \Delta\delta$. În aceste cazuri cota parte de șoc pe grupurile respective crește față de cea corespunzătoare momentului inițial și dacă înainte de apariția șocului funcționau cu sarcină mare, rezerva de stabilitate poate deveni insuficientă.

5. Considerarea efectului regulatoarelor de turație

Ultima etapă a redistribuirii șocului de putere activă pe generatoarele sistemului este caracterizată prin intervenția regulatoarelor de turație ale turbinelor. Aceasta are loc numai atunci cînd, alunecarea medie crescînd, vitezele grupurilor scad pînă la valori care intră în zonele de acționare ale regulatoarelor de turație respective, aceasta avînd loc după trecerea procesului tranzitoriu.

Variația admisiei la motoarele primare, datorită intervenției regulatoarelor de turație poate conduce la o redistribuire a șocului de putere pe toate grupurile sistemului, care ar trece într-o nouă stare de echilibru.

Cota parte din șoc $\Delta P_i'''$, care revine fiecărui generator i, este dată de relația :

$$\Delta P_i''' = \Delta n_i \frac{P_{ni}}{\mu_i} \tag{12}$$

și este funcție de variația vitezei Δn_i , de puterea nominală P_{ni} și de statismul regulatorului μ_i, respectiv este determinată de panta caracteristicii statice a regulatorului.

Suma puterilor $\Delta P_i'''$ reprezintă șocul total ΔP, iar variațiile vitezelor diferitelor grupuri Δn_1, Δn_2 ... Δn_n sînt egale între ele, așa cum s-a arătat în paragraful (4), respectiv,

$$\Delta n_1 = \Delta n_2 = \ldots = \Delta n_n = \Delta n \tag{13}$$

Rezultă deci :

$$\Delta P = \Sigma \Delta P_i''' = \Delta n \left(\frac{P_{n1}}{\mu_1} + \frac{P_{n2}}{\mu_2} + \ldots + \frac{P_{nn}}{\mu_n} \right) \tag{14}$$

sau :

$$\Delta P = \Delta n \sum_{i=1}^{n} \frac{P_{ni}}{\mu_i} \tag{15}$$

de unde

$$\Delta n_i = \Delta n = \frac{\Delta P}{\sum_{i=1}^{n} \frac{P_{ni}}{\mu_i}} \tag{16}$$

Din relaţiile (12) şi (16) rezultă că şocul de putere preluat de fiecare grup datorită influenţei regulatorului de turaţie este :

$$\Delta P_i''' = \Delta P \frac{\frac{P_{ni}}{\mu_i}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{P_{ni}}{\mu i}} \tag{17}$$

Din această expresie se constată că, datorită intervenţiei regulatoarelor de turaţie, şocul de putere activă se repartizează între grupurile generatoare după pantele caracteristicilor statice ale regulatoarelor de turaţie ;

6. Influenţa asupra funcţionării generatoarelor

Din examinarea modului de desfăşurare a procesului care urmează producerii unui şoc de putere activă într-un nod oarecare al sistemului energetic rezultă că se pot deosebi trei etape distincte, respectiv momentul producerii şocului corespunzînd momentului „zero" etapa următoare cînd intervine inerţia maselor în rotaţie şi ultima, caracterizată de intervenţia regulatoarelor de turaţie.

Ceea ce trebuie avut în vedere în timpul acestor trei etape este modul de repartizare a şocului total de putere pe generatoarele din sistem, influenţa asupra funcţionării acestora precum şi măsurile care trebuiesc luate în vederea limitării efectelor care apar.

Astfel în prima etapă, respectiv în momentul apariţiei şocului, din examinarea făcută, rezultă că acesta se repartizează pe grupurile generatoare proporţional cu puterile sincronizante, (relaţia 5) ceea ce conduce la o concluzie generală optimistă. Aceasta ar consta în faptul că grupurile generatoare cu putere sincronizantă mare, deci cu rezervă de stabilitate mai mare, preiau o cotă mai mare din şoc iar cele cu putere sincronizantă mică şi deci cu rezervă de stabilitate redusă preiau o cotă mai mică din şoc. Se poate afirma în consecinţă, că, în general stabilitatea nu este periclitată, deşi pot exista situaţii cînd cota parte de şoc preluată atît pentru generatoare cu rezervă mai mare de stabilitate cît mai ales pentru cele cu rezervă mică, să conducă totuşi la pierderea stabilităţii funcţionării.

Un alt aspect important al repartiţiei şocului în primul moment pe diferite grupuri generatoare îl constituie mărimea şocului preluat, raportată la puterea nominală a grupului. Aceasta întrucît producerea bruscă a unei puteri active suplimentare, urmată de reducerea deasemeni bruscă a acesteia precum şi repetarea de un număr mare de ori într-un minut, conduc la solicitări mecanice bruşte succesive ale rotorului generatorului şi al turbinei. În mod deosebit este solicitată cupla dintre cele două rotoare, ale cărei buloane, după un număr mare de şocuri, mai ales dacă acestea depăşesc o anumită cotă parte din puterea nominală, garantată de constructorul grupului, pot să cedeze şi să survină o avarie.

În ceea ce priveşte redistribuirea cotei părţi a şocului după momentul producerii pe fiecare grup echivalent, aşa cum se constată şi din exemplul

de calcul întocmit, aceasta are loc datorită influenţei inerţiei rotoarelor grupurilor şi în etapa următoare, după frînarea grupurilor, datorită influenţei regulatoarelor de turaţie ale turbinelor. Schimbarea mărimii şocului pe grupuri de la o valoare la alta în etapele menţionate, conduce la apariţia unor oscilaţii care în anumite situaţii, mai ales pentru generatoarele mici, încărcate la sarcina nominală şi avînd constantă de inerţie mică, ar putea să provoace pierderea stabilităţii.

7. Măsuri de luat în vederea evitării dificultăţilor în funcţionare

I. O primă atenţie şi în general, cea mai importantă, trebuie acordată repartizării şocului pe grupurile generatoare chiar în momentul producerii, pentru a evita preluarea unor cote prea mari care ar putea creia unele dificultăţi în ceea ce priveşte stabilitatea, dar în deosebi solicitările mecanice importante ale cuplelor dintre turbine şi generatoare, care conduc la obosirea şi chiar la ruperea buloanelor.

Fabricile constructoare ale grupurilor turbogeneratoare, în principiu, nu admit şocuri mai mari de 10% din puterea nominală a agregatului Această limită, în general, nu se depăşeşte, dar în cazurile cînd nu se obţine acest lucru trebuiesc luate măsuri. Printre acestea pot fi considerate :

a. — modificarea schemei de racordare a consumatorului cu şocuri, fie prin secţionarea barelor şi separarea galvanică a consumatorului cu şocuri de grupurile generatoare, fie prin racordarea consumatorului cu şocuri, în funcţie de puterea solicitată, prin transformatoare, la bare cu tensiuni nominale mai ridicate.

În acest fel cota parte din şocul total care revine centralei locale de obicei echipate cu grupuri de putere redusă (25 ; 50 MW) faţă de cele ale sistemului energetic, se poate reduce la valori admisibile. Din exemplul de calcul efectuat se constată că, în cazul cînd consumatorul, care produce şocuri de 20 MW, este alimentat de la 110 kV, grupurile generatoare locale (2 × 25 MW) preiau în momentul producerii o cotă parte reprezentînd 9,4% din puterea lor, adică, în principiu, admisibilă.

b. — O altă măsură, care a fost aplicată la Bremen în R. F. a Germaniei, constă în injectarea repetată, în ritmul producerii şocurilor, de abur de medie presiune la etajul corespunzător al turbinei, dînd astfel posibilitatea turbinei să urmărească şocuri cu viteza de variaţie de 13—14 MW/s.

c. — Se poate, de asemeni, sensibiliza regulatorul de turaţie prin utilizarea de amplidine (măsură realizată la Toronto în Italia) creindu-se astfel posibilitatea intervenţiei sale chiar în primele momente ale apariţiei şocului.

II. — În etapa următoare momentului producerii şocului, cînd intervine inerţia maselor în rotaţie şi care după cum se constată din relaţia (9) conduce la o redistribuire a şocului pe generatoare, este necesar să se obţină o modificare cît mai redusă a situaţiei precedente în scopul evitării sau în orice caz al atenuării, oscilaţiilor care apar în funcţionarea grupului.

Pentru aceasta. conform relaţiei (11), este necesar ca creşterea suplimentară a unghiului de decalaj să fie egală sau cît mai apropiată de cea din primul moment, respectiv $\Delta\delta_{si} \approx \Delta\delta$. O astfel de situaţie se realizează dacă la alegerea parametrilor grupului şi la încărcarea sa se urmăreşte

ca frecvențele proprii de oscilație, respectiv cea medie a sistemului ν_m și cea a grupului să fie cît mai apropiate ca valori.

III. — Aceeași problemă, a oscilațiilor, se pune și pentru ultima etapă, cînd intervine regulatorul de turație, în ipoteza unui tip lent.

Pentru atenuarea lor și în această etapă, respectiv pentru a menține aceeași repartiție a șocului total pe grupuri este necesar așa cum rezultă din relațiile (9)și (17) să se satifacă relația următoare :

$$\frac{G_i}{\frac{P_{ni}}{\mu_i}} = \frac{T_{ai} \cdot P_{ni}}{\frac{P_{ni}}{\mu_i}} = T_{ai} \cdot \mu_i = \text{const.}$$

Din exemplul calculat și redat se constată că, dacă se respectă această condiție, care constă de fapt în egalitatea produsului dintre constanta de timp mecanică și statismul regulatorului de turație pentru fiecare grup din sistem, se obțin aceleaș cote ale șocului pe grupuri ca și în etapa tranzitorie, cînd intervin energiile cinetice, procesul fiind astfel lipsit de oscilații suplimentare.

În cazul nesatisfacerii condiției indicate, la intrarea în acțiune a regulatoarelor de turație pot apare, datorită unei distribuții a șocului total diferită față de etapa anterioară, oscilații importante în funcționarea grupurilor, care, în anumite cazuri, pot periclita stabilitatea acestora.

8. Concluzii

Problema șocurilor de putere activă, care constituie o realitate în sistemele electroenergetice moderne datorită instalării laminoarelor alimentate prin redresoare, a cuptoarelor electrice cu arc și a tracțiunii electrice justifică, o preocupare permanentă și atentă a proiectanților de sistem.

Influența pe care șocurile o manifestă asupra grupurilor generatoare atît în ceea ce privește solicitările mecanice (asupra cuplei) cît și oscilațiile care pot apare începînd cu momentul producerii iar și în etapele următoare, cînd intervin inerția maselor în rotație și regulatoarele de turație și care pot conduce la fenomene de instabilitate în funcționarea sistemului, necesită cunoașterea și urmărirea desfășurării întregului proces.

În cazul cînd. în cele trei etape sau în una din ele calculele conduc la situații inadmisibile constînd din solicitări prea mari ale cuplei, oscilații cu amplitudine mare sau periclitarea stabilității, trebuiesc luate măsuri corespunzătoare pentru reducerea șocurilor pe grupurile respective (modificarea schemei de alimentare, corelarea diferiților parametri ca : frecvențele proprii de oscilație, a constantelor de timp mecanice și sistemul regulatoarelor de turație) în scopul atenuării acestor consecințe.

ANEXĂ

Exemplu de calcul. Un consumator care necesită o putere de 90 — j 30 MVA și care produce un șoc de putere activă $\Delta P = 20$ MW este racordat la barele de 110 kV ale stației centralei termoelectrice locale C_1 echipată cu două grupuri a 25 MW fiecare. Schema electrică de principiu a alimentării din sistemul energetic este dată în fig. 5.

Se cere să se determine repartiția șocului pe cele trei centrale considerate în schemă, atît în momentul producerii acestuia cît și în etapele următoare, cînd intervine inerția grupurilor și regulatoarelor de turație.

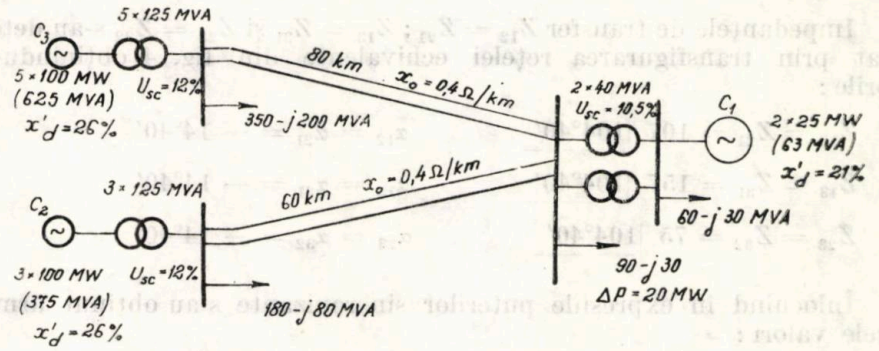


Fig. 5 Schema electrică de principiu a alimentării

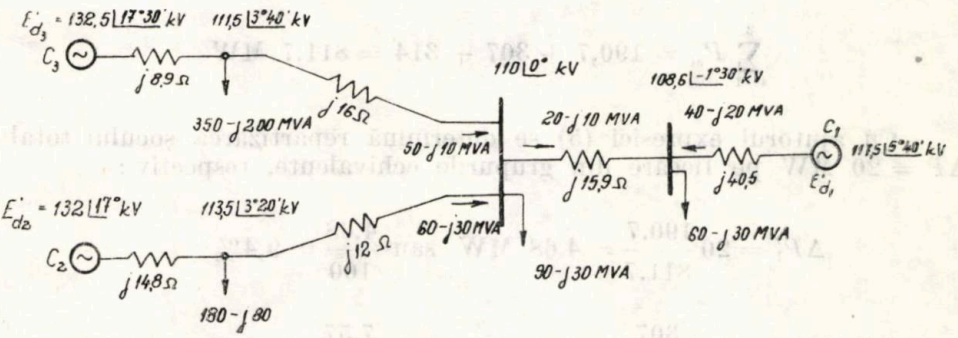


Fig. 6 Schema echivalentă cu principalele date caracteristice ale funcționării fără șoc

a. Repartiția șocului în momentul producerii

Aceasta are loc conform relației (5):

$$\Delta P' = \Delta P \frac{P_{si}}{\sum_{i=1}^{n} P_{si}}$$

după puterile sincronizate.

Expresiile puterilor sincronizante stabilite prin derivarea ecuațiilor puterilor debitate de centrale au următoarea formă:

$$P_{s1} = \frac{dP_1}{d\delta_{1n}}_{[n=2,3]} = \frac{E'_{d1} \cdot E'_{d2}}{Z_{12}} \cos(\delta_{12} - \alpha_{12}) + \frac{E'_{d1} \cdot E'_{d3}}{Z_{13}} \cos(\delta_{13} - \alpha_{13})$$

$$P_{s2} = \frac{dP_2}{d\delta_{2n}}_{[n=1,3]} = \frac{E'_{d2} \cdot E'_{d1}}{Z_{21}} \cos(\delta_{21} - \alpha_{21}) + \frac{E'_{d2} \cdot E'_{d3}}{Z_{23}} \cos(\delta_{23} - \alpha_{23})$$

$$P_{s3}=\frac{dP_3}{d\delta_{3n}}_{[n=1,2]}=\frac{E'_{d3}\cdot E'_{d1}}{Z_{31}}\cos(\delta_{31}-\alpha_{31})+\frac{E'_{d3}\cdot E'_{d2}}{Z_{32}}\cos(\delta_{32}-\alpha_{32})$$

Impedanţele de transfer $Z_{12}=Z_{21}$; $Z_{13}=Z_{31}$ şi $Z_{23}=Z_{32}$ s-au determinat prin transfigurarea reţelei echivalente din fig. 4 obţinîndu-se valorile :

$$Z_{12}=Z_{21}=107\,\underline{|104°40'} \qquad \alpha_{12}=\alpha_{21}=-14°40'$$

$$Z_{13}=Z_{31}=157\,\underline{|104°40'} \qquad \alpha_{13}=\alpha_{31}=-14°40'$$

$$Z_{23}=Z_{32}=75\,\underline{|104°40'} \qquad \alpha_{23}=\alpha_{32}=-14°40'$$

Înlocuind în expresiile puterilor sincronizante s-au obţinut următoarele valori :

$$P_{s1}=190{,}7\ \text{MW};\quad P_{s2}=307\ \text{MW};\quad P_{s3}=314\ \text{MW}$$

$$\sum_{i=1}^{3}P_{si}=190{,}7+307+314=811{,}7\ \text{MW}$$

Cu ajutorul expresiei (5) se determină repartizarea şocului total $\Delta P=20$ MW pe fiecare din grupurile echivalente, respectiv :

$$\Delta P'_1=20\frac{190{,}7}{811{,}7}=4{,}68\ \text{MW}\quad\text{sau}\quad\frac{4{,}68}{100}=9{,}4\%$$

$$\Delta P'_2=20\frac{307}{811{,}7}=7{,}57\ \text{MW}\quad\text{sau}\quad\frac{7{,}57}{300}=2{,}52\%$$

$$\Delta P'_3=20\frac{314}{811{,}7}=7{,}75\ \text{MW}\quad\text{sau}\quad\frac{7{,}75}{500}100=1{,}55\%$$

2. — Repartizarea şocului datorită influenţei inerţiei maselor în rotaţie.

Conform relaţiei (9) această repartizare se face proporţional cu energiile cinetice ale grupurilor, respectiv :

$$\Delta P''_i=\frac{G_i}{\sum_{i=1}^{n}G_i}\cdot\Delta P$$

Energiile cinetice ale grupurilor din schema admisă au următoarele valori :

$$G_1=Ta_1\cdot P_{n1}=7\cdot2\cdot25=15=350\ \text{MWs}.$$

$$G_2 = T_{a2} \cdot P_{n2} = 6 \cdot 3 \cdot 100 = 1800 \text{ MWs}$$

$$G_3 = T_{a2} \cdot P_{n2} = 6 \cdot 5 \cdot 100 = 3000 \text{ MWs}$$

$$\sum_{i=1}^{3} G_i = 5150 \text{ MW s}$$

$$\Delta P_1'' = 20 \frac{350}{5150} = 1{,}36 \text{ MW} \quad \text{respectiv} \quad \frac{1{,}36}{57} \cdot 100 = 2{,}72\%$$

$$\Delta P_2'' = 20 \frac{1800}{5150} = 7 \text{ MW} \quad \text{respectiv} \quad \frac{7}{300} \cdot 100 = 2{,}33\%$$

$$\Delta P_3'' = 20 \frac{3000}{5150} = 11{,}64 \text{MW} \quad \text{respectiv} \quad \frac{11{,}64}{500} 100 = 2{,}33\%$$

3. — Repartizarea şocului datorită intervenţiei regulatoarelor de turaţie. Se face conform relaţiei (17) şi anume :

$$\Delta P_i''' = \frac{\frac{P_{ni}}{\mu_i}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{P_{ni}}{\mu_i}} \cdot \Delta P$$

Pentru a evita modificarea şocului din etapa (2) precedentă din expresiile (9) şi (17) rezultă condiţia :

$$\frac{G_i}{\frac{P_{ni}}{\mu_i}} = \text{const.} \quad \text{respectiv} \quad \frac{T_{ai} P_{ni}}{P_{ni}} \cdot \mu_i = T_{ai} \mu_i \text{ const.}$$

μ_i poate avea valori între $2 \div 10\%$.

Considerîndu-se :

$$T_{a1} \cdot \mu_1 = 7 \cdot 0{,}06 = 0{,}42$$

$$T_{a2} \cdot \mu_2 = 6 \cdot 0{,}07 = 0{,}42$$

$$T_{a3} \cdot \mu_3 = 6 \cdot 0{,}07 = 0{,}42$$

Se obţine :

$$\frac{P_1}{\mu_1} = \frac{50}{0{,}06} = 8{,}36$$

$$\frac{P_{n2}}{\mu_2} = \frac{300}{0{,}07} = 4280$$

$$\frac{P_{n3}}{\mu_3} = \frac{500}{0{,}07} = 7160$$

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{P_{ni}}{\mu_i} = 12.276$$

Şocul se repartizează astfel:

$$\Delta P_1''' = 20 \frac{836}{12.276} = 1{,}36 \text{MW}$$

$$\Delta P_2''' = 20 \frac{4280}{12.276} = 7 \text{MW}$$

$$\Delta P_3''' = 20 \frac{7160}{12.276} = 11{,}64 \text{MW}$$

Se constată că repartizarea şocului este cea corespunzătoare etapei cînd intervine inerţia maselor în rotaţie şi deci intrarea regulatoarelor de turaţie în acţiune nu conduce la apariţia unor noi oscilaţii.

Catedra de reţele electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Hauss, W.* Die elektrische Ausrüstung für ein Warmwaltzwerk in Brasilien. B.B.C., Nachr. Apr. 1967.
2. *Gires, P. A.* Équipement électrique. Rev.de Metallurgie Nov. 1963.
3. *Iordănescu I., Iacobescu, G.* Şocurile de putere produse de consumatorii industriali şi măsuri de reducere a efectelor lor. Bul. Inst. politehnic, Tom XXXI Nr. 6 (Nov.-Dec.) 1969.
4. *Weidner, K.* Die digitale Berechnung und Auslegung von elektrischen Anlageteilen unter Beachtung des dynamischen Verhaltens der Belastung. Bull. A.S.E. (18) 1970.
5. *Creţu, G.* Aspecte privind alimentarea cu energie electrică a marilor consumatori cu referire specială la consumatorii cu şocuri. Energetic 17 Nr. 1 1969.
6. *Golovkin, P.* Isledovanie rejimov elektrisnabjenia promîşlenih predpriatii. Elektricestvo, Nr. 4 1969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972. Numărul 3

AUTOMATICĂ

C.Z.: 621—52

SINTEZA UNOR CIRCUITE FLUIDICE CU LOGICA DE PRAG*

ION DUMITRACHE

Principiile funcționale ale circuitelor fluidice cu logică de prag au fost prezentate în [1, 2] evidențiind principalele avantaje și dezavantaje ale acestora în raport cu elementele fluidice obișnuite. Principalele proprietăți ale circuitelor cu logică de prag legate de marea lor potențialitate și flexibilitate strucurală permit rezolvarea problemelor dificile care apar la sinteza unor circuite fluidice numerice cu grad ridicat de complexitate.

Astfel prin reducerea numărului de elemente fluidice active utilizate la realizarea unei funcții booleene și a numărului de nivele logice parcurse de semnalele fluidice se obține o considerabilă creștere a vitezei de prelucrare a informației, crește siguranța în funcționare și scade prețul de cost al circuitelor pe ansamblu.

1. Unele probleme privind funcționarea elementelor fluide cu atașare

Analiza funcționării unui element fluidic cu atașarea la perete pune în evidență în anumite condiții de funcționare posibilitatea realizării unui element fluidic cu prag (E.F.P.) fig. 1

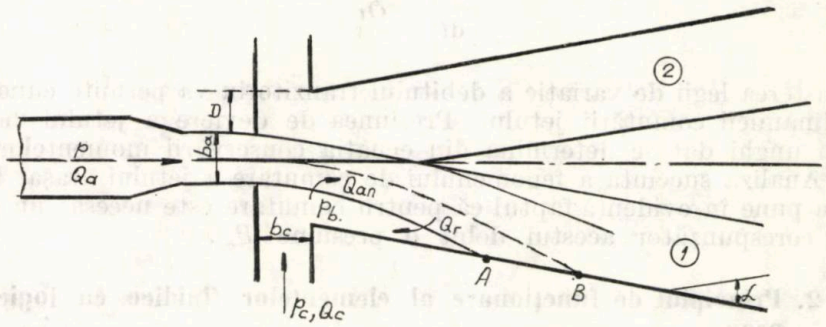


Fig. 1

* Manuscris predat la redacție la data de 4 iulie 1970.

Comutarea jetului atașat și recepționarea sa în canalul 2 se face prin introducerea unui debit de fluid Q_c în bula de separație apărînd ca posibile două efecte și anume :

— deflecția predominantă, dată de interacțiunea momentelor jeturilor de putere și comandă în regiunea adiacentă ajutajelor corespunzătoare ;

— deflecția determinată de modificarea gradientului de presiune în bula de separație și deci modificarea poziției punctului de atașare.

Printr-o alegere corespunzătoare a geometriei camerei de interacțiune respectiv a bulei de separație este posibilă comutarea prin modificarea volumului bulei respectiv a poziției punctului de atașare A (fig. 1).

Ecuația de echilibru a debitelor în bula de separație pentru regim staționar este :

$$Q_c - Q_{an} + Q_r = 0 \tag{1}$$

iar volumul bulei de separație are valoarea V_{bo}.

Pentru comutare se impune prezența unui debit de comandă care modifică echilibrul debitelor care apar în zona bulei de separație iar volumul bulei atinge o valoare maximă V_{bc} pentru care jetul se desprinde de perete. Din acest moment sub influența jetului de comandă are loc devierea jetului principal pînă la recepționarea sa în canalul 2.

Debitul tranzitoriu Q_t care apare în regiunea bulei prin introducerea debitului de comandă cu considerarea și a fenomenului de compresibilitate a aerului este dat de relația :

$$Q_t = Q_c - Q_{an} + Q_r = \frac{dV_b}{dt} + \frac{V}{xRT}\frac{dp_b}{dt} \tag{2}$$

Variația volumului bulei $\triangle V_b = V_{bc} - V_{bo}$ pentru neglijarea efectelor compresibilității este dată de debitul tranzitoriu.

$$\frac{dV_b}{dt} = \delta_t \tag{3}$$

Cunoașterea legii de variație a debitului tranzitoriu va permite cunoașterea dinamicii comutării jetului. Presiunea de deviere a jetului detașat cu un unghi dat se determină din ecuația conservării momentelor [3].

Analiza succintă a fenomenului de comutare a jetului atașat la un perete pune în evidență faptul că pentru comutare este necesar un debit Q_{cp} și corespunzător acestui debit o presiune P_{cp}.

2. Principiul de funcționare al elementelor fluidice cu logică de prag

Funcționarea unui element fluidic ce realizează funcția logică SAU-NICI este cunoscută, iar caracteristicile geometrice și funcționale ce asigură funcționarea logică a elementului sînt bine determinate [3].

Comutarea jetului ataşat ca urmare a introducerii unui debit de fluid în bula de separaţie conduce la o analogie cu funcţionarea unui tranzistor în regim de comutaţie cu emitorul comun.

În limitele valabilităţii analogiei electropneumatice $i \sim Q$ şi $u \sim p$, schema echivalentă a unui element fluidic cu logică de prag este dată în fig. 2.

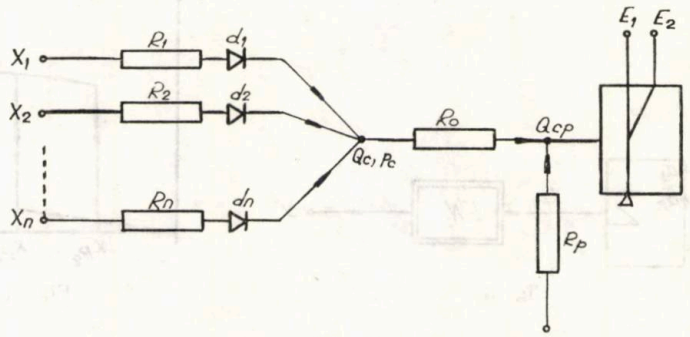


Fig. 2

Prin aplicarea la intrările „i" ale elementului semnale de presiune „p_i" ce pot avea valoarea logică „1" sau „0" şi printr-o alegere corespunzătoare a rezistenţei R_i se poate obţine un debit de comutare egal sau diferit de pragul de comutare al jetului ataşat.

În schemă s-a considerat o rezistenţă de polarizare R_p şi o presiune de polarizare P_p prin care se determină valoarea pragului elementului. Fizic aceste elemente caracterizează fenomenul de ataşare respectiv diferenţa de presiune între presiunea atmosferică şi presiunea în bula de separaţie şi respectiv rezistenţa ce trebuie învinsă pentru detaşarea şi devierea jetului.

Este de remarcat faptul că prin modificarea presiunii de alimentare semodifică presiunea de polarizare modificîndu-se presiunea în bulă şi implicit pragul ,elementului.

Atingerea pragului elementului este posibilă prin modificarea rezistenţelor de ponderare R_i ţinînd seama de relaţia :

$$Q_c = \sum_{i=1}^{n} q_i \tag{4}$$

scrisă în punctul 1 al circuitului dat în fig. 2.

Ponderile cu care participă fiecare semnal aplicat la intrare la atingerea pragului este dat de raportul $a_i = \frac{R_0}{R_i}$.

Schema echivalentă a elementului fluidic cu prag pune în evidenţă prezenţa în circuit a unui sumator liniar continuu şi a unui element neliniar cu caracteristică statică de tip „tot sau nimic". Asociind intrărilor variabile binare x_i pe care le ponderăm cu ponderile a_i şi notînd prin x_p valoarea pragului, schema structurală a circuitului fluidic cu logică de prag este dată de fig. 3.

Cu notațiile din fig. 3 pragul $X_p = \sum_{i=1}^{n} a_i x_i$ iar funcția Y obținută la ieșirea elementului neliniar (EN) are valorile binare „0" sau „1" putînd fi asociată ieșirii E_1 sau ieșirii E_2.

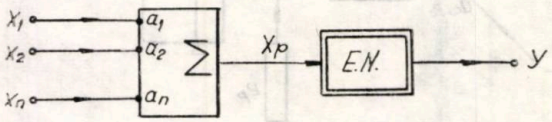


Fig. 3

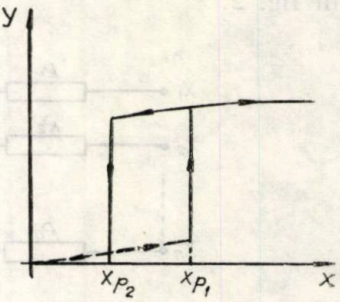


Fig. 4

Modelul matematic al elementului fluidic cu prag este:

$$Y = 1 \text{ pentru } X_p \geqslant Q_{cp} \quad \text{(variabila } y \text{ fiind asociată ieșirii } E_2\text{)} \quad (5)$$
$$Y = 0 \text{ pentru } X_p < Q_{cp}$$

$$Y = 0 \text{ pentru } X_p \geqslant Q_{cp} \quad \text{(variabila } y \text{ fiind asociată ieșirii } E_1\text{)} \quad (6)$$
$$Y = 1 \text{ pentru } X_p < Q_{cp}$$

Caracteristica statică a elementului neliniar este cunoscută și este prezentată pentru cele două ieșiri E_1 și E_2 în fig. 4.

Este evident că în funcționarea elementelor fluidice apare fenomenul de histerezis iar modelul matematic va trebui să includă cele două limite ale pragului pentru comutarea elementului dintr-o stare în cealaltă și invers, respectiv a se considera pragul X_{p1} și X_{p2}, Prezența bulei de histerezis în caracteristica elementelor fluidice este de natură a introduce unele dificultăți la sinteza logică a circuitelor fluidice cu prag însă dat fiind dependența bulei de histerezis de presiunea de alimentare și de caracteristicile geometrice ale elementului cele două praguri X_{p1} și X_{p2} pot fi controlate.

3. Sumatoare fluidice realizate cu elemente cu logică de prag

Sinteza unui circuit cu prag constă în determinarea vectorului ponderii-prag $[\vec{a}, x]$ astfel încît acesta să realizeze funcția booleeană asociată funcției de comutație ce rezultă din condițiile de funcționare impuse [4, 6].

Deoarece un circuit fluidic cu prag, ca și un circuit logic convențional nu poate modela orice funcție booleeană, problemele principale pe care le tratează teoria circuitelor cu prag sînt următoarele:

— testarea realizabilității printr-un singur E.F.P. a funcției booleene date și sinteza optimă a acestui circuit fluidic cu prag, în cazul cînd funcția este realizabilă;

— sinteza optimă a schemelor logice cu prag, pentru a realiza funcțiile
— sinteza optimă a schemelor logice cu prag, pentru a realiza funcțiile booleene nerealizabile printr-un singur circuit cu prag.

Problema sintezei logice a circuitelor fluidice cu prag se rezolvă în mod similar cu sinteza circuitelor electronice cu prag pentru domeniul de variație a presiunilor de comandă unde analogia electro-pneumatic este valabilă.

Particularitățile funcționale ale elementelor fluidice în general determinate de natura informației prelucrate, necesită introducerea unor restricții în funcționarea elementelor fluidice cu prag. Astfel numărul de intrări din condiția de izolare a circuitelor fluidice nu poate fi mai mare de patru, șase.

Teoretic numărul de intrări la circuitele fluidice poate fi mărit asigurîndu-se izolarea acestora prin introducerea unor diode în schema echivalentă fig. 5, însă apar restricții de realizabilitate a elementului fluidic,

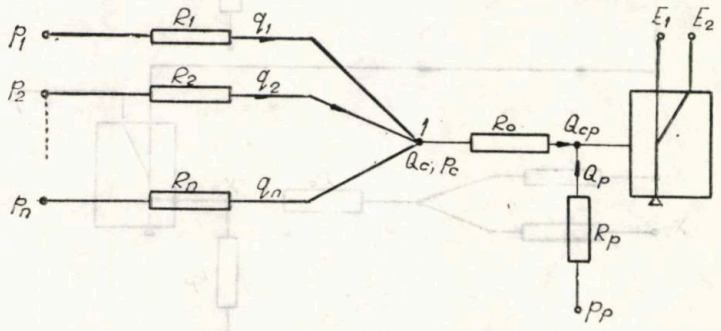


Fig. 5

dimensiunile acestuia putînd deveni prea mari, iar comportarea dinamică a elementului necorespunzătoare.

Este evident că prezența diodelor în circuitul de intrare, modifică valoarea ponderilor prin introducerea unor rezistențe suplimentare în circuit și chiar pierderi de informație, ceea ce face ca utilizarea acestei scheme să nu fie recomandată.

În laborator au fost realizate și experimentate elementele fluidice cu prag cu două, trei și patru intrări utilizate în scheme de circuite fluidice de calcul numeric.

Pornind de la expresia logică a funcțiilor sumă și transport :

$$S = (x_1 + x_2)\overline{T} = x_1\overline{T} + x_2\overline{T}$$
$$T = x_1 \cdot x_2 \qquad (7)$$

schema structurală a unui circuit fluidic semisumator, realizată cu elemente cu logică de prag este dată în fig. 6.

În schemă sînt folosite două elemente de tip SAU-NICI cu pragul $Q_{cp} = 0{,}5$ și respectiv $Q_{cp} = 1{,}5$. Ponderile pentru variabilele x_1 și x_2 sînt

$a_1 = 1$; $a_2 = 1$ pentru obținerea transportului iar pentru obținerea funcției sumă ponderile sînt $a_1 = 1$ $a_2 = 1$; $a_3 = -2$.

Comparativ cu un semisumator realizat cu elemente convenționale de tip SAU-NICI unde numărul de elemente este șase [8] utilizarea logicii cu prag este avantajoasă.

Pentru realizarea unui sumator cu trei intrări au fost folosite tot două elemente fluidice cu prag cu trei și patru intrări ponderate. Expresiile

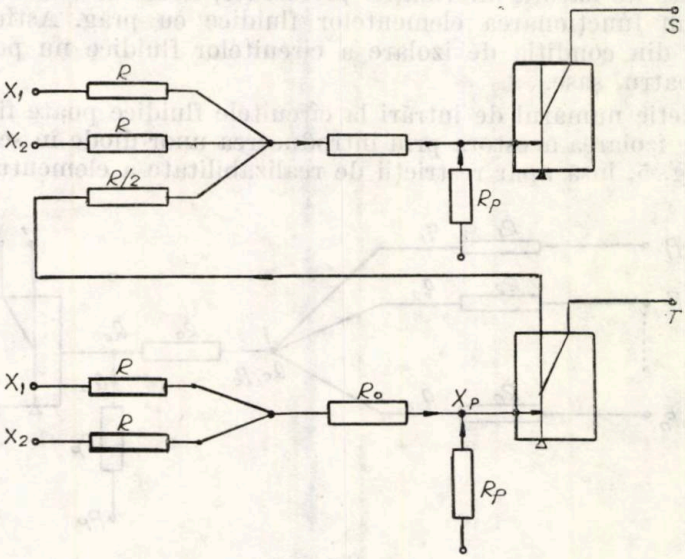


Fig. 6

logice a funcțiilor ce reprezintă suma și transportul pentru un bloc de însumare cu trei intrări x_1, x_2 și x_3 sînt:

$$S = x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 + x_5x\,x_3$$

$$T = x_1x_2 + x_1x_3 + x_3x_2 \tag{8}$$

Funcția transport (T) se obține ușor fiind o funcție logică simetrică simplă majoritară cu un singur element cu prag, intrările avînd ponderea egală cu 1 și valoarea pragului fiind 2. Dacă funcția S se scrie sub forma:

$$S = \overline{T}(x_1 + x_2 + x_3) + x_1x_2x_3$$

$$S = \overline{T}x_2 + \overline{T}x_2 + \overline{T}x_3 + x_1x_2x_3$$

aceasta se poate realiza cu un element fluidic cu prag cu patru intrări ponderate cu 1 respectiv cu -2 pentru variabila $\overline{T}$. Pragul elementului în acest caz este 0,5.

Schema circuitului de însumare realizat cu cele două elemente fluidice cu prag este dată în fig. 7.

Este evident avantajul prezentat de utilizarea elementelor fluidice pentru obținerea unor circuite cu logică de prag, obținîndu-se în acest

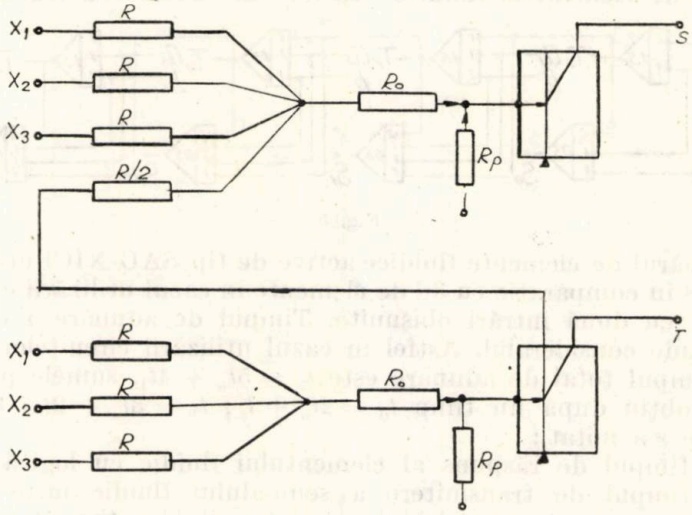


Fig. 7

caz o reducere considerabilă a numărului de elemente fluidice utilizate în circuitele de calcul complexe.

Pentru a ilustra și mai mult avantajele în fig. 8 se prezintă schema unui sumator fluidic de tip paralel pentru două numere binare $A = [a_0a_2a_2a_3]$ și $B = [b_0b_1b_2b_3]$.

Expresiile logice ale funcțiilor sumă și transport în acest caz sînt

$$\begin{aligned} S_0 &= a_0 \oplus b_0 \\ S_5 &= a_1 \oplus b_1 \oplus T_0 \\ S_2 &= a_2 \oplus b_2 \oplus T_1 \\ S_3 &= a_3 \oplus b_3 \oplus T_2 \end{aligned} \tag{10}$$

iar pentru transport :

$$\begin{aligned} T_0 &= a_0 \cdot b_0 \\ T_1 &= a_1b_1 + a_1T_0 + b_1T_0 \\ T_2 &= a_2b_2 + a_2T_1 + b_2T_1 \\ T_3 &= a_3b_3 + a_3T_2 + b_3T_2 \end{aligned} \tag{11}$$

Pe baza relațiilor (10) și 11) și a schemei date în fig. 1 se poate întocmi schema sumatorului pentru cele două numere cu patru ranguri A și B prezentată simbolic în fig. 3.

Analiza schemei din fig. 8 pune în evidență avantajele esențiale prezentate de elementele fluidice utilizate în circuite cu logică de prag.

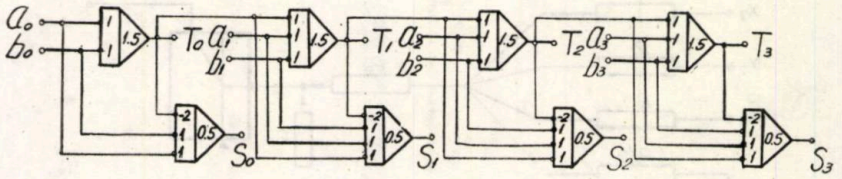


Fig. 8

Astfel numărul de elemente fluidice active de tip SAU-NICI utilizate este numai de 8 în comparație cu 38 de elemente în cazul utilizării elementelor SAU-NICI cu două intrări obișnuite. Timpul de adunare a celor două numere scade considerabil. Astfel în cazul utilizării circuitelor cu logică de prag timpul total de adunare este $t_3 = 5t_n + 4t_1$, sumele parțiale ale biților se obțin după un timp $t_0 = 2t_n + t_e$; $t_1 = 3t_n + 2t_e$; $t_2 = 4t_n + 3t_e$, unde s-a notat:

t_n — timpul de răspuns al elementului fluidic cu logică de prag;

t_1 — timpul de transmitere a semnalului fluidic între elemente.

Pentru schema obișnuită de sumator fluidic timpul de răspuns pentru adunarea biților este: $t_0 = 3t_n + 2t_1$; $t_1 = 6t_n + 4t_e$; $t_2 = 9t_n + 6t_e$; $t_3 = 12t_n + 8t_e$, ceea ce evidențiază o creștere sensibilă a vitezei de prelucrare a informației în circuitele cu logică de prag. Numărul de nivele logice este de asemenea redus în cazul utilizării circuitelor cu logică de prag.

Corelînd avantajele elementelor fluidice cu logică de prag evidențiate în schema de sumator prezentată, cu proprietățile generale ale acestor circuite și anume potențialitatea și flexibilitatea structurală ridicată [1] avem o imagine completă a posibilităților oferite de cirsuitele fluidice cu logică de prag.

Este de remarcat faptul că circuitele fluidice cu logică de prag nu prezintă avantaje în orice condiții. Astfel utilizarea acestor circuite la realizarea unor elemente de memorie (bistabile), registre statice nu este recomandabilă. La realizarea unor asemenea circuite nu se poate vorbi de avantajele mai sus amintite.

Unele încercări de sinteză de circuite hibride în care se folosesc atît circuitele logice convenționale cît și circuitele cu logică de prag au condus la rezultate satisfăcătoare. Astfel circuitele de introducere a datelor și de extragerea dintr-un registru pot fi ușor sintetizate cu elementele cu logică de prag, iar partea de memorie să fie realizată convențional, în cadrul unui registru static.

4. Concluzii

În prezenta lucrare s-a prezentat o nouă direcție de utilizare a elementelor fluidice, pentru obținerea unor circuite de calcul și de comandă complexe.

Prin alegerea și dimensionarea corespunzătoare a elementelor de circuit (rezistențe) care determină coeficienții de ponderare pot fi realizate funcții de comandă complexe utilizînd un număr redus de elemente fluidice.

Reducerea numărului de elemente fluidice prin utilizarea logicii cu prag conduce la o rezolvare a problemelor complexe legate de interconexiunea elementelor, și implicit a fenomenelor de hazard potențial în asemenea circuite fluidice.

Extinzînd analogia acestor circuite fluidice cu circuitele electronice cu prag, sînt de remarcat posibilitățile oferite de aceste circuite cu logică de prag pentru realizarea unor circuite adaptive și instruibile.

Catedra de automatică II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *M. Hics* — Fluidic Components for Digital Applications — Electronic Components nr. 6; 7/1967.
2. *I. Dumitrache* — Elemente fluidice utilizate în tehnica calculului numeric — A.M.C. nr. 12 — 1968.
3. *I. Dumitrache* — Contribuții la sinteza elementelor și circuitelor fluidice numerice — Teză doctorat — iunie 1970.
4. N. *Necula* — Circuite electronice cu logică de prag Automatica și Electronica nr. 3 — 1969.
5. *P. M. Lewis* — Threshold Logic — John Wile) — New York 1967.
6. *I. Dumitrache* — Elemente fluidice cu logică de prag Comunicare la sesiunea cadrelor didactice din I. P. B. 1970.
7. *I. Dumitrache* — Principii de realizare a sumatoarelor fluidice — Automatica și Electronica nr. 6 — 1970.
8. *H. T. Saghefi* — Statié Design of Pneumatic Logic Circuits — Proceedings of the Fluid Amplification Symposium — 1964

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972. Numărul 3

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z: 621.43

CALCULUL CARACTERISTICII DEGAJĂRII CĂLDURII LA MOTORUL CU APRINDERE PRIN COMPRIMARE PE BAZA UNUI MODEL BI-ZONAL DE NEOMOGENITATE TERMICĂ

N. APOSTOLESCU

1. Calculul energiei interne a fluidului motor, pe baza unui model bi-zonal de neomogenitate termică

Neomogenitatea termică a fluidului motor care se stabilește în timpul arderii la un motor cu aprindere prin comprimare are un caracter complex, determinat de mai mulți factori. Ea rezultă principial din însăși evoluția arderii cu viteze finite, ceea ce implică o diferențiere spațială a fluidului motor, și este amplificată de așa-numitul efect Mache, propriu arderii în volum limitat: fracțiunile de gaze de ardere care se formează progresiv se diferențiază termic, întrucît se modifică temperatura flăcării, iar comprimarea ulterioară a acestor fracțiuni descrește treptat în intensitate, în ordinea apariției lor (prima fracțiune suferă comprimarea maximă). La motorul cu aprindere prin comprimare neomogenitatea termică este accentuată de procesul vaporizării combustibilului în prima parte a arderii, și este influențată decisiv de mișcările cu caracter organizat ale gazelor din cilindru și de impulsurile turbulente.

În funcție de modul de organizare al acestor mișcări, cîmpul concentrațiilor și temperaturilor care se stabilește în camera de ardere capătă anumite caracteristici. Astfel, la motoarele cu injecție directă cu mișcări moderate ale încărcăturii cilindrului, flacăra formează anvelope în jurul jeturilor de combustibil care expandează treptat [1], [16]. Volumele delimitate de zonele de ardere se diferențiază față de volumele exterioare lor prin concentrații mari de gaze arse și temperaturi cu mult mai ridicate. La motoarele cu injecție directă la care se organizează mișcări intense ale încărcăturii cilindrului, se constată că zona de ardere se deplasează treptat — în cîmpul centrifug — spre periferia cilindrului. Gazele de ardere fierbinți, avînd o densitate mai redusă, se deplasează spre centrul camerei pe traiectorii spiralate [23], separîndu-se astfel de aerul rece.

Pentru motorul cu injecție directă, atît în varianta cu mișcări organizate moderate ale încărcăturii cît și în varianta cu mișcări intense, este proprie deci tendința de separare, în timpul arderii, a gazelor arse fierbinți de amestecul inițial rece, tendință care este de altfel indispensabilă desfășurării arderii difuzive. Această tendință de separare acționează desigur în sensul accentuării neomogenității termice a fluidului motor.

Pe de altă parte, mişcările intense de amestecare ale gazelor arse care intervin la ambele categorii menţionate de motoare, tind să reducă gradienţii de temperatură din masa gazelor arse, să micşoreze importanţa efectului Mache. Chiar în absenţa acestor mişcări efectul Mache, care a fost sesizat iniţial la studiul arderii în bombă, ar creea o diferenţiere termică relativ modestă a gazelor arse. După calculele lui Lewis şi Elbe [15], gazele arse se diferenţiază cu cca 700°K prin efectul Mache şi efectul modificării temperaturii flăcării, pentru o creştere a presiunii de peste 8 ori la arderea unui amestec omogen în bombă; în motorul cu aprindere prin comprimare raportul de creştere a presiunii prin ardere este de numai 1,5 . . .1,75.

Particularităţile prezentate îndreptăţesc acceptarea unui model de calcul bi-zonal pentru motorul cu aprindere prin comprimare, care reduce cîmpul real al concentraţiilor şi temperaturilor la forma cea mai simplă de neomogenitate : gazele arse fierbinţi, omogene fizic şi chimic, sînt separate de amestecul iniţial rece, de asemenea omogen, prin fracţiunea elementară care arde, în care temperatura variază de la temperatura amestecului iniţial la temperatura flăcării şi care are compoziţia chimică a gazelor arse (fig. 1).

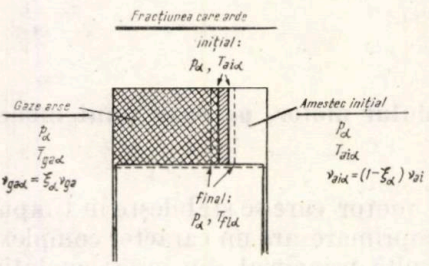


Fig. 1

Fiecare fracţiune elementară de substanţă iniţială care intră în reacţie trece de la temperatura amestecului iniţial T_{ai} la temperatura flăcării T_{fl}; fracţiunea elementară de gaze arse rezultată prin reacţie se amestecă cu gazele arse existente, care îşi menţin astfel omogenitatea termică.

Căldura de reacţie eliberată prin arderea fracţiunii elementare generează tendinţa de creştere a presiunii. Ca atare, fracţiunea care arde se va destinde în ambele sensuri, comprimînd gazele arse şi amestecul iniţial. Ţinînd seama că arderea are loc într-un volum variabil, un efect suplimentar de destindere a fracţiunii elementare decurge din deplasarea pistonului.

La viteza cu care se desfăşoară arderea în mod normal la motorul cu aprindere prin comprimare, se poate considera că presiunea se egalizează în permanenţă în camera de ardere. Aplicarea acestui tratament cvasi-static procesului este perfect justificată pentru viteze reduse ale aerului şi combustibilului în flacăra difuzivă (în care se amestecă), faţă de viteza sunetului.

Prin urmare, între fracţiunea elementară care reacţionează şi restul fluidului motor se stabilesc două forme de interacţiune : prin destindere (comprimarea amestecului iniţial şi a gazelor arse) şi prin amestecare.

Se observă că amestecarea finală cu restul gazelor arse reprezintă singura formă prin care fracţiunea elementară care a ars transferă căldură în exterior. Prin această ipoteză, se neglijează deci transferul de căldură prin radiaţie spre amestecul iniţial rece, a cărui importanţă decurge din prezenţa funinginii în flacără şi diferenţa de temperatură. O astfel de simplificare este justificată numai de posibilităţile actuale incerte ale calculului transferului de căldură prin radiaţie, determinate în special de lipsa

de informaţii privind formarea funinginii. Transferul de căldură prin conductivitate şi convecţie spre amestecul iniţial este cu mult mai redus ca importanţă, întrucît are loc cu viteze de acelaşi ordin de mărime cu viteza relativă care se stabileşte între amestecul iniţial şi flacără.

Pentru precizarea matematică a acestor interacţiuni, este necesar să se introducă în continuare un model termodinamic al arderii fracţiunii elementare.

Se cunosc trei modele simple de ardere a unei fracţiuni elementare.

Modelul arderii izocore, imaginat de Rabezzana pentru studiul arderii în bombă [26] descompune arderea fracţiunii elementare în două faze : arderea instantanee la volum constant, urmată de destinderea adiabată a fracţiunii. Această imagine corespunde concepţiei clasice asupra propagării flăcării laminare prin mecanismul exploziei termice. Este de remarcat că între fracţiunea elementară care arde şi restul fluidului motor se presupune iniţial o discontinuitate totală de presiune şi temperatură ; presiunea se egalizează ulterior prin destindere.

Cel de-al doilea model, al arderii izoterme, a fost propus de Sviridov [26] pentru modelarea termodinamică a arderii în motorul cu aprindere prin scînteie. Acest model este adecvat structurii flăcării laminare, în care zona de reacţie este caracterizată printr-o temperatură înaltă, practic constantă, de acelaşi ordin cu temperatura gazelor arse. Aplicat flăcării turbulente a amestecurilor omogene şi cu atît mai mult arderii de tip difuziv-turbulent, acest model contravine însă caracteristicii principale : prezenţa gradienţilor mari de temperatură în adîncimea flăcării, sub influenţa mişcărilor turbulente ale substanţelor care reacţionează. Variaţiile de temperatură care se manifestă în adîncimea flăcării turbulente sînt în orice caz cu mult mai mari decît variaţia presiunii produsă în intervalul de timp în care arde fracţiunea elementară.

Modelul arderii izobare, elaborat de Lewis şi Elbe [18] presupune că degajarea căldurii de reacţie şi destinderea fracţiunii elementare care arde, decurg izobar. Acest model se deosebeşte principial de cel izocor prin faptul că implică o interacţiune continuă între fracţiunea care arde şi restul fluidului motor. Procesul arderii şi destinderii sînt concepute ca organic legate, desfăşurîndu-se simultan. Se exclud astfel discontinuităţile de presiune care ar putea caracteriza numai un mod de desfăşurare a arderii asociat unor viteze foarte mari de creştere a presiunii. Modelul arderii izobare oferă totodată şi o schematizare a variaţiei de temperatură care se exercită în flacăra turbulentă, întrucît presupune creşterea temperaturii fracţiunii elementare care reacţionează de la nivelul iniţial propriu amestecului iniţial, la nivelul temperaturii finale a flăcării.

Toate aceste considerente fac preferabil modelul arderii izobare. Variaţiile de presiune care se produc în realitate în intervalul de timp în care decurge arderea fracţiunii considerate au desigur o importanţă care scade cu cît mărimea intervalului este mai mică.

Pe baza modelului izobar de ardere, se poate scrie pentru fracţiunea elementară de combustibil $\nu_c d\xi_\alpha$ care arde ecuaţia

$$\nu_c Q_p d\xi_\alpha = dU_\alpha + A dL_\alpha, \qquad (1)$$

unde ν_c este doza de combustibil pe ciclu, Q_p căldura de reacție, dU_α variația elementară de energie internă a fracțiunii care reacționează

$$dU_\alpha = (\nu_{ga} U_{fl\alpha} - \nu_{ai} U_{ai\alpha})\, d\xi_\alpha, \tag{2}$$

iar AdL_α lucrul mecanic elementar schimbat de fracțiunea care reacționează cu exteriorul (cu gazele arse, amestecul inițial și cu pistonul) printr-o evoluție izobară

$$AdL_\alpha = 1{,}986\, (\nu_{ga} T_{fl\alpha} - \nu_{ai} T_{ai\alpha})\, d\xi_\alpha, \tag{3}$$

în care ν_{ga}, ν_{ai} sînt cantitatea molară de gaze arse și respectiv de amestec inițial, corespunzătoare dozei ν_c de combustibil, $U_{fl\alpha}$, $U_{ai\alpha}$ sînt energia internă molară momentană a gazelor arse la temperatura flăcării $T_{fl\alpha}$ și respectiv a amestecului inițial la temperatura amestecului inițial $T_{ai\alpha}$.

Înlocuind (2) și (3) în (1), se ajunge la

$$[\nu_c Q_p - (\nu_{ga} U_{fl\alpha} - \nu_{ai} U_{ai\alpha})]\, d\xi_\alpha = 1{,}986\, (\nu_{ga} T_{fl\alpha} - \nu_{ai} T_{ai\alpha})\, d\xi_\alpha. \tag{4}$$

Ecuația (4), care exprimă lucrul mecanic schimbat de fracțiunea elementară cu gazele arse, amestecul inițial și cu pistonul, definește astfel prima formă de interacțiune cu mediul exterior, stabilită în timpul arderii.

A doua formă presupusă de interacțiune, amestecarea, trebuie să realizeze, pe baza modelului ales, coborîrea nivelului energetic al fracțiunii elementare care a ars de la temperatura $T_{fl\alpha}$ la temperatura gazelor $T_{ga\alpha}$. Considerînd fracțiunea elementară de gaze arse rezultate $\nu_{ga}\, d\xi_\alpha$, aceasta revine matematic la a transfera gazelor arse existente excedentul de energie internă

$$(U_{fl\alpha} - U_{ga\alpha})\, \nu_{ga}\, d\xi_\alpha.$$

Temperatura finală rezultată prin amestecare $\overline{T}_{ga\alpha}$ se determină din ecuația de bilanț energetic al amestecării.

Modelul matematic stabilit pentru interacțiunea fracțiunii elementare care arde cu restul fluidului motor și cu pistonul, permite calculul variației energiei interne și temperaturii componenfelor fluidului motor.

Pentru fluidul motor neomogen termic, energia internă momentană are expresia

$$U_\alpha = \xi_\alpha \nu_{ga} U_{ga\alpha} + (1 - \xi_\alpha)\, \nu_{ai} U_{ai\alpha},$$

$U_{ga\alpha}$, $U_{ai\alpha}$ reprezentînd energiile interne molare momentane ale gazelor arse și respectiv amestecului inițial; pentru variația energiei interne a fluidului motor se obține

$$dU_\alpha = \xi_\alpha \nu_{ga} dU_{ga\alpha} + \nu_{ga} U_{ga\alpha}\, d\xi_\alpha + (1 - \xi_\alpha)\, \nu_{ai} dU_{ai\alpha} - \nu_{ai} U_{ai\alpha} d\xi_\alpha. \tag{5}$$

Explicitînd în ecuația generală de bilanț energetic

$$\nu_c Q_c d\xi_\alpha = dU_\alpha + AdL_\alpha + dQ_{p\alpha}, \tag{6}$$

unde $Q_{p\alpha}$ este căldura momentană schimbată de fluidul motor cu pereții — variația elementară de energie internă exprimată de (5), se obține

$$\nu_c Q_c d\xi_\alpha = \xi_\alpha \nu_{ga} dU_{ga\alpha} + \nu_{ga} U_{ga\alpha} d\xi_\alpha + (1 - \xi_\alpha)\nu_{ai} dU_{ai\alpha} -$$

$$-\nu_{ai} U_{ai\alpha} d\xi_\alpha + A dL_\alpha + dQ_{p\alpha}. \tag{7}$$

În continuare se adună în ambii membri ai ecuației (7) termenul $\nu_{ga} U_{fl\alpha} d\xi_\alpha$. Grupînd convenabil termenii, și considerînd în continuare căldura de reacție la presiune constantă Q_{pc} se obține

$$[\nu_c Q_{pc} - (\nu_{ga} U_{fl\alpha} - \nu_{ai} U_{ai\alpha}) + (\nu_{ga} U_{fl\alpha} - \nu_{ga} U_{ga\alpha})]\, d\xi_\alpha =$$

$$= \xi_\alpha \nu_{ga} dU_{ga\alpha} + (1 - \xi_\alpha)\nu_{ai} dU_{ai\alpha} + A dL_\alpha + dQ_{p\alpha}, \tag{8}$$

și ținînd seama de (4) rezultă

$$[1{,}986\,(\nu_{ga} T_{fl\alpha} - \nu_{ai} T_{ai\alpha}) + (\nu_{ga} U_{fl\alpha} - \nu_{ga} U_{ga\alpha})]\, d\xi_\alpha =$$

$$= \xi_\alpha \nu_{ga} dU_{ga\alpha} + (1 - \xi_\alpha)\nu_{ai} dU_{ai\alpha} + A dL_\alpha + dQ_{p\alpha}. \tag{9}$$

În ecuația (9) membrul stîng exprimă cele două forme de interacțiune ale fracțiunii care arde cu exteriorul, prin destindere și amestecare (alte forme de interacțiune au fost excluse); în membrul drept, primii doi termeni exprimă variațiile elementare de energie internă datorite variației elementare a temperaturii gazelor arse și amestecului inițial, iar ultimii doi termeni, lucrul mecanic elementar schimbat cu pistonul și respectiv căldura elementară pierdută de gazele arse și amestecul inițial prin pereți.

Variațiile elementare de energie internă datorită variației temperaturii se determină cu relațiile

$$\xi_\alpha \nu_{ga} dU_{ga\alpha} = \xi_\alpha \nu_{ga} C_{vga\alpha} d\overline{T}_{ga\alpha}, \tag{10}$$

$$(1 - \xi_\alpha)\nu_{ai} dU_{ai\alpha} = (1 - \xi_\alpha)\nu_{ai} C_{vai\alpha} T_{ai\alpha}, \tag{11}$$

în care $d\overline{T}_{ga\alpha}$ și $dT_{ai\alpha}$ rezultă din efectul comprimării exercitate de fracțiunea elementară care se destinde, precum și din efectul amestecării sale finale cu gazele arse.

Procesul de comprimare este asistat de schimbul de căldură între gazele arse și amestecul inițial cu pereții, care cunoaște intensitatea maximă tocmai în timpul arderii *). Pentru exprimarea corectă a acestei influențe, se propune ca efectuarea calculului variației de temperatură și a temperaturii finale să decurgă în două etape. În prima etapă, se consideră numai efectul comprimării realizate de fracțiunea elementară care arde în condițiile schimbului de căldură cu pereții, dar neglijîndu-se efectul termic al amestecării. Rezultatele obținute astfel se corectează în a doua etapă de calcul, cînd se ia în considerare efectul termic al amestecării.

* Prin ipoteză, fracțiunea elementară care arde nu schimbă căldură cu pereții.

În prima etapă, calculul temperaturii gazelor arse și amestecului inițial se efectuează pe baza ecuațiilor de transformare politropă

$$\overline{T}^{a}_{ga\alpha} p_{\alpha}^{(1-\overline{m}_{ga\alpha})/\overline{m}_{ga\alpha}} = \overline{T}_{ga(\alpha-1)} p_{\alpha-1}^{(1-\overline{m}_{ga\alpha})/\overline{m}_{ga\alpha}}, \tag{12}$$

$$T_{ai\alpha} p_{\alpha}^{(1-m_{ai})/m_{ai}} = T_{ai(\alpha-1)} p_{\alpha-1}^{(1-m_{ai\alpha})/m_{ai\alpha}}, \tag{13}$$

în care $\overline{T}^{a}_{ga\alpha}$ este valoarea medie aproximativă a gazelor arse (fără considerarea amestecării), la unghiul α, °RA, $\overline{T}_{ga(\alpha-1)}$, $T_{ai(\alpha-1)}$ sînt valorile inițiale, ale temperaturii gazelor arse și amestecului inițial (la momentul $\alpha-1$ în raport cu care se calculează noile valori ale temperaturii), $\overline{m}_{ga\alpha}$, $m_{ai\alpha}$ sînt valorile medii ale exponenților politropici ai comprimării, corespunzătoare gazelor arse și respectiv amestecului inițial, pe intervalul de calcul $\alpha - 1$, α.

Cu ajutorul ecuațiilor (12) și 13) se stabilește variația elementară a temperaturii gazelor arse și amestecului inițial:

$$d\overline{T}_{ga\alpha} = \frac{\overline{m}_{ga\alpha}-1}{\overline{m}_{ga\alpha}} \overline{T}_{ga(\alpha-1)} \frac{p'_{\alpha}}{p_{\alpha-1}} \left(\frac{p_{\alpha}}{p_{\alpha-1}}\right)^{-\frac{1}{\overline{m}_{ga\alpha}}} \cdot d\alpha, \tag{14}$$

$$dT_{ai\alpha} = \frac{m_{ai\alpha}-1}{m_{ai\alpha}} T_{ai(\alpha-1)} \frac{p'_{\alpha}}{p_{\alpha-1}} \left(\frac{p_{\alpha}}{p_{\alpha-1}}\right)^{-\frac{1}{m_{ai\alpha}}} \cdot d\alpha, \tag{15}$$

unde $p'_{\alpha} = dp_{\alpha}/d\alpha$ este derivata presiunii la unghiul curent α°RA.

Deoarece se consideră că în cursul comprimării politrope, gazele arse și amestecul inițial schimbă căldura numai cu pereții, exponenții politropici medii $\overline{m}_{ga\alpha}$, $m_{ai\alpha}$ variază de la un interval $(\alpha-1, \alpha)$ la altul, în funcție de intensitatea transferului global de căldură la pereți $Q_{p(\alpha-1,\alpha)}$ și a distribuției acestuia pe cele două componente $(Q_{p(\alpha-1,\alpha)})_{ga}$ și $(Q_{p(\alpha-1,\alpha)})_{ai}$, corespunzătoare gazelor arse și amestecului inițial. Valorile exponenților $\overline{m}_{ga\alpha}$ și $m_{ai\alpha}$ pot fi determinate astfel cu ajutorul relațiilor care definesc schimbul de căldură pe intervalul $(\alpha-1, \alpha)$ într-o transformare politropă

$$\frac{(Q_{p(\alpha-1,\alpha)})_{ga}}{\nu_{ga\alpha}} = 1{,}986 \frac{k_{ga\alpha}-\overline{m}_{ga\alpha}}{k_{ga\alpha}-1} \frac{\overline{T}_{ga(\alpha-1)}}{\overline{m}_{ga\alpha}-1} \left[1-\left(\frac{p_{\alpha}}{p_{\alpha-1}}\right)^{\frac{\overline{m}_{ga\alpha}-1}{\overline{m}_{ga\alpha}}}\right] \tag{16}$$

$$\frac{(Q_{p(\alpha-1,\alpha)})_{ai}}{\nu_{ai\alpha}} = 1{,}986 \frac{k_{ai\alpha}-m_{ai\alpha}}{k_{ai\alpha}-1} \cdot \frac{T_{ai(\alpha-1)}}{m_{ai\alpha}-1} \left[1-\left(\frac{p_{\alpha}}{p_{\alpha-1}}\right)^{\frac{m_{ai\alpha}-1}{m_{ai\alpha}}}\right] \tag{17}$$

Pentru utilizarea relațiilor (16) și (17) este necesar să se cunoască cantitățile de căldură $(Q_{p(\alpha-1,\alpha)})_{ga}$ și $(Q_{p(\alpha-1,\alpha)})_{ai}$ transferate de cele două componente ale fluidului motor în intervalul $(\alpha-1, \alpha)$ — v. paragraful 2.

Se mai observă că utilizarea exponenților politropici medii pe interval care decurge din aplicarea ecuației politropiei la calculul temperaturilor, impune adoptarea uneia dintre metodele generale de rezolvare ale analizei numerice (rezolvare pas cu pas).

Aplicarea relaţiilor (14) şi (15) pentru determinarea variaţiei temperaturilor conduce la rezultate cu totul satisfăcătoare din punctul de vedere al preciziei. Valoarea temperaturii $\overline{T}^{a}_{ga\alpha}$ stabilită pe baza relaţiei (12) trebuie însă corectată, prin introducerea efectului amestecării gazelor arse cu noua fracţiune formată de gaze arse.

Întrucît calculele se efectuează pas cu pas, ecuaţia bilanţului termic al amestecării se scrie pentru un interval $\Delta\alpha = \alpha-(\alpha-1)$, în care s-a format fracţiunea de gaze arse $(\xi_\alpha - \xi_{\alpha-1})\nu_{ga}$

$$\xi_{\alpha-1}\nu_{ga}(U_{ga\alpha})_{\overline{T}^{a}_{ga\alpha}} + (\xi_\alpha - \xi_{\alpha-1})\nu_{ga}U_{fl\alpha} = \xi_\alpha\nu_{ga}(U_{ga\alpha})_{\overline{T}_{ga\alpha}} \qquad (18)$$

unde $(U_{ga\alpha})_{\overline{T}^{a}_{ga\alpha}}$ şi $(U_{ga\alpha})_{\overline{T}_{ga\alpha}}$ reprezintă energiile interne molare calculate la temperaturile $T^{a}_{ga\alpha}$ şi respectiv $\overline{T}_{ga\alpha}$, înainte şi respectiv după amestecare. Efectul de amestecare are o importanţă mai mare la începutul arderii, cînd diferenţa $\xi_\alpha - \xi_{\alpha-1}$ este comparabilă ca mărime cu $\xi_{\alpha-1}$. În orice caz, variaţiile de temperatură sînt suficient de mici încît diferenţele corespunzătoare ale căldurii specifice în relaţia (18) să fie neglijabile. Relaţia poate fi scrisă astfel sub forma

$$\overline{T}_{ga\alpha} = T_{fl\alpha} - \frac{\xi_{\alpha-1}}{\xi_\alpha}(T_{fl\alpha} - \overline{T}^{a}_{ga\alpha}), \qquad (19)$$

care permite calculul direct al temperaturii gazelor arse după amestecare.

Pentru precizarea căldurilor specifice, care mai intervin în relaţiile de calcul al variaţiei energiei interne (10) şi (11), este preferabilă exprimarea lor analitică, care este avantajoasă din punctul de vedere al stabilirii unui program pentru calculator.

Pe baza relaţiilor (10), (11), (14), (15) variaţia energiei interne datorită variaţiei elementare a temperaturii gazelor arse şi amestecului iniţial rezultă din relaţiile finale

$$\xi_\alpha\nu_{ga}dU_{ga\alpha} = \xi_\alpha\nu_{ga}\,C_{vga\alpha}\frac{\overline{m}_{ga\alpha}-1}{\overline{m}_{ga\alpha}}\,\overline{T}_{ga(\alpha-1)}\frac{p'_\alpha}{p_{\alpha-1}}\left(\frac{p_\alpha}{p_{\alpha-1}}\right)^{-\frac{1}{\overline{m}_{ga\alpha}}}\cdot d\alpha, \qquad (20)$$

$$(1-\xi_\alpha)\nu_{ai}dU_{ai\alpha} = (1-\xi_\alpha)\nu_{ai}C_{vai\alpha}\frac{m_{ai\alpha}-1}{m_{ai\alpha}}\,T_{ai(\alpha-1)}\frac{p'_\alpha}{p_{\alpha-1}}\left(\frac{p_\alpha}{p_{\alpha-1}}\right)^{-\frac{1}{m_{ai\alpha}}}\cdot d\alpha \qquad (21)$$

2. Calculul transferului de căldură în condiţiile neomogenităţii termice a fluidului motor

Cantitatea elementară de căldură transferată prin convecţie de la fluidul motor la cilindru se calculează cu relaţia

$$dQ_{p\alpha} = \alpha_{c\alpha}A_\alpha(T_\alpha - T_p)\,dt, \text{ kcal} \qquad (22)$$

unde $\alpha_{c\alpha}$ este coeficientul momentan de convecţie, precizat de una din rela-

țiile cunoscute [9], [24], [29], [2], [3], A_α este aria suprafeței momentane de transfer de căldură, T, T_p — temperatura momentană a fluidului și respectiv a peretelui.

Neomogenitatea termică a fluidului motor în timpul arderii influențează intensitatea transferului local de căldură. Diferențele care apar sînt determinate de variația coeficienților locali de convecție și de modificarea diferențelor locale de temperatură gaz-perete.

Abordarea calculului transferului de căldură de la gaz la perete separat pentru cele două componente ale fluidului motor nu ar fi justificată în prezent, datorită incertitudinilor și aproximațiilor cu care se calculează transferul de căldură în general, și cu care se poate evalua cîmpul concentrațiilor și temperaturilor din cilindru.

Pentru necesitățile calculului energiilor interne și temperaturilor gazelor arse și amestecului inițial conform modelului prezentat în paragraful 1, se propune un calcul simplificat al cantităților corespunzătoare de căldură transferată pereților.

În prima etapă, se neglijează neomogenitatea termică a fluidului motor, căruia i se atribuie temperatura convențională T_{es} și se calculează cantitatea totală de căldură dQ_p. Valoarea obținută reprezintă suma cantităților corespunzătoare celor două componente

$$dQ_{p\alpha} = d(Q_{p\alpha})_{ga} + d(Q_{p\alpha})_{ai}. \tag{23}$$

Termenii necunoscuți din membrul drept al egalității sînt definiți principial tot de relații de tipul (22) prin urmare

$$\frac{d(Q_{p\alpha})_{ai}}{d(Q_{p\alpha})_{ga}} = \frac{\alpha_{cai\alpha}}{\alpha_{cga\alpha}} \frac{A_{ai\alpha}}{A_{ga\alpha}} \frac{T_{ai\alpha} - T_p}{\overline{T}_{ga\alpha} - T_p}. \tag{24}$$

Adoptînd pentru coeficienții de convecție relația de calcul dezvoltată în lucrarea [3], raportul coeficienților de convecție $\alpha_{cai\alpha}/\alpha_{cga\alpha}$ pentru cele două componente — care au aceiași presiune și compoziție chimică, dar care se deosebesc prin temperaturile $T_{ai\alpha}$, $\overline{T}_{ga\alpha}$ și volumele lor $V_{ai\alpha}$, $V_{ga\alpha}$ — rezultă sub forma:

$$\frac{\alpha_{cai\alpha}}{\alpha_{cga\alpha}} = \left(\frac{T_{ai\alpha}}{\overline{T}_{ga\alpha}}\right)^{-0,57} \left(\frac{V_{ai\alpha}}{V_{ga\alpha}}\right)^{-0,1}. \tag{25}$$

Raportul suprafețelor de schimb de căldură cu pereții A_{ai}/A_{ga} poate fi definit din considerente de ordin dimensional:

$$\frac{A_{ai\alpha}}{A_{ga\alpha}} = \left(\frac{V_{ai\alpha}}{V_{ga\alpha}}\right)^{\frac{2}{3}}. \tag{26}$$

Relația (26) exprimă totodată cu aproximație raportul suprafețelor momentane de contact cu pereții, în modelul care consideră cele două componente separate printr-un plan paralel cu axa cilindrului (fig. 1).

Înlocuind (25) şi (26) în (24) rezultă:

$$\frac{d(Q_{p\alpha})_{ai\alpha}}{d(Q_{p\alpha})_{ga\alpha}} = \left(\frac{T_{ai\alpha}}{\overline{T}_{ga\alpha}}\right)^{-0,57} \left(\frac{V_{ai\alpha}}{V_{ga\alpha}}\right)^{0,567} \frac{T_{ai\alpha} - T_p}{\overline{T}_{ga\alpha} - T_p}. \tag{72}$$

Aplicînd legea generală a gazelor în condiţiile ipotezelor admise, raportul volumelor componentelor devine

$$\frac{V_{ai\alpha}}{V_{ga\alpha}} = \frac{\nu_{ai\alpha}}{\nu_{ga\alpha}} \cdot \frac{T_{ai\alpha}}{\overline{T}_{ga\alpha}},$$

sau, dacă se neglijează variaţia molară prin ardere,

$$\frac{V_{ai\alpha}}{V_{ga\alpha}} \approx \frac{1 - \xi_\alpha}{\xi_\alpha} \frac{T_{ai\alpha}}{\overline{T}_{ga\alpha}}. \tag{28}$$

Relaţia (28) se înlocuieşte în (27) şi se obţine

$$\frac{d(Q_{p\alpha})_{ai}}{d(Q_{p\alpha})_{ga}} = \left(\frac{1 - \xi_\alpha}{\xi_\alpha}\right)^{0,567} \frac{\theta_{ig\alpha} - \theta_{pg\alpha}}{1 - \theta_{pg\alpha}}, \tag{29}$$

unde

$$\theta_{ig\alpha} = \frac{T_{ai\alpha}}{\overline{T}_{ga\alpha}} \quad \text{şi} \quad \theta_{pg\alpha} = \frac{T_p}{\overline{T}_{ga\alpha}}. \tag{30}$$

Cu ajutorul relaţiilor (23) şi (29) se pot calcula cantităţile elementare de căldură transferate de cele două componente:

$$d(Q_{p\alpha})_{ai} = \frac{q_\alpha}{1 + q_\alpha} dQ_{p\alpha}, \tag{31}$$

$$d(Q_{p\alpha})_{ga} = \frac{1}{1 + q_\alpha} dQ_{p\alpha}, \tag{32}$$

unde s-a notat

$$q_\alpha = \left(\frac{1 - \xi_\alpha}{\xi_\alpha}\right)^{0,57} \frac{\theta_{i\alpha} - \theta_{pg\alpha}}{1 - \theta_{pg\alpha}}. \tag{33}$$

3. Calculul caracteristicii de ardere pe baza unui model bi-zonal de neomogenitate termică

Caracteristica de ardere a unui motor cu aprindere prin comprimare se obţine prin integrarea ecuaţiei generale de bilanţ energetic aplicat procesului arderii.

În ecuațiile clasice de bilanț energetic care tratează fluidul motor drept omogen, se iau în considerare numai variația energiei interne a fluidului motor, lucrul mecanic transmis pistonului și căldura cedată pereților. Un element al bilanțului energetic care se neglijează întotdeauna este căldura de vaporizare a combustibilului. Viteza vaporizării depinde de numeroși factori care reflectă particularitățile introduse de condițiile injecției combustibilului și formării amestecului, proprii unui anumit motor; prezența căldurii elementare de vaporizare a combustibilului ar fi principial în dezacord cu ceilalți termeni ai ecuației generale, care au o exprimare generală, cuprinzînd numai mărimi termodinamice. De asemenea, în ecuațiile clasice se neglijează efectul termic al disociației, deoarece valorile cele mai ridicate ale temperaturii medii nu depășesc limita de la care efectul termic al disociației devine sensibil. În aceste condiții se obține pentru fracțiunea elementară de combustibil ars :

$$d\xi_\alpha = \frac{\nu_{ga} dU_{ga} + A dL_\alpha + dQ_{p\alpha}}{\nu_c Q_c} \tag{34}$$

Dacă se acceptă un model bi-zonal de neomogenitate termică a fluidului motor și de ardere izobară a fracțiunii elementare, și neglijînd în continuare vaporizarea combustibilului și disociația gazelor, se obține (v. relația 9) :

$$d\xi_\alpha = \frac{\xi_\alpha \nu_{ga} dU_{ga\alpha} + (1-\xi_\alpha)\nu_{ai} dU_{ai\alpha} + A dL_\alpha + dQ_{p\alpha}}{1{,}986\,(\nu_{ga} T_{fl\alpha} - \nu_{ai} T_{ai\alpha})}. \tag{35}$$

Neomogenitatea termică și chimică a fluidului motor se poate considera constituită numai din momentul cînd s-a format o fracțiune minimă de gaze arse la începutul arderii; similar, neomogenitatea termică este întreținută pînă cînd există o fracțiune minimă, suficientă de amestec inițial. La aceste limite inferioare, fracțiunea de gaze arse sau de amestec inițial ocupă volume de ordinul de mărime al scărilor celor mai mari ale turbulenței; s-a apreciat astfel că fluidul motor este diferențiat termic din momentul în care $\xi_\alpha > 0{,}03$ și redevine omogen cînd $\xi_\alpha > 0{,}97$.

În consecință, se consideră că ecuația (35) este valabilă numai între aceste limite; în afara acestor limite, la începutul și la sfîrșitul arderii, trebuie aplicată ecuația (34) adecvată amestecurilor omogene.

Ecuațiile generale stabilite pentru fluidul omogen și neomogen se pot transcrie sub forma generală

$$\xi'_\alpha = \Gamma(\xi_\alpha, \alpha).$$

Pentru integrarea ecuației se adoptă metoda Runge-Kutta de ordinul II (metoda Euler îmbunătățită). Metoda se aplică pas cu pas, ceea ce convine însăși principiului calculului variației energiei interne a fluidului motor neomogen.

Metoda de calcul a caracteristicii degajării căldurii, bazată pe modelul bi-zonal de neomogenitate fizico-chimică a fluidului motor a fost apli-

Tabela 1

Ciclul nr.	1	2	3	4
Motorul	[7]	D 12		
Diametrul/Cursa, mm	114/140	108/130		
Puterea, CP	10,3	7,05	4,134	9,65
Turaţia, rot/min	1025	1585	1560	1820
Combustibil injectat pe ciclu 10^{-6} kg/ciclu	58,725	40,617	29,815	50,37
Aerul aspirat pe ciclu, 10^{-3} kg/ciclu	1,340	1,340	1,133	1,153
Combustibilul	Motorină	CC 33*)	CC 35*)	Motorină
Avansul la injecţie, °RA	19	25	25	25

(*) Amestec de cetan (35%) şi α metilnaftalen (65%)

cată la prelucrarea pe calculator a unor diagrame indicate, ridicate la motoare cu aprindere prin comprimare şi injecţie directă.

Au fost prelucrate patru diagrame dintre care una reprodusă în literatură (fig. 2), după Austen şi Lyn [7], iar celelalte determinate de autor (fig. 3., 4., 5) la un motor TN-D12. Regimurile corespunzătoare de func-

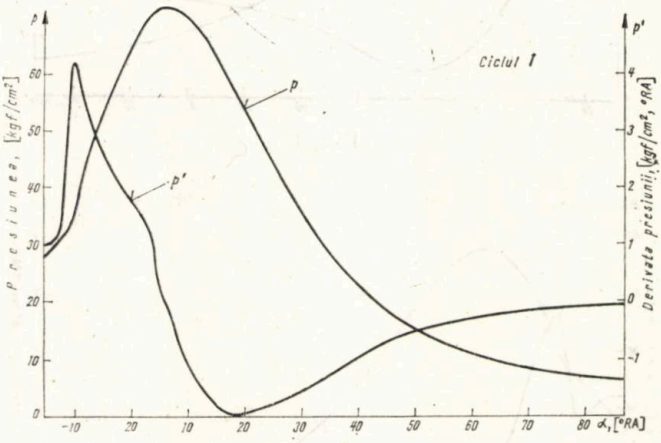


Fig. 2

ţionare ale motoarelor (tabela 1) au fost alese astfel încît să rezulte caracteristici variate de ardere.

Figurile 6...9 prezintă vitezele de degajare a căldurii. Pentru comparaţie au fost reprezentate pe aceleaşi figuri şi rezultatele calculului prin metoda omogenităţii termice.

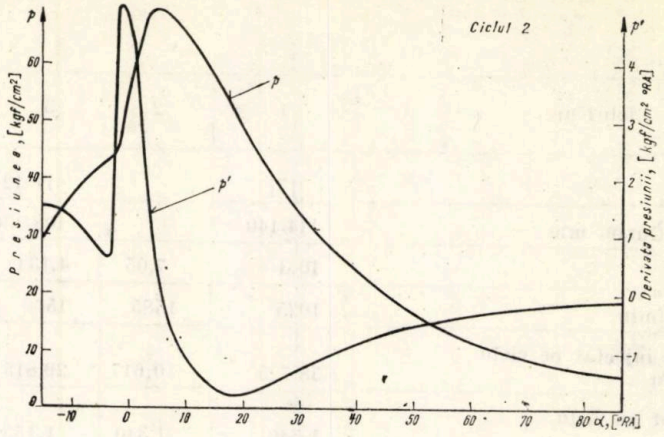


Fig. 3

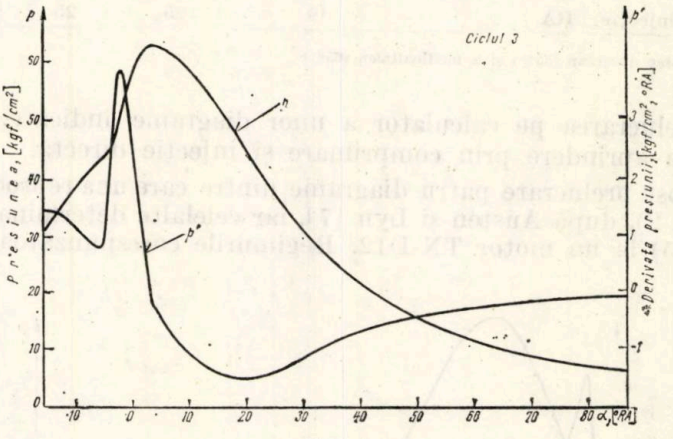


Fig. 4

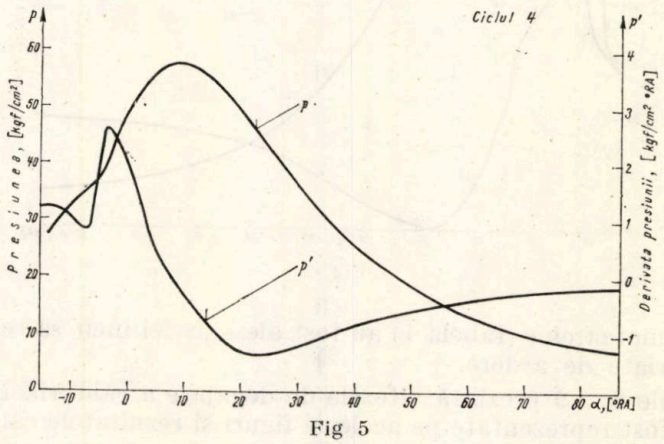


Fig 5

Se observă că aspectul diagramelor rezultate prin cele două metode este același. În diagramele vitezei de degajare a căldurii, primul vîrf corespunde vîrfului derivatei presiunii, evidențiind intensitatea arderii amestecurilor preformate; cel de-al doilea vîrf din diagrama vitezei dega-

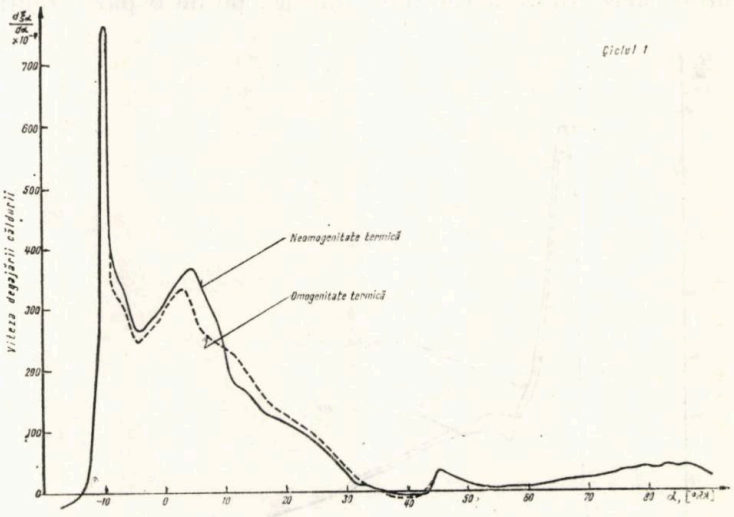


Fig. 6

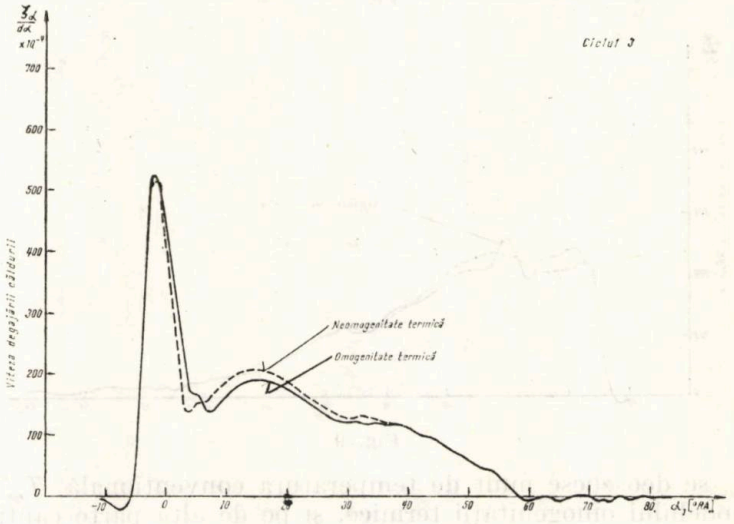


Fig. 7

jării căldurii se plasează în zona valorilor descrescătoare, dar pozitive ale derivatei presiunii și subliniază intensitatea cu care decurge la început arderea difuzivă.

În toate cazurile considerate, diferențele cantitative cele mai importante între rezultatele obținute prin cele două metode se obțin în prima

parte a arderii. Astfel, pentru ciclul 1, diferențele la viteza degajării căldurii oscilează în această zonă între 10 și 20%, iar pe caracteristica degajării căldurii diferența maximă este de circa 10%.

Diferențele constatate în această zonă se corelează cu existența unei neomogenități accentuate a fluidului motor : pe de o parte temperaturile

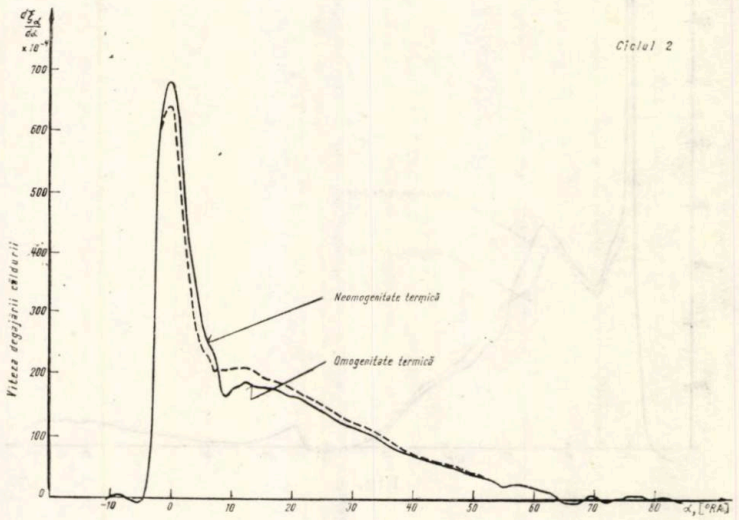


Fig. 8

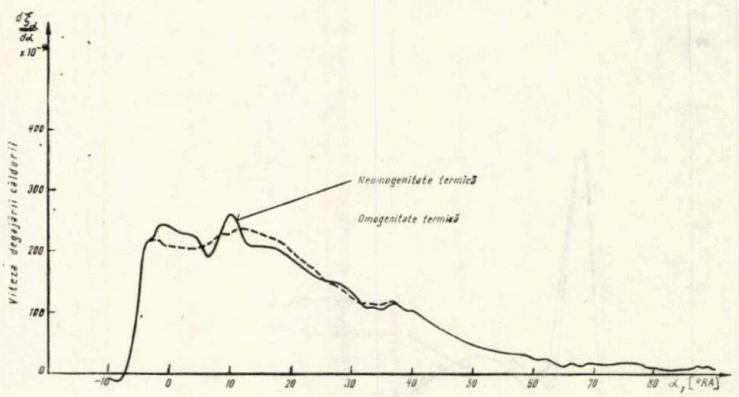


Fig. 9

T_{0a} și T_{ai} se deosebesc mult de temperatura convențională T_{es} caracteristică modelului omogenității termice, și pe de altă parte cantitățile de gaze arse și amestec inițial sînt comparabile. De aici derivă influența asupra energiei interne a fluidului motor din cilindru care se transmit caracteristicii degajării căldurii, explicînd în parte diferențele constatate. Aceste diferențe rezultă de asemenea din însăși modul deosebit în care a fost concepută interacțiunea fracțiunii care arde cu masa fluidului motor. Pe ultima parte a arderii, cînd fluidul motor este practic omogenizat, tocmai această influență poate explica diferențele care se mai înregistrează

în diagrama vitezei degajării căldurii. În primele momente ale arderii, fluidul motor este considerat omogen, astfel că se folosesc relații comune de calcul pentru viteza degajării căldurii.

În concluzie, metoda de calcul al energiei interne a fluidului motor cu considerarea neomogenității termice după un model bi-zonal permite dezvoltarea unei metode mai precise de determinare a caracteristicii degajării căldurii pe baza diagramei indicate.

Catedra de motoare cu ardere internă
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Alcock, J. E., Scott, W. W. Proc. Institn. Mech.* Engrs (A. D.) 1962—63, nr. 5, p.179—195.
2. *Annand, J. D.* Proc. Instn. Mech. Engrs. (A. D.) 1963, vol. 177, nr. 36.
3. *Apostolescu, N., Grünwald, B.* Const. de mașini, 1967, nr. 8—9, p. 438—449.
4. *Apostolescu, N., Grünwald, B., Taraza, D.* Bul. Inst politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej", 1969, nr. 4, p. 105—114.
5. *Apostolescu, N.* Contribuții la modelarea arderii în motorul cu aprindere prin comprimare și injecție directă. Teză de doctorat. București, 1971.
6. *Aramă, C., Grünwald, B.* Motoare cu ardere internă. Procese și caracteristici. București, Editura tehnică, 1966.
7. *Austen, A. E. W, Lyn, W. T.* Proc. Instn. Mech. Engers (AD) 1960—61, nr. 1.
8. *Bărănescu, G.* Calculul proceselor de ardere. București, Editura Academiei R. P. R., 1955.
9. *Eichelberg, G.* Engineering, 1939/40.
10. *Eyzat, P., Guibet, J. C.* Ing. de l'Automobile, 1968, nr. 2.
11. *Faltin, H.* Technische Wärmelehre. Berlin. Akademie Verlag, 1961.
12. *Grünwald, B., Apostolescu, N.*, Bul. Institutului politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" București, 1969, nr. 3, p. 85—98.
13. *Grünwald, B., Apostolescu, N. Taraza, D.* Comunicarea I s Conf. Intern. de motoare cu ardere internă, București, 1970.
14. *Henein*, N. A. S.A.E. Preprints nr. 969, B 11.
15. *Jost, W.* Vzrîvî i gorenie v gazah (trad. din lb. germană), Moskva, Izd. inostrannoi literaturî, 1952.
16. *Knight, B. E.* Paper 6, Symposium on Thermal Loading of Diesel Engines 1964 (Instn. of Mech. Engrs), p. 12—28.
17. *Kriger, R. B., Borman, G. L.* A S M E Publication 66—WA/DGP—4, 1966.
18. *Lewis, B., Elbe, G von*, Combustion, Flames and Explosions of Gases. New-York and London, Acad. Press. Inc., 1961.
19. *Lyn, W. T.* Journ. Inst. of Petroleum, 43 (1957), nr. 398, febr., p. 25—47.
20. *Maț, Z. S.* ȚNIDI, nr. 32 : Dvigateli vnutrennego sgorania. Moskva, GINTI, 1958.
21. *Pflaum, W.* MTZ, 1961, nr. 3, p. 70—74.
22. *Pflaum, W.* La termotehnica, 1963, nr. 4, p. 235—246.
23. *Pischinger*, A. M.T.Z., 22 (1965), p. 323—329.
24. *Sitkei, G.* Konstruktion, 1962, nr. 2, p. 67—71.
25. *Stecikin, B. S.* ș. a. Indikatornaia diagrama, dinamica teplovîdelenia i rabocii țikl bistrohodnogo porșnevogo dvigatelia. Moskva, Izd. Akad. Nauk, 1960.
26. *Sviridov, Iu. B.* Teoria, konstrukția, rasciot i ispîtanie dvigatelei vnutrennego sgorania. Moskva, Izd. Akademii Nauk S.S.S.R., 1957, p. 164—196.
27. *Șoșin, I. S.* Energomașinostroenie, 1958, nr. 1, p. 31—32.
28. *Whitehouse, N. D. Stotter, A. Goudie G. O. Pretince, B. W.* Proc. Instn. Mech. Engrs (A. D.), 1962.
29. *Woschni*, G. M.T.Z., 1965, nr. 4, p. 128—133.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972. Numărul 3

C. Z. 621.43

ANALIZA CICLURILOR TERMICE ALE MOTOARELOR CU APRINDERE PRIN COMPRIMARE

TRAIAN DUDAȘ

Cercetarea teoretică dezvoltată în lucrările [1], [2] permite să se efectueze o analiză amplă, multilaterală, a ciclurilor termice cu scopul de a stabili, pe de o parte, norme generale care să întîlnească proiectarea, iar pe de altă parte soluții concrete optime, în raport cu cerințele severe formulate de diversitatea condițiilor practice.

În cele ce urmează se vor prezenta unele dintre rezultatele obținute din analiza a 100 de variante de cicluri. Pentru a ilustra dimensiunile investigației efectuate se menționează că au fost explorate, de către calculator, circa 35.000 de cicluri dintre care s-au înregistrat, ca fiind compatibile cu condițiile inițiale, peste 2 000.

O parte din datele înregistrate, considerate ca reprezentînd un minimum de informații necesare pentru interpretare și analiză, sînt reprezen-

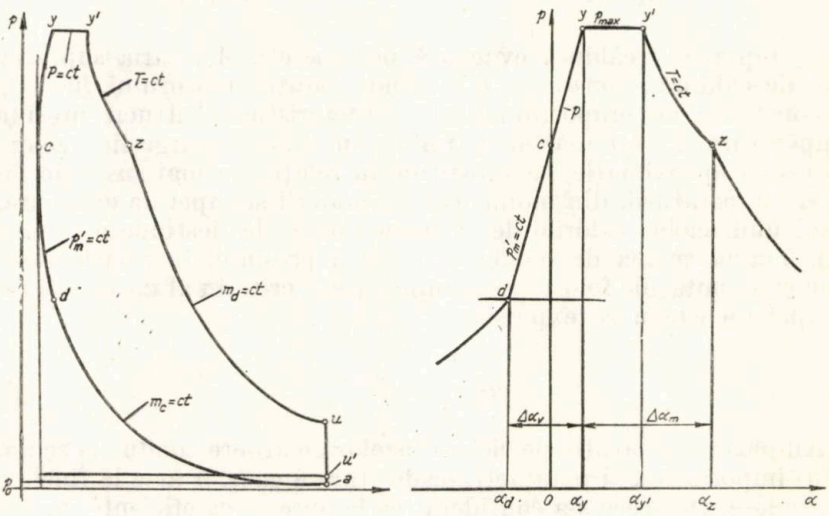


Fig. 1

tate în planșe tip. Fiecare dintre planșele care urmează conține patru diagrame care reprezintă, în raport cu parametrul variabil, următoarele mărimi caracteristice ale ciclului (fig. 1): condițiile inițiale în momentul

declanşării arderii violente (mărimile de stare p_d, T_d şi unghiul α_d; unghiurile de rotaţie a arborelui cotit, care definesc sfîrşitul fiecărei faze de ardere (unghiurile RAC : α_y, α_y, α_z); nivelul căldurii de reacţie pe fazele de ardere căldurile de reacţie Q_{rd_y}, Q_{ryy}, $Q_{ry'z}$); indicii de performanţe ai ciclului (lucrul mecanic specific p'_m şi randamentul termic η_i); căldura transferată la pereţi în timpul arderii (termenul Q_w, exprimat în procente faţă de căldura de reacţie); criteriul de încărcare termică a supapei de evacuare (termenul q_{sE}) [1]. În unele cazuri s-au reprezentat în plus şi acei parametri iniţiali care nu s-au menţinut constanţi.

Cu privire la criteriul de încărcare termică a supapei de evacuare sînt necesare următoarele precizări.

Încărcarea termică a supapei de evacuare constituie adeseori un criteriu atît de important încît proiectantul este obligat să subordoneze anumite soluţii de principiu (avansul la deschiderea supapei de evacuare, legea de injecţie şi legea de ardere, numărul şi dimensiunile supapelor de evacuare) cerinţei de limitare a regimului termic al supapei de evacuare. Pentru a micşora transferul convectiv de căldură, de la gazele arse la supapă, este raţional să se pretindă ca temperatura gazelor arse şi mai ales presiunea lor, în momentul deschiderii supapei de evacuare, să aibe valori cît mai reduse.

Dacă se acceptă ca bază de plecare pentru aprecierea transferului convectiv de căldură relaţia stabilită în lucrarea [1], atunci se observă că încărcarea termică a supapei q_{sE} poate fi exprimată sub forma

$$\frac{Q_w}{A(C_4^*\Delta\alpha)} = C_4^{**} p^{0,9} T^{0,33} = q_{sE}\left[\frac{\text{Kcal}}{\text{m}^2 h}\right],$$

unde Q_w reprezintă căldura evacuată prin pereţi, A — aria suprafeţei de schimb de căldură; constanta C_4^* include turaţia motorului, iar C_4^{**} rămîne constanta de proporţionalitate caracteristică. Întrucît presiunea p şi temperatura T sînt mărimi variabile în timpul scurgerii gazelor arse, într-o primă aproximaţie, se substituie în relaţia de mai sus valorile presiunii şi temperaturii, din momentul deschiderii supapei de evacuare, sau, în cazul unui ciclu, valorile de la finele cursei de destindere (punctul u, fig. 1). Ţinînd seama de ponderea mare a presiunii în relaţia amintită, precum şi de notaţiile folosite, s-a admis drept criteriu al încărcării termice a supapei de evacuare expresia

$$q_{sE} = p_u \sqrt[3]{T_u}.$$

Amploarea şi poziţia pe ciclu a fazelor de ardere conduc la schimbări, adeseori importante, ai parametrilor de stare a gazelor arse la finele cursei de destindere. De aceea s-a considerat că la aprecierea eficienţei unui ciclu, criteriul de încărcare termică trebuie asociat indicilor de lucru mecanic specific şi randament. Ca urmare, dintre două cicluri, care realizează aceleaşi performanţe de lucru mecanic specific şi randament, va fi preferat acela pentru care criteriul q_{sE} are valori mai reduse. Dacă presiunea p_u se măsoară în kgf/cm^2 şi temperatura T în grade ^0K se obţine $q_{sE} = 20 \ldots 40$.

În diagrame s-a reprezentat valoarea relativă a criteriului q_{sE} adoptînd, întotdeauna, valoarea inițială drept valoare de referință.

Analiza ciclurilor termice s-a efectuat după două modalități distincte.

O primă modalitate a fost dezvoltată urmărind influența independentă a fiecărui parametru variabil. O a doua modalitate a fost dezvoltată modificînd un grup de parametrii inițiali după o anumită corelație, evidențiată de natura fenomenelor fizico-chimice de ardere.

Ca urmare un prim grup de variante de calcul a fost definit astfel încît să permită evidențierea unuia dintre următorii parametrii, în condițiile invariabilității tuturor celorlalți : raportul de comprimare ε, coeficientul excesului de aer λ, presiunea p_{max}, raportul căldurilor de reacție q, viteza medie de creștere a presiunii p'_m, raportul de creștere a presiunii în timpul arderii violente $\pi(\pi = p_{max}/p_d)$.

Un al doilea grup de variante de calcul a fost definit într-o manieră mai complexă. Astfel s-a studiat influența vitezei medii de creștere a presiunii maxime pe baza unei anumite dependențe dintre aceste mărimi, deoarece este știut că adeseori modificarea celei dintîi antrenează și variația celeilalte. În consecință, s-au urmărit mai multe variante de ciclu în care s-a menținut neschimbat raportul p_{max}/p'_m. În mod analog s-a procedat și cu ceilalți parametrii inițiali modificînd, de exemplu, raportul π cu condiția de a menține neschimbată durata fazei de ardere violentă.

Toate variantele de ciclu au fost determinate pentru o valoare constantă a pierderilor de căldură pe evoluțiile de comprimare și destindere și anume 2% din căldura de reacție pentru prima evoluție și 10% din căldura de reacție pentru a doua evoluție.

Influența raportului de comprimare

Dependența mărimilor caracteristice ale ciclurilor și performanțelor acestora de raportul de comprimare este arătată în figura 2. Ciclurile satisfac următoarele condiții : $p_{max} = 90$ kgf/cm², $p'_m = 3$ kgf/cm²grad, $\pi = 2{,}5$; $q = 0{,}5$; $\lambda = 1{,}2$. Parametrii de stare la începutul cursei de comprimare sînt : $p_a = 0{,}87$ kgf/cm², $T_a = 335 \ldots 339°K$. Temperatura T_a înregistrează o variație neînsemnată, pentru șirul de valori ale lui ε, determinată de ușoara modificare a coeficientului gazelor arse reziduale ($\gamma = 0{,}018 \ldots 0{,}025$) ca urmare a variației raportului de comprimare

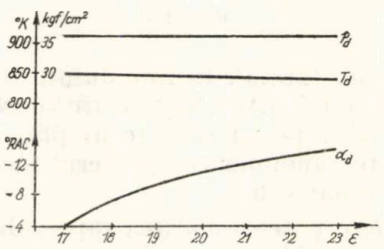


Fig. 2 a

și a temperaturii gazelor arse la finele destinderii ($T_u = 1157 \ldots 1321°K$); din aceleași cauze se înregistrează și o variație nesemnificativă a coeficientului de umplere ($\eta_v = 0{,}8179 \ldots 0{,}8208$).

Deşi calculele s-au declanşat pentru $\varepsilon_{min} = 13$, raportul de comprimare minim admisibil [2] a fost găsit de 17 unităţi, pentru condiţiile iniţiale specificate, ceea ce explică şirul valorilor reprezentate în figura 2.

Din figura 2a se observă că mărimea lui ε are implicaţii îndeosebi asupra poziţiei iniţiale pe ciclu a fazei de ardere violentă — α creşte de

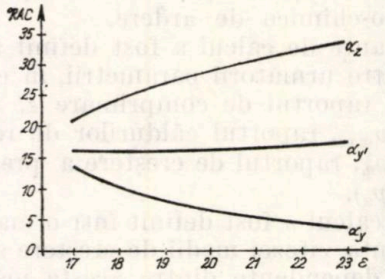


Fig. 2 b

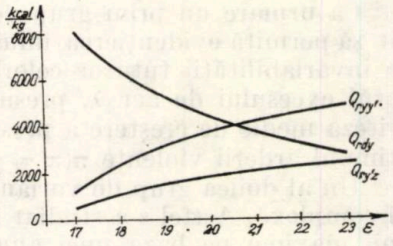


Fig. 2 c

3,5 ori. Presiunea p_d este evident invariabilă, iar temperatura T_d este practic neschimbată. Rămîne totodată practic neschimbată durata fazei de ardere violentă (aproximativ 18°RAC), dar evident deplasată pe ciclu în avans, cu atît ai mult cu cît ε este mai mare. Drept rezultat căldura de reacţie Q_{rdy} se reduce la o treime, cînd raportul de comprimare creşte de la 17...23. Durata fazei de ardere izobare creşte cu mărimea lui ε deşi sfîrşitul ei rămîne practic nemodificat pe ciclu. Durata fazei de ardere izoterme creşte, deasemenea, de circa patru ori, astfel încît căldurile de reacţie

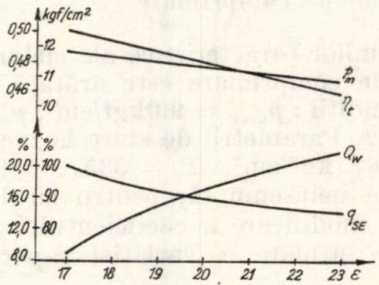


Fig. 2 d

$Q_{ryy'}$, $Q_{ry'z}$ se amplifică substanţial. În fine durata totală a arderii se dublează practic (de la 25 la 45° RAC) ceea ce are consecinţe evidente asupra pierderilor de căldură prin pereţi care se amplifică de aproape 2,5 ori.

În ceea ce priveşte randamentul şi lucrul mecanic specific, acestea se micşorează cu aproximativ 9%.

Din punct de vedere practic mărirea raportului de comprimare este de dorit, fie pentru a îmbunătăţi condiţiile de autoaprindere a combustibilului, fie pentru a obţine o sporire a randamentului şi lucrului mecanic specific. Principala obiecţiune la mărirea lui ε o constituie creşterea solicitărilor statice. Această obiecţiune este însă nejustificată în cercetarea de faţă deoarece s-a admis că în toate ciclurile se atinge aceeaşi presiune

maximă. În aceste condiții se observă însă că primul avantaj nu este realizat, întrucît p_d și T_a se mențin neschimbați, iar al doilea avantaj nu este posibil de realizat în mod practic întrucît prin amplificarea duratei de ardere sporesc considerabil pierderile de căldură. În consecință, prin mărirea lui ε rezultă nu numai o reducere a randamentului și lucrului mecanic specific, dar și o încărcare termică suplimentară a pistonului, chiulasei și cilindrului motorului, cu excepția supapei de evacuare pentru care criteriul q_{sE} se micșorează.

Cu toate acestea este de observat că proiectantul nu va putea alege astăzi, în condițiile restrictive analizate, un raport de comprimare redus, ca o condiție satisfăcătoare din punctul de vedere al performanțelor energetice, economice și de fiabilitate. Există o împrejurare care pledează pentru utilizarea valorilor ridicate ale raportului de comprimare, legată de posibilitățile actuale de control al arderii. În adevăr, pentru $\varepsilon = 17$ arderea trebuie concentrată aproape integral în jurul punctului mort interior, 82% din căldura de reacție urmînd a se elibera în timpul arderii violente, ceea ce reprezintă o viteză de ardere de 460 kcal/kg grad. Dacă se mărește raportul de comprimare la 23 unități, durata arderii crește sensibil, iar viteza de ardere în prima fază se reduce la 150 kcal/kg grad, valoare posibil de realizat.

Influența raportului de comprimare asupra indicilor de performanță a fost cercetată și pentru condiții restrictive, sensibil diferite de cele menționate anterior. Astfel în figura 3 se urmărește variația mărimilor caracteristice ale ciclului și a indicilor de performanță, micșorînd raportul de creștere a presiunii π pe intervalul $\varepsilon = 14...19$ și menținîndu-l neschimbat pe intervalul următor, $\varepsilon = 19...23$. În mod analog s-a modificat viteza medie de creștere a presiunii. Nivelul presiunii maxime a fost menținut practic neschimbat ($p_{max} = 66{,}5$ kgf/cm² la $\varepsilon = 14$ și $p_{max} = 65$ kgf/cm² la $\varepsilon = 19...23$). Nivelul lucrului mecanic specific diferă esențial față de varianta anterioară deoarece s-au cercetat cicluri pentru care $\lambda = 1$,

Urmărind rezultatele arătate în figura 3 se constată că tendința generală de variație a tuturor mărimilor reprezentate este aceeași cu cea

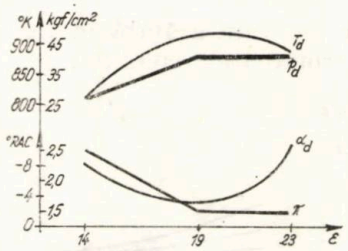


Fig. 3 a

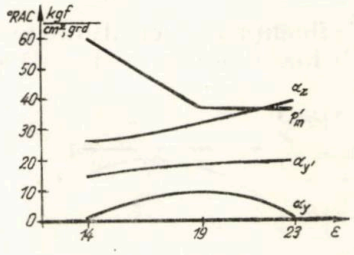


Fig. 3 b

remarcată în cazul precedent. Este de semnalat în plus o reducere mai accentuată a randamentului și a lucrului mecanic specific. Se observă din nou că utilizarea rapoartelor mici de comprimare este obiecțională din cauza duratelor de ardere foarte reduse pe care le pretind (34° RAC pentru $\varepsilon = 14$ față de 50° RAC pentru $\varepsilon = 23$) și a vitezelor de ardere foarte mari din faza arderii violente (viteza de ardere crește de la 67 kcal/kg grad pentru $\varepsilon = 13$ la 520 kcal/kg grad pentru $\varepsilon = 14$).

În concluzie se menționează că optimizarea ciclurilor în funcție de raportul de comprimare constituie o problemă cu implicații multiple și contradictorii.

Dacă este impusă drept condiție restrictivă fundamentală nivelul presiunii maxime-ceea ce este pe deplin justificat — atunci mărirea raportului de comprimare nu mai constitue un deziderat pentru a obține performanțe ridicate de randament și lucru mecanic specific. Cu toate acestea, deși performanțele ciclului se înrăutățesc, trebuie acționat în sensul creșterii raportului de comprimare pentru a spori durata arderii la nivelul pretins de posibilitățile actuale de formare a amestecului și arderii în motoarele cu aprindere prin comprimare.

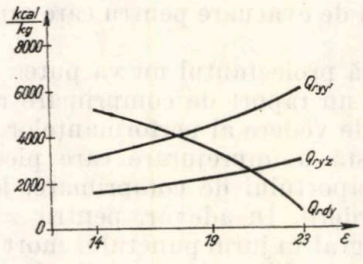


Fig. 3c

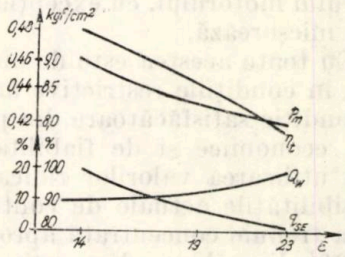


Fig. 3d

Desigur, analiza ciclului termic pe baza metodei elaborată de autor nu poate preciza care este durata acceptabilă pentru ardere pretinsă de fenomenele fizico-chimice. Analiza se dovedește însă eficientă pentru că precizează în ce condiții se poate realiza ciclul termic, în ce direcție trebuie acționat, pentru a obține soluții convenabile din punct de vedere practic, la ce nivel se va produce modificarea performanțelor, în raport cu condițiile restrictive, impuse de o tehnologie determinată.

Influența coeficientului excesului de aer

Influența coeficientului excesului de aer este arătată în figurile 4 și 5. Ciclurile cercetate (fig. 4) satisface următoarele condiții; $p_{max} = 90$

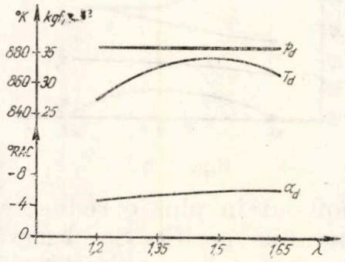


Fig. 4a

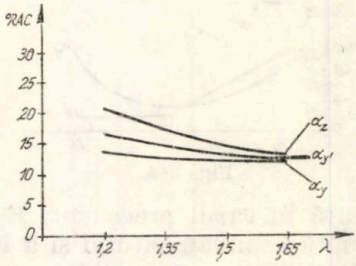


Fig. 4b

kgf/cm², $p'_m = 3$ kgf/cm² grad, $\pi = 2{,}5$, $q = 0{,}5$, $\varepsilon = 17$. Parametrii de stare la începutul cursei de comprimare sînt practic aceiași ca și în cazurile precedente.

Se observă că o dată cu creşterea coeficientului excesului de aer, temperatura T_d variază cu circa 25°, iar unghiul α_d creşte de la — 4,4 la —6,0° RAC. Durata fazei violente de ardere rămîne practic constantă (aproximativ 18°RAC), iar durata celorlalte două faze se micşorează astfel încît pentru $\lambda = 1{,}65$ ele reprezintă mai puţin de 1°RAC. Aceasta

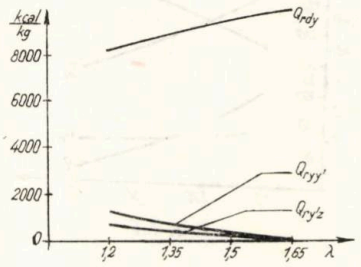


Fig. 4c

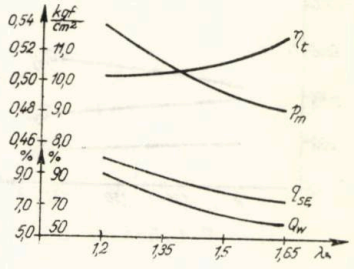


Fig. 4d

înseamnă practic că toată căldura de reacţie trebue dezvoltată în timpul arderii violente. De altfel din figura 4 rezultă, pentru $\lambda = 1{,}65$ $Q_{ryy} = Q_{ry'z'} = 0$. Din punctul de vedere al randamentului, al căldurii pierdute prin pereţi şi al criteriului de încărcare termică al supapei de evacuare, mărirea coeficientului excesului de aer este avantajoasă.

Reducerea lucrului mecanic specific cu 27% şi creşterea cilindreei totale a motorului cu 37,5% (proporţional cu creşterea lui λ) pot constitui obiecţiuni importante, la mărirea lui de la 1,2 la 1,65. Chiar dacă proiectantul acceptă dezavantajele pe care le antrenează sporirea coeficientului excesului de aer, fie pentru avantajele pe care le obţine, fie pentru realizarea cerinţelor de formare a amestecului, este de observat că el nu poate realiza, practic, ciclul termic cercetat, întrucît căldura de reacţie trebuie degajată integral în faza arderii violente cu o viteză de ardere de 555 kcal/kg grad. Se poate găsi o soluţie a problemei fără a afecta nivelul solicitărilor statice ($p_{max} = ct$) şi dinamice ($p'_m = ct$); ea rezultă pe baza analizei efectuată în paragraful precedent. După cum s-a obervat anterior- mărimea

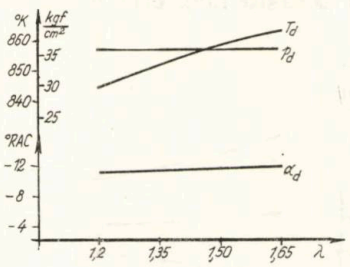


Fig. 5a

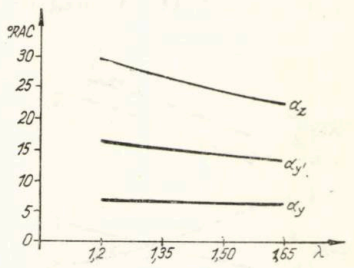
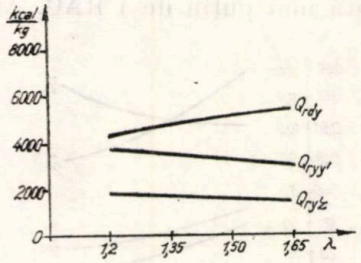


Fig. 5b

duratei de ardere şi reducerea vitezei de ardere în prima fază se pot obţine prin sporirea raportului de comprimare.

În figura 5 se cercetează mărimile caracteristice ale ciclului şi indicii de performanţă, în condiţii identice ca acelea precizate pentru figura 4, dar pentru un raport de comprimare egal cu 20.

Tendinţele de variaţie ale mărimilor caracteristice şi ale indicilor de performanţe rămîn identice cu cele din fig. 4. După cum era însă de aşteptat, nivelul performanţelor ciclurilor s-a micşorat ca urmare a măririi ra-



Fig, 5c

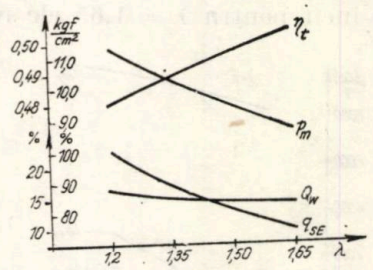


Fig. 5d

portului de comprimare. În schimb duratele fazelor de ardere s-au amplificat; viteza de ardere în prima fază a devenit moderată (300 kcal/kggrad) astfel, încît este posibil de realizat în mod practic un eventual deziderat de utilizare a unor excese sporite de aer.

Influenţa presiunii maxime

S-a cercetat iniţial influenţa presiunii maxime a ciclului menţinînd toţi ceilalţi parametri iniţiali neschimbaţi. Ciclurile cercetate (figura 6) satisfac următoarele condiţii: $p'_m = 3$ kgf/cm² grd $\pi = 1{,}5$, $q = 0{,}5$, $\lambda = 1{,}35$. Condiţiile de stare, la începutul cursei de comprimare, nu comportă modificări interesante faţă de cazurile anterioare.

Presiunea în momentul declanşării arderii violente variază liniar cu presiunea maximă; totodată rezultă o creştere corespunzătoare a temperaturii T_d. Aşadar se impune o primă observaţie: la mărirea presiunii maxime vor rezulta condiţii mai bune pentru vaporizare şi autoaprindere.

Figura 6b arată că odată cu mărirea presiunii maxime, durata totală a arderii se micşorează; în schimb durata fazei de ardere violentă creşte de la 5,5 la 8,8°RAC. Viteza de ardere în această fază creşte deasemenea

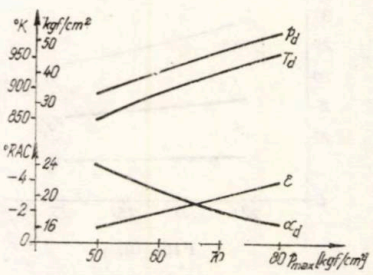


Fig. 6a

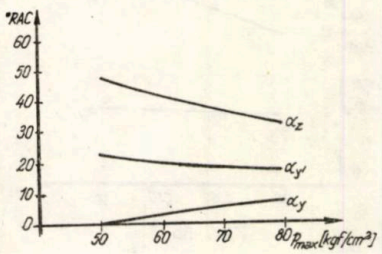


Fig. 6b

de la 292 la 355 kcal/kg grad determinînd astfel condiţii mai grele pentru ardere. Cu toate că presiunea maximă creşte de 1,6 ori pe întreg intervalul, căldura transferată prin pereţi se modifică neînsemnat, de la 12,3% la

14,8%, ceea ce se explică prin efectul produs de reducerea duratei de ardere. Aceeași împrejurare explică reducerea criteriului de încărcare termică a supapei de evacuare cu mai mult de 10%.

Avantajul principal al unor presiuni mai ridicate îl constituie, desigur, creșterea relativ interesantă, cu aproximativ 8%, a randamentului

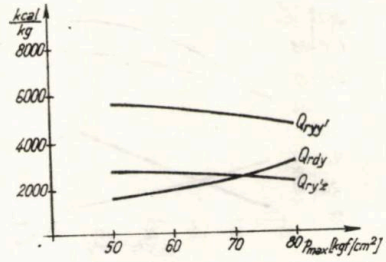


Fig. 6c

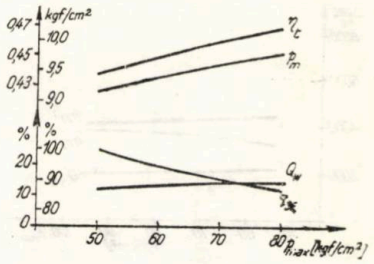


Fig. 6d

termic și lucrului mecanic specific. Din punct de vedere practic atrag atenția presiunile maxime cuprinse între 60...65 kgf/cm² pentru care se înregistrează durate și viteze de ardere acceptabile.

Influența presiunii maxime asupra performanțelor ciclului a fost cercetată și în condiții diferite de cele anterioare. Astfel, substituind în relația

$$\frac{p_{max} - p_a}{\alpha_y - \alpha_d} = p'_m$$

presiunea p_d (v. [2]) se obține relația

$$\alpha_y - \alpha_d = \frac{p_{max}}{p'_m}\left(1 - \frac{1}{\pi}\right),$$

pe baza căreia s-au cercetat grupe de variante care realizează durate constante ale fazei de ardere violentă.

În figura 7 sînt arătate rezultatele obținute pentru un grup de cicluri

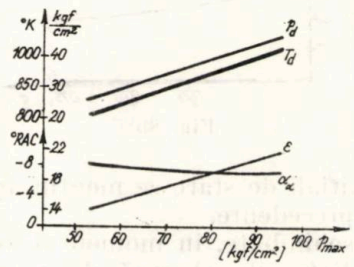


Fig. 7a

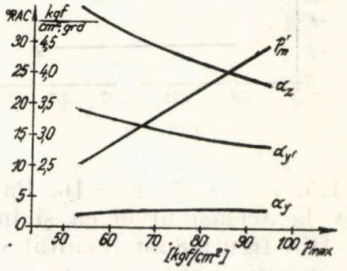


Fig. 7b

care satisfac următoarele condiții: $\pi = 2$, $q = 0{,}5$, $\lambda = 1{,}5$, $p_{max} = 2{,}1 \times \times p'_m$. Menținerea neschimbată a raportului p_{max}/p'_m este interesantă

deoarece la motoarele rapide funcționarea violentă este însoțită adeseori, de o creștere a nivelului maximum al presiunii din ciclu.

Se constată, ca și în cazul precedent, o creștere aproximativ identică a randamentului și lucrului mecanic specific cu presiunea maximă; de asemenea se constată că regimul înalt de presiuni pretinde o durată scurtă

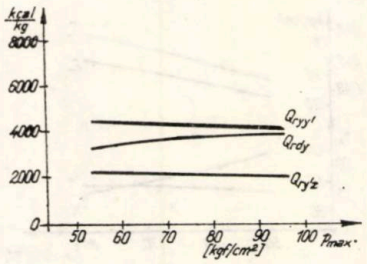


Fig. 7c

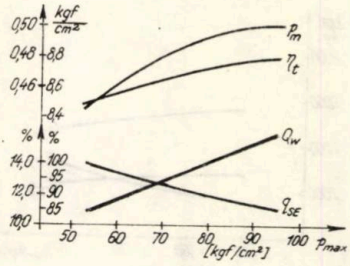


Fig. 7d

a arderii, care nu poate fi realizată cu tehnica actuală. Ținînd seama și de sporirea însemnată a vitezei medii de creștere a presiunii se conchide și pentru acest caz că nivelul de presiune maximă 60...65 kgf/cm² este cel interesant din punct de vedere practic.

Influența distribuției căldurii de reacție pe evoluțiile de ardere izobară și izotermă

Raportul q dintre căldura de reacție $Q_{ry'z}$, dezvoltată pe evoluția izotermă și căldura de reacție $Q_{ryy'}$, dezvoltată pe izobară ($q = Q_{ry'z} / Q_{ryy'}$), a fost cercetat în condițiile menținerii neschimbate a tuturor celorlalți parametri inițiali.

Rezultatele arătate în figura 8 sînt obținute pentru cicluri care satisfac următoarele condiții inițiale : $p_{max} = 50$ kgf/cm², $p'_m = 3$ kgf/cm² grad,

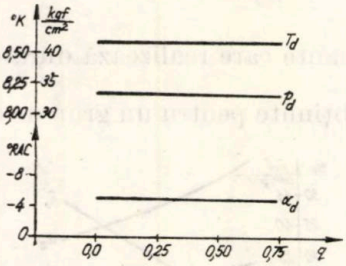


Fig. 8a

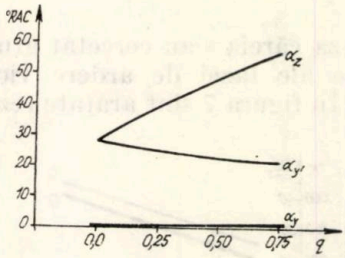


Fig. 8b

$\pi = 1{,}5$, $\lambda = 1{,}35$, $\varepsilon = 16$. Parametrii inițiali de stare se mențin aproximativ la același nivel ca și în cazurile precedente.

Din figura 8 au rezultat condiții neschimbate, în momentul declanșării arderii, pentru toate ciclurile studiate. Se observă de asemenea (fig. 8b. c) că s-a asigurat o viteză de ardere constantă pe prima fază, precum și o durată neschimbată a acesteia. Au rămas practic neschimbate și pierderile de căldură prin pereți.

După cum era de aşteptat valoarea maximă a randamentului se realizează pentru $q = 0$, adică în condiţiile în care nu există evoluţia izotermă de ardere. Această împrejurare nu se poate realiza, deoarece pretinde durate totale de ardere ($\simeq$34°RAC) şi viteze de ardere (1500 kcal/kg grad) inacceptabile.

Din punct de vedere practic este interesant să se cunoască la ce sacrificii de randament şi lucru mecanic specific se consimte, atunci cînd se

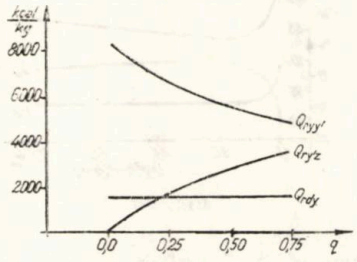


Fig. 8c

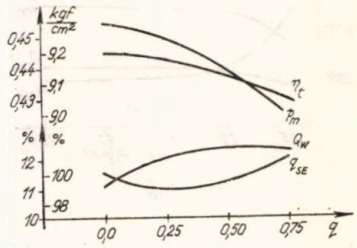


Fig. 8d

amplifică durata de ardere prin dezvoltarea evoluţiei izoterme, deoarece această împrejurare este extrem de favorabilă pentru prelungirea procesului de ardere. Din acest punct de vedere rezultatele obţinute sînt deosebit de interesante. Ele arată că chiar dacă se modifică substanţial raportul căldurilor de reacţie, între cele două evoluţii (q variază dela 0,0 la 0,75) randamentul şi lucrul mecanic specific scad cu aproximativ 3%.

Ca urmare se conchide că funcţionarea unui motor cu un raport $q = 0{,}25 \ldots 0{,}50$ nu este obiecţionabilă sub aspectul indicilor de performanţă ai ciclului şi înlesneşte realizarea unor durate interesante pentru formarea amestecului şi arderea difuzivă a combustibilului. Această concluzie cîştigă în interes şi pentru faptul că vine în întîmpinarea tendinţei actuale de sporire a turaţiei motoarelor cu aprindere prin comprimare, tendinţă care obligă inevitabil să se amplifice durata de ardere.

Influenţa vitezei medii de creştere a presiunii

În figurile 9 şi 10 s-au reprezentat rezultatele obţinute prin variaţia vitezei medii de creştere a presiunii în limite largi, pentru două cazuri

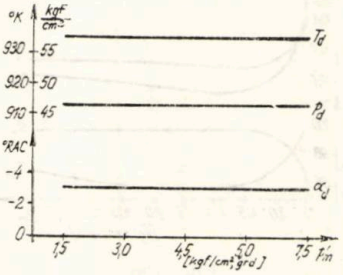


Fig. 9a

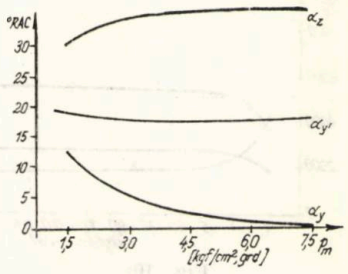


Fig. 9b

distincte : $\lambda = 1{,}5$ (fig. 9) şi $\lambda = 1{,}2$ (fig. 10). Dintre celelalte condiţii iniţiale se menţionează : $p_{max} = 70$ kgf/cm², $\pi = 1{,}5$, $q = 0{,}5$, $\varepsilon = 20$.

Analiza rezultatelor conduce la concluzii deosebit de interesante. Astfel, pe de o parte se observă că performanțele ciclului rămîn practic neschimbate la mărirea lui p'_m, de la aproximativ 2...3 kgf/cm² grad.

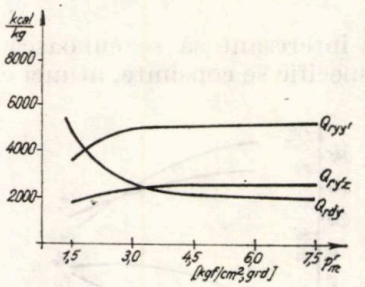


Fig. 9c

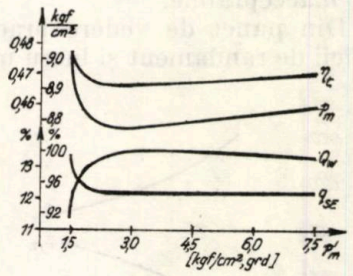


Fig. 9d

Ambele variante cercetate arată că pentru $p'_m \geqslant 7$ kgf/cm² grad, arderea violentă are loc practic la volum constant. Pe de altă parte creșterea lui p'_m în domeniul valorilor mici modifică dezavantajos randamentul și lucrul

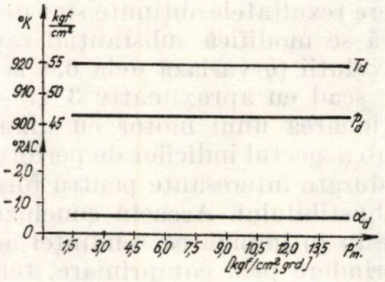


Fig. 10a

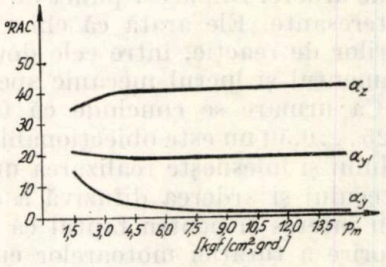


Fig. 10b

mecanic specific. În consecință se conchide că sporirea vitezei medii de creștere a presiunii este de nedorit, nu numai pentru că amplifică solicitările dinamice și determină mersul brutal, dar și pentru că determină o

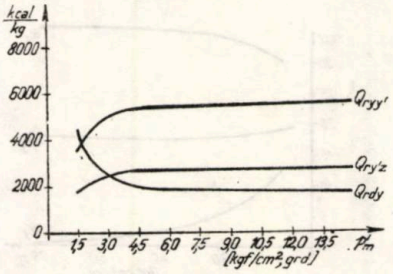


Fig. 10c

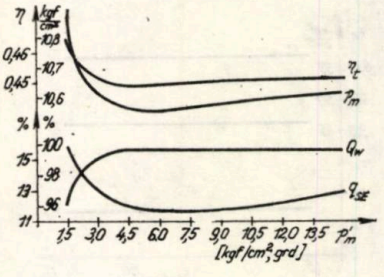


Fig. 10d

reducere a indicilor de performanță într-un anumit domeniu sau îi lasă nemodificați la variația lui în domeniul valorilor mari.

Influența raportului de creștere a presiunii

Influența raportului de creștere a presiunii asupra performanțelor ciclului s-a cercetat în două cazuri distincte și anume în cazul $p_{max} = ct$ (fig. 11) și în cazul $p_{max}/\pi = ct$ (fig. 12).

În primul caz s-a urmărit numai influența a două valori ale lui ε întrucît în acest fel s-a asigurat o valoare constantă a lui ε (parametrii

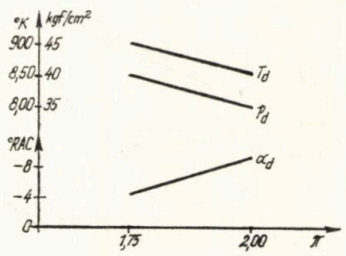


Fig. 11a

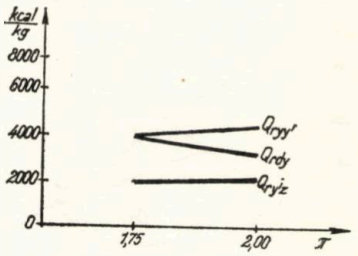


Fig. 11b

inițiali : $p_{max} = 70$ kgf/cm², $p'_m = 3$ kgf/cm² grd, $q = 0{,}5$, $\lambda = 1{,}65$, $\varepsilon = 18$). În cazul cercetat se constată că creșterea lui π nu afectează practic randamentul și lucrul mecanic specific.

Al doilea caz este mai interesant deoarece dezvoltarea arderii violente conduce de obicei la creșterea simultană a lui π și p_{max}.

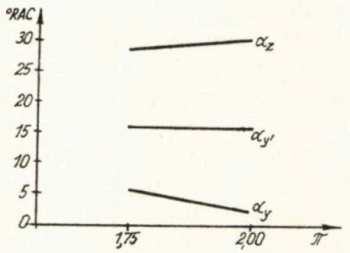


Fig. 11c

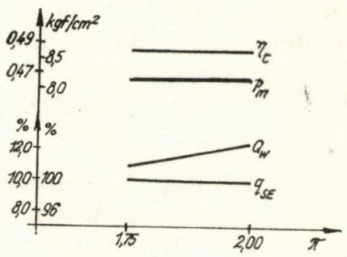


Fig. 11d

Ciclurile din figura 12 s-au cercetat pentru un raport $p_{max}/\pi = 4$, ceilalți parametri (λ, ε, q) avînd aceleași valori ca în cazul precedent; viteza medie de creștere a presiunii s-a redus la 2 kgf/cm² grad.

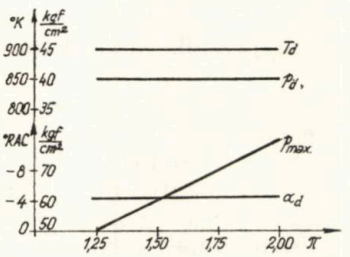


Fig. 12a

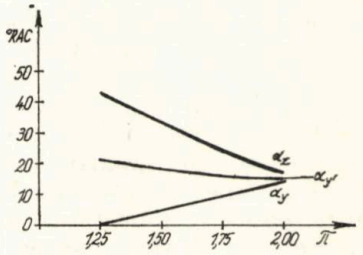


Fig. 12b

Se observă că mărirea lui π în limite largi, conduce la o creştere substanţială a randamentului şi lucrului mecanic specific (cu aproape 17%), ceea ce se explică parţial prin reducerea duratei totale de ardere, parţial prin reducerea pierderilor de căldură.

Valori foarte ridicate ale lui π nu sînt însă realizabile astăzi, deoarece ele pretind nu numai reducerea importantă a duratei totale de ardere,

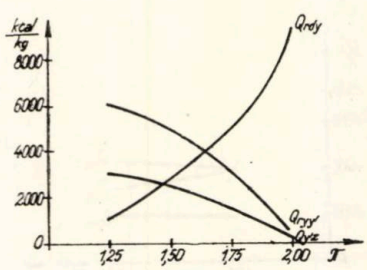


Fig. 12c

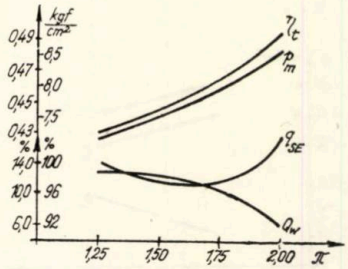


Fig. 12d

dar chiar eliminarea ultimelor două faze ale arderii (pentru $\pi = 2$ durata acestor faze se reduce la 1,5°RAC, iar viteza de ardere în prima fază se ridică la 470 kcal/kg grad).

Din analiza efectuată în acest capitol se desprind cîteva concluzii interesante.

1. Mărirea raportului de comprimare, cu menţinerea neschimbată a presiunii maxime, a vitezei medii de creştere a presiunii şi a condiţiilor de stare în momentul declanşării arderii violente antrenează o reducere a randamentului termic, în medie cu 1...1,5% pentru fiecare unitate a raportului de comprimare şi o creştere a pierderilor de căldură, între 1,5... 3% din căldura de reacţie pentru fiecare unitate a raportului de comprimare.

În condiţiile restrictive menţionate, rapoartele mici de comprimare pretind durate reduse de ardere, incompatibile cu condiţiile actuale de formare a amestecului. Astfel, utilizarea rapoartelor mari de comprimare la limitarea presiunii maxime din ciclu apare, în deosebi la motoarele rapide, ca o soluţie interesantă de control a duratei de ardere în raport cu posibilităţile actuale de formare a amestecului şi desfăşurare a arderii difuzive.

La motoarele de fabricaţie curentă se poate realiza îmbunătăţirea performanţelor economice la acelaşi nivel de solicitări statice şi de şoc, prin reducerea raportului de comprimare, dacă se pot dezvolta măsuri corespunzătoare pentru intensificarea proceselor fizico-chimice de formare a amestecului şi ardere, astfel încît să devină posibilă reducerea totală a arderii.

2. Creşterea presiunii maxime într-un domeniu larg de valori (între 50 şi 80 kgf/cm²) însoţită de o creştere corespunzătoare a raportului de comprimare (cu aproximativ o unitate pentru 5 kgf/cm²) determină o creştere a randamentului termic, în medie cu 2—3% pentru fiecare 10 kgf/cm², cu o reducere importantă a duratei arderii în domeniul presiunilor maxime ridicate. Astfel, acestea din urmă devin obiecţionale nu numai din punctul de vedere al duratei de ardere.

Presiunile maxime de 60...65 kgf/cm² pot fi realizate astăzi cu durate de ardere acceptabile, de aproximativ 40°RAC, la un nivel relativ ridicat al randamentului termic.

3. Reducerea coeficientului excesului de aer (de la 1,65 la 1,20), ca o soluție eficientă de micșorare a litrajului unui motor, antrenează, în condițiile limitării presiunii maxime, a vitezei medii de creștere a presiunii și a raportului de comprimare, o creștere sensibilă a lucrului mecanic specific cu aproximativ 0,6 kgf/cm², adică 7%, pentru fiecare 0,1 unități de coeficient de exces de aer — circa 1% pentru fiecare 0,1 unități de coeficient de exces de aer. Totodată rezultă o creștere a duratei de ardere cu aproximativ 1,5 RAC la fiecare reducere a coeficientului excesului de aer cu 0,1 unități, ceea ce compensează parțial dificultățile de formare a amestecului, care apar la reducerea coeficientului excesului de aer.

4. Sporirea vitezei medii de creștere a presiunii într-un domeniu larg de valori (de la 3 la 15 kgf/xm² grad) nu antrenează practic avantaje economice. Dimpotrivă, reducerea vitezei medii de creștere a presiunii în domeniul valorilor mici — de la 3 la 1 kgf/cm² grad determină o creștere a randamentului termic cu circa 2%, pentru fiecare unitate de viteză medie de creștere a presiunii.

5. Reducerea duratei fazei de ardere moderată, cu menținerea neschimbată a nivelului presiunii maxime, vitezei medii de creștere a presiunii, condițiilor inițiale de declanșare a arderii violente, nu antrenează avantaje sensibile din punctul de vedere a randamentului. Aceasta atrage atenția asupra posibilităților de menținere a unui nivel înalt al randamentului termic chiar pentru motoarele foarte rapide care pretind durate mari de ardere, măsurate în grade de rotație a arborelui cotit.

Dacă se poate afirma că concluziile stabilite aici au o largă valabilitate, se înțelege însă că nivelul valorilor discutate trebue raportate la condițiile restrictive adoptate pentru ciclurile calculate.

Catedra de motoare cu ardere internă
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Dudaș Tr.* — Contribuții la optimizarea ciclului termic al motorului cu aprindere prin comprimare. Teză de doctorat. Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu -Dej" București, 1972.
2. *Dudaș Tr.* — Ciclul termic optim al motorului cu aprindere prin comprimare cu admise normală. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, nr. 6, 1971.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972. Numărul 3

TRANSPORTURI

C.Z.: 656.2

MODELE MATEMATICE ALE SCHEMELOR CE SE IMPUN PE DISTANȚELE DE CIRCULAȚIE ALE UNEI SECȚII CU CALE SIMPLĂ ÎN FUNCȚIE DE DISTANȚA CRITICĂ k

D. IONESCU I. TĂNĂSUICĂ

Enunțarea problemei

Pe distanțele dintre două puncte de secționare vecine ale unei secții feroviare, se pot realiza o mulțime de scheme de circulație a trenurilor de marfă. Stabilirea acestora, care dintre scheme este apropiată și corelată cu schema care dă perioada minimă pe distanța critică, element inițial determinant constituie obiectul urmărit în prezenta lucrare.

1. Stabilirea modelelor generale

În cazul graficului paralel sînt 112 variante posibile pentru a determina perioada graficului (fig. 1).

Numărul variantelor, care este destul de mare, se poate reduce numai în scopul adoptării unei perioade optime pe distanța critică însă în calculele noastre, pe alte distanțe de circulație se pot obține diferite tipuri de perioade. Pentru a nu îngreuna întocmirea și citirea algoritmului și schemei logice de calcul s-a constatat că aceste scheme se pot reprezenta printr-un model matematic dat de o serie de ecuații logice, care vor înmănunchia în una sau cîteva ecuații, mai multe variante, constatînd așa cum se vede din fig. 2, 3 și 4 că variantele cu trenuri în grup s-au pachet prezentate în coloanele 2 la7 se pot simila cu cele din coloana 1 a fig. 1.

Graficul pereche

— obișnuit

$$T_p \supset (t^s_{1m} + t^s_{2m}) \tag{1}$$

— în grup

$$T_p \supset [n_1 t^s_{1m} + (n_1 - 1)t_{ra}] \cap [n_2 t^s_{2m} + (n_2 - 1)t_{ra}] \tag{2}$$

— în pachet

$$T_p \supset [n_1 t^s_{1m} + (n_1 - 1)I_{1m}] \cap [n_2 t^s_{2m} + (n_2 - 1)I_{2m}] \tag{3}$$

în acest caz $n_1 = n_2$

* Lucrare comunitată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, mai 1970.

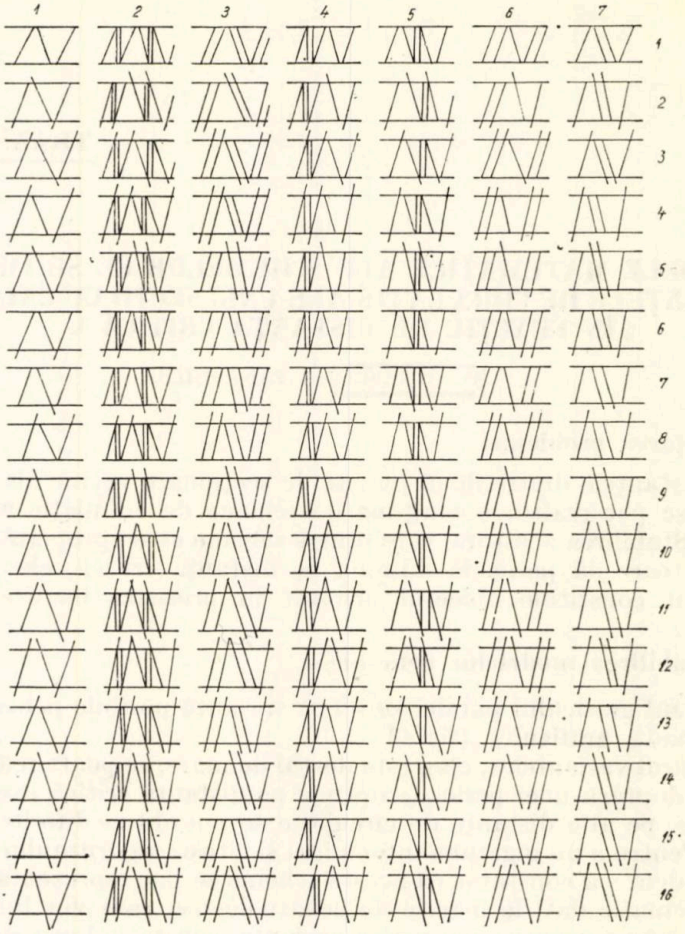


Fig. 1

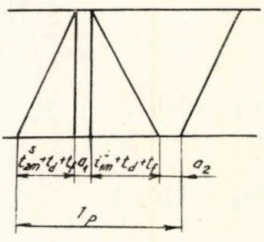


Fig. 2

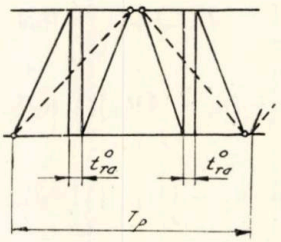


Fig. 3

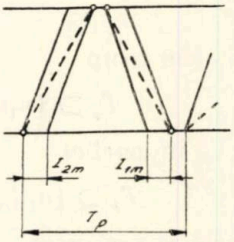


Fig. 4

Graficul nepereche

— trenurile circulă în grup

$$T_p \supset [n_1 t^s_{1m} + (n_1 - 1)t_{ra}] \cap [n_2 t^s_{2m} + (n_2 - 1)t_{ra}] \tag{4}$$

— trenurile care circulă în pachet

$$T_p \supset [n_1 t^s_{1m} + (n_1 - 1)I_{1m}] \cap [n_2 t^s_{2m} + (n_2 - 1)I_{2m}] \tag{5}$$

n care :

$$n_1 \neq n_2$$

dacă $n_1 > n_2$ — sensul făr soţ este mai încărcat

$n_1 < n_2$ — sensul cu soţ este mai încărcat.

Prin ecuaţiile de mai sus *s-a definit tipul perioadei graficului în funcţie de raportul trenurilor care circulă în cele două sensuri*, în cazul căii simple şi de sistemul de comunicaţii între punctele de secţionare.

Trebuie să cunoaştem însă şi modul în care vor circula trenurile prin punctele de secţionare, lucru definit prin ecuaţiile caracteristice după cum urmează :

Dacă

$$T_p \supset 2t_d \cap \min\ (a_1 + a_2) \tag{6}$$

trenurile trec prin staţia următoare distanţei de circulaţie analizată, considerată în sensul de mers al trenului respectiv şi opresc în staţia premergătoare acestei distanţe.

În cazul cînd

$$T_p \supset 2t_f \cap \min\ (a_{sn1} + a_{sn2}) \tag{7}$$

trenurile trec prin staţia premergătoare distanţei de circulaţie analizată, în sensul de mers al trenului respectiv şi opresc în staţia următoare.

Dacă

$$T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min\ (a_1 + a_{sn2}) \tag{8}$$

trenul cu soţ se opreşte în staţia următoare distanţei de circulaţie analizată, iar cel fără soţ în ambele staţii.

În cazul cînd

$$T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min\ (a_{sn1} + a_2) \tag{9}$$

trenul cu soţ opreşte în ambele staţii, iar cel fără soţ în staţia următoare distanţei de circulaţie analizată.

Dacă

$$T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min\ (a_1 + a_2) \tag{10}$$

trenul cu soţ trece prin staţia următoare distanţei de circulaţie analizată (luată în sensul său de mers), iar cel fără soţ opreşte în ambele staţii; sau trenul cu soţ opreşte în ambele staţii, iar cel fără soţ trece prin staţia următoare (luată în sensul respectiv de mers,) distanţei analizate.

În cazul în care

$$T_p \supset 2(t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2) \tag{11}$$

ambele trenuri opresc în ambele staţii adiacente distanţei de circulaţie analizată.

În staţiile în care ambele trenuri opresc, valorile intervalelor de staţie sînt egale cu :

$$a_1 = \min a_1 \tag{12}$$

$$a_2 = a_{sn2} + \min a_1 + a_{en} \tag{13}$$

cînd trenurile circulă în staţia analizată în ordinea 0—1—1—0;

$$a_1 = a_{sn1} + t_{st}^{fs} \tag{14}$$

$$a_2 = t_{st}^{fs} + a_{en} \tag{15}$$

cînd trenurile circulă în staţia analizată în ordinea 0—1—1—0;

$$a_1 = t_{st}^{s} + a_{en} \tag{16}$$

$$a_2 = a_{sn2} + t_{st}^{s} \tag{17}$$

cînd trenurile circulă în staţia analizată în ordinea 1—0—0—1;

$$a_1 = a_{sn1} + \min a_2 + a_{en} \tag{18}$$

$$a_2 = \min a_2 \tag{19}$$

cînd trenurile circulă în staţia analizată în ordinea 0—1—0—1;

2. Cazurile de realizare a circulaţiei trenurilor pe o secţie cu cale simplă

În principiu, la trasarea în grafic a trenurilor se caută ca acestora să li se asigure pe cît posibil cît mai puţine opriri în parcurs. Cu toate acestea, în special în cazul unui grafic maximal sînt inevitabile opririle pentru operaţiuni de încrucişare şi depăşire, iar în cazul unui grafic minimal, în care posibilităţile de evitare a opririlor pentru încrucişări şi depăşiri sînt mult mai mari, nu se pot evita acele opriri necesare îndeplinirii operaţiunilor tehnice, pe care le vom numi mai scurt *opriri obligatorii*, iar staţiile în care acestea au loc — *staţii cu opriri obligatorii* notate *SO*.

Pornind de la aceste considerente, atît în cazul graficului minimal, cît și a celui maximal vom întîlni următoarele cazuri — pe o secție cu cale simplă.

Cazul 1 — Nu se prevede nici o oprire obligatorie, singurele opriri sînt numai pentru operațiunile de încrucișare sau depășire ($SO = 0$);

Cazul 2 — Se prevede oprirea obligatorie pentru operațiuni tehnice sau comerciale într-o singură stație pentru trenurile care circulă în ambele sensuri ($SO = 1$).

Cazul 3 — Se prevede oprire obligatorie, în două stații vecine — pentru trenurile care circulă în ambele sensuri ($2SO\ V$).

Cazul 4 — Se prevede oprire obligatorie, trenurilor care circulă în ambele sensuri, în două stații despărțite una de alta printr-un număr impar de stații, deci un număr par de distanțe de circulație $2\ SO\ (iS \cup pdc)$.

Cazul 5 — Opririle obligatorii pentru trenurile care circulă în cele două sensuri, sînt în două stații despărțite una de alta printr-un număr par de stații, deci un număr impar de distanțe de circulație $2SO(pS \cup idc)$.

Cazul 6 — Opririle obligatorii sînt prevăzute în două stații vecine, fiecare tren care circulă într-un sens anumit va opri obligat într-una din cele două stații, iar trenul de sens contrar în cealaltă stație $(2\ SOV1t \cup 0t)$.

Cazul 7 — Aceeași situație ca în cazul precedent, numai că stațiile în care au loc opririle obligatorii sînt despărțite de un număr impar de stații, deci de un număr par de distanțe de circulație $[2\ SO(iS \cup pdc)1t \cup 0t$.

Cazul 8 — Aceeași situație ca în cazul 6, numai că stațiile în care se prevede oprire obligatorie sînt despărțite de un număr par de stații, deci un număr impar de distanțe de circulație $[2\ SO(pS \cup idc)1t \cup 0t]$.

Catul 9 — se asigură trecerea prin toate stațiile existente în sensul rampelor pronunțate de pe o secție, pînă la *stația vîrf de rampă*, existînd numai una singură ($SV = 1$).

Cazul 10 — aceeași situație ca în cazul precedent, dar există două stații vîrf de rampă, vecine ($2\ SVV$).

Cazul 11 — ceeași situație ca mai sus, stațiile SV_1 și SV_2, sînt despărțite de un număr impar de stații, deci un număr par de distanțe de circulație $[2\ SV(iS \cup pdc)]$.

Cazul 12 — aceeași situație, stațiile SV_1 și SV_2 sînt despărțite de un număr par de stații, deci un număr impar de distanțe de circulație $[2\ SV(pS \cup idc)]$.

Cazul 13 — două stații vîrf de rampă vecine, prin care un tren trece, celălalt oprește $[2\ SVV(1t \cup 0t)]$.

Cazul 14 — două stații vîrf de rampă despărțite de un număr impar de stații, un tren trece printr-una din cele două stații, iar al doilea prin cealaltă stație $[2\ SV(iS \cup pdc).\ (1t \cup 0t)$

Cazul 15 — două stații vîrf de rampă despărțite de un număr par de stații, un tren trece printr-una din cele două stații, iar al doilea prin cealaltă stație $[2SV\ (pS \cup idc)(1t \cup 0t)]$.

Fiecare din aceste cazuri se pot împărți în situații, variante, etc., așa cum se vede din graful prezentat în fig. 5.

În cele ce urmează vom analiza primele 8 cazuri.

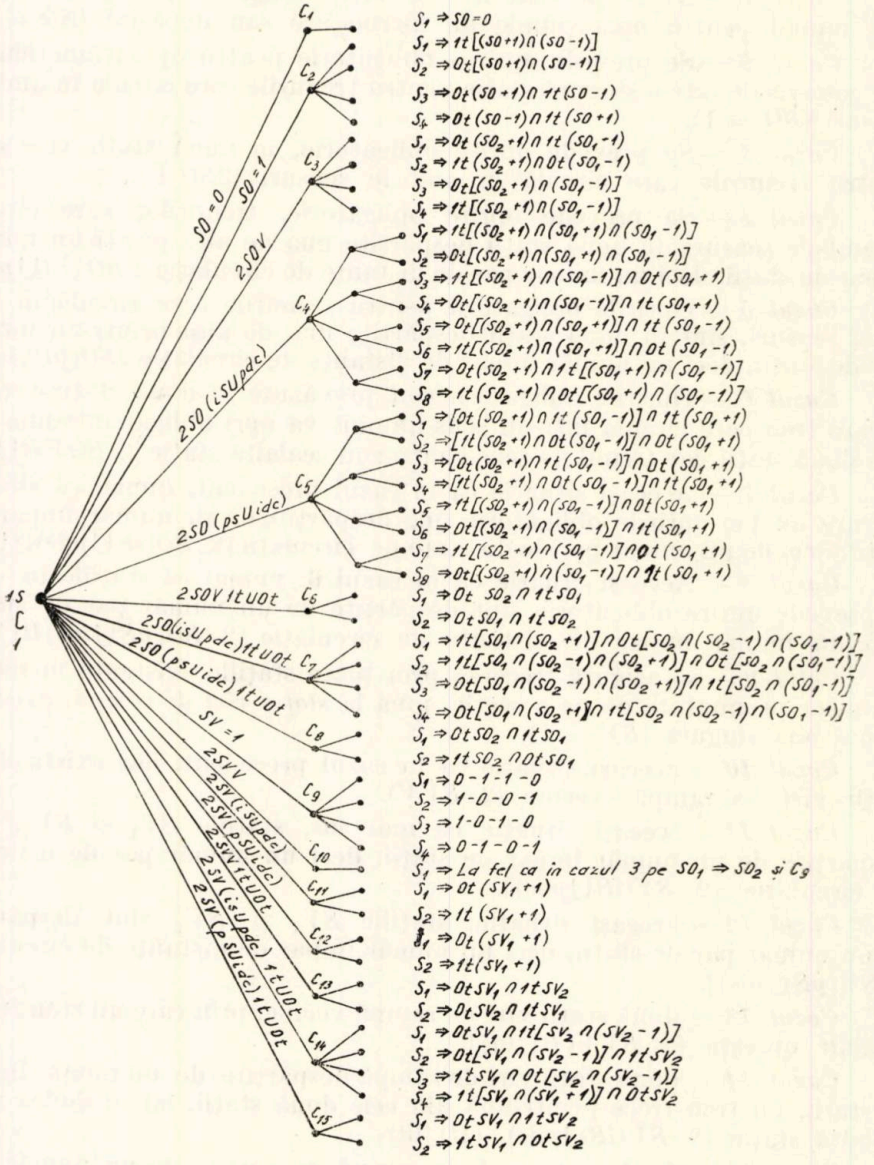

1S
C
1
SO=0
SO=1
2SOV
2SO(isUpdc)
2SO(psUidc)
2SOV1tUOt
2SO(isUpdc)1tUOt
2SO(psUidc)1tUOt
SV=1
2SVV
2SV(isUpdc)
2SV(psUidc)
2SVV1tUOt
2SV(isUpdc)1tUOt
2SV(psUidc)1tUOt
C1
C2
C3
C4
C5
C6
C7
C8
C9
C10
C11
C12
C13
C14
C15
S1 ⇒ SO=0
S1 ⇒ 1t[(SO+1)∩(SO-1)]
S2 ⇒ 0t[(SO+1)∩(SO-1)]
S3 ⇒ 0t(SO+1)∩1t(SO-1)
S4 ⇒ 0t(SO-1)∩1t(SO+1)
S1 ⇒ 0t(SO2+1)∩1t(SO1-1)
S2 ⇒ 1t(SO2+1)∩0t(SO1-1)
S3 ⇒ 0t[(SO2+1)∩(SO1-1)]
S4 ⇒ 1t[(SO2+1)∩(SO1-1)]
S1 ⇒ 1t[(SO2+1)∩(SO1+1)∩(SO1-1)]
S2 ⇒ 0t[(SO2+1)∩(SO1+1)∩(SO1-1)]
S3 ⇒ 1t[(SO2+1)∩(SO1-1)]∩0t(SO1+1)
S4 ⇒ 0t[(SO2+1)∩(SO1+1)]∩1t(SO1+1)
S5 ⇒ 0t[(SO2+1)∩(SO1+1)]∩1t(SO1-1)
S6 ⇒ 1t[(SO2+1)∩(SO1+1)]∩0t(SO1-1)
S7 ⇒ 0t(SO2+1)∩1t[(SO1+1)∩(SO1-1)]
S8 ⇒ 1t(SO2+1)∩0t[(SO1+1)∩(SO1-1)]
S1 ⇒ [0t(SO2+1)∩1t(SO1-1)]∩1t(SO1+1)
S2 ⇒ [1t(SO2+1)∩0t(SO1-1)]∩0t(SO1+1)
S3 ⇒ [0t(SO2+1)∩1t(SO1-1)]∩0t(SO1+1)
S4 ⇒ [1t(SO2+1)∩0t(SO1-1)]∩1t(SO1+1)
S5 ⇒ 1t[(SO2+1)∩(SO1-1)]∩0t(SO1+1)
S6 ⇒ 0t[(SO2+1)∩(SO1-1)]∩1t(SO1+1)
S7 ⇒ 1t[(SO2+1)∩(SO1-1)]∩0t(SO1+1)
S8 ⇒ 0t[(SO2+1)∩(SO1-1)]∩1t(SO1+1)
S1 ⇒ 0t SO2∩1t SO1
S2 ⇒ 0t SO1∩1t SO2
S1 ⇒ 1t[SO1∩(SO2+1)]∩0t[SO2∩(SO2-1)∩(SO1-1)]
S2 ⇒ 1t[SO1∩(SO2-1)∩(SO2+1)]∩0t[SO2∩(SO1-1)]
S3 ⇒ 0t[SO1∩(SO2-1)∩(SO2+1)]∩1t[SO2∩(SO1-1)]
S4 ⇒ 0t[SO1∩(SO2+1)]∩1t[SO2∩(SO2-1)∩(SO1-1)]
S1 ⇒ 0t SO2∩1t SO1
S2 ⇒ 1t SO2∩0t SO1
S1 ⇒ 0-1-1-0
S2 ⇒ 1-0-0-1
S3 ⇒ 1-0-1-0
S4 ⇒ 0-1-0-1
S1 ⇒ La fel ca in cazul 3 pe SO1 ⇒ SO2 si C8
S1 ⇒ 0t(SV1+1)
S2 ⇒ 1t(SV1+1)
S1 ⇒ 0t(SV1+1)
S2 ⇒ 1t(SV1+1)
S1 ⇒ 0tSV1∩1tSV2
S2 ⇒ 0tSV2∩1tSV1
S1 ⇒ 0tSV1∩1t[SV2∩(SV2-1)]
S2 ⇒ 0t[SV1∩(SV2-1)]∩1tSV2
S3 ⇒ 1tSV1∩0t[SV2∩(SV2-1)]
S4 ⇒ 1t[SV1∩(SV1+1)]∩0tSV2
S1 ⇒ 0tSV1∩1tSV2
S2 ⇒ 1tSV1∩0tSV2

Fig. 5

3. Stabilirea sistemelor de ecuații

Cu excepția situațiilor în care

$$\Sigma t_m^{sk(n+1)} \gg \Sigma t_m^{sk-n}$$

$$\Sigma t_m^{sk} \gg \Sigma t_m^{sk_1} \cap \Sigma t_m^{sk-1}$$

$$\Sigma t_m^{sk} \gg \Sigma t_m^{sk-(n+1)}$$

în marea majoritate a cazurilor se poate realiza o trasare a graficului în așa fel, încît un tren să treacă printr-o stație și să oprească în precedenta. Acest principiu conduce la o corelație optimă între realizarea unei capacități maxim posibilă și a unei viteze comerciale optimă.

În cazurile prezentate mai înainte, ecuațiile caracteristice schemelor pe care le impune distanța critică celorlalte distanțe de circulație sînt cele ce se dau mai jos :

Cazul 1 — nu se impun opriri obligatorii.

Pe baza analizei fig. 6 se poate scrie sub forma unui model matematic că :

$$\overset{n}{\underset{a}{\forall}} k_i pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$\overset{n}{\underset{a}{\forall}} k_i ifk \Rightarrow T_d \supset 2t_f \cap \min(a_{sn1} + a_{sn2})$$

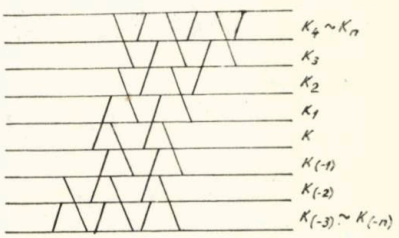


Fig. 6

$$(Aa \sim k_n) pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$(Aa \sim k_n)\ ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_1 + a_{sn2})$$

$$(Bn \sim k_{-n})\ pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$(Bn \sim k_{-n})\ ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_{sn1} + a_2)$$

Cazul 2 — reprezentat în fig. 7 la 10 are următorul model matematic :

Dacă

$$S_{1\cup 2} \Rightarrow 0t\ [(SO + 1) \cap (SO - 1)] \cup 1t[(SO + 1) \cap (SO - 1)]$$

atunci

$$\left[\overset{a}{\underset{(SO+1)}{\forall}} k_i \cup \overset{(SO-1)}{\underset{n}{\forall}} k_i\right] pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$\left[\overset{a}{\underset{(SO+1)}{\forall}} k_i \cup \overset{(SO-1)}{\underset{n}{\forall}} k_i\right] ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min(a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$k_n pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$k_n ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_1 + a_{sn2})$$

$$k_{-n} pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$k_{-n} ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_{sn1} + a_2)$$

$$duSO\ pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2^*)$$

$$duSO\ ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_{sn1} + a_2^*)$$

$$dpSO\ pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1^* + a_2)$$

$$dpSO\ ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_1^* + a_{sn2})$$

semnul *) indică faptul că a_1^* sau a_2^* pot lua valorile din ecuaţiile 13 la 19 în funcţie de ordinea sosirii şi expedierii trenurilor în staţia cu oprire obligatorie.

Dacă

$$S_{3\cup 4} \Rightarrow [0t\,(SO + 1) \cap 1t(SO - 1)] \cup [1t\,(SO + 1) \cap 0t\,(SO - 1)]$$

atunci cînd

$$k \sim (k_n \cup SO \Rightarrow k_n \cup du\ SO)$$

$$\underset{(SO+1)}{\overset{a}{\forall}} k_i\ pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$\underset{(SO+1]}{\overset{a}{\forall}} k_i\ ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min(a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$k_n\ pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$k_n\ ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_1 + a_{sn2})$$

$$duSO\ pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2^*)$$

$$duSO\ ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_{sn1} + a_2^*)$$

$$dpSO\ pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_1^* + a_{sn2})$$

$$dpSO\ ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1^* + a_2)$$

$$\underset{n}{\overset{(SO-1)}{\forall}} k_i\ pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min (a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$\overset{(SO-1)}{\underset{n}{\forall}} k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$k_{-n}\, pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_{sn1} + a_2)$$

$$k_{-n}\, ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2)$$

Cînd

$$k \sim (dpSO \cup k_{-n} \Rightarrow SO \cup k_{-n})$$

$$\overset{a}{\underset{(SO+1)}{\forall}} k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min(a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$\overset{a}{\underset{(SO+1)}{\forall}} k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$k_n\, pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_1 + a_{sn2})$$

$$k_n\, ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$duSO\, pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_{sn1} + a_2^*)$$

$$duSO\, ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2^*)$$

$$dpSO\, pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1^* + a_2)$$

$$dpSO\, ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_1^* + a_{sn2})$$

$$\overset{(SO-1)}{\underset{n}{\forall}} k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$\overset{(SO-1)}{\underset{n}{\forall}} k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min(a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$k_{-n}\, pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$k_{-n}\, ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_{sn1} + a_2)$$

Se precizează că pentru orice situație, distanța critică se echivalează cu o distanță pară față de „distanța critică", adică față de ea însăși.

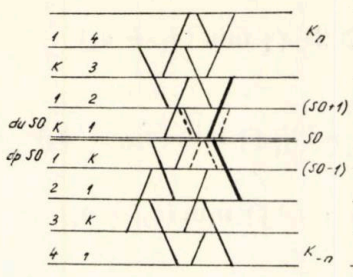


Fig. 7

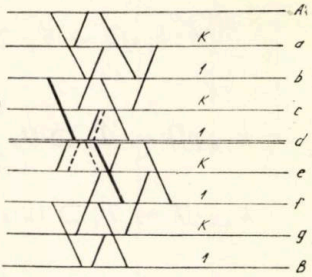


Fig. 8

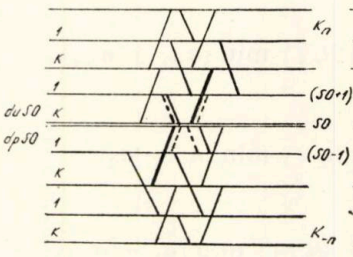


Fig. 9

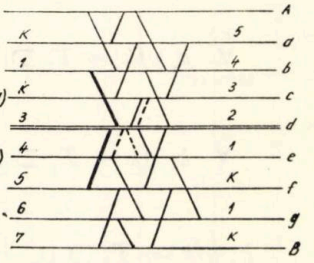


Fig. 10

Cazul 3 — Opririle obligatorii sînt prevăzute în două staţii vecine (fig. 11 la 30).

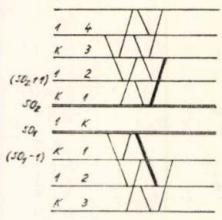


Fig. 11

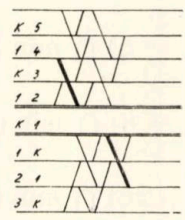


Fig. 12

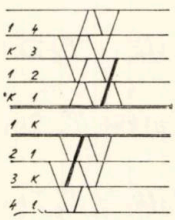


Fig. 13

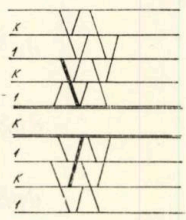


Fig. 14

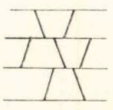


Fig. 15

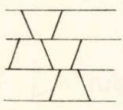


Fig. 16

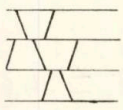


Fig. 17

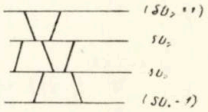


Fig. 18

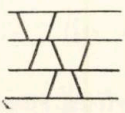


Fig. 19

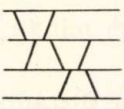


Fig. 20

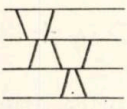


Fig. 21

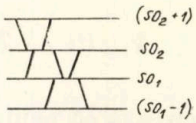


Fig. 22

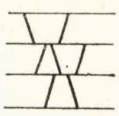


Fig. 23

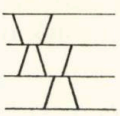


Fig. 24

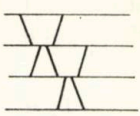


Fig. 25

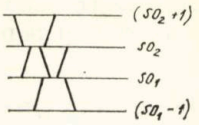


Fig. 26

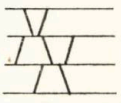


Fig. 27

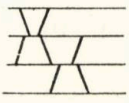


Fig. 28

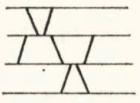


Fig. 29

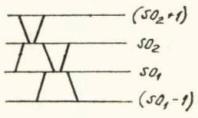


Fig. 30

În acest caz, pentru situațiile cînd :

$$\mathcal{S}_{1\cup 2} \Rightarrow [0t\,(\mathcal{SO}_2 + 1) \cap 1t\,(\mathcal{SO}_1 - 1)] \cup [1t(\mathcal{SO}_2 + 1) \cap 0t(\mathcal{SO}_1 - 1)]$$

dacă :

$$k \sim \mathcal{SO}_2 \Rightarrow k_n$$

$$\left[\underset{(SO_2+1)}{\overset{a}{\forall}} k_i \cup \overset{(SO_1-1)}{\underset{n}{\forall}} k_i\right] pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min\,(a_1 + a_2)$$

$$\left[\underset{(SO_2+1)}{\overset{a}{\forall}} k_i \cup \overset{(SO_1-1)}{\underset{n}{\forall}} k_i\right] ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min\,(a_{sn1} + a_{sn2}).$$

Aceleași ecuații corespund și atunci cînd $k \sim du\ \mathcal{SO}_2$, însă numai dacă $0t(\mathcal{SO}_2 + 1) \cap 1t(\mathcal{SO}_1 - 1)$.

Deasemenea dacă $k \sim (dp\ \mathcal{SO}_1 \cup k_{-n})$ cînd

$$0t(\mathcal{SO}_2 + 1) \cap 1t(\mathcal{SO}_1 - 1) \text{ și dacă } k \sim \mathcal{SO}_1\ \ \mathcal{SO}_2,$$

cînd $\quad 1t(\mathcal{SO}_2 + 1) \cap 0t)\mathcal{SO}_1 - 1)$

În aceleași situații, dacă

$$k_n\ pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min\,(a_1 + a_2)$$

$$k_n\ ifk \Rightarrow T_p \supset (t_f + 2t_d) \cap \min\,(a_1 + a_{sn2})$$

$$k_{-n} pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min\,(a_1 + a_2)$$

$$k_{-n} ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min\,(a_{sn1} + a_2)$$

Pentru oricare distanță de circulație care ar fi critică, în toate situațiile analizate, deci și pentru cea analizată pînă aici, cît și pentru situația cînd

$$1t[(SO_2 + 1) \cap (SO_1 - 1)] \cup 0t[(SO_2 + 1) \cap (SO_1 - 1)]$$

în funcție de ordinea sosirilor și expedierilor trenurilor în și din SO_1 și SO_2, schemele ce se pot trasa pe SO_1 SO_2 vor corespunde ecuațiilor următoare :

Dacă avem : (0—1—1—0) ∩ (0—1—1—0)

$$T_p \supset 2(t_d + t_f) \cap \min [(a_{sn1} + t_{st}^{fsSO_2}) + (t_{st}^{fsSO_1} + a_{en2})]$$

Dacă ordinea circulației este : (0—1—1—0) ∩ (1—0—0—1)

$$T_p \supset 2(t_d + t_f) \cap \min [(a_{sn1} + t_{st}^{fsSO_2}) + (a_{sn2} + t_{st}^{sSO_1})]$$

iar cînd avem : (0—1—1—0) ∩ (1—0—1—0)

$$T_p \supset 2(t_d + t_f) \cap \min [(a_{sn1} + t_{st}^{fsSO_2}) + (a_{sn2} + a_1^{SO_1} + a_{en2})]$$

Dacă avem : (0—1—1—0) ∩ (0—1—0—1)

$$T_p \supset 2(t_d + t_f) \cap \min [(a_{sn1} + t_{st}^{fsSO_2}) + a_2]$$

Aceste patru operații corespund schemelor din fig. 15 la 18.

Ecuațiile corespunzătoare schemelor din fig. 19 la 30 vor fi :

Dacă avem : (1—0—0—1) ∩ (0—1—1—0)

$$T_p \supset 2(t_d + t_f) \cap \min (t_{st}^{sSO_2} + a_{en1}) + (t_{st}^{fsSO_1} + a_{en2})]$$

iar dacă avem : (1—0—0—1) ∩ (1—0—0—1)

$$T_p \supset 2(t_d + t_f) \cap \min [(t_{st}^{sSO_2} + a_{en1}) + (a_{sn1} + t_{st}^{sSO_1})]$$

La fel, cînd avem : (1—0—0—1) ∩ (1—0—1—0)

$$T_p \supset 2(t_d + t_f) \cap \min [(t_{st}^{sSO_2} + a_{en1}) + (a_{sn2} + a_1^{SO_1} + a_{en2})]$$

și (1—0—0—1) ∩ (0—1—0—1)

$$T_p \supset 2(t_d + t_f) \cap \min [(t_{st}^{sSO_2} + a_{en1}) + a_2]$$

Dacă în stația SO_2 ordinea de circulație este 1—0—1—0, în funcție de ordinea de circulație din SO_1, schemele de trasare a graficului pe SO_1 SO_2

va fi :

— pentru : $(1-0-1-0) \cap (0-1-1-0)$

$$T_p \supset 2(t_d + t_f) \cap \min[a_1 + (t_{st}^{fsSO_1} + a_{en2})]$$

— pentru : $(1-0-1-0) \cap (1-0-0-1)$

$$T_p \supset 2(t_d + t_f) \cap \min[a_1 + (a_{sn2} + t_{st}^{sSO_1})]$$

— pentru : $(1-0-1-0) \cap (1-0-1-0)$

$$T_p \supset 2(t_d + t_f) \cap \min[a_1 + (a_{sn2} + a_1^{SO_1} + a_{en2})]$$

— pentru : $(1-0-1-0) \cap (0-1-0-1)$

$$T_p \supset 2(t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2)$$

Acest caz corespunde şi schemei optime pentru situaţia cînd distanţa dintre cele două staţii vecine în care sînt prevăzute opririle obligatorii este critică.

În sfîrşit, pe distanţa dintre SO_1 SO_2 ultimele combinaţii dintre schemele de circulaţie a trenurilor prin cele două staţii pot fi cele dintre schema de circulaţie prin SO_2, după ordinea $0-1-0-1$ şi cele patru scheme în SO_1, astfel :

— pentru : $(0-1-0-1) \cap (0-1-1-0)$

$$T_p \supset 2(t_d + t_f) \cap \min[(a_{sn1} + a_2^{SO_2} + a_{en1}) + (t_{st}^{fsSO_1} + a_{en2})]$$

— pentru : $(0-1-0-1) \cap (1-0-0-1)$

$$T_p \supset 2(t_d + t_f) \cap \min[a_{sn1} + a_2^{SO_2} + a_{en1}) + (a_{sn2} + t_{st}^{sSO_1})]$$

— pentru : $(0-1-0-1) \cap (1-0-1-0)$

$$T_p \supset 2(t_d + t_f) \cap \min[(a_{sn1} + a_2^{SO_2} + a_{en1}) + (a_{sn2} + a_1^{SO_1} + a_{en2})]$$

pentru : $(0-1-0-1) \cap (0-1-0-1)$

$$T_p \supset 2(t_d + t_f) \cap \min[(a_{sn1} + a_2^{SO_2} + a_{en1}) + a_2]$$

În situaţia cînd :

$$S_{S\cup 4} \Rightarrow 1t\,[(SO_2 + 1) \cap (SO_1 - 1)] \cup 0t\,[(SO_2 + 1) \cap (SO_1 - 1)]$$

atunci cînd $k \sim (k_n \cup SO_2 \Rightarrow k_n \cup duSO_2)$

$$\overset{a}{\underset{(SO_2+1)}{\forall}} k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$\overset{a}{\underset{(SO_2+1)}{\forall}} k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min(a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$k_n\, pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$k_n\, ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_1 + a_{sn2})$$

$$duSO_2\, pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2^*)$$

$$duSO_2\, ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_{sn1} + a_2^*)$$

$SO_1\ SO_2 \Rightarrow$ s-a analizat în situaţia precedentă

$$dpSO_1\, pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_1^* + a_{sn2})$$

$$dpSO_1\, ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1^* + a_2)$$

$$\overset{(SO_1-1)}{\underset{n}{\forall}} k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min(a_{s.1} + a_{sn2})$$

$$\overset{(SO_1-1)}{\underset{n}{\forall}} k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$k_{-n}\, pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_{sn1} + a_2)$$

$$k_{-n}\, ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2)$$

iar cînd $k \sim (dp\ SO_1 \cup k_{-n} \Rightarrow SO_1 \cup k_{-n})$

$$\overset{a}{\underset{(SO_2+1)}{\forall}} k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min(a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$\overset{a}{\underset{(SO_2+1)}{\forall}} k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$k_n\, pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_1 + a_{sn2})$$

$$k_n\, ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$duSO_2\, pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_{sn1} + a_2^*)$$

$$duSO_2\, ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2^*)$$

$SO_1\ SO_2 \Rightarrow$ s-a analizat în situaţia precedentă.

$$dpSO_1\, pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1^* + a_2)$$

Ecuaţia de mai sus corespunde şi distanţei critice cînd aceasta este $dp\ SO_1$, cu condiţia ca $a_1^* = \min a_1$

$$dpSO_1\, ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_1^* + a_{sn2})$$

$$\overset{(SO_1-1)}{\underset{n}{\forall}} k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$\overset{(SO_1-1)}{\underset{n}{\forall}} k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min (a_{s.1} + a_{sn2})$$

$$k_{-n}\, pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$k_{-n}\, ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_{sn1} + a_2)$$

Dacă $k \sim SO_1\, SO_2$, schemele ce se pot trasa pe celelalte distanţe ale secţiei sînt:

Dacă $0\imath\,(SO_2 + 1)$

$$k_n\, pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_1 + a_{sn2})$$

$$k_n\, ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$\overset{a}{\underset{(SO_2+1)}{\forall}} k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min (a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$\overset{a}{\underset{(SO_2+1)}{\forall}} k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$du\ SO_2 \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min[a_1 + (a_{sn2} + a_2^{SO_2} + a_{en2})]$$

$$SO_1 SO_2 \Rightarrow T_p \supset 2(t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2)$$

şi dacă $1t(SO_2 + 1)$, ecuaţiile de mai sus, corespunzătoare distanţelor pare faţă de cea limitativă, vor lua locul ecuaţiilor corespunzătoare distanţelor impare faţă de cea limitativă şi invers.

Pentru distanțele de la k_{-n} la $dp\,SO_1$, atunci cînd $0t(SO_1 - 1)$ vom avea următoarele ecuații ce reprezintă schemele ce se impun pe celelalte distanțe de circulație :

$$dpSO_1 \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min [(a_{sn1} + a_2^{SO_1} + a_{en1}) + a_{sn2}]$$

$$\overset{(SO_1-1)}{\underset{n}{\forall}} k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$\overset{(SO_1-1)}{\underset{n}{\forall}} k_i\, ifk \rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min (a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$k_{-n}\, pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$k_{-n}\, ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_{sn1} + a_2)$$

Cînd $1t(SO_1 - 1)$,

$$\text{pe } dpSO_1 \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min [(a_{sn1} + a_2^{SO_1} + a_{en1}) = a_2]$$

pe celelalte distanțe de circulație care sînt pare față de distanța critică ecuațiile sînt cele corespunzătoare distanțelor impare în ecuațiile precedente și invers.

Cazul 4 — opririle obligatorii au loc în două stații despărțite de un număr impar de stații, deci *un număr par de distanțe de circulație* : (fig. 31 la 34)

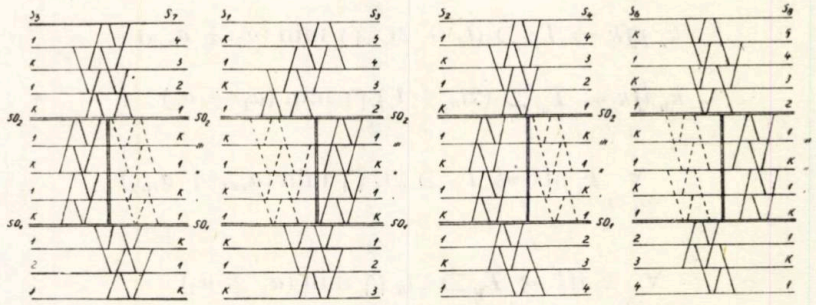


Fig. 31 Fig. 32 Fig. 33 Fig. 34

În acest caz, în funcție de distanța critică, schemele ce se impun pe celelalte distanțe de circulație se deduc astfel :

Se constată mai întîi din fig. 31 la 34 că pe distanțele dintre $SO_1 \Rightarrow$ $\Rightarrow SO_2$, dacă $0t(SO_2 - 1)$ vom avea și $0t(SO_1 + 1)$ și dacă $1t(SO_2 - 1)$ avem și $1t(SO_1 + 1)$. Din acest motiv și petru simplificarea reprezentării vom vorbi numai de situația $0t(SO_1 + 1)$ sau $1t(SO_1 + 1)$, înțelegînd însă că și $0t(SO_2 - 1)$ și respectiv $1t(SO_2 - 1)$.

Deci în situaţia cînd :

$$S_1 \Rightarrow 1t[(SO_2 + 1) \cap (SO_1 + 1) \cap (SO_1 - 1)]$$

$$k \sim (k_n \cup SO_2 \Rightarrow k_n \cup dp\ SO_2 \cup SO_1 \Rightarrow SO_2 \cup dpSO_1 \cup k_{-n} \Rightarrow SO_1 \cup k_{-n})$$

şi în situaţia cînd :

$$S_2 \Rightarrow 0t[(SO_2 + 1) \cap (SO_1 + 1) \cap (SO_1 - 1)]$$

$$k \sim (k_n \cup SO_2 \Rightarrow k_n \cup duSO_2 \cup SO_1 \Rightarrow SO_2 \cup duSO_1 \cup k_{-n} \Rightarrow SO_1 \cup k_{-n})$$

atunci :

$$\overset{SO_1}{\underset{k_{-n}}{\overset{SO_2}{\underset{SO_2}{\overset{k_n}{\forall}}}}} k_i\ pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$\overset{SO_1}{\underset{k_{-n}}{\overset{SO_2}{\underset{SO_1}{\overset{k_n}{\forall}}}}} k_i\ ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min(a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$k_n\ pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$k_n\ ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_1 + a_{sn2})$$

$$k_{-n} pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$k_{-n}\ ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_{sn1} + a_2)$$

$$duSO_2\ pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2^*)$$

$$duSO_2\ ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_{sn1} + a_2^*)$$

$$dpSO_2\ pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1^* + a_2)$$

$$dpSO_2\ ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_1^* + a_{sn2})$$

$$duSO_1\ pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2^*)$$

$$duSO_1\ ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_{sn1} + a_2^*)$$

$$dpSO_1\ pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1^* + a_2)$$

$$dpSO_1\ ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_1^* + a_{sn2})$$

Dacă avem însă situaţiile :

$$S_3 \Rightarrow 1t[(SO_2 + 1) \cap (SO_1 - 1) \cap 0t(SO_1 + 1)]$$

şi $$S_4 \Rightarrow 0t[(SO_2 + 1) \cap (SO_1 - 1) \cap 1t(SO_2 + 1)]$$

atunci :

$$\overset{SO_1}{\underset{SO_2}{\overset{k_n}{\forall}}} k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min(a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$\overset{SO_1}{\underset{SO_2}{\overset{k_n}{\forall}}} k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$\overset{SO_2}{\underset{SO_1}{\forall}} k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$\overset{SO_2}{\underset{SO_1}{\forall}} k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min(a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$k_n\, pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_1 + a_{sn2})$$

$$k_n\, ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$k_{-n} pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_{sn\,1} + a_2)$$

$$k_{-n} ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$du SO_2\, pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_{sn1} + a_2^*)$$

$$du\, SO_2\, ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2^*)$$

$$dp SO_2 pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1^* + a_2)$$

$$dp SO_2\, ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_1^* + a_{sn2})$$

$$du SO_1\, pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2^*)$$

$$du SO_1\ ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_{sn1} + a_2)$$

$$dp SO_1\ pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_1^* + a_{sn2})$$

$$dp SO_1\ ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1^* + a_2)$$

Ecuațiile corespund la $k \sim [dp SO_2 \cup (SO_1 \Rightarrow SO_2) \cup du\ SO_1]$

În situația cînd :

$$S_5 \Rightarrow 0t[(SO_2 + 1) \cap (SO_1 + 1)] \cap 1t(SO_1 - 1)$$

$$k \sim (k_n \cup SO_2 \Rightarrow k_n \cup du\ SO_2 \cup SO_1 \Rightarrow SO_2 \cup du\ SO_1 \cup dp\ SO_1 \cup k_{-n} \Rightarrow SO_1 \cup k_{-n})$$

și cînd

$$S_6 \Rightarrow 1t[(SO_2 + 1) \cap (SO_1 + 1)] \cap 0t(SO_1 - 1)$$

$$k \sim (k_n \cup SO_2 \Rightarrow k_n \cup dp SO_2 \cup SO_1 \Rightarrow SO_2 \cup k_{-n} \Rightarrow SO_1 \cup k_{-n})$$

În aceste situații oricare ar fi k, cu excepția lui $k \sim (k_{-n} \cup k_{-n} \Rightarrow SO_1 \cup \cup dp SO_1)$

$$\overset{\substack{SO_2 \\ k_n}}{\forall}\ k_i\ pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$\overset{\substack{SO_2 \\ SO_1}}{}$$

$$\overset{\substack{SO_2 \\ k_n}}{\forall}\ k_i\ ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min (a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$\overset{\substack{SO_2 \\ SO_1}}{}$$

$$\overset{\substack{SO_1 \\ k_{-n}}}{\forall}\ k_i\ pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min (a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$\overset{\substack{SO_1 \\ k_{-n}}}{\forall}\ k_i\ ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$k_n\ pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$k_n\ ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_1 + a_{sn2})$$

$$k_{-n} pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_{sn1} + a_2)$$

$$k_{-n}\ ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$duSO_2\ pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2^*)$$

$$duSO_2\ ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_{sn1} + a_2^*)$$

$$dpSO_2\ pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1^* + a_2)$$

$$dpSO_2\ ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_1^* + a_{sn2})$$

$$duSO_1\ pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2^*)$$

$$duSO_1\ ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_{sn1} + a_2^*)$$

$$dpSO_1\ pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_1^* + a_{sn2})$$

$$dpSO_1\ ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1^* + a_2)$$

Dacă $k \sim (k_{-n} \cup k_{-n} \Rightarrow SO_1 \cup dpSO_1)$, atunci pe toate distanţele de circulaţie care sînt *pare faţă de k*, se vor trasa scheme ale căror ecuaţii *corespund* cu cele ale poziţiilor *impare din ecuaţiile de mai sus şi invers.*

În situaţia cînd :

$$S_7 \Rightarrow 0t(SO_2 + 1) \cap 1t[(SO_1 + 1) \cap (SO_1 - 1)]$$

$$k \sim (dpSO_2 \cup SO_1 \Rightarrow SO_2 \cup dp\ SO_1 \cup k_{-n} \Rightarrow SO_1 \cup k_{-n})$$

iar cînd :

$$S_8 \Rightarrow 1t\,(SO_2 + 1) \cap 0t\,[(SO_1 + 1) \cap (SO_1 - 1)$$

$$k \sim (SO_1 \Rightarrow SO_2 \cup du\ SO_1 \cup k_{-n} \Rightarrow SO_1 \cup k_{-n})$$

Schemele ce se vor trasa pe celelalte distanţe de circulaţie vor fi cele corespunzătoare ecuaţiilor de mai jos :

$$\overset{SO_2}{\underset{SO_1}{\forall}}\ k_i\ pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$\overset{SO_2}{\underset{SO_1}{\forall}}\ k_i\ ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min (a_{sn1} + a_{sn2})_s$$

$$\overset{k_{-n}}{\underset{SO_2}{\forall}}\ k_i\ pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min (a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$\underset{SO_2}{\overset{k_n}{\forall}} k_i \; ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$k_n \; pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_1 + a_{sn2})$$

$$k_n \; ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$k_{-n} pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$k_{-n} ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_{sn1} + a_2)$$

$$du SO_2 pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_{sn1} + a_2^*)$$

$$du SO_2 \; ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2^*)$$

$$dp SO_2 pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1^* + a_2)$$

$$dp SO_2 \; ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_1^* + a_{sn2})$$

$$du SO_1 \; pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2^*)$$

$$du SO_1 \; ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_{sn1} + a_2^*)$$

$$dp SO_1 \; pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1^* + a_2)$$

$$dp SO_1 \; ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_1^* + a_{sn2})$$

Așa cum am mai precizat, asteriscul ce marchează pe a_1 sau a_2 se referă la faptul că aceste intervale vor lua valorile date de ecuațiile 12 la 19. Schemele posibile pe du SO_1 sau *du* SO_2 și *dp* SO_2 sau *dp* SO_1 sînt prezentate în figurile 35—50.

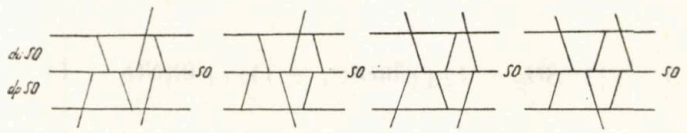


Fig. 35 Fig. 36 Fig. 37 Fig. 38

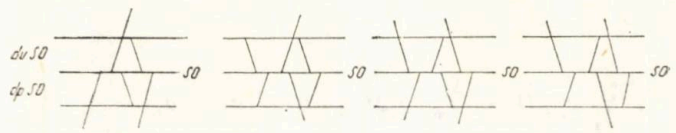


Fig. 39 Fig. 40 Fig. 41 Fig. 42

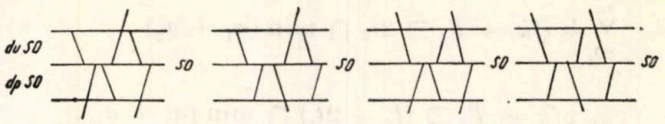


Fig. 43 Fig. 44 Fig. 45 Fig. 46

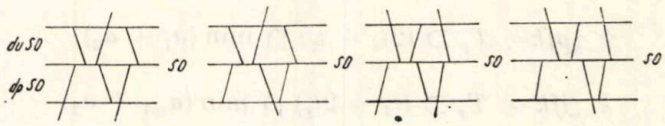


Fig. 47 Fig. 48 Fig. 49 Fig. 50

Cazul 5 — opririle obligatorii sînt prevăzute în două staţii despărţite de un număr par de staţii, deci număr impar de distanţe de circulaţie fig. 51 la 54).

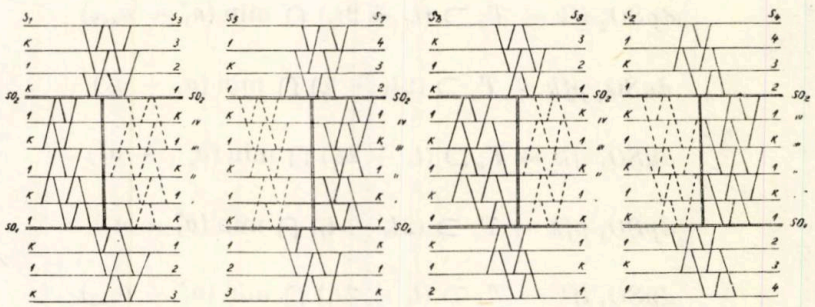


Fig. 51 Fig. 52 Fig. 53 Fig. 54

În acest caz se constată că dacă avem una din situaţiile :

$$S_1 \Rightarrow [0t(SO_2 + 1) \cap 1t(SO_1 - 1)] \cap 1t(SO_1 + 1)$$

sau

$$S_2 \Rightarrow [1t(SO_2 + 1) \cap 0t(SO_1 - 1)] \cap 0t(SO_1 + 1)$$

indiferent care ar fi distanţa critică, schemele ce se impun pe celelalte distanţe de circulaţie sînt cele reprezentate prin următoarele ecuaţii caracteristice :

$$\overset{SO_1}{\underset{k_n}{\overset{SO_2}{\forall}}} k_i \, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min (a_1 + a_2)$$
$$\overset{SO_2}{\underset{k_{-n}}{SO_1}}$$

$$\overset{SO_1}{\underset{k_n}{\overset{SO_2}{V}}} k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min\nolimits^{\vee}_{\wedge}(a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$k_n\, pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$k_n\, ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_1 + a_{sn2})$$

$$k_{-n} pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$k_{-n} ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_{sn1} + a_2)$$

$$du SO_2 pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2^*)$$

$$du SO_2\, ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_1 + a_{sn2})$$

$$dp SO_2\, pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1^* + a_2)$$

$$dp SO_2\, ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_1^* + a_{sn2})$$

$$du SO_1 pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min\nolimits^{\vee}_{\wedge}(a_1 + a_2^*)$$

$$du SO_1\, ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_{sn1} + a_2^*)$$

$$dp SO_1\, pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1^* + a_2)$$

$$dp SO_1\, ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_1^* + a_{sn2})$$

Dacă avem însă situaţia :

$$S_3 \Rightarrow [0t(SO_2 + 1) \cap 1t\,(SO_1 - 1)] \cap 0t(SO_1 + 1)$$

şi situaţia

$$S_4 \Rightarrow [1t(SO_2 + 1) \cap 0t(SO_1 - 1)] \cap 1t(SO_1 + 1)$$

pe toate distanţele de circulaţie ce se găsesc între SO_2 şi A şi între B şi SO_1 şi sînt pare faţă de distanţa critică care poate fi $dp\ SO_2$, $du\ SO_1$ sau între SO_1 şi SO_2, se vor trasa scheme ale căror ecuaţii caracteristice sînt cele corespunzătoare distanţelor impare prezentate mai sus şi invers.

Pe distanţele dintre SO_1 şi SO_2, distanţele de circulaţie pare faţă de k iau ecuaţiile corespunzătoare distanţelor pare prezentate mai sus şi invers.

În situaţiile :

$$S_5 \Rightarrow 1t[(SO_2 + 1) \cap (SO_1 - 1)] \cap 0t(SO_1 + 1)$$

şi

$$S_6 \Rightarrow 0t[(SO_2 + 1) \cap (SO_1 - 1)] \cap 1t(SO_1 + 1)$$

$$k \sim (k_n \cup SO_2 \Rightarrow k_n \cup duSO_2 \cup dpSO_2 \cup SO_1 \Rightarrow SO_2 \cup duSO_1)$$

În aceste situaţii ecuaţiile corespunzătoare celorlalte distanţe de circulaţie corespund cu situaţiile cînd

$$[0t(SO_2 + 1) \cap 1t(SO_1 - 1)] \cap 1t(SO_1 + 1)$$

şi

$$[1t(SO_2 + 1) \cap 0t(SO_1 - 1)\ ] \cap 0t(SO_1 + 1)$$

pentru distanţele de circulaţie dintre SO_1 şi A, iar pentru distanţele de circulaţie dintre B şi SO_1 cu situaţiile cînd

$$[0t(SO_2 + 1) \cap 1t(SO_1 - 1)] \cap 0t(SO_1 + 1)$$

şi

$$[1t(SO_2 + 1) \cap 0t(SO_1 - 1)] \cap 1t(SO_1 + 1)$$

În situaţiile :

$$S_7 \Rightarrow 1t\,[(SO_2 + 1) \cap (SO_1 - 1)] \cap 0t(SO_1 + 1)$$

şi

$$S_8 \Rightarrow 0t[(SO_2 + 1) \cap (SO_1 - 1)] \cap 1t(SO_1 + 1)$$

$$k \sim (dp\ SO_2 \cup SO_1 \Rightarrow SO_2 \cup duSO_1 \cup dpSO_1 \cup k_{-n} \Rightarrow SO_1 \cup k_{-n})$$

Se remarcă la fel ca mai înainte că ecuaţiile corespunzătoare celorlalte distanţe de circulaţie corespund cu situaţiile cînd

$$[0t(SO_2 + 1) \cap 1t(SO_1 - 1)] \cap 0t(SO_1 + 1)$$

şi

$$[1t(SO_2 + 1) \cap 0t(SO_1 - 1)\ ] \cap 1t(SO_1 + 1)$$

pentru distanţele de circulaţie dintre B şi SO_2, iar pentru distanţele de circulaţie dintre SO_2 şi A cu situaţiile cînd

$$[0t(SO_2 + 1) \cap 1t(SO_1 - 1)] \cap 0t(SO_1 + 1)$$

şi

$$[1t(SO_2 + 1) \cap 0t(SO_1 - 1)] \cap 1t(SO_1 + 1)$$

Cazul 6 — opririle obligatorii sînt prevăzute în două staţii vecine, fiecare tren care circulă într-un sens anumit va opri obligatoriu într-una din cele două staţii, iar trenul de sens contrar în cealaltă staţie (fig. 55 şi 56).

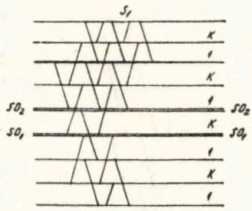


Fig. 55

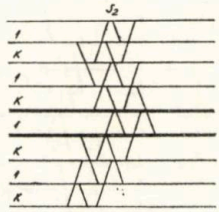


Fig. 56

În acest caz se pot ivi două situaţii şi anume :

$$S_1 \Rightarrow 0t\ SO_2 \cap 1tS0_1$$

$$S_2 \Rightarrow 0t\ SO_1 \cap 1tSO_2$$

Prima situaţie se recomandă a se adopta cînd SO_1SO_2 sau oricare distanţă de circulaţie pară faţă de $SO_1\ SO_2$ este distanţă critică. Pe celelalte distanţe de circulaţie vom avea :

$$\overset{a}{\underset{n}{\forall}}\ k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min\,(a_1 + a_2)$$

$$\overset{a}{\underset{n}{\forall}}\ k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min\,(a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$k_n pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min\,(a_1 + a_2)$$

$$k_n\, ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min\,(a_1 + a_{sn2})$$

$$k_{-n} pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min\,(a_1 + a_2)$$

$$k_{-n} ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min\,(a_{sn1} + a_2)$$

A doua situaţie se recomandă a se adopta cînd SO_1SO_2 nu este distanţă critică. Distanţă critică poate fi oricare distanţă de circulaţie ce are număr impar faţă de $SO_1\ SO_2$, iar ecuaţiile corespunzătoare schemelor ce se impun pe celelalte distanţe de circulaţie, în funcţie de cea critică vor fi identice cu cele de mai sus.

Deci pe $SO_1\ SO_2$ ecuaţia caracteristică va fi :

$$T_p \supset 2t_f \cap \min\,(a_{sn1} + a_{sn2})$$

Cazul 7 — opririle obligatorii sînt prevăzute în două staţii despărţite de un număr impar de staţii deci un număr par de distanţe de circulaţie, fiecare tren care circulă într-un anumit sens va opri obligatoriu într-

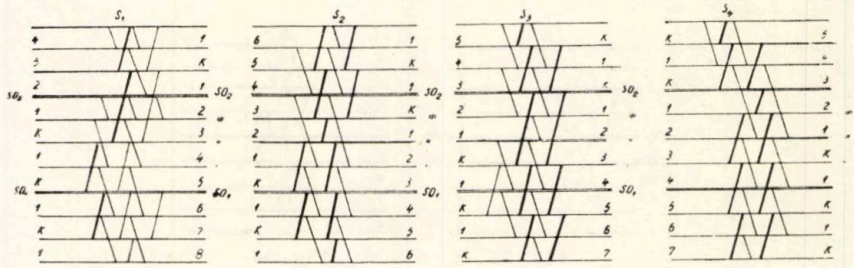


Fig. 57 Fig. 58 Fig. 59 Fig. 60

una din cele două staţii, iar cele care circulă în sens contrar în cealaltă staţie (fig. 57 la 60).

La acest caz se întîlnesc următoarele situaţii :

$$S_1 \Rightarrow 1t[SO_1 \cap (S0_2 + 1)] \cap 0t[SO_2 \cap (SO_2 - 1) \cap (SO_1 - 1)]$$

$$S_2 \Rightarrow 1t[SO_1 \cap (SO_2 - 1) \cap (SO_2 + 1)\,]\,0t\,[SO_2 \cap (SO_1 - 1)]$$

$$S_3 \Rightarrow 0t[SO_1 \cap (SO_2 - 1) \cap (SO_2 + 1)\,] \cap 1t[SO_2 \cap (SO_1 - 1)]$$

$$S_4 \Rightarrow 0t[SO_1 \cap (SO_2 + 1)] \cap 1t[SO_2 \cap (SO_2 - 1) \cap (SO_1 - 1)]$$

S_1. În prima situaţie, dacă

$$k \sim (k_{-n} \cup k_{-n} \Rightarrow SO_1 \cup du SO_1 \cup SO_1 \Rightarrow SO_2 \cup dp SO_2)$$

$$\overset{(SO_2-1)}{\underset{n}{\forall}} k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$\overset{(SO_2-1)}{\underset{n}{\forall}} k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min(a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$\overset{a}{\underset{SO_2}{\forall}} k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min(a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$\overset{a}{\underset{SO_2}{\forall}} k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$k_n\, pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_1 + a_{sn2})$$

$$k_n\, ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min(a_1 + a_2)$$

$$dpSO_2 \Rightarrow T_p \supset (t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_{sn2})$$

$$k_{-n}pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$k_{-n}ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min(a_{sn1} + a_2)$$

iar dacă

$$k \sim (k_n \cup SO_2 \Rightarrow k_n \cup dp\ SO_2 \cup SO_1 \Rightarrow SO_2),$$

vom avea o situație inversă decît cea precedentă, adică ecuațiile distanțelor pare vor lua locul celor impare și invers.

S_3. Același lucru se petrece și în cea de a treia situație, numai că aici avem următoarele particularități:

a) —

$$k \sim [k_{-n} \cup k_{-n} \Rightarrow SO_1 \cup dpSO_1 \cup SO_1 \Rightarrow (SO_2 - 2) \cup (SO_2 - 1) \Rightarrow SO_2]$$

$$(SO_2 - 2) \Rightarrow (SO_2 - 1) \Rightarrow T_p \supset (t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_{sn2})$$

$$dpSO_2 \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min (a_{sn1} + a_{sn2})$$

b) —

$$k \sim [k_n \cup SO_2 \Rightarrow k_n \cup duSO_2 \cup dpSO_2 \cup (SO_2 - 2) \Rightarrow (SO_2 - 1)]$$

cu aceleași observații ca la prima situație.

$S_2 \cup S_4$. În cea de a doua sau a patra situație vom avea că, dacă

$$k \sim [k_{-n} \cup k_{-n} \Rightarrow SO_1 \cup du\ SO_1 \cup (SO_2 - 2) \Rightarrow (SO_2 - 1)]$$

$$\overset{(SO_2-2)}{\underset{n}{\forall}} k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min (a_1 + a_2)$$

numai pentru a doua situație; pentru a patra de la $n \Rightarrow (SO_2 - 1)$

$$\overset{(SO_2-2)}{\underset{n}{\forall}} k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min (a_{sn1} + a_{sn2})$$

numai pentru a doua situație; pentru a patra de la $n \Rightarrow (SO_2 - 1)$

$$\dot{\times}\ (SO_2 - 2)\ (SO_2 - 1) \Rightarrow T_p \supset (t_d + t_f) \cap \min (a_{sn1} + a_2)$$

numai pentru a doua situație.

$$(SO_2 - 1)\ SO_2 \Rightarrow T_p \supset (t_d + t_f) \cap \min (a_{sn1} + a_2)$$

pentru situația a patra.

Pentru situaţia a doua şi a patra vom mai avea că:

$$\overset{a}{\underset{SO_2}{\forall}} k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min (a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$\overset{a}{\underset{SO_2}{\forall}} k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$k_n pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_1 + a_{sn2})$$

$$k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$k_{-n} pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$k_{-n} ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_{sn1} + a_2)$$

Dacă

$$k \sim (k_n \cup SO_2 \Rightarrow k_n \cup dpSO_2)$$

pentru situaţia a doua şi

$$k \sim (k_n \cup SO_2 \Rightarrow k_n \cup du\, SO_2)$$

pentru situaţia a patra.

$$\overset{(SO_2-2)}{\underset{n}{\forall}} k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min (a_{sn1} + a_{sn2})$$

numai pentru a doua situaţie; pentru a patra de la $n \Rightarrow (SO_2 - 1)$

$$\overset{(SO_2-2)}{\underset{n}{\forall}} k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min (a_1 + a_2)$$

numai pentru a doua situaţie; pentru a patra de la $n \Rightarrow (SO_2 - 1)$

$$\overset{k_n}{\underset{duSO_2}{\forall}} k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$\overset{k_n}{\underset{duSO_2}{\forall}} k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min (a_{kn1} + a_{sn2})$$

$$k_n pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$k_n\, ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_1 + a_{sn2})$$

$$k_{-n}pfk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_{sn1} + a_2)$$

$$k_{-n}ifk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2)$$

Pe distanțele de circulație ($SO_2 - 2$) ($SO_2 - 1$) în cea de a patra situație se aplică aceleași ecuații ca mai înainte.

Cazul 8 — trenurile opresc în stații diferite, despărțite printr-un număr par de stații (fig. 61 și 62).

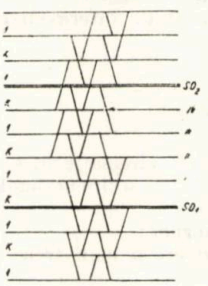


Fig. 61

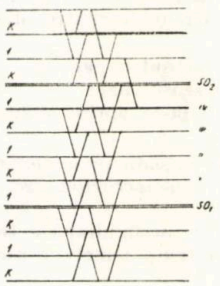


Fig. 62

$$S_1 \Rightarrow 0tSO_2 \cap 1tSO_1$$

$$S_2 \Rightarrow 1t\ SO_2 \cap 0tSO_1$$

În prima situație

$$k \sim (k_n \cup du SO_2 \Rightarrow k_n \cup dp SO_2 \cup SO_1 \Rightarrow SO_2 \cup du SO_1 \cup k_{-n} \Rightarrow SO_1 \cup k_{-n})$$

iar în a doua:

$$k \sim (k_n \cup du SO_2 \Rightarrow k_n \cup du SO_2 \cup SO_1 \Rightarrow SO_2 \cup k_{-n} \Rightarrow SO_1 \cup k_{-n})$$

Pentru ambele situații:

$$\overset{c}{\underset{n}{\forall}} k_i\, pfk \Rightarrow T_p \supset 2t_d \supset \min (a_1 + a(^z$$

$$\overset{a}{\underset{n}{\forall}} k_i\, ifk \Rightarrow T_p \supset 2t_f \cap \min (a_{sn1} + a_{sn2})$$

$$(k_n \cup k_{-n})\, pfk \Rightarrow T_p \supset (2t_d + t_f) \cap \min (a_1 + a_2)$$

$$k_n\, ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_1 + a_{sn2})$$

$$k_{-n}ifk \Rightarrow T_p \supset (t_d + 2t_f) \cap \min (a_{sn1} + a_2)$$

Catedra de tehnica transporturilor feroviare
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

ANEXA 1

SIMBOLURI FOLOSITE

1. $\forall$ ori care ar fi...
2. k_i o distanță dintre două puncte de secționare vecine oarecare
3. *pfk* pară față de distanța critică k;
4. *ifk* impară față de distanța critică k;
5. $\Rightarrow$ duce la, implică
6. $A \supset B$ A conține B; A include B;
7. $A \cap B$ A și B Obligatoriu ambii termeni legați prin acest simbol
8. $Aa \sim k_n$ distanța de circulație dintre prima stație de dispoziție și stația intermediară vecină;
9. $Bn \sim k_{-n}$ distanța de circulație dintre ultima stație intermediară și stația de dispoziție vecină;
10. 1 tren care circulă în sensul impar;
11. 0 tren care circulă în sensul par;
12. *SO* stație în care se impune oprire obligatorie;
13. T_p perioada graficului;
14. t^i_{1m}, t^s_{2m} timpi de mers săgeată pe o distanță de circulație în sensul impar și par;
15. a_1, a_2, a_{sn1}, a_{sn2} intervale de încrucișare, respectiv de sosire nesimultană a trenurilor în punctele de secționare;
16. a_{en} interval de expediere nesimultană a trenurilor;
17. t_{st} durata staționării într-un punct de secționare a unui tren

BIBLIOGRAFIE

1. *C. Tomescu*, Exploatarea tehnică a rețelei feroviare, București, Editura didactică și pedagogică, 1967.
2. *F. P. Kocinev ș. a.* Probleme de organizare a circulației trenurilor, București, Editura transporturilor și telecomunicațiilor, 1963.
3. *I. Tănăsuică*, Unele probleme ale capacității secțiilor de circulație. În Reviste căilor ferate 1965, nr. 12.
4. *I. Tănăsuică*: Procedeu de calcul și analiză a capacității de circulație a secțiilor de cale ferată. În Revista căilor ferate, 1967, nr. 7.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972. Numărul 3

C.Z.: 629.113

ASUPRA ECUAȚIILOR DE MIȘCARE GENERALĂ A AUTOMOBILULUI *

AUREL P. STOICESCU

1. Introducere.

Pentru studiul stabilității și maniabilității automobilului este necesară cunoașterea ecuațiilor mișcării generale a automobilului. În literatură există lucrări în care se deduc aceste ecuații, cu diferite grade de complexitate pentru modelul matematic al automobilului. Însă, în majoritatea acestora, viteza este considerată constantă; chiar dacă în unele din ele se admite viteza variabilă, fie modelul matematic adoptat este prea simplu, fie ecuațiile nu sînt aduse la forma finală păstrîndu-se ipoteza de mai sus.

În cele ce urmează se deduc ecuațiile de mișcare generală a automobilului în regim nestaționar, pentru un model de automobil care ține seamă de faptul că, pe de o parte, masa suspendată și masele nesuspendate execută mișcări diferite, iar, pe de altă parte, axa de ruliu își poate modifica poziția în planul longitudinal al automobilului. La deducerea ecuațiilor de mișcare se va utiliza o metodă generală care, spre deosebire de cea folosită în literatură, permite obținerea unor expresii mai complete atît ale componentelor forțelor de inerție, cît și ale celorlalte forțe. În felul acesta se oferă posibilitatea de a aprecia mai exact în ce condiții și în ce măsură sînt justificate anumite simplificări ale expresiilor respective. Ecuațiile de mișcare vor fi aduse la o formă care să permită utilizarea lor cît mai directă în studiul stabilității și maniabilității.

Notațiile principale

C_{gs} — centrul de greutate al masei suspendate;
C_g — centrul de greutate al automobilului;
O_0 — intersecția axei de ruliu cu verticala care trece prin C_{gs}, automobilul fiind în repaus;
O_0' — proiecția lui O_0 pe suprafața căii de rulre;
C_1 — proiecția centrului de greutate al automobilului în repaus pe suprafața căii de rulare;
$O_0x_0y_0z_0$ — sistem rectangular de coordonate solidar cu masa suspendată; în repaus, $O_0x_0y_0$ este paralel cu suprafața căii, iar O_0x_0 este situată în planul longitudinal al automobilului.

*) Manuscris predat la redacție la data de 30 noiembrie 1970.

$O_0' x_0' y_0' z_0'$ — sistem rectangular de coordonate cu axa $O_0' z_0$ normală la suprafaţa căii, iar $O_0' x_0$ conţinută în planul longitudinal de simetrie al automobilului;

$C_{gs} x_0'' y_0'' z_0''$ — sistem rectangular de coordonate solidar cu masa suspendată, ale cărui axe sînt paralele cu cele ale sistemului $O_0 x_0 y_0 z_0$;

a, b — distanţa de la centrul de greutate al automobilului în repaus pînă la planul vertical ce trece prin axa punţii din faţă, respectiv spate, m.

$$a' = O_0' O_1',\ m;\ b' = O_0' O_2',\ \text{m};$$

L — ampatamentul.

În cele ce urmează indicele 1 se referă la puntea din faţă, iar indicele 2 la puntea din spate.

B; $i = 1{,}2$ — calea, m;

h — înălţimea centrului de greutate al automobilului în repaus faţă de suprafaţa căii de rulare, m;

h_i, $i = 1{,}2$ — înălţimea centrului de greutate al masei nesuspendate în raport cu calea, m;

$h_0 = O_0 C_{gs}$, m.

r_i, $i = 1{,}2$ — raza de rulare a roţilor, m.

$$\zeta = O_0 O_0',\ \zeta_1 = O_1 O_1',\ \zeta_2 = O_2 O_2',\ \text{m}.$$

R, — raza de virare a automobilului, m;

$\overline{v}$ — viteza punctului C_1, m.s^{-1}.

În continuare semnul „prim" se referă la roţile de pe partea dreaptă privind în sensul de mers al automobilului, iar semnul „secund" la roţile de pe partea stîngă.

$\alpha_i' \alpha_i''$, $i = 1{,}2$ — unghiurile de deviere ale roţilor, rad.

α — unghiul dintre $\overline{v}$ şi $C_1 x_0'$, rad.

β_1', β_1'' — unghiurile de virare ale roţilor din faţă prin intermediul volanului, rad.

β_{ir}', β_{ir}'', $i=1{,}2$ — unghiurile de virare ale roţilor datorite ruliului rad.

β — unghiul mediu de virare al roţilor directoare, rad.

β_v — unghiul de rotaţie al volanului, rad.

γ — unghiul dintre axa de ruliu şi suprafaţa căii, rad.

γ_0 — unghiul dintre axa $O_0 x_0$ şi axa de ruliu, rad.

δ_i', δ_i'', $i = 1{,}2$ — unghiurile de cădere ale roţilor, rad.

ν — unghiul de convergenţă al roţilor de direcţie, rad.

θ — unghiul de înclinare transversală (de ruliu) a masei suspendate măsurat într-un plan perpendicular pe axa de ruliu $O_1 O_2$ (sensul pozitiv este sensul acelor de ceas privind în sensul axei $C_1 x_1$), rad.

$\overline{\omega}_s = \begin{Vmatrix} \omega_{sx} \\ \omega_{sy} \\ \omega_{sz} \end{Vmatrix}$ — viteza unghiulară a masei suspendate cu componentele corespunzătoare în sistemul $C_{gs}x_0''y_r''z_0''$, rad.s^{-1}.

ω — viteza unghiulară a axei longitudinale a automobilului, rad.s^{-1}

$\omega_{ri}', \omega_{ri}''$, $i=1,2$ — vitezele unghiulare ale roților, rad.s^{-1}.

m — masa automobilului, kgf.m^{-1}.s^2.

m_s — masa părții suspendate a automobilului, kgf.m^{-1}.s^2.

m_{ni}; $i = 1,2$ — masa părții nesuspendate, kgf.m^{-1}.s^2.

$G, G_s, G_{ni}, i=1,2$ — greutatea respectiv a automobilului, a părții susdendate și a părților nesuspendate, kgf.

I_x, I_y, I_z — momentele de inerție ale părții suspendate în raport cu axele $C_{gs}x_0''$, $C_{gs}y_0''$, $C_{gs}z_0''$, kgf.m.s^2.

I_{xy}, I_{xz}, I_{yz} — momentele de inerție centrifuge ale părții suspendate în raport cu sistemului $C_{gs}x_0''y_0''z_0''$, kgf.m.s^2.

I_{ni}, $i = 1,2$ — momentul de inerție al părții nesuspendate în raport cu axa verticală ce trece prin O_i', kgf.m.s^2.

I_r — momentul de inerție al unei roți în raport cu axa de rotație.

X_i', X_i'', $i=1,2$ — reacțiunile tangențiale ale căii la roți, kgf.

$$X_i = X_i' + X_i'', \; i = 1,2.$$

Y_i', Y_i'', $i = 1,2$ — reacțiunile laterale ale căii la roți, kgf.

Y_i, $i = 1,2$ — reacțiunea laterală totală la roțile unei punți, kgf.

Z_i', Z_i'', $i=1,2$ — reacțiunile normale ale căii la roți, kgf.

$$Z_i, \; Z_i' + Z_i'', \; i = 1,2.$$

$\overline{R}_a = \begin{Vmatrix} R_{ax} \\ R_{ay} \\ R_{az} \end{Vmatrix}, \overline{M}_a = \begin{Vmatrix} M_{ax} \\ M_{ay} \\ M_{az} \end{Vmatrix}$ — forța și, respectiv, momentul datorite interacțiunii aerului cu automobilul și componentele lor în sistemul $C_{gs}x_0''y_0''z_0''$.

$X_{is}, Y_{is}, Z_{is}, i=1,2$ — forțele de legătură între partea suspendată și partea nesuspendată reduse în punctul O_i, kgf.

$M_{ia}, M_{il}, M_{iv}, i = 1,2$ — momentele de legătură între partea suspendată și partea nesuspendată reduse în punctul O_i, kgf.

M_{pi}', M_{pi}'' $i=1,2$ — momentele stabilizatoare ale pneurilor, kgf.m.

$$M_{pi} = M_{pi}' + M_{pi}''.$$

M_v — momentul aplicat volanului, kgf.m.

f — coeficientul de rezistență la rulare.

$\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ — versorii axelor sistemului $O_0' x_0'y_0'z_0'$.

$\bar{i}'', \bar{j}'', \bar{k}''$ — versorii axelor sistemului $C_{gs}x_0''y_0''z_0''$.

t — timpul, s.

Punctele deasupra unei litere desemnează derivata mărimii respective în raport cu timpul (numărul punctelor determină ordinul derivatei).

2. Modelul matematic ales și ipoteze.

Modelele cele mai complete sînt acelea care iau în considerație și mișcarea de ruliu. Aceste modele prezintă două variante. La una din variante se introduce și se folosește noțiunea de axă de ruliu, pe cînd la cealaltă variantă nu se folosește o asemenea noțiune. Un studiu mai detaliat [9] arată că este de preferat modelul cu axă de ruliu, întrucît caracteristicile sale se pot determina mai simplu și mai precis prin încercări statice.

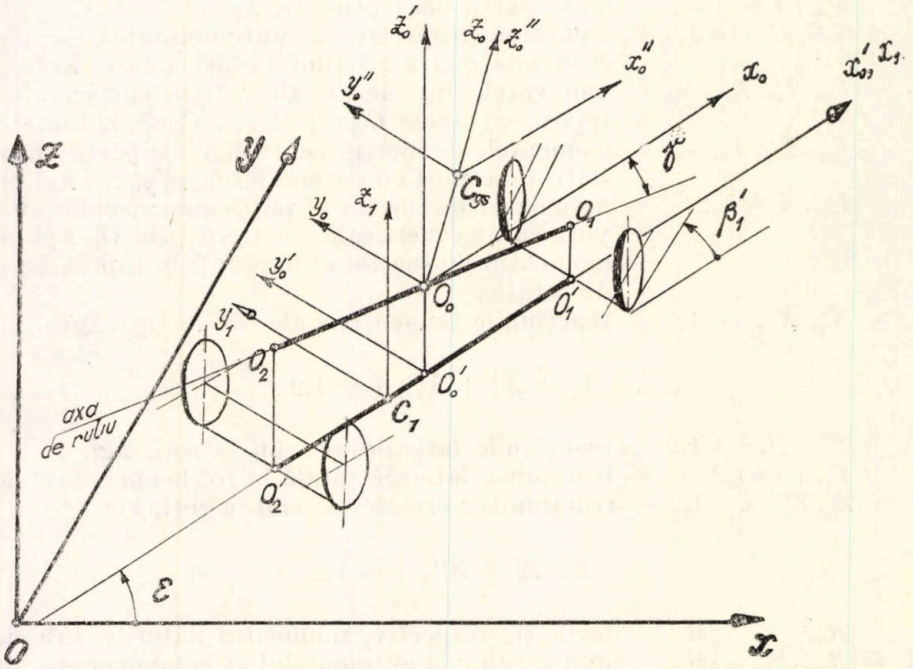


Fig. 1 — (Observație: sistemul *Oxyz* este solidar cu calea).

Modelul matematic ales este constituit din masa suspendată și două mase nesuspendate, corespunzătoare celor două punți.

Schema modelului matematic, axa de ruliu, sistemele de referință și principalele mărimi geometrice și cinematice sînt arătate în figurile 1 și 2.

Axa de ruliu O_1O_2 se consideră invariabilă în raport cu masa suspendată. Ea rămîne tot timpul în planul $C_1x_1z_1$. În cazul general se presupune că axa de ruliu însăși execută o mișcare plan-paralelă în planul amintit. Prin urmare, masa suspendată execută o mișcare de rotație în jurul axei de ruliu, care — la rîndul ei — se mișcă în planul $C_1x_1z_1$. Este posibil astfel să se studieze oscilațiile și într-un plan vertical. Mișcarea axei de ruliu arătată mai sus este o mișcare relativă în raport cu sistemul $C_1x_1y_1z_1$, care execută o mișcare de transport plan-paralelă.

Din punctul de vedere al studiului întreprins aici, nu este necesar să se facă precizări asupra tipului și particularităților constructive ale sus-

pensiilor. Este suficient să se precizeze poziția punctelor O_1 și O_2, precum și mărimile forțelor și momentelor de legătură dintre masa suspendată și masele nesuspendate, reduse în aceste puncte.

În poziție de repaus automobilul prezintă un plan de simetrie geometrică și masică, care se confundă cu planul $X_1x_1z_1$. Masa suspen-

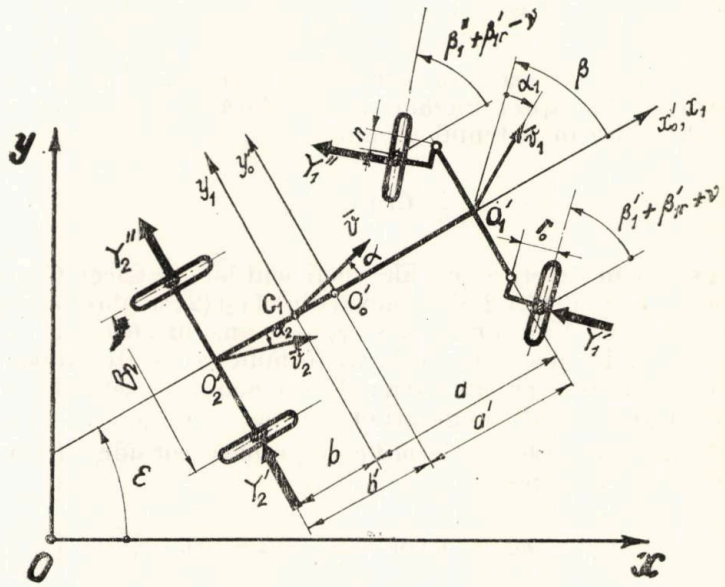


Fig. 2

dată are și ea același plan de simetrie în stare de repaus, iar în timpul ruliului sarcina nu se deplasează în raport cu caroseria.

Caroseria este presupusă rigidă. Influența momentului motor asupra distribuției transversale a reacțiunii verticale la roți se poate considera neglijabilă [2]. Deplasările centrelor petelor de contact ale pneurilor în raport cu janta se neglijează, iar calea se presupune că este plană, orizontală și fără neregularități.

3. Ecuațiile de mișcare ale masei suspendate.

3.1. *Relațiile cinematice.*

Întrucît la deducerea ecuațiilor de mișcare sînt necesare componentele vitezelor unghiulare și ale vitezei centrului de greutate în sistemul mobil, în primul rînd se vor deduce expresiile acestora în funcție de elemente cunoscute.

Ținînd seamă de convențiile făcute, se pot scrie relațiile vectoriale :

$$\begin{aligned} \bar{\dot{\theta}} &= \bar{i}\dot{\theta}\cos\gamma - \bar{k}\dot{\theta}\sin\gamma \\ \bar{\dot{\gamma}} &= \bar{j}\dot{\gamma} \\ \bar{\omega} &= \bar{k}\omega. \end{aligned} \tag{1}$$

Dacă C este matricea transformării la trecerea de la axele $O_0'x_0'y_0'z_0'$ la axele $O_0''x_0''y_0''z_0''$, viteza unghiulară absolută a masei suspendate, cu componentele scrise în sistemul solidar cu ea, este

$$\bar{\omega}_s = C(\bar{\dot{\theta}} + \bar{\dot{\gamma}} + \bar{\omega}). \tag{2}$$

Dacă se are în vedere expresiile coeficienților matricei C care rezultă prin aplicarea, formulie (A.2) din anexă, din (1) și (2) se obțin componentele vitezei unghiulare. Unghiurile θ și $\gamma_0 - \gamma$ au, în general, valori care nu depășesc 10°. În aceste condiții, în formule se poate înlocui sinusul cu arcul, iar cosinusul cu unitatea; de asemenea, produsele sinusurilor acestor unghiuri, sau ale unghiurilor, se pot neglija.

Efectuînd operațiile de simplificare pe baza considerentelor arătate, rezultă următoarele expresii :

$$\begin{aligned} \omega_{sx} &= \dot{\theta}\cos\gamma_0 + \omega(\gamma_0 - \gamma), \\ \omega_{sx} &= \dot{\gamma} + \omega\theta\cos\gamma_0, \\ \omega_{sz} &= -\dot{\theta}\sin\gamma_0 - \dot{\gamma}\theta + \omega. \end{aligned} \tag{3}$$

Pentru viteza centrului de greutate al masei suspendate se scrie relația

$$\bar{v}_c = \bar{v}_0 + \bar{\omega}_s \times \bar{r}_c, \tag{4}$$

unde $\bar{v}_c$ este viteza punctului C_{gs}.

$\bar{v}_0$ — viteza punctului O_0.

$\bar{r}_c$ — vectorul de poziție al punctului C_{gs} în sistemul $O_0x_0y_0z_0$.

În formula de mai sus $\bar{\omega}_s$ este considerată cu componentele în sisteul $O_0x_0y_0z_0$, care sînt aceleași cu cele din sistemul $C_{gs}x_0''y_0''z_0''$.

Mai departe, există relația

$$\bar{v}_0 = \bar{v}_{0t} + \bar{v}_{0r},$$

unde $\bar{v}_{0t}$ reprezintă viteza lui O_0 din mișcarea de transport,

$\bar{v}_{0r}$ — viteza relativă a lui O_0.

Întrucît mișcarea de transport este plan-paralelă, $\bar{v}_{0t}$ este chiar viteza lui O_0'' (vezi fig. 3). Deoarece distanța $O_0'O_0''$ este mică se consideră viteza lui O_0'' aproximativ egală cu cea a lui O_0'. Mișcarea relativă a lui O_0 are loc în planul $C_1x_1z_1$. Componenta vitezei relative a lui O_0 pe axa C_1x_1 se va neglija și se va considera numai cealaltă componentă care are valoarea $\dot{\zeta}$.

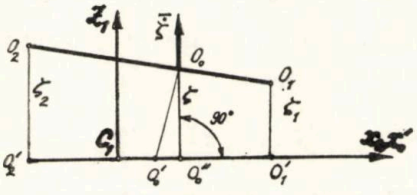


Fig. 3

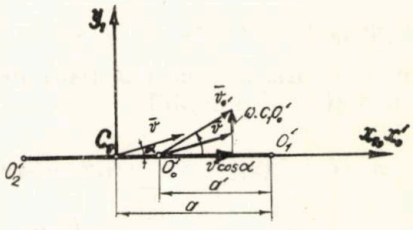


Fig. 4

Ținînd seamă și de construcțiile grafice din figura 4, se deduce:

$$\bar{v}_0 = v\cos\alpha\,\bar{i} + [v\sin\alpha + \omega(a - a')]\,\bar{j} + \dot{\zeta}\bar{k}.$$

Pentru a exprima pe $\bar{v}_0$ prin componentele sale pe axele sistemului mobil se folosește aceeași matrice după metoda arătată mai înainte.

Avînd în vedere că $\bar{r}_c = h_0\bar{k}''$, după efectuarea calculelor și a simplificărilor analoge celor de la $\bar{\omega}_s$ și, în plus, considerînd că în general are loc relația $|\sin\alpha| \gg \dfrac{|\omega(a' - a)|}{v}$, rezultă expresia

$$\bar{v}_c = [v + \dot{\zeta}(\gamma_0 - \gamma) + h_0\dot{\gamma} + \omega\theta h_0\cos\gamma]\bar{i}'' + [v\alpha + \dot{\zeta}\theta\cos\gamma +$$

$$+ v\theta\sin\gamma_0 - h_0\dot{\theta}\cos\gamma_0 - h_0\omega(\gamma_0 - \gamma)]\bar{j}'' + [\dot{\zeta} - v(\gamma_0 - \gamma)]\bar{k}''. \quad (5)$$

3.2. *Relațiile dinamice.*

Ecuațiile de mișcare ale masei suspendate se vor scrie față de axe mobile, care în cazul de față sînt axele sistemului $C_{gs}x_0''y_0''z_0''$. Dacă originea sistemului de axe mobile, solidar legate cu corpul rigid, coincide cu centrul său de greutate, ecuațiile sub forma generală sînt [10]:

$$m_s\left(\frac{\partial\bar{v}_c}{\partial t} + \bar{\omega}_s\times\bar{v}_c\right) = \Sigma\,\bar{F}$$

$$\tau\dot{\bar{\omega}}_s + \omega_s\times(\tau\,\bar{\omega}_s) = \Sigma\bar{M}, \quad (6)$$

în care $\dfrac{\partial\bar{v}_c}{\partial t}$ reprezintă derivata locală a vectorului $\bar{v}_c$ în raport cu sistemul mobil. Forțele și momentele rezultante în relațiile de mai sus includ forțele și momentele de legătură datorite maselor nesuspendate.

Pentru a obține expresia membrului din stînga al primei relații (6) se derivează relația (5) în raport cu timpul și se efectuează produsul $\bar{\omega}_s \times \bar{v}_c$ plecîndu-se de la expresiile date de (3) și (5). Rezultă astfel o expresie complicată, care conține o serie de termeni sub forma de produse ale unor mărimi mici. Neglijînd aceste produse și avînd în vedere că, întrucît $h_0 \ll R$, $v = \omega R$, se poate scrie

$$|\dot{\theta}^2 h_0 \sin\gamma_0 \cos\gamma_0| \ll |v\omega\alpha|, \quad |\dot{\gamma}^2 h_0 \theta \cos\gamma_0| \ll |v\omega\alpha|, \quad |\dot{\gamma}^2 \theta h_0| \ll |v\theta\omega|,$$

rezultă expresia finală a teoremei cantității de mișcare în proiecții pe axele sistemului mobil:

$$m_s [\dot{v} + \ddot{\zeta}(\gamma_0 - \gamma) + h_0\ddot{\gamma} + \dot{\omega}\theta h_0 \cos\gamma_0 - v\dot{\zeta}(\gamma_0 - \gamma) - v\omega\alpha] = F_x,$$

$$m_s [\dot{v}\alpha + v\dot{\alpha} + \ddot{\zeta}\theta \cos\gamma_0 + \dot{v}\theta \sin\gamma_0 - \dot{\theta} h_0 \cos\gamma_0 - h_0\dot{\omega}(\gamma_0 - \gamma) + 2h_0\omega\dot{\gamma} +$$

$$+ v\omega + v\dot{\theta}(\gamma_0 - \gamma) \cos\gamma_0 - v\dot{\gamma}\theta] = F_y, \tag{7}$$

$$m_s [\ddot{\zeta} - \dot{v}(\gamma_0 - \gamma) + v\dot{\theta}\alpha \cos\gamma_0 + \ddot{\zeta}\dot{\theta}\theta \cos^2\gamma_0 - \dot{\theta}^2 h_0 \cos^2\gamma_0 - \dot{\zeta}^2 h_0 -$$

$$- v\omega\theta\cos\gamma_0] = F_z.$$

În expresia teoremei momentului cinetic dată de a doua relație (6), $\tau\dot{\bar{\omega}}_s$ reprezintă derivata locală a vectorului $\tau\bar{\omega}_s$, iar aceasta din urmă înseamnă produsul contractat dintre tensorul τ și vectorul $\bar{\omega}_s$.

Tensorul moment de inerție este un tensor simetric de ordinul al doilea, cu matricea de mai jos

$$\tau = \begin{Vmatrix} I_x, & -I_{xy}, & -I_z \\ -I_{yx}, & I_y, & -I_{yz} \\ -I_{zx}, & -I_{zy}, & I_z \end{Vmatrix}.$$

Produsul contractat $\tau\bar{\omega}_s$ se obține ca produsul matricelor τ și $\bar{\omega}_s$. Datorită simetriei masei suspendate există relațiile

$$I_{xy} = I_{yx} = I_{yz} = I_{zy} = 0. \tag{9}$$

După datele din [4] se găsește că $I_z \simeq I_y$. În [6] se indică pentru raza degirație i_x corespunzătoare lui I_x relația empirică

$$I_x = (0{,}68 - 1{,}11)\ B.$$

După unele verificări efectuate de autor pentru un număr de automobile, se poate admite că

$$B \simeq \sqrt{ab}.$$

Prin urmare se poate scrie

$$i_x = (0{,}68 - 1{,}11)\sqrt{ab}.$$

Dar cum pentru raza de giraţie corespunzătoare lui I_y în literatură se indică $i_y \simeq \sqrt{ab}$, rezultă

$$i_x = (0{,}68 - 1{,}11)\, i_y.$$

Aşadar,

$$\frac{I_x}{I_y} = (0{,}465 \div 1{,}22). \tag{10}$$

În privinţa momentului de inerţie centrifugal există puţine date precise şi mulţi autori îl consideră nul. După datele din [5], se poate considera $I_{xy} \simeq (0{,}01 \div 0{,}125) I_{zz}$.

Plecînd de la relaţiile (3), (8), (9), efectuînd operaţiile indicate de cea de a doua relaţie (6) şi apoi, după grupările necesare de termeni, neglijînd termenii de forma $I_{zx}(\gamma_0 - \gamma)$, $I_{zx}\,\theta^2$. $I_{zx}(\gamma_0 - \gamma)^2$, se obţine forma finală pentru ecuaţiile momentului cinetic :

$$(I_x \cos\gamma_0 + I_{xz} \sin\gamma_0)\ddot{\theta} + [I_x(\gamma_0 - \gamma) - I_{xz}]\dot{\omega} + I_{xz}\,\ddot{\gamma}\,\theta + [I_{xz} - I_{xz}\cos\gamma_0$$

$$- (I_z - I_y)\ \sin\gamma_0]\dot{\theta}\dot{\gamma} + (I_z - I_x - I_y)\ \omega\dot{\gamma} - [I_z\ \cos\gamma_0 + (I_z - I_y)\sin$$

$$\gamma_0]\omega\,\dot{\theta}\,.\,\theta\cos\gamma_0 + [(I_z - I_y)\cos\gamma_0 - I_{zx}(\gamma_0 - \gamma)\cos\beta_0]\omega^2\theta - (I_z - I_y)\dot{\gamma}^2\theta = M_x,$$

$$I_y\ddot{\gamma} + I_y\ \cos\gamma_0\dot{\omega}\theta + [I_y\ \cos\gamma_0 + (I_x - I_y)\cos\gamma_0 + 2I_{xy}\ \sin\gamma_0]\omega\dot{\theta} - [(I_x -$$

$$- I_z)\cos\gamma_0] + 2I_{xz}\ \sin\gamma_0]\,\dot{\theta}\dot{\gamma}\,\theta + [I_{zx}\cos\gamma_0 - (I_x - I_z)\sin\gamma_0\cos\gamma_0 - I_{xz}\times$$

$$\times \sin^2\gamma_0]\dot{\theta}^2 - I_{xz}\ \omega^2 + 2I_{xz}\omega\dot{\gamma}\,\theta - I_{xz}\ \dot{\gamma}^2\theta^2 = M_y,$$

$$-(I_z\ \sin\gamma_0 + I_{zx}\ \cos\gamma_0)\ddot{\theta} + I_z\ \dot{\omega} + [2I_{xz} + (I_y - I_z)\ (\gamma_0 - \gamma)]\omega\dot{\gamma} - I_z\ddot{\gamma}\ \theta$$

$$+ [(I_y - I_x)\ \cos\gamma_0 - I_z - I_{xz}\sin\gamma_0]\,\dot{\theta}\dot{\gamma} + [(I_y - I_x)\cos\gamma_0 - I_{xz}\sin\gamma_0]\ \omega\times$$

$$\times\ \dot{\theta}\theta\ \cos\gamma_0 + [I_{xz} + (I_y - I_z)\ (\gamma_0 - \gamma)]\omega^2\theta\cos\gamma_0 - I_{xz}\,\dot{\gamma}^2\theta = M_z.$$

Pentru scrierea completă a ecuaţiilor de mişcare este necesar să se determine şi componentele tuturor forţelor şi momentelor exterioare care acţionează asupra masei suspendate. Acestea sînt : greutatea masei suspendate, forţele şi momentele datorite interacţiunii caroseriei cu aerul şi forţele şi momentele de legătură datorite maselor nesuspendate.

Forţele şi momentele de legătură sînt indicate în figurile 4 şi 5. De remarcat că momentele de legătură M_1 şi M_2 sînt momentele care se opun ruliului propriu-zis. Întrucît ele se exprimă în funcţie de unghiul

θ măsurat în planul normal la axa de ruliu, este natural ca și aceste momente să fie considerate în același plan.

Pentru a introduce forțele și momentele enumerate în relațiile (7) și, respectiv (11), va trebui să se exprime rezultantele lor prin componentele pe axele sistemului mobil. Deocamdată se face această operație pentru toate forțele și momentele, cu excepția acelora datorite interacțiunii cu aerul.

Urmărind figura 5, se scrie :

$$\overline{F} = (X_{1s} + X_{2s})\,\overline{i} + (Y_{1s} + Y_{2s})\,\overline{j} + (Z_{1s} + Z_{2s} - G_s)\,\overline{k}.$$

Componentele vectorului de mai sus în noul sistem sînt date de componentele vectorului

$$C \left\| \begin{array}{c} X_{1s} + X_{2s} \\ Y_{1s} + Y_{2s} \\ Z_{1s} + Z_{2s} - G_s \end{array} \right\|.$$

După efectuarea calculelor și a unor neglijări de termeni în spiritul celor discutate anterior, se obțin următoarele expresii ale componentelor forțelor :

$$F_x = X_{1s} + X_{2s} - (Y_{1s} + Y_{2s})(2\gamma_0 - \gamma)\theta + (Z_{1s} + Z_{2s} - G_s)(\gamma_0 - \gamma),$$

$$F_y = (X_{1s} + X_{2s})\theta\sin\gamma_0 + Y_{1s} + Y_{2s} + (Z_{1s} + Z_{2s} - G_s)\theta\cos\gamma_0,$$

$$F_z = (Y_{1s} + X_{2s})(\gamma - \gamma_0) - (Y_{1s} + Y_{2k})\theta\cos\gamma_0 + Z_{1s} + Z_{2s} - G_s. \quad (12)$$

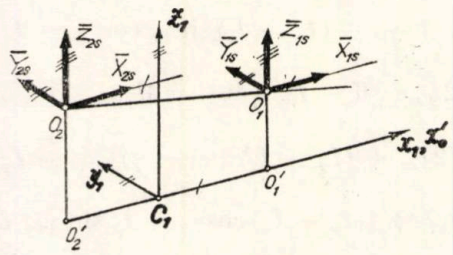


Fig. 5 — (Observație : cu ajutorul liniuțelor înclinate este indicat paralelismul)

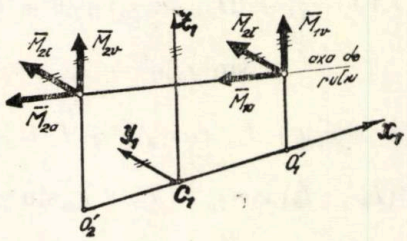


Fig. 6

Pentru momente trebuie ținut seama că în afara momentelor de legătură trebuie calculate momentele tuturor forțelor în raport cu centrul de greutate al masei suspendate.

Momentul rezultant datorit legăturilor se scrie (v. fig. 6) :

$$\overline{M}_M = -(M_{1a} + M_{2a})\cos\gamma\,\overline{i} + (M_{1l} + M_{2l})\overline{j} + [(M_{2a} + M_{2a})\sin\gamma + M_{1v} + M_{2v}]\overline{k}.$$

Componentele lui $\overline{M}_M$ în sistemul mobil se obțin exact după același procedeu indicat mai înainte. Însă rezultatul calculului va fi dat în rezultanta ambelor feluri de momente.

Momentul forțelor în raport cu C_{gs} se scrie

$$\overline{M}_F = \bar{r}_{01} \times \overline{F}_1 + \bar{r}_{02} \times \overline{F}_2,$$

unde $\bar{r}_{01}$; $\bar{r}_{02}$ reprezintă vectorii de poziție ai puntelor O_1 și, respectiv, O_2 în raport cu sistemul mobil;

$\overline{F}_1$, $\overline{F}_2$ — forțele care acționează în punctele O_1 și, respectiv, O_2.

Componentele forțelor $\overline{F}_1$ și $\overline{F}_2$ se deduc imediat din relațiile (12). Este necesar deci să se determine vectorii de poziție de mai sus. Cu notațiile din fig. 1, se scriu relațiile vectoriale

$$\bar{r}_{01} = \overline{C_{gs}O_0} + \overline{O_0O_1},\ \bar{r}_{02} = \overline{C_{gs}O_0} + \overline{O_0O_2},$$

$$\overline{O_0O_1} \simeq a'\bar{i} - a'\sin\gamma\bar{k},\ \overline{O_0O_2} \simeq -b'\bar{i} + b'\sin\gamma\bar{k},\ \overline{C_{gs}O_0} = -h_0\bar{k}''.$$

Efectuînd transformarea în sistemul mobil cu ajutorul matricei C, rezultă

$$\bar{r}_{01} = a'\bar{i}'' + (\sin\gamma_0 - \sin\gamma\cos\gamma_0)a'\bar{j}'' + (-h_0 + a'\gamma_0))\bar{k}'',$$

$$\bar{r}_{02} = -b'\bar{i}'' + \theta(\sin\gamma\cos\gamma_0 - \sin\gamma_0)\ \bar{b}'\bar{j}'' + (-h_0 + b'\gamma_0)\ \bar{k}''.$$

În urma efectuării operațiilor inicate de (13), ținînd seamă de (12) și (14) și apoi, după gruparea termenilor și neglijarea unora dintre ei ce conțin produse de unghiuri mici, precum și prin adunarea componentelor momentului $\overline{M}_M$ în sistemul mobil, rezultă componentele momentului total (fără cele datorite interacțiunii cu aerul)

$$M_x = -(M_{1a} + M_{2a})\cos\gamma_0 + (\gamma_0 - \gamma)(M_{1v} + M_{2v}) - \theta(2\gamma_0 - \gamma) \times$$

$$\times(M_{11} + M_{21}) + h_0\sin\gamma_0(X_{1s} + X_{2s}) + h_0(Y_{1s} + Y_{2s}) + \gamma_0(a'Y_{1s} - b'Y_{2s}) +$$

$$+ \theta\cos\gamma_0 h_0(Z_{1s} + Z_{2s}), \tag{15}$$

$$M_y = \theta(\gamma_0 - \gamma)(M_{1a} + M_{2a}) + \theta(M_{1v} + M_{2v})\cos\gamma_0 + (M_{1l} + M_{2l}) + \gamma(b'$$

$$X_{2s} - a'X_{1s}) - h_0(X_{1s} - X_{2s}) + b'Z_{2s} - a'Z_{1s} + \theta\ (a'Y_{1s} - b'Y_{2s}) -$$

$$-(\gamma_0 - \gamma)h_0\ (Z_{1s} + Z_{2s}),$$

$$M_z = (M_{1a} + M_{2a})\sin\gamma_0 + (M_{1v} + M_{2v}) + \theta\gamma\ (a'X_{1s} - b'\ X_{2s})\cos\gamma_0 +$$

$$a'Y_{1s} - b'Y_{2s} - \theta(M_{1l} - M_{2l})\cos\gamma_0.$$

În afara forţelor şi momentelor care au fost analizate mai sus, asupra părţii suspendate acţionează forţe şi momente datorite interacţiunii dintre automobil şi aer, asupra cărora s-au făcut numeroase cercetări.

La toate încercările experimentale efectuate, caroseria este menţinută în poziţia mersului în linie dreaptă, deci fără ruliu. În cazul modelului adoptat aici, caroseria are o altă poziţie, determinată de unghiurile θ şi $\gamma - \gamma_0$. Prin urmare în sistemul mobil vor exista viteze relative ale aerului pe toate cele trei direcţii ale sale. După cum se ştie, în cazul cînd există viteză relativă şi pe axa $C_{gz}z''$ nu dispunem încă de date experimentale. Însă, date fiind unghiurile mici θ şi $\gamma - \gamma_0$, se poate considera că această viteză este mică în raport cu celelalte, ceea ce permite utilizarea rezultatelor de la încercările existente.

La încercările în tunel aerul insuflat are o mişcare de translaţie, pe cînd la deplasarea în curbă unghiul de insuflare este variabil. Avînd în vedere faptul că razele de virare sînt mari în raport cu dimensiunile caroseriei, variaţia unghiurilor de mai sus este mică. De aceea se alege drept unghi de insuflare în calcul cel care corespunde centrului de greutate (în lipsa ruliului). Dacă se ţine seamă că unghiul de ruliu este mic, se poate considera în calcule unghiul de insuflare corespunzător punctului C_1.

În cele ce urmează, pentru a nu complica prea mult formulele, forţele şi momentele aerodinamice vor fi scrise sub forma generală $\overline{R}_a$ şi $\overline{M}_a$, cu componentele corespunzătoare.

4. Ecuaţiile de mişcare ale maselor nesuspendate.

4.1. *Ecuaţiile de mişcare ale punţii din faţă.*

Deşi roţile de direcţie se virează, avînd în vedere că ele se deplasează aproximativ simetric faţă de axa punţii din faţă în stare de repaus, se admite că proiecţia centrului de greutate al masei nesuspendate din faţă

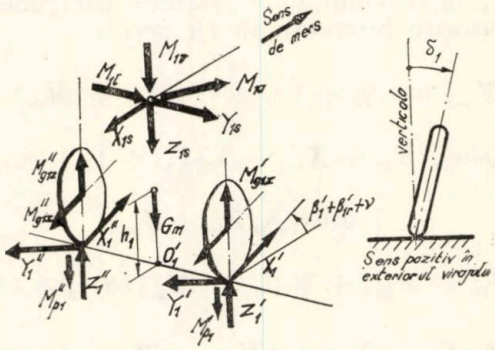


Fig. 7

pe cale este punctul O'_1. De asemenea, se presupune că înălţimea sa h_1 faţă de cale este constantă.

Forţele şi momentele care acţionează asupra punţii din faţă sînt indicate în figura 7. Forţele din interacţiunea cu aerul se neglijează De fapt, ele sînt luate în consideraţie numai prin efectele asupra caroseriei.

Se consideră mișcarea punții ca fiind plan-paralelă. Deci nu se examinează mișcarea ei pe verticală, pneurile fiind considerate rigide pe această direcție.

Teorema impulsului se scrie

$$m_{n1}\left(\frac{\partial \overline{v}_1}{\partial t} + \overline{\omega} \times \overline{v}_1\right) = \overline{F}_1. \tag{16}$$

În acest caz sistemul mobil are originea în centrul de greutate al masei nesuspendate și axele paralele cu ale sistemului $c_1x_1y_1z_1$.

Cu notațiile din figura 2 se poate scrie

$$\overline{v}_1 = v\cos\alpha\,\overline{i} + (v\sin\alpha + a\omega)\overline{j}. \tag{17}$$

Ținînd seama de (17), relația (16) devine

$$m_{n1}\{[\dot{v}\cos\alpha - v\sin\alpha\,.\,\dot{\alpha} - (v\sin\alpha + a\omega)\omega]\overline{i} + (a\dot{\omega} + \dot{v}\sin\alpha + v\cos\alpha\dot{\alpha} + \omega v\cos\alpha)\,\overline{i}\} = \overline{F}_1.$$

Admițînd că unghiurile de deviere nu ating valori mari, ceea ce este acceptabil pentru condițiile obișnuite de circulație, și că unghiul de virare nu depășește valorile de10—12°, prin operația cunoscută de înlocuire a funcțiilor trigonometrice, formula precedentă se simplifică. Înlocuind și componentele forțelor cu cele din figura 7, rezultă

$$m_{n1}(\dot{v} - v\alpha\,.\,\dot{\alpha} - \omega v\alpha - a\omega^2) = X_1' + X_2' - Y_1'(\beta_1' + \beta_{1r}' + \nu) - Y_2''(\beta_1'' + \beta_{1r}'' - \nu) - X_{1s} \tag{18}$$

$$m_{n1}(\dot{v}\alpha + v\dot{\alpha} + a\dot{\omega} + \omega v) = Y_1' + Y_2' + X_1'(\beta_1' + \beta_{2r}' + \nu) + X_1''(\beta_1'' + \beta_{1r}'' - \nu) - \Upsilon_1.$$

La aceste două ecuații se mai adaugă ecuația pe verticală

$$Z_1 = G_{1n} + Z_{1s}. \tag{15}$$

Pentru ecuațiile de momente este mai avantajos să se aplice principiul lui d'Alembert, întrucît, pe de o parte se obțin direct expresiile momentelor de legătură (se iau momentele în raport cu axele ce trec prin O_1'), iar pe de altă parte se consideră dintr-o dată și momentele datorite accelerării roților, precum și momentele giroscopice.

Se face presupunerea că axele sistemului mobil legat cu masa nesuspendată sînt și axe principale de inerție. Deci singurul moment de inerție este cel pe direcția axei verticale. Mai intervin și momentele giroscopice,

provocate de două mişcări de precesie : una de rotaţie în jurul unei axe verticale (se face o aproximare) şi alta datorită variaţiei unghiului de cădere al roţii. Momentele giroscopice M'_{g1z}, M''_{g1z}, M'_{g1x} şi M''_{g1x} sînt indicate pe figura 7.

Cu aceste precizări, ecuaţiile de momente se scriu :

$$M_{1a}\cos\gamma = m_{n1}(\dot{v}\alpha + v\dot{\alpha} + a\dot{\omega} + a\omega)(\zeta_1 - h_1) - [Y'_1 + Y''_1 + X'_1(\beta'_1 +$$

$$+ \beta'_{1r} + \nu) + X''_1(\beta''_1 + \beta''_{1r} - \nu)]\zeta_1 + (Z'_1 - Z''_1)\frac{B_1}{2} + I_r(\omega + \dot{\beta}'_1 + \dot{\beta}'_{1r})\omega'_{r1} +$$

$$+ I_r(\omega + \dot{\beta}''_1 + \dot{\beta}''_{r1})\omega''_{r1}$$

$$M_{1v} = -I_{n1}\dot{\omega} + (X'_1 - X''_1)\frac{B_1}{2} - Y'_1(\beta'_1 + \beta'_{1r} + \nu)\frac{B_1}{2} + Y''_1(\beta'_1 + \beta'_{1r} -$$

$$- \nu)\frac{B_1}{2} - (M'_{p1} + M''_{p1}) - M_{1a}\sin\gamma + I_r(\dot{\delta}'_1\omega'_{r1} + \dot{\delta}''_1\omega'_{r1}) - (Y'_1 + Y''_1)n -$$

$$- 2I_d(\ddot{\beta} + \ddot{\beta}_r),$$

$$M_{1l} = m_{n1}(\dot{v} - v\alpha\dot{\alpha} - \omega v\alpha - a\omega^2)(\zeta_1 - h_1) - [-Y'_1(\beta'_1 + \beta'_{1r} + \nu)] -$$

$$- Y''_1(\beta''_1 + \beta''_{1r} - \nu) + X'_1 + X''_1]\zeta_1 - I_r(\dot{\omega}'_{r1} + \dot{\omega}''_{r1}) - (M'_{ru1} + M'_{ru2}).$$

4.2. *Ecuaţiile de mişcare ale punţii din spate*

Pentru puntea din spate se fac aceleaşi ipoteze ca şi pentru puntea din faţă. Forţele şi momentele sînt arătate în figura 8. Pentru deducerea

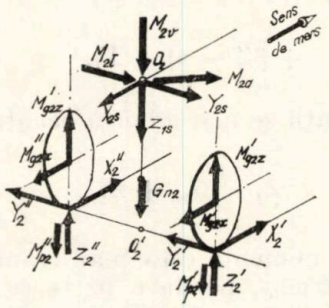


Fig. 8

ecuaţiilor se procedează întocmai ca la puntea din faţă. Ecuaţiile de mişcare se obţin diret din (18), (19), şi (20) prin înlocuirea lui a cu $-b$ şi prin înlocuirea indicelui 1 cu indicele 2. De asemenea, întrucît roţile din spate nu sînt directrice, se pune $\beta'_2 = \beta''_2 = 0$ şi $\nu = 0$.

5. Ecuațiile de mișcare ale ansamblului format din masa suspendată și masele nesuspendate.

Pentru a scrie ecuațiile de mișcare ale acestui ansamblu se vor folosi ecuațiile (7), (11), (12), (15), (18), (19), (20) și analogele ecuațiilor (18), (19), (20), pentru puntea din spate. Din acestea se elimină F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z și forțele de legătură. Dintre forțele de legătură se observă că unele din ele pot fi scrise direct în funcție de parametrii geometrici și mecanici. Astfel, M_{1a} și M_{2a} sînt dependente de θ și $\dot{\theta}$, iar Z_{1s}, Z_{2s} sînt dependente de ζ_1, $\dot{\zeta}_1$ și, respectiv, ζ_2, $\dot{\zeta}_2$. De aceea M_{1a} și M_{2a} nu se vor elimina, iar relațiile care dau pe Z_{1s} și Z_{2s} vor fi utile în rezolvarea problemei, întrucît altfel ea ar fi nedeterminată, așa cum se va arăta mai departe.

În ecuațiile (15) se observă că intră $X_{1s} + X_{2s}$, $Y_{1s} + Y_{2s}$ și $Z_{1s} + Z_{2s}$. Evident că pentru eliminarea lor pot fi folosite relațiile (18), (19) și analogele lor pentru puntea din spate. Însă, mărimile respective ar fi dependente de $X_1 + X_2$, $Y_1 + Y_2$, care la rîndul lor sînt incluse în ecuațiile forțelor. Pentru a elimina aceste forțe direct din ecuațiile de momente, $X_{1s} + X_{2s}$, $Y_{1s} + Y_{2s}$ și $X_{1s} + Z_{2s}$ se vor determina din sistemul (12) în funcție de F_x, F_y și F_z, care sînt date de relațiile (7). Expresiile obținute vor fi introduse în (15). Pentru restul momentelor se vor utiliza ecuațiile de echilibru pentru masele nesuspendate. Pentru a obține ecuațiile de echilibru ale forțelor, se elimină forțele de legătură și F_x, F_y, F_z între relațiile (7), (12), (18), (19) și analogele relațiilor (18), (19) pentru puntea din spate. De asemenea, este necesar să se adauge și rezistențele și momentele datorită interacțiunii automobilului cu aerul ținîndu-se seama de observațiile care s-au făcut anterior.

Din rezolvarea sistemului(12), în care se introduc și forțele datorite interacțiunii cu aerul, rezultă expresiile lui $X_{1s} + X_{2s}$, $Y_{1s} + Y_{2s}$ și $Z_{1s} + Z_{2s} - G_s$. Cu expresiile astfel obținute se procedează cum s-a arătat.

Obținerea expresiilor finale pentru ecuațiile din forțe și momente nu ridică dificultăți în eliminarea propriu-zisă a mărimilor indicate mai sus. Calculele sînt însă foarte numeroase și pentru simplificarea expresiilor respective o serie de termeni au fost neglijați, urmînd regulile care au fost deja folosite. În cele ce urmează se dau direct expresiile acestor ecuații.

Ecuațiile de momente se scriu :

$$a_{11}\ddot{\theta} + a_{12}\dot{\omega} + a_{13}\ddot{\gamma} + a_{14}\dot{\theta}\dot{\gamma} + a_{15}\omega\dot{\gamma} + a_{16}\theta\dot{\theta}\omega + a_{17}\omega^2\theta +$$

$$+ a_{18}\theta\dot{\gamma}^2 + a_{19}\dot{v} + a_{110}\dot{v}\alpha + a_{111}v\dot{\gamma} + a_{112}v\omega + a_{113}v\dot{\alpha} + a_{114}\theta\ddot{\zeta} +$$

$$+ a_{116}(\ddot{\beta} + \ddot{\beta}_r)(\gamma_0 - \gamma) + a_{115}\theta = -(M_{1a} + M_{2a})\cos\gamma_0 + (\gamma_0 - \gamma)\times$$

$$\times\left[(X_2' - X_2'')\frac{B_2}{2} - M_p + (Y_1' - Y_1'')\frac{B_1}{2}\beta - n(Y_1' + Y_1'') +\right.$$

$$\left. + (Y_1'\beta_{1r}' - Y_1''\beta_{1r}'')\frac{B_1}{2} + \nu Y_1\frac{B_1}{2} + (X_1' - X_1'')\frac{B_1}{2}\right] +$$

$$+\gamma_0 a' X_1 \beta + a' (X_1'' - X_1') \nu \gamma_0 + a' (X_1' \beta_{1r}' + X_1'' \beta_{1r}'') \gamma_0 +$$

$$+ (a' Y_1 - b' Y_2) \gamma_0 + (2\gamma_0 - \gamma) \Big[\theta (X_1 \zeta_1 + + X_2 \zeta_2) -$$

$$- Y_1 \zeta_1 \beta \theta - (Y_1' \beta_{1r}' + Y_1'' \beta_{1r}'') \zeta_1 \theta - (Y_1'' - Y_1') \zeta_1 \theta \nu +$$

$$+ \frac{I_r}{r} (\dot{v}_1' + \dot{v}_1'' + \dot{v}_2' + \dot{v}_2'') \theta + fGr\, \theta \Big] + (\gamma_0 - \gamma) \frac{I_r}{r} (\dot{\delta}_2' v_2' + \dot{\delta}_1'' v_2'' +$$

$$+ \dot{\delta}_1' v_1' + \dot{\delta}_1'' v_1'') + M_{ax} - h_0 \sin \gamma_0 R_{ax} - h_0 R_{ay} - (\gamma - \gamma_0) \sin \gamma_0 R_{az}.$$

$$a_{21} \ddot{\gamma} + a_{22} \dot{\omega} \theta + a_{23} \omega \dot{\theta} + a_{24} \theta \dot{\theta} \gamma + a_{25} \dot{\theta}^2 + a_{26} \omega^2 + a_{27} \theta \omega \dot{\gamma} -$$

$$- a_{28} \theta^2 \dot{\gamma}^2 + a_{29} \dot{v} + a_{210} v \alpha \dot{\alpha} + a_{211} v \omega \alpha + a_{212} v \omega \theta + a_{213} v \dot{\alpha} \theta + a_{214} v \dot{\theta} +$$

$$+ a_{219} \theta + a_{215} v \dot{\gamma} + a_{216} \theta \ddot{\theta} + a_{217} \ddot{\gamma} + a_{218} \ddot{\zeta} \ddot{\beta} = - (M_{1a} +$$

$$+ M_{2a}) \theta \sin \gamma \cos \gamma_0 - (Y_1' + Y_1'') n \theta \cos \gamma_0 + \theta \times$$

$$\times \Big[(X_2' - X_2'') \frac{B_2}{2} \cos \gamma_0 - M_p \cos \gamma_0 + (Y_1'' - Y_1') \frac{B_1}{2} \theta \beta +$$

$$+ Y_1 \frac{B_1 \nu}{2} \cos \gamma_0 + (Y_1' \beta_{1r}' - Y_1'' \beta_{1r}'') \frac{B_1}{2} \cos \gamma_0 + (X_1' - X_1'') \frac{B_1}{2} \cos \gamma_0 \Big] +$$

$$+ \gamma (b' X_2 - a' X_1) + a' Y_1 \beta \gamma - a' (Y_1'' - Y_1') \nu \gamma + \qquad (21)$$

$$+ \theta (a' Y_1 - b' Y_2) + a' X_1 \beta \theta + a' (X_1'' - X_1') \theta \nu + a' (X_1' \beta_{1r}' +$$

$$+ X_1'' \beta_{1r}'') \theta - (X_1 \zeta_1 + X_2 \zeta_2) + Y_1 \zeta_1 \beta + (Y_1' \beta_{1r}' + Y_1'' \beta_{1r}') \zeta_1 +$$

$$+ (Y_1'' - Y_1') \zeta_1 \nu - h_0 G_s (\gamma_0 - \gamma) + b' (Z_2 - G_{n2}) - a' (Z_1 - G_{n2}) +$$

$$+ \frac{I_r}{r} (\dot{\delta}_2' v_2' + \dot{\delta}_2'' v_2'' + \dot{\delta}_1' v_1' + \dot{\delta}_1'' v_1'') \theta \cos \gamma_0 - \frac{I_r}{r} \times$$

$$\times (\dot{v}_1' + \dot{v}_1'' + \dot{v}_2' + \dot{v}_2'') + M_{ay} + h_0 [R_{ax} + \gamma_0 \theta R_{ax} + 2 (\gamma_0 -$$

$$- \gamma) R_{az}] - fGr.$$

$$a_{31} \dot{\omega} + a_{32} \ddot{\theta} + a_{33} \omega \dot{\gamma} + a_{34} \ddot{\gamma} \theta + a_{35} \dot{\theta} \dot{\gamma} + a_{36} \omega \dot{\theta} \theta + a_{37} \omega^2 \theta +$$

$$a_{38} \theta \gamma^2 + a_{315} (\ddot{\beta} + \ddot{\beta}_r) + a_{39} \omega^2 \theta \gamma + a_{310} \dot{v} \theta + a_{311} \dot{v} \alpha + a_{312} v \dot{\alpha} +$$

$$+ a_{313} v \omega + a_{314} v \dot{\alpha} \theta \alpha = (M_{1a} + M_{2a})(\sin \gamma_0 - \sin \gamma) + (X_2' -$$

$$- X_2'') \frac{B_2}{2} - M_p + (Y_1'' - Y_1'') \frac{B_1}{2} \beta + (Y_1' \beta_{1r}' - Y_1'' \beta_{1r}'') \frac{B_1}{2} +$$

$$+ Y_1 \frac{B_1}{2} \nu + (X_1' - X_1'') \frac{B_1}{2} - (a_1' - b' X_2) \theta \gamma - a' Y_1 \beta \theta \gamma +$$

$$a' (Y_1'' - Y_1') \nu \theta \gamma - a' (Y_1' \beta_{1r}' + Y_1'' \beta_{1r}'') \theta \gamma + a' (X_1'' - X_1') \nu +$$

$$+ a' (X_1' \beta_{1r}' + X_1'' \beta_{1r}'') + a' Y_1 - b' Y_2 + a' X_1 \beta + (X_1 \zeta_1 +$$

$$+ X_2 \zeta_2) \theta - Y_1 \zeta_1 \beta \theta - (Y_1' \beta_{1r}' + Y_1'' \beta_{1r}'') \zeta_1 \theta - (Y_1'' - Y_1') \zeta_1 \nu \theta +$$

$$+ \frac{I_r}{r} (\dot{\delta}_2' v_2' + \dot{\delta}_2'' v_2'' + \dot{\delta}_1' v_1' + \dot{\delta}_1'' v_1'') - \frac{I_r}{r} (\dot{v}_1' + \dot{v}_1'' + \dot{v}_2' +$$

$$+ \dot{v}_2'') \theta \cos \gamma_0 + (Y_1' + Y_{1r}'') n - f G r \cos \gamma_0 + M_{az}.$$

În ecuațiile de momente (21), coeficienții a_{ij} ($i, j = 1, 2, \ldots, 18$) sînt determinați de următoarele expresii :

$$a_{11} = I_x \cos \gamma_0 + I_{xz} \sin \gamma_0 + m_s h_0^2 \cos \gamma_0, \quad a_{12} = (\gamma_0 - \gamma)(I_x + I_{n1} +$$

$$+ I_{n2} + m_s h_0^2) - I_{xz} + \gamma_0 (aa' m_{n1} + bb' m_{n2}), \quad a_{13} = I_{xz} \theta + h_0^2 m_s \sin \gamma_0,$$

$$a_{14} = I_{xz} - I_{xz} \cos \gamma_0 - (I_z - I_y) \sin \gamma_0, \quad a_{15} = I_z - I_y - I_x,$$

$$a_{16} = I_{zx} \cos \gamma_0 + (I_z - I_x) \sin \gamma_0, \quad a_{17} = (I_x - I_y) \cos \gamma_0 - I_{xz} (\gamma_0 -$$

$$- \gamma) \cos \gamma_0, \quad a_{18} = I_y - I_z, \quad a_{19} = - m_s h_0 \sin \gamma_0,$$

$$a_{110} = - [h_0 m_s + \gamma_0 (b' m_{n2} - a' m_{n1})],$$

$$a_{111} = m_s h_0 (\gamma_0 - \gamma) \sin \gamma_0, \quad a_{112} = - [h_0 m_s +$$

$$+ \gamma_0 (b' m_{n2} - a' m_{n1})],$$

$$a_{113} = - [h_0 m_s + \gamma_0 (b' m_{n2} - a' m_{n1})], \quad a_{114} = - m_s h_0 \cos \gamma_0,$$

$$a_{115} = - h_0 G_s \cos \gamma_0, \quad a_{116} = 2 I_d.$$

$$a_{21} = I_y, \quad a_{22} = I_y \cos \gamma_0 + (I_{n1} + I_{n2}) \cos \gamma_0 + h_0^2 m_s \cos \gamma_0 +$$

$$+ (aa' m_{n1} + bb' m_{n2}), \quad a_{23} = I_y \sin \gamma_0 + (I_x - I_z) \cos \gamma_0 +$$

$$+ 2I_{xz}\sin\gamma_0 + 2m_s h_0^2\cos\gamma_0,\quad a_{24} = -(I_x - I_z)\cos\gamma_0 + 2\dot{I}_{xz}\sin\gamma_0,$$

$$a_{25} = I_{zx}\cos\gamma_0 - (I_x - I_z)\sin\gamma_0\cos\gamma_0 - h_0^2 m_s(\gamma_0 - \gamma)\cos^2\gamma_0,$$

$$a_{26} = -I_{xz} - m_{n2}\,b(\zeta_2 - h_2) - m_{n1}\,a(\zeta_1 - h_1) - (aa'\,m_{n1} +$$

$$+ bb'\,m_{n2})\gamma,\quad a_{27} = 2I_{xz},\quad a_{28} = -I_{xz},\quad a_{29} = h_0 m_s + \qquad (21')$$

$$+ (a'\,m_{n1} - b'\,m_{n2}) - m_{n1}(\zeta_1 - h_1) - m_{n2}(\zeta_2 - h_2),\ a_{210} = m_{n1}(\zeta_1 - h_1) +$$

$$+ m_{n2}(\zeta - h_2),\ a_{211} = -h_0 m_s,\ a_{212} = a'\,m_{n1} - b'm_{n1},\ a_{213} = a'\,m_{n1} -$$

$$- b'\,m_{n2} + h_0 m_s(2\gamma_0 - \gamma),\quad a_{214} = h_0 m_s(\gamma - \gamma_0)\cos\gamma_0,$$

$$a_{215} = m_s h_0\,(\gamma - \gamma_0),\quad a_{216} = h_0^2 m_s(\gamma_0 - \gamma)\cos\gamma_0,\quad a_{217} = m_s h_0^2,$$

$$a_{218} = m_s h_0(\gamma_0 - \gamma),\quad a_{219} = 2I_d\cos\gamma.$$

$$a_{31} = I_z + I_{n1} + I_{n2} + aa'\,m_{n1} + bb'\,m_{n2},\quad a_{32} = -(I_{zx}\cos\gamma_0 +$$

$$+ I_z\sin\gamma_0),\quad a_{33} = 2I_{xz} + (I_y - I_z)(\gamma_0 - \gamma),\quad a_{34} = -I_z,$$

$$a_{35} = (I_y - I_x)\cos\gamma_0 - I_z - I_{xz}\ \sin\gamma_0,\quad a_{36} = (I_y - I_x)\cos\gamma_0 -$$

$$- I_{xz}\sin\gamma_0\cos\gamma_0,\quad a_{37} = I_{xz}\cos\gamma_0 + m_{n2}\,b(\zeta_2 - h_2) +$$

$$+ m_{n1}\,a(\zeta_1 - h_1) + (I_y - I_z)(\gamma_0 - \gamma)\cos\gamma_0,\quad a_{38} = -I_{xz},$$

$$a_{39} = -(aa'\,m_{n1} + bb'\,m_{n2}),\quad a_{310} = m_{n1}(\zeta_1 - h_1) + m_{n2}(\zeta_2 - h_2),$$

$$a_{311} = a'\,m_{n1} - b'\,m_{n2},\quad a_{312} = a'\,m_{n1} - b'\,m_{n2},\quad a_{313} = a'\,m_{n1} - b'\,m_{n2},$$

$$a_{314} = -m_{n1}(\zeta_1 - h_1) - m_{n2}(\zeta_2 - h_2),\quad a_{315} = 2I_d.$$

Ecuațiile pentru forțe în proiecții pe cele trei direcții, scrise în ordinea normală a succesiunii axelor sînt:

$$m\dot{v} - mv\omega_\alpha - m_n v_\alpha\dot{\alpha} - (am_{n1} - bm_{n2})\omega^2 + m_s h_0\dot{\omega}\theta\cos\gamma_0 +$$

$$+ m_s[\ddot{\zeta}(\gamma_0 - \gamma) - v\dot{\zeta}(\gamma_0 - \gamma) + h_0\ddot{\gamma}] = X_1' + X_1'' + X_2 - Y_1' \times$$

$$\times(\beta_1' + \beta_{1r}' + \nu) - Y_1''(\beta_1'' + \beta_{1r}'' - \nu) - (Y_1 + Y_2)(2\gamma_0 - \gamma)\theta + R_{ax},$$

$$m\dot{v}_\alpha + mv\dot{\alpha} + mv\omega + m\dot{v}\,\theta\sin\gamma_0 - m_s\ddot{\theta}\,h_0\cos\gamma_0 + (bm_{n1} -$$

$$- am_{n2})\omega^2\theta\sin\gamma + (am_{n1} - bm_{n2})\dot{\omega} + m_s[\,\ddot{\zeta}\,\theta\cos\gamma_0 - h_0\dot{\omega}(\gamma_0 -$$

$$-\gamma) + 2h_0\,\omega\dot{\gamma} + v\dot{\theta}\,(\gamma_0 - \gamma)\cos\gamma_0 - 2\,\dot{\gamma}\,\theta] = Y_1' + Y_1'' +$$

$$+ X_1'(\beta_1' + \beta_{1r}' + \nu) + X_1''(\beta_1'' + \beta_{1r}'' - \nu) + (X_1 + X_2)\,\theta\sin\gamma_0 + \quad (22)$$

$$+ Y_2 + (Z_1 + Z_2 - G)\,\theta\cos\gamma_0 + R_{av},$$

$$-mv\omega\,\theta\cos\gamma_0 + m_s v\dot{\vartheta}\,\alpha\cos\gamma_0 - m_s\dot{\theta}^2 h_0\sin\gamma_0 + m_n\dot{v}\,(\gamma - \gamma_0) -$$

$$- m_n v\,\dot{\alpha}\,\theta\cos\gamma_0 - (am_{n1}^2 - bm_{n2}^2)\,\omega^2(\gamma - \gamma_0) + (bm_{n2} -$$

$$- am_{n1})\,\dot{\omega}\theta\cos\gamma_0 + m_s[\ddot{\zeta} - \dot{v}\,(\gamma_0 - \gamma) + \zeta\,\dot{\theta}\theta\cos^2\gamma_0 - \ddot{\zeta}\,h_0] =$$

$$= (X_1 - X_2)(\gamma_0 - \gamma) - (Y_1' + Y_1'' + Y_2)\,\theta\cos\gamma_0 + Z_1 + Z_2 - G + R_a.$$

6. Privire de ansamblu asupra ecuațiilor de mișcare

În ecuațiile scrise la punctul precedent intră o serie de variabile. Unele din ele sînt considerate ca fiind cunoscute, iar celelalte urmează să fie determinate tocmai cu ajutorul ecuațiilor diferențiale ale mișcării.

Se observă că în ecuațiile respective intră atît momente, cît și forțe care se pot exprima direct în funcție de alți parametri cinematici sau de alte forțe și momente. Astfel sînt forțele laterale dintre roți și cale. După cum se știe, există dependența cu caracter general:

$$\begin{aligned} Y_i' &= Y_i'(\alpha_i', X_i', Z_i') \\ Y_i'' &= Y_i''(\alpha_i'', X_i'', Z_i'') \end{aligned} \qquad (i = 1,2) \qquad (23)$$

Unghiurile de deviere se pot exprima în funcție de v și utilizînd formulele cunoscute in literatură. Adesea, pentru aceste unghiuri, se folosesc formule simplificate. În [9] se face o analiză detailată a erorilor care se produc prin utilizarea acestor formule.

În privința reacțiunilor tangențiale, ele se pot exprima diferit în funcție de faptul dacă roțile respective sînt motoare, nemotoare sau frînate. Cînd roțile sînt nemotoare, reacțiunile tangențiale se exprimă în funcție de coeficientul de rezitență la rulare, sarcina pe roată și accelerația unghiulară a acesteia, care depind de $\dot{v}$. Cînd roțile sînt motoare, este necesară o ecuație care să facă legătura dintre momentele la roată și momentul motor. Pentru aceasta este necesară cunoașterea unghiului de deschidere a clapetei de accelerație, caracteristicile motorului și ale transmisiei. În final deci, aceste reacțiuni vor fi niște funcții de v, $\dot{v}$, f și sarcina pe roată. În cazul frînării trebuie să se cunoască forța de apăsare pe pedala de frînă și caracteristicile sistemului de frînare.

Pentru momentele stabilizatoare datorite pneurilor se procedează ca și pentru forțele laterale.

Forțele și momentele interacțiunii cu aerul se exprimă în funcție de viteză și unghiul de deviere.

Momentele M_{1a} și M_{2a} sînt dependente de θ și $\dot{\theta}$, funcțiile de dependență fiind cunoscute. De asemenea, Z_{1_s} și Z_{2_s} se exprimă direct în funcție de ζ_1, ζ_1 și, respectiv, ζ_2, $\dot{\zeta}_2$. În fine, $\dot{\zeta}_1$ și $\dot{\zeta}_2$ sînt funcții de ζ și γ; aceste funcții se pot stabili ușor examinînd figura 3.

În cazul general trebuie să se țină seama de elasticitatea mecanismului de direcție, astfel încît mai sînt necesare două ecuații de mișcare a acestui mecanism în care intervin M_v, β_v și β. În condiții foarte generale ecuațiile mecanismului de direcție sînt deduse și analizate în [9].

Prin urmare, variabilele de bază sînt:

α, β, β_v, γ, θ, ω, ζ, φ_c sau F_p, v, Z_1', Z_1'', Z_2', Z_2'', M_v, unde cu φ s-a notat unghiul de deschidere a clapetei de accelerației, iar cu F_p forța de apăsare pe pedala de frînă. S-a avut în vedere că acolo unde apar Z_1, Z_2 ele se înlocuiesc cu $Z_1' + Z_1''$ și, respectiv, $Z_1' + Z_2''$.

Deci numărul total al variabilelor este 14. Pentru ca problema să poată fi soluționată este necesar ca numărul ecuațiilor diferențiale să fie tot de 14 (natural, nici o ecuație nu trebuie să fie consecința alteia).

Ecuațiile de mișcare sînt date de: (21), (22), (19), prima ecuație din (20), analoga ecuației (19) pentru puntea din spate, analoga primei ecuații din (20) pentru puntea din spate și ecuațiilor de mișcare ale mecanismului de direcție. Numărul ecuațiilor de mișcare va fi: $3 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 = 12$.

Întrucît numărul variabilelor este de 14, iar numărul ecuațiilor prin considerarea și acelora care înlătură nedeterminările ce apar în modelul matematic ales este de 12, înseamnă că două din aceste variabile trebuie cunoscute ca funcții de timp. O altă posibilitate de a putea soluționa problema ar fi aceea de a mai folosi încă două ecuații, care să exprime anumite condiții impuse mișcării.

Din punct de vedere principial, alegerea celor două variabile ca mărimi date este arbitrară. Însă, din punct de vedere practic, variabilele de mai sus sînt cele de comandă, adică φ_c sau F_p și β_v. Cînd se studiază comportarea la „free control", variabilele cunoscute vor fi φ_c sau F_p și M_v. Se poate pune și problema inversă. Să se găsească φ_c și β_v astfel încît un punct al automobilului să descrie o curbă dată după un anumit regim de mișcare. Aceste două condiții furnizează astfel încă două relații și problema este în principiu solubilă.

În lucrările în care sînt scrise toate ecuațiile de mișcare modelul este simplificat față de cel adoptat în lucrarea de față.

Dacă în ecuațiile de mișcare obținute mai sus se anulează $\dot{v}$, $\dot{\xi}$, $\dot{\zeta}$ atunci se obțin ecuațiile pentru modelul folosit în [5], iar dacă se anulează și m_{n1}, m_{n2}, I_{n1}, I_{n2}, atunci rezultă ecuațiile modelului din [1, 8]. În fine, dacă se mai anulează și γ_0 atunci rezultă ecuațiile modelului din [7]. O comparație între ecuațiile astfel obținute și cele din lucrările respective scoate la iveală faptul că în primele apar termeni suplimentari atît în membrii din stînga, cît și în membrii din dreapta. Explicația constă în aceea că în lucrarea de față deducerea ecuațiilor s-a făcut după o metodă foarte generală și numai după scriere relațiilor respective, în diferite etape s-a procedat la neglijări. Așa cum rezultă din desfășurarea calculelor, neglijările au putut fi făcute nu numai în ipoteza unghiurilor mici, așa cum se menționează în lucrările amintite, ci și în alte ipoteze, cum ar fi mărimea relativă a momentelor de inerție, a diferitelor lungimi și viteze. De asemenea,

s-au scris în mod riguros și proiecțiile forțelor și momentelor, ceea ce face ca și în membrul al doilea să apară termeni suplimentari. În general, pentru termenii reținuți nu se pot face aprecieri anticipative. Întrucît unii din acești termeni introduc neliniarități, într-o primă fază a calculelor ei pot fi neglijați, iar soluțiile respective pot fi considerate ca primă aproximație. Ulterior soluția poate fi îmbunătățită utilizînd tehnicile furnizate de analiză numerică.

Catedra de autovehicule rutiere
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Bundorf, R.T., Pollock, E.D., Hardin, M.C.*, Vehicle Handling Response to Aerodynamic Inputs, în SAE — Transactions — 1964, pp. 7—23.
2. *Ciudakov, E.A.*, Teoriia avtomobilea, Mașghiz, Moskva, 1950.
3. *Milliken, F.W.Jr., Wilcombe, W.D.*, General Introduction to a Programme of Dynamic Research, în Proceedings of Automobile Divizion, The Intitution of Mechanical Engineers nr. 7, 1956—17, pp. 286—309.
4. *Mitschke, M.* Fahrtrichtungshaltung und Fahrstabilität von vierrädrigen Kraftfahrzeugen, în Deutsche Kraftfahrtforschung und Strassenverkehrstechnik, Heft 135, 1960, 28 pp.
5. *Mitschke, M.*, Kurshaltung und Lenkkorrekturen am Kraftahrzeug, în 10th International Automobile Technical Congress-Proceedings, 1964, Tokyo, SAE of Japan, Inc., pp. 173—187
6. *Rolenberg, R.V.*, Podveska avtomobilea i ego kolebaniia, Mașghiz, Moskva, 1960.
7. *Segel, L.*, Theoretical Prediction and Experimental Substantion of the Response of the Automobil to Steering Control, în Proceedings of the Automobile Division, The Institutional of Mechanical Engineers, nr. 7, 1956—57, pp. 310—330.
8. *Segel, L.*, On the Lateral Stability and Control of the Automobile as influenced by the Dynamic of the Steering System, în Pape. Amer. Soc. Mech. Engrs., Nr. WA/MD—2, 1965.
9. *Sloicescu, A.P.*, Contribuții la studiul influenței reacțiunilor tangențiale la roți asupra stabilității și maniabilității automobilului, Teză de doctorat, Institutul politehnic București, 1970.
10. *Vâlcovici, V., Bălan, St., Voinea, R.*, Mcanică teoretică, Editura Tehnică, București, 1963.

ANEXA

Determinarea matricei C a transformării la trecerea de la sistemul $O_0'x_0'y_0'z_0'$ *la sistemul* C_{gs} $x_0''y_0''z_0''$.

În prealabil, pentru a evita demonstrații geometrice și trigonometrice complicate, se deduce o expresie simplă în cazul cînd un versor se rotește în raport cu alt versor.

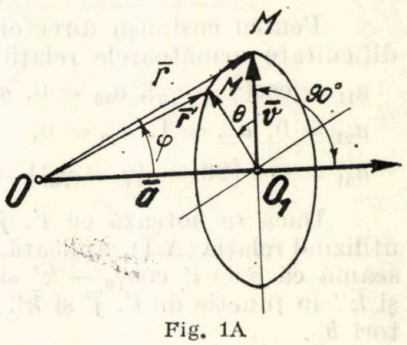


Fig. 1A

Urmărind fig. 1A, în care cu φ s-a notat unghiul constant dintre cei doi versori $\bar{r}$ și $\bar{a}$, iar cu θ s-a notat unghiul cu care se rotește $\bar{r}$ în jurul lui $\bar{a}$, se pot scrie relațiile

$$\bar{a}\cos\varphi + \bar{v} = \bar{r}$$
$$\bar{a}\cos\varphi + \bar{v}' = \bar{r}',$$

unde $\bar{r} = \overline{OM}$, $\bar{v} = \overline{O_1M}$, $\bar{v}' = \overline{O_1M'}$.

Apoi, dacă se exprimă $\bar{v}'$ prin componente pe $\bar{v}$ și pe direcția perpendiculară pe planul $(\bar{r}, \bar{v})$, rezultă

$$\bar{v}' = \frac{\bar{v}}{v} v\cos\theta + \frac{\bar{a} \times \bar{r}}{\sin\varphi} \cdot v \sin\theta = \bar{v}\cos\theta + \frac{\bar{a} \times \bar{r}}{\sin\varphi} \cdot v \sin\theta.$$

Dacă se ține seamă că $v = \sin\varphi$ și se introduce $\bar{v}$ scos din relația precedentă, rezultă

$$\boxed{\bar{r}' = \bar{a}\cos\varphi(1 - \cos\theta) + \bar{r}\cos\theta + \bar{a} \times \bar{r}\sin\theta)} \qquad (A.1)$$

Pentru a trece de la sistemul $O_0'x_0'y_0'z_0'$ la sistemul $C_{os}x_0''y_0''z_0''$, abstracție făcînd de deplasarea originilor, se procedează astfel. Se rotește sistemul $O_0'x_0'y_0'z_0'$ în jurul lui $O_0'y_0'$ și solidar cu el și axa de ruliu O_1O_2, astfel încît aceasta să facă unghiului γ cu poziția *inițială* a axei $O_0'x_0'$. În poziția aceasta se notează cu $O_{01}'x_{01}'y_{01}'z_{01}'$. Apoi, noul sistem se rotește în jurul axei de ruliu O_1O_2 (în noua ei poziție) cu unghiul θ. Sistemul ajunge, deci într-o poziție pentru care axele sale sînt paralele cu ale lui $C_{os}x_0''y_0''z_0''$.

Fie A matricea la trecerea de la primul sistem la al doilea și B matricea la trecerea de la al doilea sistem la al treilea.

Se poate scrie

$$A = ||a_{ij}||,\ i, j \in \{1, 2. 3\};\ B = ||b_{ij}||,\ i, j \in \{1, 2, 3\}.$$

Coeficienții matricelor sînt consinușii directori între diferitele axe și se deduc din tabelele de mai jos

	x_0'	y_0'	z_0'
x_{01}'	a_{11}	a_{21}	a_{13}
y_{01}'	a_{21}	a_{22}	a_{23}
z_{01}'	a_{31}	a_{32}	a_{33}

	x_{01}'	y_{01}'	z_{01}'
x_0''	b_{11}	b_{12}	b_{13}
y_0''	b_{21}	b_{22}	b_{23}
z_0''	b_{31}	b_{32}	b_{33}

Pentru cosinușii directori din prima transformare se stabilesc fără dificultate următoarele relații :

$a_{11} = \cos(\gamma - \gamma_0)$, $a_{12} = 0$, $a_{13} = \cos(90 + \gamma - \gamma_0) = -\sin(\gamma - \gamma_0)$

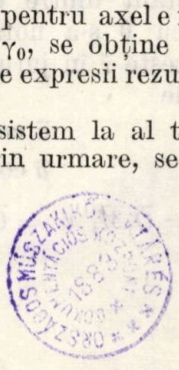
$a_{21} = 0$, $a_{22} = 1$, $a_{23} = 0$,

$a_{31} = \cos[90 - (\gamma - \gamma_0)] = \sin(\gamma - \gamma_0)$, $a_{32} = 0$, $a_{33} = \cos(\gamma - \gamma_0)$.

Dacă se notează cu $\bar{i}'$, $\bar{j}'$, $\bar{k}'$ versorii axelor sistemului $O_{01}'x_{01}'y_{01}'z_{01}'$, utilizînd relația (A.1), aplicată, succesiv pentru axele respective, și ținînd seamă că $\bar{a} = \bar{i}'\cos\gamma_0 - \bar{k}'\sin\gamma_0$, $\varphi = \gamma_0$, se obține expresiile lui $\bar{i}''$, $\bar{j}''$ și $\bar{k}''$ în funcție de $\bar{i}'$, $\bar{j}'$ și $\bar{k}'$. Din aceste expresii rezultă consinușii directori b_{ij}.

Dar transformarea de la primul sistem la al treilea este produsul celor două transformări de mai sus. Prin urmare, se poate scrie același lucru pentru matrici :

$$C = BA. \qquad A(2)$$



INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40 820

Tiparul executat la Intreprinderea Poligrafică „Informația" c. 1308

1973 JAN 1 5

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXIV NUMĂRUL 4 ANUL 1972,
IULIE—AUGUST

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в пе очередь научную деятельность преподавательского состав Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адреску:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il refléte en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

MAGYAR ORVOSI KÖNYVTÁR
1983

BULETINUL
INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

TOMUL XXXIV — NUMĂRUL 4

IULIE — AUGUST
1972

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România. Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Conf. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Conf. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific); Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ștefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing. *Mihai Renert*; Conf. dr. ing. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*.

Redactor responsabil:

Rector

Prof. dr. docent *Radu Voinea*

membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

R. Şerban, Th. Bădescu

Studiul influenţei structurii negrului de fum asupra caracteristicilor de imprimabilitate ale cernelurilor de tipar 21

MECANICA

N. Pandrea

Consideraţii privind deplasările corpului rigid 29

REZISTENŢA MATERIALELOR

M. Blumenfeld

A New Algorithm for the Computation of Bending Moments and Deflections of Straight Beams 39

Sasadhar De

Torsion of a Non-isotropic Cylinder of Non-homogeneous Material 45

ENERGETICA

C. Dinculescu, Arie A. Arie, Alex. Selischi

Studiul transferului fenomenului deformant într-o reţea complexă . 57

C. Moţoiu, V. Ohanian-Constantinescu, Ad. Gheorghe, G. Pavlenco

Analiza posibilităţilor de aplicare a ciclului combinat abur-gaze la centrala termoelectrică Ovidiu II 67

AUTOMATICA

G. Ionescu, I. Palcu

Generator de sisteme pseudoaleatoare 73

ELECTROTEHNICA

H. Gavrilă

Metoda de calcul a pierderilor prin curenţi turbionari în tolele din material feromagnetic 95

ELECTRONICA

D. Stanomir

Analogies electroacoustiques pour les systémes acoustiques gouvernés par l'équation des ondes 107

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIILOR DE MAŞINI

V. Tabără

Condiţiile de ridicare ale fusului şi frecarea din lagărele hidrostatice 117

A. Oprean, Al. Dorin, V. Gh. Vodă

Estimator pentru durata medie de funcţionare a sistemelor hidraulice 127

TRANSPORTURI

Gh. Nichita

Studiul unor proprietăţi dinamice ale transmisiilor cu cuplaje hidraulice 133

Резюме

Д. К. 661.666.

Р. Шербан, Т. Бэдеску

Исследование влияния строения сажи на печатные свойства типографических чернил.

Работа исследует влияние химии поверхности и гранулометрических элементов различных сортов сажи на пеачтания свойства типографских чернил.

В первой части работы устанолвены соотношения между концентрацией активных агентов поверхности чернил на основании сажи ,,Карбомет-Карбосин'' и свойства вязкости, степень трения, оптимальный перенос, прилипание и блеск пленки. Во второй части, в зависимости от характера поверхности и диаметра частиц разновидностей сажи с различной степенью строения, обсуждаются полученные значения вязскости, прилипания, поверхностных напряжений, переноса и блеска соответствующих чернил.

В результате, благодаря широким вариациям свойств сортиментов сажи появляется необходимость, чтобы для каждого отдельного пигмента было установлено, в следствие обширных исследований, состав и оптимальная технология изготовления и применения чернил.

Bul. Inst. politehnic ,,Gh. Gheorghiu-Dej'' Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

Д.К. 531

Н. Пандря

Относительно перемещения жесткого тела.

В работе определяют поля перемещения при помощи матрического расчета.

Затем определяют минимальные условия и минимальные перемещения. Несколько применений в теории механизмов указывают на преимущество использования матрического расчета в исследований перемещении.

Bul. Inst. politehnic ,,Gh. Gheorghiu-Dej'' Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

Д.К. 539.4

М. Блюменфельд

Новый алгорифм для расчета на счетных числовых машинах изгибающих моментов и деформаци прямых стержней.

Настоящая статья синтетитирует некоторые предыдущие работы автора, предлагая алгорифм для расчета изгибающих моментов и деформаций прямых стержней. Алгорифм не основывается на известных способах механики конструкции для решения статически неопределеннах систем, а основывается на одновременном решении уравнений равновесия и деформации. Вследствие этого не существует никакой разницы между решением статически определенных и неопределенных систем.

Bul. Inst. politehnic ,,Gh. Gheorghiu-Dej'' Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

Summary

D.C. 661.666

R. Serban, Th. Bădescu

Study of the Influence of the Smoke Black Structure upon the Printing Characteristics of Printing Ink

In this papers the authors investigate the influence of the surface chemistry and granulometricelements of the various assortments of smoke black upon the printing ability of black printing ink.

In the first part of the work they establish correlations between the concentration of the active surface agents within the ,,CARBOMET-CARBOSIN'' smoke black ink and the properties of viscosity, friction degree, optimal transfer, adhesiveness and gloss of the films. In the second part, depending on the specific surface and the diameter of the particles of smoke black varieties having various structure degrees, the authors discuss the values obtained for viscosity, adhesiveness, superficial stresses, transfer and gloss of the respective inks.

Consequently, due to extended variations in the properties of smoke black assortments, it appears necessary to establish, for each pigment separately and after thorough studies, the composition and optimal manufacturing technology and use of the inks.

Bul. Inst. politehnic ,,Gh. Gheorghiu-Dej'' Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.C. 531

N. Pandrea

Considerations About the Displacements of the Rigid Body

The author determines in the paper the displacement fields by means of the matricial calculation.

Then he determines the minimum conditions, as well as the minimal displacements. A few applications in the theory of mechanisms show the advantages of using matricial calculation in the study of displacements.

Bul. Inst. politehnic ,,Gh. Gheorghiu-Dej'' Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.C. 539.4

M. Blumenfeld

A New Algorithm for the Computation of Bending Moments and Deflections of Straight Beams.

Paper synthetizes some previous works of the author, by proposing an algorithm for the computation of the straight beams deflections and bending moments. The algorithm is not based upon the well known methods of the structural mechanics for solving redundant systems, but on the possibility of solving simultaneously, the equilibrium and the deformations equations. As a result, there is no difference between a statically determinate and indeterminate beam, both being solved in the same way.

Bul. Inst. politehnic ,,Gh. Gheorghiu-Dej'' Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

Д.К. 517

Сасадхар Де

Анизотропная цилиндрическая теория негомогенных материалов

Скрутка наиэотропных цилиндрических материалов характериэовывается в работе двумя негомогеными типами, описываемыми в работе.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu Dej" Bucureşti. XXI.V nr. 41/973.

Д.К. 620.9

К. Динкулеску, А. Арие, Ал. Селиски

Исследование перевода деформирующего явления в комплексную сеть.

В настоящей статье устанавливается способ расчета для исследования перевода высших гармоник тока и напряжения в электроэнергетическую систему.

В статье устанавливаются два коэффициента усиления и, которые отражают строение исследуемой электроэнергетической системы.

Исследование необходимо главным образом для определения размеров фильтров высших гармоник, устанавливаемых на различные деформированные потребители. Указывается на то, что для определения размеров фильтров необходимо принимать во внимание как спектр частот потребителя, на который устанавливаются фильтры, так и на гармоники, производимые остальными потребиетлями из рассматриваемой системы.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

Д.К. 621.311.2

К. Моцою, В. Оханиан-Константинеску,
А. Георге, Г. Павленко

Анализ возможностей применения комбинированного цикла паргазы на теплоэлектро-централи Овидиу II.

Авторы анализируют возможность и своевременность введения цикла с газовой турбиной в конкретных условиях теплоэлектро-централи средних параметров. Представлены варианты взятые для анализа, результаты расчетов экономической эффективности и мнения авторов относительно этого технического заключения.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.C. 517

Sasadhar De

Torsion of a Non-isotropic Cylinder of Non-homogenous Material.

In this paper, the problem of torsion of a composite cylinder of non-isotropic material characterised by two types of nonhomogeneity has been discussed.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.C. 620.9

C. Dinculescu, A. Arie, Al. Selischi

Study of the Transfer of the Deforming Phenomenon in a Complex Network

In the present paper the authors determine a calculation method for the study of the higher harmonics current and voltage transfer in an electric power system.

Two amplification coefficients α and β are established in the paper, reflecting the structure of the electric power system studied.

The study is especially interesting for the dimensioning of the higher harmonics filter mounted to various deformed consumers. The authors show that, when sizing the latter, account should be kept both of the frequency spectrum of the consumer to which the filters are mounted and of the harmonics produced by the remaining consumers in the system considered.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.C. 621.311.2

C. Moţoiu, V. Ohanian-Constantinescu, A. Gheorghe G. Pavlenco

The Analysis of the Possibility of Applying the Combined Cycle Steam-gases to the Thermoelectric Station Ovidiu II

The authors analyse the possibility and opportunity of introducing a gas turbine cycle in the concrete conditions of a mean parameters thermoelectric station. They display the variants taken for analysis, the results of the economic efficiency calculations and their opinion concerning their technical solution.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

Д.К. 621—52

Г. Ионеску, И. Палку

Генератор псевдоалеаторных знаков.

Во многих применениях анализа, синтеза и опознавания автоматических систем необходимы дискретные или постоянные генераторы с известными статистическими свойствами.

В работе изложены главные типы алеатоеных и псевдоалеаторных сигналов часто встречающихся при исследовании автоматических систем, настаивая на способах генерации этих сигналов и определение их статистических характеристик.

Представляется также генератор псевдоалеаторных сигналов, построенный в лаборатории политехнического институра в Бухаресте, факультет автоматики, который обеспечивает:

— получение псевдоалеаторных запоздалых сигналов по отношению основного сигнала при помощи логических цепей сумма модуло 2;

— получение последовательности некоррелированных псевдоалеаторных сигналов.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

Д.К. 621.3

Х. Гаврила

Способ расчета потерь вызванных вихревыми токами в листах из ферромагнитного материала.

Предлагается более точный способ расчета потерь вызванных вихревыми токами в листах из ферромагнитного материала. Предложенный способ основывается на модели структур в области (Ландау-Лифшиц) ферромагнитного материала, принимая во внимание динамику этой структуры. Способ позволяет более точно определялить спектр электрического поля внутри листов.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

Д.К. 621.39

Д. Станомир

Электрозвуковые аналогии звуковых систем описанных уравнением одноразмерных волн.

В работе указывается, что при заданном уравнении одноразмерных волн для величины, подходящей для системы, можно всегда получить пару приближенных величин удовлетворяющих управнение сохранения, т.е. величины, результат умножения которых, представляет мощность или мощность на единицу поверхности.

От того как излагается задача вытекают естественным образом все три типа электрозвуковых аналогий, применяемых обыкновенно.

Одновременно указывается, что всегда возможно выбрать подходящим образом сопрягаемые величины, чтобы электрическая эквивалентная линия не содержала идельных трансформаторов.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.C. 621—52

G. Ionescu, I. Palcu

Pseudorandom Signals Generator.

Random and pseudo-random signals generators are very useful for sistems analysis and synthesis as well as for process identification.

In the paper the principal types of random and pseudo-random test signals, frequently used with this aim are analysed and procedures for the determination of their statistic properties are discussed. Especially the pseudo-random signals generators are developed in a large extent and the performances of a such large capacity generator built in Polytechnical laboratories (chair of Automation) are presented.

This generator performs binary pseudo-random signal with various periods, delayed repplicas and uncorrelated sequences.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.C. 621.3

H. Gavrilă

Method for the Calculation of Eddy-current Losses in Ferromagnetic Sheets.

The aim of this paper is to propose a more precise method to calculating eddy-current losses in ferromagnetic sheets.

The proposed method is developed on the basis of the dynamics of a structure domain model (Landau-Liphitz) of ferromagnetic materials. The method permits too the determination of the exact spectrum of the electric field into the sheets.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.C. 621.39

D. Stanomir

Electroacoustic Analogies for the Acoustic Systems Described by the Unidimensional Waves Equation

The author shows in the paper that the unidimensional waves equation being given for a magnitude σ, proper to a system, it is always possible to obtain a pair of associated magnitudes which meet a conservation equation, i.e. magnitudes, the product of which represents a power or a power per surface unit.

For the way the problem is set, the three types of electroacoustic analogies currently used naturally result.

At the same time he shows that it is always possible to select the associated magnitudes so that the equivalent electric line contains no ideal transformers.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

Д.К. 621

В. Табэрэ

Условия для подъема цапфы при трении в гидростатических подшипниках.

В основе разработанного исследования лежит анализ поведения цапфы в гидростатическом подшипнике в момент введения жидкости под давлением вплоть до установившегося распределения давления в подшипнике, наблюдая одновременно за влиянием на состояние покоя оси цапфы по отношению к оси подшипника, и за суммарным моментом, который старается изогнуть эту ось.

Другой аспект выявленный в работе относится к влиянию давления в подшипнике на трение в условиях небольших скоростей вращения.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

Д.К. 621

Г. Опрян, Ал. Дорин, В. Г. Водэ

Оценщик средней продолжительности действия гидравлических ситем.

Принимая во внимание, что для определения надежности в эксперлуатации гидравлической системы, необходимо оценить надежность составных ее элементов, в настоящей работе установлен оценщик для определения средней продолжительности работы элемента гидравлической системы в вообщем. Определение коэффициента поправки для оценщика предложенного в предыдущей работе было произведено с условием, что средняя квадратическая погрешность оценщика была минимальной.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorgucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

Д.К. 656.4

Г. Никита

Исследование динамических свойств передаточных систем с гидравлическими муфтами

В работе представлено исследование динамических свойств передаточных систем с гидравлическими муфтами тепловозов. Исследование производится как для свободного движения системы, так и в случае действия периодического нарушающего момента в первичной или вторичной части гидравлической муфты.

Определяются элементы движения системы а также и изменения коэффициентов ослабления ударов и колебаний, осуществленные гидравлической муфты.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D C. 621

V. Tabără

Spindle Lift Conditions in Hydrostatic Bearings Friction

The study worked out is grounded on the analysis of the spindle beha viour in hydrostatic bearings from the moment where liquid is introduced under pressure, until the pressure distribution in the bearing is stabilized and it aims at following both the influence of the position of the spindle axis in rest conditions depending on the bearing axis and that of the resulting moment which tends to incline this axis.

Another aspect stressed in the paper refers to the influence of the pressure in the bearing upon friction in case of low rotation speeds.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.C. 621

A. Oprean, Al. Dorin, V. Gh. Voda

Estimator for the Mean Operation Duration of Hydraulic Systems

Considering that for the determination of the safety in operation of a hydraulic system it is necessary to estimate the fiability of the component elements, the authors established in the present work an estimator for the evaluation of the mean operation duration of one element of a hydraulic system in general. The determination of the correction coefficient of the suggested estimator has been made in a provious work provided the mean quadratic error of the estimator be minimal.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.C. 656.4

Gh. Nichita

Considerations on the Dynamic Properties of the Power Transmission System by Hydraulic Clutch.

In this paper are presented the dynamic properities of the power transmissions system by hydraulic clutch to Diesel locomotives.

The author studies not only the free movement of the system but the case of a disturbance torque at the primary or secundary part of the hydraulic clutch.

In this article the author establishes both the system movement elements and the variation of the damping coefficients of shocks and swings by hidraulic clutch.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

Résumé

C.D. 661.666

R. Şerban, Th. Bădescu

Etude sur l'influence de la structure du noir de fumée sur les caractéristiques d'imprimabilité des encres d'imprimerie.

L'oeuvre étudie l'influence de la chimie de la surface et des éléments granulométriques des divers assortiments de noir de fumée sur l'imprimabilité des encres noires d'imprimerie.

Dans la première partie de l'oeuvre on établit des corrélations entre la concentration des agents actifs de surface de l'encre ayant comme principal élément le noir de fumée „Carbomet-Carbosin" et les propriétés de viscosité, degré de broyage, transfert optimal, adhésivité et lustre des pellicules. Dans la deuxième partie, en fonction de la surface spécifique et du diamètre des particules des variétés de noir de fumée à divers degrés de structuration, on discute les valeurs obtenues de la viscosité de l'adhesivité, des tensions superficielles, du transfert et du lustre des encres respectives.

Comme suite, à cause d'une grande variation des propriétés des assortiments de noir de fumée, apparaît la nécessité d'établir, après études approfondies, individuellement pour chaque pigment, la composition et la technologie optimales de fabrication et l'emploi des encres.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXUIV, nr. 4/1972.

C.D. 531

N. Pandrea

Considérations concernant les déplacements du corps rigide.

Dans l'oeuvre on détermine les champs de déplacements à l'aide du calcul matriciel.

Ensuite, on détermine les conditions de minimum ainsi que les déplacements minimaux. Quelques applications dans la théorie des mécanismes illustrent les avantages de l'emploi du calcul matriciel dans l'étude des déplacements.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

C.D. 539.4

M. Blumenfeld

Nouvel algorythme pour le calcul sur ordinateur des moments flechissants et des déformations des pontres droites.

On y synthétise quelques travaux antérieurs de l'auteur en proposant un algorythme pour le calcul des moments fléchissants et des flèches des poutres droites. L'algorythme n'est pas fondé sur les méthodes connues de la mécanique des constructions mais sur la possibilité d'une résolution simultanée des équations d'équilibre et de deformation. Donc il n'y a aucune différence entre la résolution des systhèmes statiquement déterminés et nondéterminés.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej", Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

Zusammenfassung

D.K. 661.666

R. Serban, Th. Bădescu

Studium des Einflusses des Aufbaues von Russ auf die Druckfärbigkeits-Charakteristiken von Druckerschwärze.

Mit der Arbeit wird der Einfluss der Oberflächenchemie und der granulomatorischen Elemente der diversen Sorten von Russ auf die Druckfähigkeit von Druckerschwärze studiert.

In ersten Teil der Arbeit werden die Wechselbeziehungen zwischen der Konzentration der aktiven Oberflächenmittel von Druckfarbe auf Basis von Russ „Karbonat-Karbosin", und der Viskositätseigenschaften, Reibungsgrad, günstiger Übertragung, Adhäsionsfähigkeit und Glanz der Häntchen festgestellt. Im zweiten Teil werden, je nach der spezifischen Oberfläche und das Teilchendurchmessers der Russmanigfaltigkeiten mit diversen Strukturgraden die erzielten Werte von Viskosität, Adhäsion, Oberflächenspannung, Übertragung und Glanz der betreffenden Drucksschwärzen behandelt.

In der Folge ergibt sich die Notwendigkeit, wegen der ausgedehnten Eigenschaftsverschiedenheiten der Russ-Sorten, nach eingehenden Studium, für jedes einzelne Pigment, die Zusammensetzung und die günstigste Fabrikationstechnologie, sowie Verwendung der Druckschwärzen zu bestimmen.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.K. 531

N. Pandrea

Betrachtungen über die Verschiebungen des Starrkörpers.

Im Artikel werden die Verschiebungsfelder mit Hilfe des Matrizenkalküls bestimmt.

Es werden dann die Mindesbedingungen sowie die Mindestverschiebungen bestimmt.

Einige Applikationen in der Mechanismentheorie zeigen die Vorteile der Anwendung des Matrizenkalküls beim Studium der Verschiebungen.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.K. 539.4

M. Blumenfeld

Ein neuer Algoritmus für die Berechnung der Biegemomente und der Durchbiegungen gerader Stäbe mit Hilfe von Digitalrechnern

In der vorliegenden Arbeit werden eine Reihe früherer Artikel des Verfassers synthetisiert und ein Algoritmus für die Berechnung der Biegemomente und der Durchbiegungen gerader Stäbe aufgestellt.

Der Algoritmus fusst nicht auf den aus der Baumechanik bekannten Methoden, sondern auf der Möglichkeit, die Gleichgewichts-und die Verformungsleichungen gleichzeitig zu lösen.

Als Folge davon werden statisch bestimmte und statisch unbestimmte Systeme in gleicher Weise behandelt, so daß zwischen ihrer Lösung keine Differenz mehr besteht.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

C.D. 517

Sasadhar De

Théorie cylindrique anisotrope des matériaux hétérogénes

En cet ouvrage, le problème de la torsion des matériaux cylindriques anisotropes est carastérisé par deux types hétérogenes qu'on expose au cours de ce travail.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

C.D. 620.9

C. Dinculescu, A. Arie, Al Selischi

Etude sur le transfert du phénomène déformant dans un réseau complexe

Dans cet article on établit une méthode de calcul pour l'étude du transfert des harmoniques supérieures de courant et tension dans un système électro-énergétique.

Dans l'article on détermine deux coefficients d'amplification α et β qui réfléchissent la structure du système électro-énergétique étudié.

L'étude intéresse notamment pour le dimensionnement des filtres, d'harmoniques supérieures montés sur divers consommateurs déformés. On démontre que, pour leur dimensionnement, il faut tenir compte, tant du spectre de fréquence du consommateur sur lequel sont montés les filtres que des harmoniques produites par les autres consommateurs du système considéré.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

C.D. 621.311.2

C. Motoiu, V. Ohanian-Constantinescu, A. Gheorghe, G. Pavlenco

Analyse des possibilités d'application du cycle combiné vapeur-gaz dans la centrale thermoélectrique Ovidiu II

Les auteurs analysent la possibilité et l'opportunité d'introduire un cycle à turbine à gaz dans les conditions concrètes d'une centrale thermoélectrique à paramètres moyens. On présente les variantes prises pour l'analyse, les résultats des calculs d'efficience économique et l'opinion des auteurs concernant cette solution technique.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.K. 517

S a s a d h a r D e

Anysotopische zylindrishe Theorie der ungleichartigen Materialien

In der Arbeit wird die Frage der Torsion der unisotropischen zylindrischen Materialien durch zwei ungleichartige Typen die im Inhalt der Arbeit behandelt werden, charakterisiert.

Bul. Inst. politechnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.K. 620.9

C. D i n c u l e s c u, A. A r i e, Al. S e l i s c h i.

Studium der Ubertragung der Deformationserscheinung in einem Komplex-Netz

In vorliegendem Beitrag wird ein Rechenverfahren zum Studium der Ubertragung von höheren Strom-und Spannungsharmonischen in einem electromagnetischen System festgesetzt.

Im Beitrag werden zwei Verstärkungskoeffizienten, α und β festgelegt, welche den Aufbau des studierten electroenergetischen Systems wiedergeben.

Das Studium ist besonders interessant im Hinblick auf die Bemessung der höheren Harmonischen Filter, die an verschiedenen deformierten Verbrauchern montiert sind.

Es wird nachgewiesen daß bei der Bemessung dieser Filter sowohls das Frequenzspekhtrum des Verbrauchers, bei welchen die Filter eingebaut wirden, als auch die durch die übrigen Verbraucher hervorgerufenen Harmonischen in Betracht gezogen werden müssen.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.K. 621.311.2

C. M o ţ o i u, V. O h a n i a n - C o n s t a n t i n e s c u,
A, G h e o r g h e, G. P a v l e n c o

Analysieren der Anwendungsmöglichkeiten des Kombinierten Dampf-Gas-Zyklusses in der thermoelektrischen Zentrale Ovidiu II

Die Verfasser analysieren die Möglichkeit und Opportunität, für die Einführung eines Zyklusses mit Gas-Turbine unter den gegebenen Bedingungen einer thermoelectrischen Zentrale mit mittleren Parametern. Es werden die für das Analysieren genommenen Varianten, die Rechenergebnisse über die wirtschaftliche Wirksamkeit und die Meinung der Verfasser, diese technische Lösung betreffend, dargestellt.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşit- tom. CXXXIV, nr. 4/1972.

C.D. 621—52

G. Ionescu, I. Palcu

Générateur des signaux pseudoaléatoires

Les générateurs des signaux aléatoires et pseudoaléatoires sont de plus en plns utilisés pour l'analyse et la synthése des systèmes asservis ainsi que pour l'identification des processus industriels.

Dans le rapport sont analysés les principaux types des siqnaux aléatoires et pseudoaléatoires, fréquemment rencontrée dans l'étude des systèmes asservis et on montre les possibilités de determiner leur charac teristiques statistiques. On développe les particularités d'un générateur des signaux pseudoaléatoires de performances elevées construit dans les laboratoires de la Polytechnique (chaire d'Automatique).

Ce générateur fournit des signaux binaires pseudoaléatoires de période variable dans des limites larges, des signaux decallés en temps et des séquences noncorrelées.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

C.D. 621.3

H. Gavrilă

Méhode pour le calcul des pertes par courants tourbillonaires dans les tôles ferromagnétiques.

On propose une méthode plus précise pour le calcul des pertes par courants tourbillonaires dans les töles ferromagnétiques.

La méthode proposée est basée sur un model de structure de domaines (Landau-Liphitz), en tenant compte de la dinamique de cette structure.

La méthode permet aussi de determiner exactement le spectrum du champs électrique dans les toles.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

C.D. 621.39

D. Stanomir

Analogies électroacoustiques pour les systèmes acoustiques gouvernés par l'équation des ondes.

Dans cet article on montre que, étant donnée l'équation des ondes pour une grandeur σ, propre à un système, on peut toujours obtenir une paire de grandeurs associées dont le produit a les dimensions d'une puissance.

On montre aussi qu'on peut faire un choix convenable des grandeurs associées de sorte que la ligne électrique analogique ne contienne pas de transformateurs.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.K. 621—52

G. Ion-escu, I. Palcu

Pseudozufälligen Signal Generator.

In viele Anwendungen der Analyse, der Synthese und der Kennwertermittlung der automatischen Systemen sind Generatoren mit zufälligen diskreten oder kontinuierlichen Signale, mit den bekannten statischen Charakteristiken, nötig.

Im Artikel sind die hauptsächlichen zufälligen und pseudozufälligen Typen vorgestellt, die häufig ein Studium der automatischen Systemen getrofen sind, dringend auf die Art der Erzeugung dieser Signale und die Bestimmung ihren statistischen Charakteristiken.

Es wird auch einen Pseudozufälligen Signal Generator, der in den Laboratoren des Polytechnikums Instituts vorgestellt war, der behauptet

— Die Erhaltung der verspätenden Pseudozufälligen Signalle in Anbetracht des Grundsignals.

— Die Erlangung von Nachfolgen pseudozufälligen Signale unabgestimmt.

Bul. Inst. politehnic ,,Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom XXXIV, nr. 4/1972.

D.K. 621.3

H. Gavrilă

Verfahren zur Berechnung von Verlusten durch Wirbelströme in Blechen aus einsenmagnetischen Werkstoff.

Es wird ein genaueres Verfahren zur Berechnung der Verluste durch Wirbelströme in Blechen aus eisenmagnetischen Werkstoff vorgeschlagen. Das vorgeschlagene Verfahren beruht auf einem Bereichstruktur-Modell (Landau-Lifschitz) des eisenmagnetischen Werkstoffes, unter Berücksichtigung der Dynamik dieser Struktur. Das Verfahren ermöglicht die genauere Bestimmung des elektrischen Feldspektrums im Innere der Bleche.

Bul. Inst. politehnic ,,Gh. Gheorghiu-Dej". Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/17972.

D.K. 621.39

D. Stanomir.

Elektroakustischen Analogien für die von der eindimensionalen Wellengleichung beschriebenen Akustiksysteme

In der Arbeit wird dargelegt daß bei gegebener eindimensionaler Wellengleichung für eine einem System eigener Grösse immer ein σ assoziates Grössenpaar erhalten werden kann, welches einer Konservierungsgleichung Genüge leistet, d.h. Grössen deren Produkt eine Potenz oder eine Potenz je Oberflächeneiheit darstellt.

Aus der Art der Aufgabenstellung ergeben sich natürlicherweise die drei Typen von elektroakustischen Analogien, die laufend angewendet werden.

Zur gleicher Zeit wird gezeigt, daß es immer möglich ist, eine derartige Wahl von assozierten Grössen vorzunehmen, so daß die gleichwertige elektrische Leitung keine ideale Umwandler zu enthalten braucht.

Bul. Inst. politehnic ,,Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

C.D. 621

V. Tabără

Les conditions de soulevèment du tourillon lors du frottement des paliers hydrauliques

L'étude élaborée a pour base l'analyse du comportement du tourillon dans les paliers hydrostatiques à partir du moment de l'admission du liquide sous pression jusqu'à la stabilisation de la distribution de la pression dans le palier, en suivant tant l'influence de la position en état de repos de l'axe du tourillon par rapport à l'axe du palier, que du moment résultant qui tend à incliner cet axe.

Un autre aspect mis en évidence dans l'étude se réfère à l'influence de la pression dans le palier sur le frottement, au cas de vitesses de rotation réduites.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

C.D. 621

A. Oţrean, Al. Dorin, V. Gh. Vodă

Estimateur pour durée moyenne de fonctionnement des systèmes hydrauliques.

En tenant compte du fait que, pour déterminer la sécurité en fonctionnement d'un système hydraulique, il est nécessaire d'estimer la sécurité des éléments composants, dans cette étude on a établi un estimateur pour l'évaluation de la durée moyenne de fonctionnement d'un élément d'un système hydraulique en général. La détermination du coefficient de correction de l'estimateur proposé dans une étude antérieure, a été faite en mettant la condition que l'erreur moyenne quadratique de l'estimateur soit minimale.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

C.D. 656.4

Gh. Nichita

L'étude des propriétés dynamiques des systemès de transmission a couplages hydrauliques.

L'étude présente les propriétés dynamiques des systèmes de transmissions à couplages hydrauliques des locomotives Diesel. L'auteur analyse non seulement le mouvement libre du système mais aussi le cas de l'action d'un couple perturbateur à la partie primaire ou secondaire du couplage hydraulique.

On établit les élements du mouvement de ce système, ainsi que la variation des coefficients d'amortissement des chocs et des oscillations par le couplage hydrauliques.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.K. 621

V. Tabără

Die Bedingungen unter welchem die Spindel, bei Reibung in hydrostatischen Lagern, gehoben wird

Die Grundlage für das durchgeführte Studium besteht in der Untersuchung des Verhaltens der Spindel vom Hydrostatischen Lagern, angefangen vom Augenblick der unter Druck erfolgten Flüssigkeitszufuhr bis zum Stabilisieren der Druckverteilung im Lager, wobei sowohl der Einfluss den die Spindelachse in Ruhelage im Verhältnis zur Lagerachse ausübt, als auch das resultierende Moment, des Bestrebens zur Neigung dieser Achse verfolgt werden.

Ein weiter in der Arbeit augenscheinlich gesuchter Aspekt bezieht sich auf den Einfluss des Druckes im Lager auf die Reibung bei geringen Drehgeschwindigkeiten.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.K. 621

A. Oprean, Al. Dorin, V. Gh. Vodă.

Abschätzer der Mittel-Betriebsdauer von Hydrauliksystemen.

In Anbetracht dessen daß für die Bestimmung der Betriebssicherheit eines Hydrauliksystems die Abschätzung der Sicherzeit der Zusammensetzungselemente erforderlich ist, wurde in der vorliegenden Arbeit ein Abschätzer für die Schätzung der mittleren Betriebsdauer eines Elements eines Hydrauliksystems, in Allgemeinen, festgesetzt. Die Bestimmung des in einer vorherigen Arbeit vorgeschlagenen Korrektionkoefizienten für den Abschätzer wurde unter der Bedingung vorgenommen, dass der quadratische Mittelfehler minimal sei.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

D.K. 656.4

Gh. Nichita

Das Studium der dynamischen Eigenschaften der Übertragssystemen mit hidraulischer Kupplung

In der Arbeit wird das Studium der dynamischen Eigenschaften der Übertragssystemen mit hydraulischer Kupplung von den Diesellokomotiven geveigt.

Die Arbeit bezieht sich auch auf die freie Bewegung des Systems, wie auch im Falle der Aktion einer periodischen Störungakupplung bei der anfänglichen — oder bei der sekundären Seite der hydraulischen Kupplung.

Man stellt die Bewegungselementen des Systems wie auch die Variation der Amortisierkoeffizienten des Schocks und der Schwingungen der hydraulischen Kuppulng fest.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXXIV, nr. 4/1972.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972. Numărul 4

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C. Z.; 661.666

STUDIUL INFLUENȚEI STRUCTURII NEGRULUI DE FUM ASUPRA CARACTERISTICILOR DE IMPRIMABILITATE ALE CERNELURILOR DE TIPAR *

R. ȘERBAN, TH. BĂDESCU

I. Introducere

Apariția pe plan mondial a unor tipuri noi de negru de fum, de calitate superioară și la prețuri mai scăzute (în special, prin extinderea varietăților de sortimente fabricate prin procedeul „furnal", în detrimentul celor fabricate prin procedeul „canal") precum și construirea în România a noii fabrici de la Pitești (procedeul „furnal") au făcut necesară completarea și adaptarea cunoștințelor asupra utilizării negrului de fum, ca pigment în industria de cerneluri poligrafice.

Necesitatea realizării de cerneluri negre bine echilibrate, adaptate tehnologiei și vitezelor de lucru ridicate ale mașinilor moderne de imprimare impun studierea unor caracteristici structurale și fizico-chimice ale diverselor sortimente de negru de fum, caracteristici ce determină în mod direct proprietățile de tipărire ale cernelurilor respective.

În sensul celor prezentate, în lucrarea de față sînt luate în studiu comparativ cîteva sortimente de negru de fum. Corelațiile stabilite între structură-proprietăți și comportare în prezența substanțelor peliculogene permit individualizarea calităților cernelurilor fabricate cu sortimentele respective.

II. Rezultate experimentale-discuții

O serie de lucrări recente, bazate în special pe metode moderne de studiu, au contribuit la elucidarea unor elemente structurale importante ale negrului de fum.

Hallum și Drushel [1] au arătat că negrul de fum industrial conține, în afară de 90—99,5% carbon, o anumită cantitate de substanțe cu grupe hidroxil, carbonil, carboxil și chinonice. Mai recent, s-a arătat prin rezonanță magnetică nucleară [2] și prin reacții chimice [3] prezența și a unor radicali liberi. S-a constatat că atît grupările amintite cît și radicalii liberi sînt răspunzători de liofilia sau liofobia pigmentului, proprietăți importante pentru obținerea unor suspensii concentrate stabile, cum sînt cernelurile de tipar. Pe de altă parte, structura specifică a negrului de

* Manuscris predat redacției la data de 5 iulie 1971.

fum (observată la microscopul electronic), la care particulele primare se pot aglomera şi forma particule secundare de forma unor şiruri de perle (grad de structurare mai ridicat), determină modificări în comportarea acestui pigment [4].

În baza acestor considerente, într-o primă serie de determinări ale lucrării, autorii au urmărit influenţa modificării suprafeţei negrului de fum cu ajutorul unui agent activ de suprafaţă, asupra caracteristicilor de imprimabilitate ale cernelii. În partea a doua a lucrării se prezintă corelaţii între elementele granulometrice obţinute pentru sortimentele de negru de fum luate în studiu şi caracteristicile cernelurilor de tipar.

1. *Influenţa chimiei suprafeţei negrului de fum.*

S-a modificat suprafaţa negrului de fum CARBOMET-CARBOSIN, prin adaos de cantităţi crescînde dintr-un agent activ de suprafaţă cu grupări active hidroxilice, la o cerneală de tipar înalt avînd ca liant o dispersie de răşini alchido-fenolice în uleiuri.

Modificarea proprietăţilor de imprimabilitate se poate urmări din diagramele prezentate în fig. 1—4. Aceste proprietăţi au fost studiate cu ajutorul metodelor de laborator specifice, indicate în literatura de specialitate [5—11].

Viscozitatea cernelii (determinată cu viscozimetrul Laray) în funcţie de concentraţia agentului activ de suprafaţă (fig. 1) prezintă o netă scădere, în urma modificării structurii sistemului coloidal repectiv. Modificarea structurii suprafeţei particulei de pigment şi a umectării lui conduce la o mai bună dispersare a acestuia în liant, ceea ce se reflectă în valori mai ridicate ale gradului de frecare. Tensiunea superficială a liantului scade, iar particulele pătrund în interstiţiile lanţurilor macromoleculare, rupîndu-le în segmente mai mari sau mai mici şi favorizînd astfel curgerea cernelii.

Scăderea viscozităţii cernelii are loc în limitele în care se produce o creştere a transferului optim (fig. 2) pe hîrtia cretată etalon (determinat cu ajutorul presei în miniatură I.G.T.).

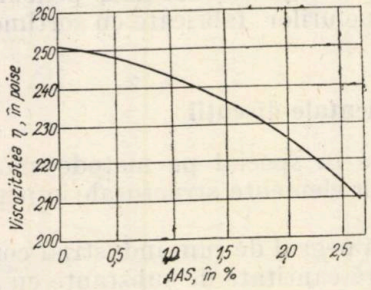


Fig. 1

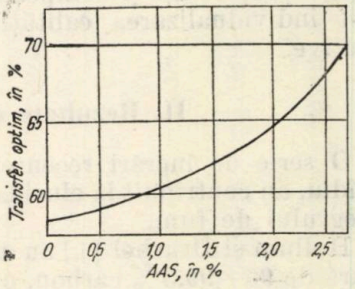


Fig. 2

Valorile transferului indică eficienţa şi utilitatea agentului ales pentru modificarea suprafeţei particulei de negru de fum.

Scăderea adezivităţii cernelurilor (s-a folosit tackmetrul PATRA), factor care între anumite limite contribue la transferul cernelii, urmează aceeaşi lege (fig. 3) ca modificarea viscozităţii sistemului dispers.

Adezivitatea cernelii va scădea, deoarece, considerată în mod dinamic (lipiciozitatea), este o rezultantă între forțele de adeziune dintre cerneală și suprafața pe care aceasta o umectează și forțele de coeziune din interiorul cernelii [12].

Măsurătorile de luciu (reflectometrul Lange) ale peliculelor de cerneală indică o creștere a acestuia odată cu mărirea gradului de umectare și dispersare a pigmentului în liant (fig. 4), fenomene care conduc la obținerea unei microstructuri mai omogene a suprafeței ,prin echilibrarea sistemului dispers coloidal respectiv.

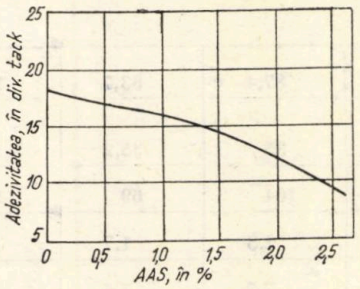


Fig. 3

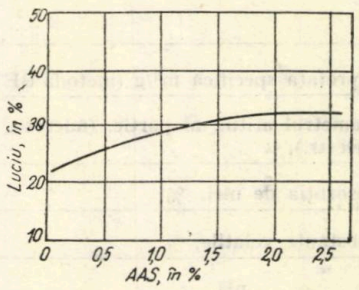


Fig. 4

2. *Influența elementelor granulometrice ale diverselor sortimente de negru de fum.*

S-au obținut paste de cerneluri de tipar folosind pigmenți cu caracteristici și structuri diferite (prezentate în tabelul 1) care au fost dispersați, pe rînd, într-un liant pe bază de rășini sintetice și uleiuri. În același tabel sînt trecute și caracteristicile de imprimabilitate ale cernelurilor respective, caracteristici ce vor fi discutate în continuare, în corelație cu elementele structurale prezentate.

Din valorile prezentate în tabelul 1, se observă că nu există o corelație între gradul de structurare al pigmentului și suprafața lui specifică. În ceea ce privește raportul dintre suprafața specifică și diametrul particulelor, la structurile normale corespund particule cu dimensiuni mai ridicate.

Se observă o anumită dependență a indicelui de ulei de gradul de structurare al pigmentului (la fel după cum indicele de iod este proporțional cu suprafața specifică).

Valorile indicelui de ulei sînt relativ mai scăzute la pigmenții cu structură joasă iar dependența lui de suprafața specifică este mai puțin evidentă. Ele sînt mai ridicate la pigmenții cu structură normală, datorită adsorbției uleiului în cavitățile formate de lanțurile de particule. Cifrele de ulei nu depind în mod riguros de suprafața specifică, deoarece la adsorbția uleiului în alveolele formate contribue mai mulți factori, printre care, metoda folosită, raportul densităților pigmentului și uleiului ș.a. [13].

Între cantitatea de ulei adsorbită în alveole, cea adsorbită de suprafața particulelor și cea rămasă liberă se stabilește un anumit raport, care determină comportamentul reologic al cernelurilor respective și care a fost urmărit prin determinările de viscozitate, adezivitate și fenomenele de transfer al cernelii pe hîrtie.

Sortimentul		HAF	HAF, LS	ISAF I
Caracteristici fizico-chimice ale diverselor				
Suprafaţa specifică m^2/g (metoda BET)		87,4	83,7	110
Diametrul aritm. al partic. (microsc. electr.), μ		35	35,2	27,6
Absorbţia de ulei, %		104	69	98
Substanţe volatile, %		2,3	1,7	1,9
pH		7,7	7,6	7,1
Grad de structurare *)		NS	LS	LS—NS
Caracteristici de imprima				
Viscozitate, P (25°C)		270	200	500
Adezivitate, (panta tack-ului)	tack/viteză	18,0	11,0	13,5
	tack/timp	2,0	5,0	4,0
Tensiunea superficială dyn/cm	După I-a frecare	33,0	32,6	32,9
	După a II-a frecare	33,3	32,9	33,0
Transferul cernelii **)	optim, %	65	68	68
	x la transfer optim- mg	18,6—19,0	16,5—17,0	16,6—17,3
	y la transfer optim, mg	13,1—13,4	11,1—11,6	11,3—11,9
Luciul peliculelor, %		20,2	29,6	19,6

*) LS (Low structure) — structură joasă
NS (Normal structure) — structură normală

Tabel 1

ISAF II	CARBODIS 8 (Carbosin)	RAVEN 35 (Columbian)	PRINTEX (Degussa)	PEERLEES 155 (Columbian)
sortimente de negru de fum				
125	105	87	100	130
24,4	25	27	25	22
100,5	77,5	36,3	53	56
1,2	2,8	2,8	5,1	3,9
8,1	7,9	6,0	4,4	3,0
NS	NS	LS	LS	LS
bilit a te ale cernelurilor				
550	460	220	225	250
11,0	12,5	15,0	14,0	14,5
3,0	5,0	2,0	4,0	2,5
32,6	33,2	32,1	32,1	31,6
32,9	32.6	32,5	32,6	32,9
63	67,2	71	64	64
18,0—18,8	18,4—19,4	15,3—15,7	19,6—20,0	15,5—19,0
12,7—13,3	12,4—13,0	10,9—11,1	13,5—11,1	1.14—11,7
19,4	29	36,8	35,0	31,2

**) x-Cerneală depusă pe forma de imprimare
y-Cerneală preluată de pe forma de imprimare

Astfel, prin corelarea valorilor suprafeţei specifice cu viscozitatea cernelurilor obţinute se observă (fig. 5) că viscozitatea creşte odată cu suprafaţa specifică, însă această creştere diferă cu gradul de structurare.

Ramura *a* a curbei din fig. 5 corespunde pigmenţilor cu structură joasă (*LS*); la aceşti pigmenţi viscozitatea creşte foarte puţin cu suprafaţa specifică. Ramura *b* corespunde negrului de fum cu structură normală (*NS*), observîndu-se creşterea sensibilă a viscozităţii cu suprafaţa specifică, iar valorile indicelui de ulei prezintă o proporţionalitate mai accentuată cu suprafaţa specifică a pigmentului.

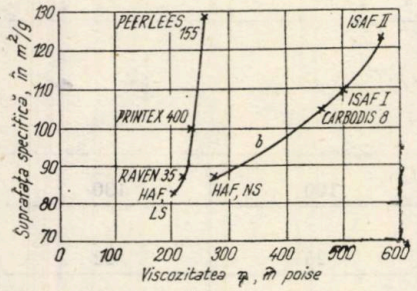


Fig. 5

Din cele prezentate se poate trage concluzia că valorile indicelui de ulei şi ale viscozităţii peliculogenelor pigmentate pot da indicaţii comparative suficiente asupra gradului de structurare al negrului de fum.

Din tabel se mai observă că, spre deosebire de viscozitate (care depinde de adsorbţia de ulei), nu se poate obţine corelarea datelor obţinute pentru adezivitate şi transfer ale cernelurilor pe bază de diverse sortimente de negru de fum. Acesta deoarece, în ceeace priveşte adezivitatea, la structuri diferite, valoarea forţelor de coeziune dintre particulele din interiorul cernelii este diferită, iar în ceeace priveşte transferul, cantitatea de liant rămasă liberă (care asigură transferul) poate fi foarte variată, în funcţie de distribuţia porilor şi cavităţilor din masa pigmenţilor de diverse sortimente.

O altă caracteristică studiată, tensiunea superficială, conduce la concluzia că, odată cu creşterea gradului de dispersie în urma unei frecări suplimentare la maşina cu valţuri) tensiunea superficială a cernelurilor creşte, respectiv, se măreşte coeziunea internă dintre moleculele liantului şi particulele de pigment. Se poate aprecia că tensiunea superficială urmează în acest caz o anumită proporţionalitate cu umectarea pigmentului. O excepţie o constitue pigmentul CARBODIS 8, la care valoarea tensiunii superficiale scade la înaintarea gradului de dispersie, ceeace indică o tendinţă de „dezumectare" a pigmentului, fapt de care trebue să se ţină seama în stabilirea reţetelor optime de cerneluri.

În afirşit, din tabelul 1 se observă o legătură între structura pigmenţilor şi luciul imprimatelor, respectiv, un luciu mai pronunţat pentru pigmenţii cu structură joasă. Explicaţia trebue căutată, în obţinerea în acest din urmă caz, a unui sistem dispers al cărui grad de omogenitate mai ridicat conduce şi la o omogenitate optică, ce determină condiţii mai favorabile de reflexie a luminii de către suprafaţa peliculelor.

III. Concluzii

1. Proprietăţile de imprimabilitate ale cernelurilor negre de tipar sînt strîns legate de structura negrului de fum utilizat ca pigment.

2. Datorită unei largi variaţii în proprietăţile sortimentelor de negru de fum, apare necesitatea ca pentru fiecare sortiment în parte,

să se stabilească în urma unor studii aprofundate, compoziția și tehnologia optimă de fabricare și utilizare a cernelurilor.

Catedra de tehnologie organică, combustibili și poligrafie
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Hallum, J.. V., Drushell, M. M.*, J. Appl. Phys., 1959, 30, p. 56.
2. *Spackmann, J. W. C.*, Chemical Ind., 1961, p. 1523—33.
3. *Donnet, J. B., Henrich, C.*, Bull. Soc.-Chim., 1960, p. 1609.
4. *Berezin. B. I., Zagarinskaia, L.- A.*, Poligrafceskie materiali. Gos. izd., Moskva, 1955, p. 203.
5. *Champétier ,G., Rabate, H.*, Physique des peintures, vernis et pigments, I. Dunod, Paris, 1962, p. 323.
6. *South, G. R.*, American Ink Maker, 3, 1968, p. 32—37.
7. *Mill, C.*, Brit. Ink. Maker, 6 (2), 1964, p. 8.
8. *Mill, C. G.*, J.O.C.C.A., 50 (50), 1967, p. 396.
9. *Hsu, B.*, TAPPI, 46, 1963, p. 438.
10. *Hsu, B.*, Brit. Ink Maker, 6 (4) 1964, p. 218.
11. *Hölsky, B.* Relațiile dintre cerneală și hîrtie în procesul de imprimare. MICh—LCCLC, 1967, p. 23.
12. *Bădescu, Th.*, Materiale poligrafice. Ed. did. și ped., 1967, p. 465.
13. *Winnacker, K., Küchler, L.*, Tehnologia chimică anorganică Ed. tehnică, Buc. 1962, p. 448—449.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972. Numărul 4

MECANICĂ

C. Z.: 531

CONSIDERAȚII PRIVIND DEPLASĂRILE CORPULUI RIGID *

NICOLAE I. PANDREA

Să considerăm un sistem de puncte (fig. 1) care se deplasează din poziția I în poziția II.

Dacă prin această deplasare distanțele între punctele sistemului rămîn neschimbate deci dacă în general $|\overline{A_i A_j}| = |\overline{A_i' A_j'}|$ se spune că sistemul a efectuat o deplasare solidă.

Evident că rotațiile și translațiile sînt deplasări solide.

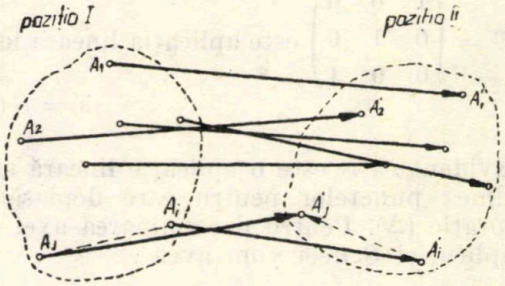


Fig. 1

Cu aceste considerații se poate da definiția corpului rigid [1] ca fiind sistemul material care nu poate avea alte deplasări decît deplasări solide.

Teorema lui Chasles [1] arată că o deplasare solidă a oricărui corp se poate realiza printr-o mișcare elicoidală, o rotație în jurul unei axe compusă cu o translație paralelă cu axa.

Avînd ca punct de plecare considerațiile de mai sus și folosind aplicațiile lineare vom stabili cîteva relații importante pentru deplasările solidului iar în ultima parte a lucrării vom da cîteva aplicații în teoria mecanismelor.

1. — Rigidul cu punct fix. Cîmpul de deplasări

Dacă vom considera cele două poziții ale rigidului (fig. 2) în corespondența de forma :

$$O_0 \to O \equiv O_0$$
$$o_0x_0 \to ox$$
$$o_0y_0 \to oy$$
$$o_0z_0 \to oz$$
$$A_0 \to A$$

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej". București, mai 1970.

şi dacă notăm cosinusurile directoare ale axelor ox, oy, oz faţă de o_0x_0, o_0y_0, o_0z_0 prin $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$; $(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$; $(\alpha_3, \beta_3, \gamma_3)$ iar vectorii $\overline{OA} = \overline{R}$, $\overline{O_0A_0} = \overline{r}$ rezultă

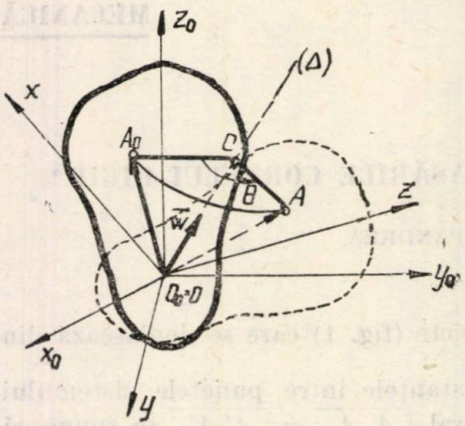


Fig. 2

$$\overline{R} = T(\overline{r}) \tag{1}$$

unde $T = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{pmatrix}$ este aplicaţia liniară ortogonală care are $\det T = 1$. Vom numi vectorul $\overline{s}_A = \overline{A_0A}$ deplasarea punctului A_0.

Rezultă că $\overline{s}_A = \overline{R} - \overline{r}$ şi deci în general deplasarea unui punct oare care va fi

$$\overline{s} = T(\overline{r}) - \overline{r} \tag{2}$$

Făcînd notaţia $T - E = S$ unde $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ este aplicaţia liniară identică, rezultă cîmpul de deplasări

$$\overline{s} = S(\overline{r}) \tag{3}$$

Evident că S este o aplicaţie liniară singulară deoarece $\det S = 0$. Mulţimea punctelor pentru care deplasările $\overline{s}$ sînt nule formează axa de rotaţie (Δ). Pentru determinarea axei de rotaţie vom determina nucleul aplicaţiei S deci vom avea

$$S(\overline{r}) = 0 \quad \text{sau} \quad T(\overline{r}) = \overline{r} \quad \text{sau} \quad (T - T^{-1})(\overline{r}) = 0$$

Din ultima relaţie rezultă ecuaţia dreptei

$$\overline{r} = \lambda \overline{w} \tag{4}$$

unde

$$\overline{w} = \frac{1}{2}(\gamma_2 - \beta_3)\,\overline{i}_0 + \frac{1}{2}(\alpha_3 - \gamma_1)\,\overline{j}_0 + \frac{1}{2}(\beta_1 - \alpha_2) \tag{5}$$

$\overline{i}_0$, $\overline{j}_0$, $\overline{k}_0$ fiind versorii axelor o_0x_0, o_0y_0, o_0z_0.

Unghiul de rotaţie (fig. 2) se poate exprima prin relaţia [1]

$$\sin\theta = \frac{\overline{CA_0} \times \overline{CA}}{|\overline{CA_0}| \cdot |\overline{CA}|} \tag{6}$$

din care se deduce [2] $\sin\theta = |\overline{W}|$

2. — Cazul general de deplasare a rigidului

2.1. *Stabilirea cîmpului de deplasări.*

Rigidul din poziția I în poziția II poate ajunge printr-o rotație și apoi o translație (fig. 3).

Considerînd această deplasare astfel încît

$$\begin{aligned} A_0 &\to A \\ O_0 &\to O \end{aligned} \qquad \begin{aligned} O_0 x_0 &\to Ox \\ O_0 y_0 &\to Oy \\ O_0 z_0 &\to Oz \end{aligned}$$

notînd $\overline{O_0 o} = \bar{s}_0$, $\overline{A_0 A} = \bar{s}_A$, $\overline{O^0 A_0} = \bar{r}$, $\overline{O_0 A} = \overline{R}$ din relația vectorială $\overline{O_0 A} = \overline{O_0 A_0'} + \overline{A_0' A}$ (fig. 3) ținînd seama că $\overline{O_0 A_0'} = T(\bar{r})$ rezultă

$$\overline{R} = \bar{s}_0 + T(\bar{r}) \tag{7}$$

și cum $\bar{s}_A = \overline{R} - \bar{r}$ mai rezultă

$$s_A = \bar{s}_0 + S(\bar{r}) \tag{8}$$

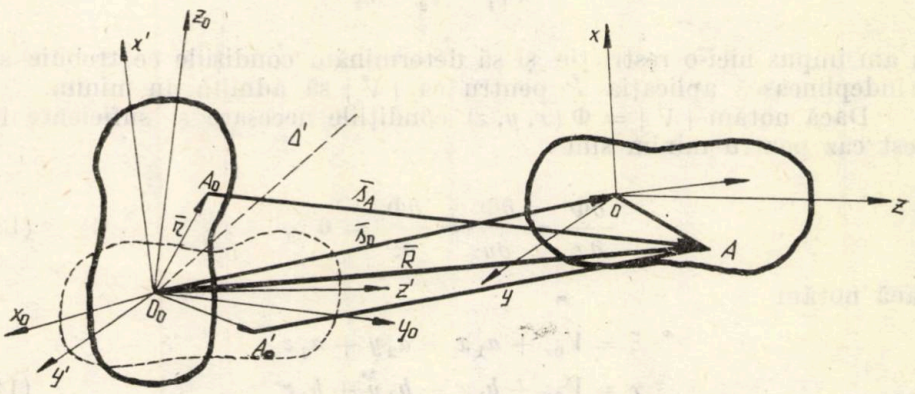


Fig. 3

Deplasarea unui punct oarecare va fi exprimată prin relația

$$\bar{s} = \bar{s}_0 + S(\bar{r}) \tag{9}$$

Această relație care dă expresia cîmpului de deplasări poate fi scrisă sub o formă și mai concentrată dacă vom folosi coordonatele omogene deci dacă vom considera

$$\begin{aligned} \bar{r} &= (1,\ x,\ y,\ z) \\ \bar{s} &= (1,\ s_x,\ s_y,\ s_z) \end{aligned} \tag{10}$$

În acest caz $\bar{s} = K(\bar{r})$ (11) unde

$$K = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ s_{0x} & \alpha_{1-1} & \alpha_2 & \alpha_3 \\ s_{0y} & \beta_1 & \beta_{2-1} & \beta_3 \\ s_{0z} & \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_{3-1} \end{pmatrix}$$

Revenind la relația (9) se poate arăta că în general nu există puncte de deplasare nulă fapt ce ne conduce la a căuta punctele care au deplasări minime.

2.2. *Stabilirea condițiilor de minim.*

Să considerăm un cîmp vectorial mai general decît cîmpul definit de relația (9) și anume

$$\bar{V} = \bar{V}_0 + P(\bar{r}) \tag{12}$$

unde asupra aplicației

$$P = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$$

nu am impus nici-o restricție și să determinăm condițiile ce trebuie să le îndeplinească aplicația P pentru ca $|\bar{V}|$ să admită un minim.

Dacă notăm $|\bar{V}| = \Phi(x, y, z)$ condițiile necesare și suficiente în acest caz pentru minim sînt :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \tag{13}$$

Dacă notăm

$$\begin{aligned} \xi &= V_{0x} + a_1 x + a_2 y + a_3 z \\ \eta &= V_{0y} + b_1 x + b_2 y + b_3 z \\ \zeta &= V_{0z} + c_1 x + c_2 y + c_3 z \end{aligned} \tag{14}$$

atunci relațiile (13) se scriu sub forma :

$$\begin{aligned} a_1 \xi + b_1 \eta + c_1 \zeta &= 0 \\ a_2 \xi + b_2 \eta + c_2 \zeta &= 0 \\ a_3 \xi + b_3 \eta + c_3 \zeta &= 0 \end{aligned} \tag{15}$$

Dacă $\det P \neq 0$ sistemul (15) admite numai soluția banală iar sistemul (14) admite soluția unică, deci în acest caz există un singur punct în care $|\bar{V}|$ este minim și evident $|\bar{V}|_{\min} = 0$.

Dacă det $P = 0$ sistemul (15) admite și soluții diferite de soluția banală și anume:

$$\xi = \lambda A \qquad \eta = \lambda B \qquad \zeta = \lambda C \tag{16}$$

unde

$$A = b_1c_2 - c_1b_2 \qquad B = c_1a_2 - a_1c_2 \qquad C = a_1b_2 - b_1a_2 \tag{17}$$

În acest caz înmulțind prima relație din (14) cu A, a doua cu B a treia cu C și sumînd rezultă

$$\lambda = \frac{\overline{V}_0\overline{U}}{U} \tag{18}$$

unde am notat

$$\overline{U} = A\bar{i} + B\bar{j} + C\bar{k} \tag{19}$$

Ținînd seama de (16) și (18) relațiile (14) definesc un sistem de ecuații compatibil și simplu nedeterminat adică reprezintă ecuațiile unei drepte (Δ) care are direcția vectorilui:

$$\overline{U}^* = A^*\bar{i} + B^*\bar{j} + C^*\bar{k} \tag{20}$$

unde

$$A^* = a_2b_3 - a_3b_1 \qquad B^* = a_3b_1 - a_1b_2 \qquad C^* = a_1b_2 - a_2b_1 \tag{21}$$

Deci ecuația vectorială a dreptei (Δ) în punctele căruia $|\overline{V}|$ este minim va fi

$$\overline{V}_0 + P(\bar{r}) = \frac{\overline{V}_0\overline{U}}{U^2}\overline{U} \tag{22}$$

În general $\overline{U}$ nu este paralel cu (Δ) iar vectorul $\overline{V}$ calculat în punctele dreptei (Δ) este paralel cu $\overline{U}$ și are mărimea constantă și egală cu $\frac{\overline{V}_0\overline{U}}{U}$ (fig. 4).

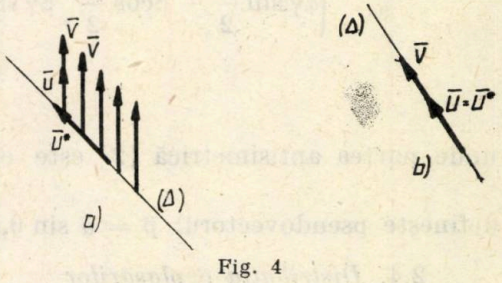


Fig. 4

În cazul în care vectorul $\overline{V}$ calculat în punctele dreptei (Δ) este colinear cu dreapta (fig. 4) între vectorii $\overline{U}$ și $\overline{U}^*$ există relația

$$\overline{U} = \mu\overline{U}^* \tag{23}$$

Deoarece $C = C^*$ rezultă că $\mu = 1$ și deci trebuie să avem

$$A = A^* \qquad B = B^* \tag{24}$$

O astfel de aplicație liniară care îndeplinește condițiile (23) precum și condiția det $P = 0$ o vom nota prin P^*.

2.3. *Translația minimă și unghiul de rotație*

Aplicația S corespunzătoare deplasărilor rigidului este de tipul aplicației P^*.

Într-adevăr avem $A = A^* = \alpha_3 + \gamma_1$, analog $B = B^*$ și $\det S = 0$

Deplasările dreptei (Δ) vor fi minime și dirijate în lungul ei. Ținînd cont de faptul că $S = T - E$ unde T este aplicația ortogonală rezultă că vectorul $\overline{w}$ dat prin relația (5) este paralel cu (Δ)

Avem deci

$$\overline{s}_{\min} = \frac{\overline{s}_0 \overline{w}}{w^2} \overline{w} \qquad (25)$$

$$\sin \theta = | \overline{w} |$$

Rezultă că în situația în care se cunoaște deplasarea unui punct și cosinusurile directoare ale axelor se poate determina dreapta (Δ) cu ecuația (22) precum și translația minimă și unghiul de rotație cu relațiile (25).

Dacă în schimb cunoaștem dreapta $\Delta(\alpha, \beta, \gamma)$ și unghiul θ cu rezultatele din [3] folosind transcrierea sub forma (1) avem :

$$T = 2 \sin \frac{\theta}{2} \begin{vmatrix} (\alpha^2 - 1) \sin \frac{\theta}{2} & \alpha\beta \sin \frac{\theta}{2} - \gamma \cos \frac{\theta}{2} & \alpha\gamma \sin \frac{\theta}{2} + \beta \cos \frac{\theta}{2} \\ \alpha\beta \sin \frac{\theta}{2} + \gamma \cos \frac{\theta}{2} & (\beta^2 - 1) \sin \frac{\theta}{2} & \beta\gamma \sin \frac{\theta}{2} - \alpha \cos \frac{\theta}{2} \\ \alpha\gamma \sin \frac{\theta}{2} - \beta \cos \frac{\theta}{2} & \beta\gamma \sin \frac{\theta}{2} + \alpha \cos \frac{\theta}{2} & (\gamma^2 - 1) \sin \frac{\theta}{2} \end{vmatrix} \qquad (26)$$

unde partea antisimetrică [2] este egală cu $\sin \theta \begin{pmatrix} 0 & -\gamma & \beta \\ \gamma & 0 & -\alpha \\ -\beta & \alpha & 0 \end{pmatrix}$ și definește pseudovectorul $\overline{p} = \overline{u} \sin \theta$, $\overline{u}$ fiind versorul dreptei (Δ).

2.4. *Distribuția deplasărilor*

Distribuția deplasărilor este dată de relația (9) sau (11).

Pentru a putea face o reprezentare a deplasărilor vom demonstra următoarele teoreme.

a. — Proecțiile deplasărilor pe direcția dreptei (Δ) sînt constante și egale cu $| \overline{s} |_{\min}$.

Într-adevăr deoarece $\overline{U} . S(\overline{r}) = 0$ din relația (9) înmulțind scalar cu $\frac{\overline{U}}{U}$ obținem

$$\frac{\overline{s}\,\overline{U}}{U} = \frac{\overline{s}_0 \overline{U}}{U} = | \overline{s} |_{\min} \qquad (27)$$

adică proiecțiile deplasărilor pe dreapta (Δ) sînt constante.

b. — Punctele dreptelor paralele cu dreapta (Δ) au deplasările egale.

Ecuația vectorială a unei drepte paralelă cu (Δ) care trece prin punctul $D(r_0)$ este $\bar{r} = \bar{r}_0 + \mu\bar{U}$ iar deplasarea unui punct al dreptei este $\bar{s} = \bar{s}_0 + S(\bar{r}_0 + \mu\bar{U})$.

Deoarece $S(\bar{U}) = 0$ rezultă

$$\bar{s} = \bar{s}_0 + S(\bar{r}_0) \qquad (28)$$

adică aceste deplasări nu depind de μ și sînt deci egale.

Ținînd seama de acestea rezultă reprezentarea deplasărilor ca în fig. 5 în care observăm că $pr_{\Delta}\,\bar{s}_0 = |\bar{s}|_{min}$.

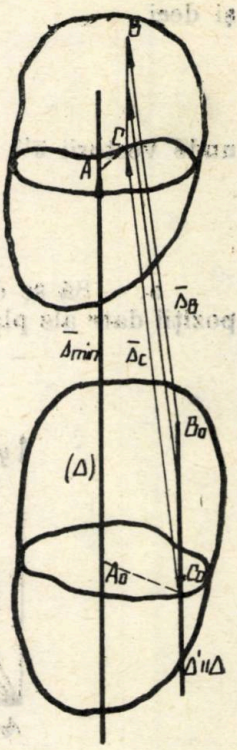


Fig. 5

Relația (27) ne arată că dacă $\bar{s}_0 = 0$ sau $\bar{s}_0\bar{U} = 0$ atunci $\bar{s}_{min} = 0$ deci din o poziție a rigidului la altă poziție se poate ajunge printr-o simplă rotație în cazurile rigidului cu punct fix $\bar{s}_0 = 0$ și a mișcării plan paralele. Într-adevăr în cazul mișcării plan paralele luînd axa oz_0 perpendiculară pe planul fix obținem

$$S = \begin{pmatrix} \cos\theta - 1 & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta - 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

deci $\bar{U} = (2 - 2\cos\theta)\,\bar{k}_0$ și deci $\bar{s}_0\bar{U} = 0$

3. — Studiul deplasărilor între 3 poziții date

Considerăm trei poziții ale rigidului (fig. 6) și să presupunem că sînt cunoscute deplasările $\bar{s}_0^{01}$, $\bar{s}_0^{02}$ precum și aplicațiile T_{01} și T_{02}. Să determinăm cîmpul de deplasări $\bar{s}^{12}$.

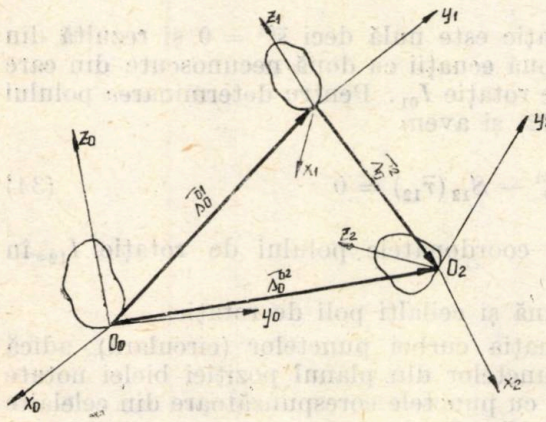


Fig. 6

Pentru aceasta va trebui să determinăm $\bar{s}_0^{12}$ precum și T_{12}.

Considerînd rotațiile succesive caracterizate prin T_{01}, T_{12}, T_{20} avem

$$T_{01}\,T_{12}\,T_{20} = E \qquad (29)$$

și deci

$$T_{12} = T_{10}\,T_{02} \qquad (30)$$

unde $T_{10} = T_{01}^{-1}$.

Mai avem

$$\bar{s}_0^{12} = \bar{s}_0^{02} - \bar{s}_0^{01} \qquad (31)$$

și deci

$$\bar{s}^{12} = \bar{s}_0^{12} + \bar{s}_{12}(\bar{r}_{12}) \tag{32}$$

unde vectorii $\bar{s}^{12}$, $\bar{r}_{12}$, $\bar{s}_0^{12}$ se exprimă în sistemul notat cu indicele „1".

4. — Aplicații

a. — Să se determine coordonatele polilor de rotație pentru patru poziții date ale planului bielei mecanismului patrulater (fig. 7).

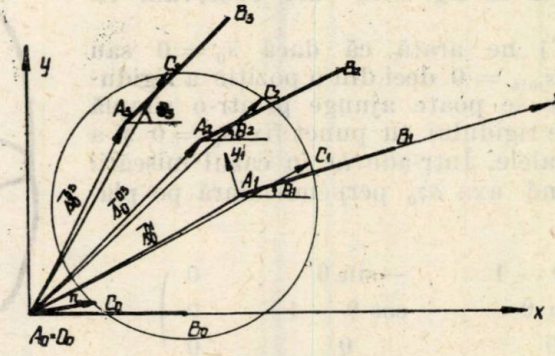


Fig. 7

Cu sistemul de axe și notațiile din figura 7 avem

$$\bar{s}^{01} = \bar{s}_0^{01} + \begin{pmatrix} \cos\theta_1 - 1 & -\sin\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 - 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{01} \\ y_{01} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{33}$$

Deplasarea polului de rotație este nulă deci $\bar{s}^{01} = 0$ și rezultă din această condiție un sistem de două ecuații cu două necunoscute din care deducem coordonatele polului de rotație I_{01}. Pentru determinarea polului de rotație I_{12} aplicăm relația (32) și avem

$$\bar{s}_0^{02} - \bar{s}_0^{01} - S_{12}(\bar{r}_{12}) = 0 \tag{34}$$

Din relația (34) obținem coordonatele polului de rotație I_{12} în sistemul $x_1A_1y_1$.

În mod analog se determină și ceilalți poli de rotație.

b. — Să se determine ecuația curbei punctelor (circulară) adică să se afle locul geometric al punctelor din planul poziției bielei notate prin indicele „O" care împreună cu punctele corespunzătoare din celelalte trei poziții se găsesc pe un cerc (fig. 7).

Dacă notăm $\overline{O_0C_0} = \bar{r}$ atunci

$$\begin{aligned} \overline{O_0C_1} &= \bar{s}_0^{01} + T_{01}(\bar{r}) \\ \overline{O_0C_2} &= \bar{s}_0^{02} + T_{02}(\bar{r}) \\ \overline{O_0C_3} &= \bar{s}_0^{03} + T_{03}(\bar{r}) \end{aligned} \tag{35}$$

Pe de altă parte $\overline{O_0C_1} = X\bar{i}_0 + Y\bar{j}_0$ și deci

$$\begin{aligned} X_1 &= \bar{s}_{0x}^{01} + x\cos\alpha_1 - y\sin\alpha_1 \\ Y_1 &= \bar{s}_{0y}^{01} + x\sin\alpha_1 + y\cos\alpha_1 \end{aligned} \tag{36}$$

Cum C_0, C_1, C_2, C_3 sînt pe același cerc obținem :

$$\begin{vmatrix} x^2 + y^2 & x & y & 1 \\ X^2 + Y_2^2 & X_1 & Y_1 & 1 \\ X_2^2 + Y_2^2 & X_2 & Y_2 & 1 \\ X_3^2 + Y_3^2 & X_3 & Y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \tag{37}$$

Dezvoltînd acest determinant se obține ecuația unei cubice de forma

$$Ax^3 + By^3 + Cx^2 + Dy^2 + Ex + Fy + 6 = 0 \tag{38}$$

c. — Să se determine punctele care în cele patru poziții ale planului bielei sînt colineare.

În acest caz punctele $C_0C_1C_2$ sînt colineare și analog punctele C_0, C_1, C_3 sînt colineare deci avem

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ X_1 & Y_1 & 1 \\ X_2 & Y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{și} \quad \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ X_1 & Y_1 & 1 \\ X_3 & Y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \tag{39}$$

Aceste două ecuații reprezintă ecuațiile a două cercuri. Din intersecția acestor cercuri rezultă două puncte, unul fiind polul I_{01} iar celălalt reprezintă soluția căutată.

Catedra de mecanică

Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. — *O. Onicescu* Mecanica Editura Tehnică 1969.

2. — *N. A. Kilcevski* Elemente de calcul tensorial şi aplicaţiile lui în Mecanică Editura tehnică 1956.

3. — *V. Vilcovici St. Bălan R. Voinea* Mecanica teoretică Editura tehnică 1968

4. — *N. I. Manolescu* Probleme de teoria mecanismelor şi a maşinilor vol. II Editura tehnică şi pedagogică 1968

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972. Numărul 4

REZISTENȚA MATERIALELOR

C. Z.: 539.4

A NEW ALGORITHM FOR THE COMPUTATION OF BENDING MOMENTS AND DEFLECTIONS OF STRAIGHT BEAMS

M. BLUMENFELD

1. Introduction

In some previous papers the author has presented a method for the computation of the bending moments and deflections of the straight beams with stepwise variable moment of inertia, giving also various applications concerning the computation of the natural frequencies [4] and of the critical loads [3]. In the present paper the former equations are sinthetised under a form which leads to a new algorithm for the computation of the straight beams. The algorithm is not based upon the well known mehods of the structural mechanics for solving redundants systems, but on the possibility of solving simultaneously, the equilibrium and the deformations equations. As a result, there is no difference between a staticaly determinate and a staticaly indeterminate beam, both being solved in the same way.

2. The equilibrium and slope continuity equations

From a beam (fig. 1) with stepwise variable cross section, let be cut a section i, $i + 1$ acted upon by a uniformly distributed load p_{i+1} (fig. 2.a).

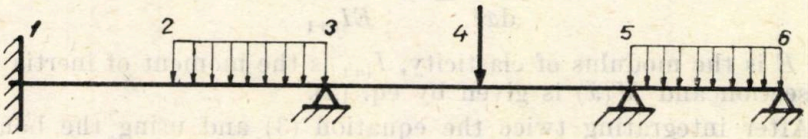


Fig. 1

By integrating twice the differential equation $d^2M/dx^2 = -p(x)$, and by using the boundary conditions: $x = 0$, $M = M_i$ and $x = l_{i+1}$, $M = M_{i+1}$, the following relations are obtained for the shear force $T_i^{(+)}$ (at

the right side of the point i — fig. 2.b) and for the bending moment $M(x)$ at any section [1]

$$T_i^{(+)} = \frac{M_{i+1} - M_i}{l_{i+1}} + \frac{p_{i+1} \cdot l_{i+1}}{2} \tag{1}$$

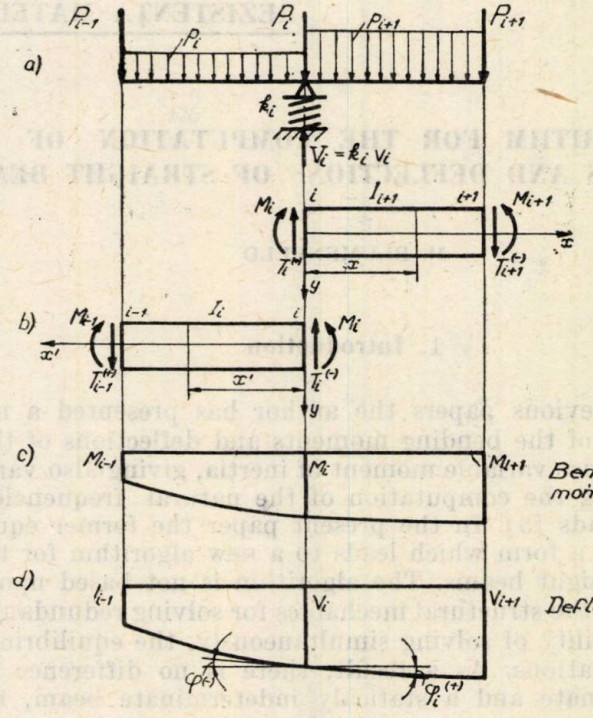


Fig. 2

$$M(x) = M_i + \left(\frac{M_{i+1} - M_i}{l_{i+1}} + \frac{p_{i+1} \cdot l_{i+1}}{2} \right) x - \frac{p_{i+1} \cdot x^2}{2} \tag{2}$$

The differential equation of the beam deflection is

$$\frac{\mathrm{d}^2 v}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{M(x)}{EI_{i+1}} \tag{3}$$

where E is the modulus of elasticity, I_{i+1} is the moment of inertia of the cross section and $M(x)$ is given by eq. (2).

After integrating twice the equation (3) and using the boundary conditions: $x = 0$, $v = v_i$ and $x = l_{i+1}$, $v = v_{i+1}$, the slope $\varphi_i^{(+)}$ of the beam at the right side of point i (fig. 2.d), is given by the following equation [1, 4]

$$\varphi_i^{(+)} = \frac{v_{i+1} - v_i}{l_{i+1}} + \frac{l_{i+1}}{3EI_{i+1}} M_i + \frac{l_{i+1}}{6EI_{i+1}} M_{i+1} + \frac{p_{i+1} \cdot l_{i+1}^3}{24EI_{i+1}}. \tag{4}$$

If we make the same integration for the segment i, $i-1$ (fig. 2.a), refered to the $x'iy$ axis system (x' from right to left), the following equations are obtained for the calculation of the shear force $T_i^{(-)}$ and slope $\varphi_i^{(-)}$, at the left side of the point i

$$T_i^{(-)} = \frac{M_{i-1} - M_i}{l_i} + \frac{p_i l_i}{2} \tag{5}$$

$$\varphi_i^{(-)} = \frac{v_{i-1} - v_i}{l_i} + \frac{l_i}{3EI_i} M_i + \frac{l_i}{6EI_i} M_{i-1} + \frac{p_i l^3}{24EI_i} \tag{6}$$

where p_i is the uniformly distributed load, I_i is the moment of inertia of the segment $i-1$, i, M_{i-1} and v_{i-1} are the bending moment and the deflection in $i-1$, respectively.

Using the previous equations, we shall write two equations, representing the equilibrium of the forces acting in the point i and the slope continuity in the same point, respectively [1]).

a. *Equilibrium equation*

$$T_i^{(+)} + T_i^{(-)} = -P_i + k_i v_i \tag{7}$$

where P_i is the concentrated force acting in the point i and $k_i v_i$ represents the reaction of the elastic support, having [2]) the stiffness k_i. By introducing in eq. (7), the eqs. (1) and (5), we obtain

$$l_{i+1} M_{i-1} - (l_i + l_{i+1}) M_i - k_i l_i l_{i+1} v_i + M_{i+1} l_i =$$

$$= -\left(P_i + \frac{p_i l_i}{2} + \frac{p_{i+1} l_{i+1}}{2}\right) l_i \cdot l_{i+1} \tag{8}$$

b. *Continuity of the slope*

$$\varphi_i^{(+)} + \varphi_i^{(-)} = 0 \tag{9}$$

By introducing in eq. (9), the slopes $\varphi_i^{(+)}$ and $\varphi_i^{(+)}$ from eqs. (4) and (6), the following equation is obtained

$$\frac{l_i^2 l_{i+1}}{6EI_i} M_{i-1} + l_i v_{i-1} + \frac{l_i l_{i+1}}{3E}\left(\frac{l_{i+1}}{I_{i+1}} + \frac{l_i}{I_i}\right) M_i - (l_i + l_{i+1}) v_i +$$

$$+ \frac{l_i l_{i+1}^2}{6EI_{i+1}} M_{i+1} + l_i v_{i+1} = -\frac{p_i l_i^4 l_{i+1}}{6EI_i} - \frac{p_{i+1} l_i l_{i+1}^4}{6EI_{i+1}}. \tag{10}$$

---

[1]) The signs correspond to the different orientation of the axis systems xiy and $x'iy$.

[2]) If i is an ordinary point of the beam, where there is no elastic support, we take $k_i = 0$.

3. The matrix of the unknowns coefficients

The straight beam (fig. 1) is divided in 4 groups of two adjacent segments: 1—2—3, 2—3—4, 3—4—5, 4—5—6. For every group we may apply the eqs. (8) and (10), by replacing $i = 2, 3, 4$ and 5. We obtain 8 equations with 12 unknowns (6 bending moments and 6 deflections); the matrix of the unknowns is given [3]) in table 1. From this matrix the rows 3 to 10 correspond to these 8 equations. If the beam has built-in ends, two supplementary conditions must be added: $\varphi_1 = 0$ and $\varphi_2 = 0$ (rows 2 and 11); if the ends of the beam are free (beam with overhang), we may take into account the conditions $T_1 = 0$ and $T_2 = 0$ (rows 1 and 12). For example, if $T_1 = 0$, from eq. (1) we obtain the relation ($i = 1$)

$$M_2 - M_1 = -\frac{p_2 l_2^2}{2} \tag{11}$$

with M_1 and M_2 as unknowns (see row 1, table 1); if $\varphi_1 = 0$, from eq. (4), by introducing $i = 1$ we obtain

$$v_2 - v_1 + \frac{l_2^2}{3EI_2} M_1 + \frac{l_2^2}{6EI_2} M_2 = -\frac{p_2 l_2^4}{6EI_2} \tag{12}$$

having M_1, M_2, v_1 and v_2 as unknowns (see row 2, table 1).

4. The algorithm for the computation of bending moments and slope

The matrix given in table 1, completed with the column matrix representing the right side of eqs. (8) and (9), corresponds to the general case of a straight beam. For every particular beam, a number of rows and columns of the matrix are to be canceled, taking into account the following specific conditions:

a. If the beam is simply supported (table 2, fig. a) we have the conditions $M_1 = 0$, $v_1 = 0$, $M_2 = 0$ and $v_2 = 0$, which lead to the cancellation of the columns 1, 2, 11, 12; at the same time, the rows 1, 2, 11, 12 must be cancelled, because the conditions represented by these equations represent „built in" or „free" ends. It remains an 8×8 matrix, representing a system of equations with 8 unknowns; the roots of this system represent the bending moments and the deflections in the points 2, 3, 4, 5.

b. If there is a supplementary support 3 (fig. b, table 2) we have the condition $v_3 = 0$, which leads to the cancellation of the column 6; at the same time we must cancel the row 5, because the reaction P_3, acting in the support 3 is not known. In that case we obtain a 7×7 matrix.

[3]) We have written the unknowns instead of the coefficients which may be computed from eqs. (8) and (9); the vector representing the right side of these equations has not been given.

Table 1

Physical significance of the equation	Nr. of the line	The unknowns matrix — Nr. of the column 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$T_1 = 0$	1	M_1	0	M_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\varphi_1 = 0$	2	M_1	v_1	M_2	v_2	0	0	0	0	0	0	0	0
$T_2^{(+)} + T_2^{(-)} = -P_2 + k_2 v_2$	3	M_1	0	M_2	v_2	M_3	0	0	0	0	0	0	0
$\varphi_2^{(+)} + \varphi_2^{(-)} = 0$	4	M_1	v_1	M_2	v_2	M_3	v_3	0	0	0	0	0	0
$T_3^{(+)} + T_3^{(-)} = -P_3 + k_3 v_3$	5	0	0	M_2	0	M_3	v_3	M_4	0	0	0	0	0
$\varphi_3^{(+)} + \varphi_3^{(-)} = 0$	6	0	0	M_2	v_2	M_3	v_3	M_4	v_4	0	0	0	0
$T_4^{(+)} + T_4^{(-)} = -P_4 + k_4 v_4$	7	0	0	0	0	M_3	0	M_4	v_4	M_5	0	0	0
$\varphi_4^{(+)} + \varphi_4^{(-)} = 0$	8	0	0	0	0	M_3	v_3	M_4	v_4	M_5	v_5	0	0
$T_5^{(+)} + T_5^{(-)} = -P_5 + k_5 v_5$	9	0	0	0	0	0	0	M_4	0	M_5	v_5	M_2	0
$\varphi_5^{(+)} + \varphi_5^{(-)} = 0$	10	0	0	0	0	0	0	M_4	v_4	M_5	v_5	M_2	v_2
$\varphi_6 = 0$	11	0	0	0	0	0	0	0	0	M_5	v_5	M_2	v_2
$T_6 = 0$	12	0	0	0	0	0	0	0	0	M_5	0	M_2	0

c. For a beam with an intermediary hinge (fig. c, table 2), the boundary condition for the point 5 is $M_5 = 0$, the column 5 being cancelled; in this point the condition representing the slope continuity is no more valid, therefore we must cancel the row 10.

Other particular cases are presented in table 2. All the problems are solved by using a square matrix, generated by a matrix having $2n$ rows and columns (n is the extreme right point); the real matrix is obtained by cancelling an equal number of rows and columns.

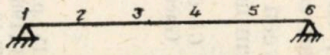
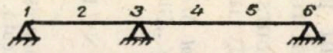
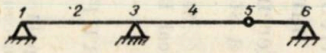
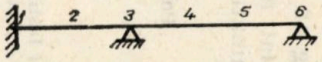
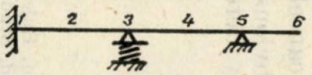
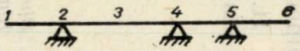
It is obvious that no difference occurs between the computation of a statically determinate and a statically indeterminate beam.

Strength of Materials Chair
Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest

REFERENCES

1. *M. Blumenfeld*, Buletinul Institutului politehnic Bucureşti, XXIV, p. 148–158, ian. (1962).
2. *M. Blumenfeld*, Studii şi cercetări de mecanică aplicată, XIV, 3 (1963), p. 715–726.
3. *M. Blumenfeld, C. Voicu, H. Gheorghiu*, ZAMM 51, T34 – T 43 (1971).
4. *M. Blumenfeld, C. Voicu, H. Gheorghiu*, Studii şi cercetări de mecanică aplicată, XXX, 6 (1971), p. 1353–1368.

Table 2

Beam	Rows cancellation		Columns cancellation	
	Condition	Rows to be cancelled	Condition	Columns to be cancelled
	$T_1 \neq 0$, $\varphi_1 \neq 0$ $T_6 \neq 0$, $\varphi_6 \neq 0$	1, 2, 11, 12	$M_1 = 0$, $v_1 = 0$ $M_6 = 0$, $v_6 = 0$	1, 2, 11, 12
	$T_1 \neq 0$, $\varphi_1 \neq 0$ P_3 = unknown, $T_6 \neq 0$, $\varphi_6 \neq 0$	1, 2, 5, 11, 12	$M_1 = 0$, $v_1 = 0$ $v_3 = 0$ $M_6 = 0$, $v_6 = 0$	1, 2, 6, 11, 12
	$T_1 \neq 0$, $\varphi_1 \neq 0$ P_3 = unknown, $\varphi_5^{(+)} + \varphi_5^{(-)} \neq 0$ $T_6 \neq 0$, $\varphi_6 \neq 0$	1, 2, 5, 10, 11, 12	$M_1 = 0$, $v_1 = 0$ $v_3 = 0$, $M_5 = 0$ $M_6 = 0$, $v_6 = 0$	1, 2, 6, 9, 11, 12
	$T_1 \neq 0$ P_3 = unknown, $T_6 \neq 0$, $\varphi_6 \neq 0$	1, 5, 11, 12	$v_1 = 0$, $v_3 = 0$ $v_6 = 0$, $M_6 = 0$	2, 6, 11, 12
	$T_1 \neq 0$, P_3 = unknown, $\varphi_6 \neq 0$	1 , 5, 11	$v_1 = 0$, $v_5 = 0$ $M_6 = 0$	2, 10, 11
	$\varphi_1 \neq 0$, P_2, P_4, P_5 = = unknowns, $\varphi_6 \neq 0$	2, 3, 7, 9, 11	$M_1 = 0$, $v_2 = 0$ $v_4 = 0$, $v_5 = 0$ $M_6 = 0$	1, 4, 8, 10, 11

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972. Numărul 4

C. Z.: 517

TORSION OF A NON-ISOTROPIC CYLINDER OF NON-HOMOGENEOUS MATERIAL*

SASADHAR DE
(*Physics Dept., Visva-Bharati*)
Old Engineering Office (*Qrs.*)
Santiniketan, Birbhum, West Bengal,
INDIA

Introduction

The problem on torsion of a composite circular cylinder of isotropic material has been discussed by Ray [1] In the present paper, the same problem when the composite circular cylinder is composed of non-homogeneous anisotropic material is solved. Firstly, we have supposed that the elastic parameters vary as r^n, n being an integer and r being the distance form the axis. Secondly, we have taken that the elastic parameters decrease exponentially with depth i.e., vary as $\exp.(-k'z)$, k' being a constant. We assume that a couple is acting at one end of the cylinder, while the lateral surface and the other end is kept fixed.

The composite cilinder, under our discussion, is composed of two non-isotropic circular cylinders of non-homogeneous material of length l. Each has radius a and are kept in contact end to end. The lower end of the lower cylinder (2) and the lateral surfaces of both cylinders are kept fixed. A shearing force distributed over a small circular area of radius b is prescribed on the upper terminal section of the upper cylinder (1). The axis of the cylinder is taken as the z-axis and the fixed end is on the plane $z = 0$. Here we have used cylindrical co-ordinates (r, θ, z).

2. Problem and its Solution

If u, v, ω are the components of displacement in the radial, circumferential and axial directions, the strain components are given by [2]

$$\left.\begin{aligned} e_{rr} &= \frac{\partial u}{\partial r}, \quad e_{\theta\theta} = \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta} + u/r \\ e_{zz} &= \frac{\partial \omega}{\partial z}, \quad e_{r\theta} = \frac{\partial v}{\partial r} - v/r + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta} \\ e_{rz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial r}, \quad e_{\theta} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial \omega}{\partial \theta} \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

* Manuscript received November 1971.

The strees-strain relations are given in terms of nine independent elastic constants c_{ij} as follows :

$$\left.\begin{aligned}
\widehat{rr} &= c_{11}e_{rr} + c_{12}e_{\theta\theta} + c_{13}e_{zz} \\
\widehat{\theta\theta} &= c_{12}e_{rr} + c_{22}e_{\theta\theta} + c_{23}e_{zz} \\
\widehat{zz} &= c_{13}e_{rr} + c_{23}e_{\theta\theta} + c_{33}e_{zz} \\
\widehat{rz} &= c_{44}e_{rz} \\
\widehat{\theta z} &= c_{55}e_{\theta z} \\
\widehat{r\theta} &= c_{66}e_{r\theta}
\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

where $c_{ij} = c_{ji}$.

The equations of equilibrium are

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial r}\widehat{rr} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\widehat{r\theta} + \frac{\partial}{\partial z}\widehat{rz} + \frac{\widehat{rr} - \widehat{\theta\theta}}{r} &= 0 \\
\frac{\partial}{\partial r}\widehat{r\theta} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\widehat{\theta\theta} + \frac{\partial}{\partial z}\widehat{\theta z} + 2\widehat{r\theta}/r &= 0 \\
\frac{\partial}{\partial r}\widehat{rz} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\widehat{\theta z} + \frac{\partial}{\partial z}\widehat{zz} + \widehat{rz}/r &= 0
\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Here we assume that the components of displacement $u_r = u_z = 0$ and $u_\theta = v$, independent of θ.

Therefore, the stresses are given by

$$\left.\begin{aligned}
\widehat{rr} = \widehat{\theta\theta} = \widehat{zz} = \widehat{rz} &= 0 \\
\widehat{r\theta} &= c_{66}\left(\frac{\partial v}{\partial r} - v/r\right) \\
\widehat{\theta z} &= c_{55}\,(\partial v/\partial x)
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Boundary conditions :

We assume that at the ends in contact (as the lateral surfaces are fixed)

$$v_1 = v_2 \text{ at } z = l \tag{5}$$

$$(\widehat{\theta z})_1 = (\widehat{\theta z})_2 \text{ at } z = l \tag{6}$$

End conditions :

$$\left.\begin{aligned} v_2 &= 0 \text{ when } z = 0 \\ [(\widehat{\theta z})_1]_{z=2l} &= Kr,\ 0 \leqslant r \leqslant b < a \\ &= 0,\ b < r \leqslant a, \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

where K is a constant.

Case — 1

We suppose here that

$$\left.\begin{aligned} c_{11} &= a_{11}\, r^n \\ &\cdots\cdots\cdots \\ c_{55} &= a_{55} r^n \ldots \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

and $c_{66} = a_{66} r^n$ where $a_{11} \ldots a_{55}$ and a_{66} are constants, r being the distance from the axis and n being an integer.
For the composite cylinder, we take $a_{66} = a_{66}^{(1)}$ etc. when

$$l < z \leqslant 2l,$$

and $a_{66} = a_{66}^{(2)}$ etc., when $0 \leqslant z \leqslant l$.
Two of the equations of equilibrium are identically satisfied by (4) and the remaining one with the help of (5) takes the form

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{n+1}{r}\frac{\partial v}{\partial r} - (n+1)\, v/r^2 + \alpha^2 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0, \tag{9}$$

where $\alpha^2 = a_{55}/a_{66}$.
The general solution of the above equation is given by

$$v = \left[A \sinh\left(\frac{\beta z}{\alpha}\right) + B \cosh\left(\frac{\beta z}{\alpha}\right)\right] r^{-n/2} J_{\frac{n+2}{2}}(\beta r), \tag{10}$$

where $J_{\frac{n+2}{2}}(\beta r)$ is the Bessel function of the first kind of order $\dfrac{n+2}{2}$ and argument (βr), A and B being any two arbitrary constants.

Therefore, the displacement v_1 $(l \leqslant z \leqslant 2l)$ can be written as

$$v_1 = [A \sinh(\beta z/\alpha_1) + B \cosh(\beta z/\alpha_1)]\, r^{-n/2} J_{\frac{n+2}{2}}(\beta r) \tag{11}$$

Again, since $v_2 = 0$ et $z = 0$, therefore the displacement v_2 $(0 \leqslant \leqslant z \leqslant l)$ can be written as

$$v_2 = C \sinh(\beta z/\alpha_2)\, r^{-n/2} J_{\frac{n+2}{2}}(\beta r) \tag{12}$$

where C is any arbitrary constant,

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{a_{55}^{(1)}}{a_{66}^{(1)}}} \text{ and } \alpha_2 = \sqrt{\frac{a_{55}^{(2)}}{a_{66}^{(2)}}}$$

Now, we have

$$\widehat{(r\theta)}_1 = - a_{66}^{(1)} r^{\frac{n-2}{2}} [A \sinh(\beta z/\alpha_1) + B \cosh(\beta z/\alpha_1)] \times$$

$$\times [2J_{\frac{n+2}{2}}(\beta r) + \beta r J_{n/2}(\beta r)] \tag{13a}$$

and

$$\widehat{(r\theta)}_2 = - a_{66}^{(2)} r^{\frac{n-2}{2}} C \sinh(\beta z/\alpha_2)[2 J_{\frac{n+2}{2}}(\beta r) + \beta r J_{n/2}(\beta r)] \tag{13b}$$

Since, the whole lateral surface is fixed, we take

$$(v_1)_{r=a} = (v_2)_{r=a} = 0$$

Therefore, we have

$$J_{\frac{n+2}{2}}(\beta a) = 0 \tag{14}$$

Let $\beta_1, \beta_2, \ldots \beta_s$ be the roots of the above equation.
For a particular case, if we take $n = 2$

$$\text{i.e.,} J_2(\beta a) = 0, \tag{15}$$

then the roots of (15) will be given by [3]

$$\begin{aligned} &\beta_1 a = 5.136 \\ &\beta_2 a = 8.417 \\ &\beta_3 a = 11.620 \ldots \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &\beta\ a = (s + 3/4)\pi \quad \text{when } s \text{ is large.} \end{aligned} \tag{16}$$

Therefore, the general solution for v_1 can be written as

$$v_1 = \sum_{s=1}^{\infty} [A_s \sinh(\beta_s z/\alpha_1) + B_s \cosh(\beta_s z/\alpha_1)] \times r^{-n/2} J_{\frac{n+2}{2}}(\beta_s r) \tag{17a}$$

And

$$v_2 = \sum_{s=1}^{\infty} C_s \sinh(\beta_s z/\alpha_2)\, r^{-n/2} J_{\frac{n+2}{2}}(\beta_s r) \tag{17b}$$

Also,

$$(\widehat{\theta z}_1) = a_{55}^{(1)} \sum_{s=1}^{\infty} [A_s \cosh(\beta_s z/\alpha_1) + B_s \sinh(\beta_s z/\alpha_1)] \times$$

$$\times \frac{\beta_s}{\alpha_1} r^{n-2} J_{\frac{n+2}{2}}(\beta_s r) \tag{18a}$$

And

$$(\widehat{\theta z})_2 = a_{55}^{(2)} \sum_{s=1}^{\infty} C_s \cosh(\beta_s/\alpha_2 z) \times \beta_s/\alpha_2 r^{n/2} J_{\frac{n+2}{2}}(\beta_s r) \tag{18 b}$$

From (5), 17 (a) and 17 (b), we get

$$A_s \sinh(\beta_s l/\alpha_1) + B_s \cosh(\beta_s l/\alpha_1) = C_s \sinh(\beta_s l/\alpha_2) \tag{19}$$

And from (6), 18 (a) and 18 (b), we have

$$\frac{a_{55}^{(1)}}{\alpha_1} [A_s \cosh(\beta_s l/\alpha_1) + B_s \sinh(\beta_s l/\alpha_1)] = \frac{a_{55}^{(2)}}{\alpha_2} C_s \cosh(\beta_s l/\alpha_2) \tag{20}$$

From equation (19) and (20), we get

$$A_s = C_s \chi_s \text{ and } B_s = C_s \xi_s, \tag{21}$$

where

$$\chi_s = \frac{\alpha_1}{a_{55}^{(1)}} \left[\frac{a_{55}^{(2)}}{\alpha_2} \cosh(\beta_s l/\alpha_1) \cosh(\beta_s l/\alpha_2) - \frac{a_{55}^{(1)}}{\alpha_1} \sinh(\beta_s l/\alpha_1) \sinh(\beta_s l/\alpha_2) \right] \tag{22}$$

And

$$\xi_s = \frac{\alpha_1}{a_{55}^{(1)}} \left[\frac{a_{55}^{(1)}}{\alpha_1} \sinh(\beta_s l/\alpha_2) \cosh(\beta_s l/\alpha_1) - \frac{a_{55}^{(2)}}{\alpha_2} \cosh(\beta_s l/\alpha_2) \sinh(\beta_s l/\alpha_1) \right]$$

From equations 18 (a) and (21), we have

$$(\widehat{\theta z})_1 = a_{55}^{(1)} \sum_{s=1}^{\infty} C_s [\chi_s \cosh(\beta_s z/\alpha_1) + \xi_s \sinh(\beta_s z/\alpha_1)] \times$$

$$\times \beta_s/\alpha_1 r^{n/2} J_{\frac{n+2}{2}}(\beta_s r) \tag{23}$$

From (7), we have

$$[(\widehat{\theta z})_1]_{z=2l} = a_{55}^{(1)} \sum_{s=1}^{\infty} C_s \left[\chi_s \cosh(2\beta_s l/\alpha_1) + \xi \sinh\left(\frac{2\beta_s l}{\alpha_1}\right)\right] \times$$

$$\times \frac{\beta s}{\alpha_1} r^{n/2} J_{\frac{n+2}{2}}(\beta_s r)$$

$$= Kr \text{ when } 0 \leqslant r \leqslant b \tag{24}$$

For a particular case, we have chosen $n = 2$.
Now, appling Fourier — Bessel Theorem [4], we get

$$C_s = \frac{2K\alpha_1 \zeta_s}{a_{55}^{(1)} \beta_s a^2 \{J_2'(\beta_s a)\}^2 [\chi_s \cosh(2\beta_s l/\alpha_1) + \xi_s \sinh(2\beta_s l/\alpha_1)]}, \tag{25}$$

since

$$\int_0^a r\{J_n(\alpha r)\}^2 \, dr = \frac{a^2}{2}\{J_n'(\alpha a)\}^2, \quad n > -1$$

and

$$\zeta_s = \int_0^b r J_2(\beta_s r)\, dr = \frac{\beta_s b^3}{16\Gamma 3} F_2[2;\ 3,\ 3;\ -(\beta_s b/2)^2]$$

[cf. Luke, p. 44]

So, knowing χ_s, ζ_s and C_s, $(\widehat{\theta z})_1$ can be determined from equation 18 (a). And form 18 (b) and (25), we have

$$(\widehat{\theta z})_2 = \frac{a_{55}^{(2)}}{a_{55}^{(1)}} \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2\zeta K_s \beta_s r J_2(\beta_s r) \cosh(\beta_s z/\alpha_2)}{\beta_s a^2 \{J_2'(\beta_s a)\}^2 [\chi_s \cosh(2\beta_s l/\alpha_1) + \xi_s \sinh(2\beta_s l/\alpha_1)]} \tag{26}$$

Putting $n = 0$ in the above equations and then writing $a_{55} = c_{55}$, $a_{66} = c_{66}$ etc., we can easily evaluate the results for the homogeneous non-isotropic material.

For a non-homogeneous isotropic material, we put

$$a_{55}^{(1)} = a_{66}^{(1)} = \frac{c_{55}^{(1)}}{r^n} = \frac{c_{66}^{(1)}}{r^n} = \mu_1/r^n$$

and

$$a_{55}^{(2)} = a_{66}^{(2)} = c_{55}^{(2)}/r^n = c_{66}^{(2)}/r^n = \mu_2/r^n,$$

then we have $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 1$.
Therefore, we get

$$\chi_s = \frac{\mu_2 \cosh^2(\beta_s l) - \mu_1 \sinh^2(\beta_s l)}{\mu_1}$$

And

$$\xi_c = \frac{(\mu_1 - \mu_2)\sinh(\beta_s l)\cosh(\beta_s l)}{\mu_1}$$

Torsion of a composite homogeneous isotropic material can be obtained from the above last case by putting $n = 0$.

Case — 2

Here we take $c_{66} = a_{66}e^{-k'z}$ and $c_{55} = a_{55}e^{-k'z}$, (27)
where a_{66}, a_{55} and k' are constants.

In this case, the only non-vanishing equation of equilibrium, by the use of (27) takes the form

$$\frac{\partial v^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r} - v/r^2 + \alpha^2\left(\partial^2 v/\partial z^2 - k'\frac{\partial v}{\partial z}\right) = 0 \qquad (28)$$

where $\alpha^2 = a_{55}/a_{66}$.
The general solution of equation (28) is given by

$$v = e^{k'/2}[A' \sinh yz + B' \cosh yz]\, J_1(\beta r) \qquad (29)$$

where

$$y = \frac{\sqrt{k'^2 + 4\delta^2}}{2}, \qquad \delta^2 = (\beta/\alpha)^2,$$

A' and B' being any two arbitrary constants.
Therefore, the displacement v_1 $(l \leqslant z \leqslant 2l)$ can be written as

$$v_1 = e^{k_1/2}[A' \sinh y_1 z + B' \cosh y_1 z]\, J_1(\beta r) \ldots \qquad (30)$$

where

$$y_1 = \sqrt{k_1^2 + 4\delta_1^2}/2, \qquad \delta_1^2 = (\beta/\alpha_1)^2, \quad \alpha_1 = \sqrt{a_{55}^{(1)}/a_{66}^{(1)}}$$

Since, $v_2 = 0$ et $z = 0$, therefore the displacement v_2 $(0 \leqslant z \leqslant l)$ can be written as

$$v_2 = e^{k_2/2}[C' \sinh y_2 z]\, J_1(\beta r), \ldots \qquad (31)$$

where C' is any arbitrary constant,

$$y_2 = \frac{\sqrt{k_2^2 + 4\delta_2^2}}{2}, \qquad \delta_2^2 = (\beta/\alpha_2)^2, \quad \alpha_2 = \sqrt{a_{55}^{(2)}/a_{66}^{(2)}}$$

Now, we have

$$(\widehat{r\theta})_1 = - a_{66}^{(1)} e^{-k_1(z-1/2)} \beta[A' \sinh y_1 z + B' \cosh y_1 z] J_2(\beta r) \quad (32\,a)$$

and

$$(\widehat{r\theta})_2 = - a_{66}^{(2)} e^{-k_2(z-1/2)} \beta C' \sinh(y_2 z) J_2(\beta r) \quad (32\,b)$$

Like before, since the whole lateral surface is fixed, we take

$$(v_1)_{r=a} = (v_2)_{r=a} = 0$$

Therefore, we have $J_1(\beta a) = 0$ (33)
The roots of equation (33) are given by

$$\begin{aligned} \beta_1 a &= 3.83 \\ \beta_2 a &= 7.02 \quad \ldots \\ \beta_3 a &= 10.17 \\ &\cdots\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots\cdots \\ &\text{etc.} \end{aligned} \quad (34)$$

Therefore, in this case the general solution for v_1 can be written as

$$v_1 = e^{k_1/2} \sum_{s=1}^{\infty} [A'_s \sinh y_1 z + B'_s \cosh y_1 z] J_1(\beta_s r), \quad (35\,a)$$

where

$$y_1 = \sqrt{k_1^2 \alpha_1^2 + 4\beta_s^2}/2\alpha_1$$

and

$$v_2 = e^{k_2/2} \sum_{s=1}^{\infty} [C'_s \sinh y_2 z] J_1(\beta_s r), \quad (35\,b)$$

where

$$y_2 = \sqrt{k_2^2 \alpha_2^2 + 4\beta_s^2}/2\alpha_2$$

Also,

$$(\widehat{\theta z})_1 = a_{55}^{(1)} e^{-k_2(z-1/2)} \sum_{s=1}^{\infty} y_1 [A'_s \cosh y_1 z + B'_s \sinh y_1 z] \times J_1(\beta_s r) \quad (36\,a)$$

and

$$(\widehat{\theta z})_2 = a_{55}^{(2)} e^{-k_2(z-1/2)} \sum_{s=1}^{\infty} y_2 [C_s' \cosh y_2 z] J_1(\beta_s r) \tag{36 b}$$

From (5), (35 a) and (35 b), we get

$$[A_s' \sinh y_1 l + B_s' \cosh y_1 l)] = e^{(k_2-k_1)/2} C_s' \sinh y_2 l \tag{37}$$

And from (6), (36 a) and 36 (b), we have

$$[A_s' \cosh y_1 l + B_s' \sinh y_1 l] = \frac{a_{55}^{(2)}}{a_{55}^{(1)}} e^{(z-1/2)(k_1-k_2)} \times (y_2/y_1)[C_s' \cosh y_2 l] \tag{38}$$

From equations (37) and (38), we get

$$A_s' = C_s' \chi_s' \text{ and } B_s' = C_s' \xi_s', \tag{39}$$

where

$$\chi_s' = \left[\cosh (y_1 l) \cosh (y_2 l) \frac{a_{55}^{(2)}}{a_{55}^{(1)}} e^{(z-1/2)(k_1-k_2)} (y_2/y_1)\right] -$$

$$- [\sinh (y_2 l) e^{(k_2-k_1)/2} \sinh y_1 l] \tag{40}$$

and

$$\xi_s' = [e^{(k_2-k_1)/2} \sinh (y_2 l) \cosh (y_1 l)] -$$

$$-\left[\sinh (y_1 l) - \cosh (y_2 l) \times \frac{a_{55}^{(2)}}{a_{55}^{(1)}} e^{(z-1/2)(k_1-k_2)} (y_2/y_1)\right] \tag{41}$$

From equations 36 (a) and (39), we have

$$(\widehat{\theta z})_1 = a_{55}^{(1)} e^{-k_1(z-1/2)} \sum_{s=1}^{\infty} y_1 C_s' [\chi_s' \cosh y_1 z + \xi_s' \sinh y_1 z] \times J_1(\beta_s r) \tag{42}$$

Using (7), we have

$$(\widehat{\theta z})_1]^{z=2l} = a_{55}^{(1)} e^{-k_1(z-1/2)} \sum_{s=1}^{\infty} y_1 C_s' [\chi_s' \cosh 2y_1 l +$$

$$+ \xi_s' \sinh 2y_1 l] J_1 (\beta_s r) = Kr \text{ when } 0 \leqslant r \leqslant b \tag{43}$$

Now, applying Fourier-Bessel Theorem [4], like before we get,

$$C'_s = \frac{K\int_0^b r\,J_1(\beta_s r)\,dr}{a_{55}^{(1)} e^{-k_1(z-1/2)} y_1\,[\chi'_s \cosh 2y_1 l + \xi'_s \sinh 2y_1 l]\int_0^a \{J_1(\beta_s r)\}^2 dr} =$$

$$= \frac{K\,\zeta'_s}{a_{55}^{(1)} e^{-k_1(z-1/2)}\, y_1 \eta_s [\chi'_s \cosh 2y_1 l + \xi'_s \sinh 2y_1 l]} \tag{44}$$

where

$$\zeta'_s = \int_0^b r J_1(\beta_s r)\,dr =$$

$$= \frac{b}{\beta_s}\left[\frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(1/2)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2+2k)\,\Gamma(1/2+k)}{\Gamma(5/2+k)}\, J_{2+2k}(\beta_s b)\right]$$

[cf. [5], p. 480]

and

$$\eta_s = \int_0^a J_1{}^2(\beta_s r)\,dr =$$

$$= \frac{1}{4}\frac{\beta_s^2 a^3}{(\Gamma 2)^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-)^k \left(\frac{1}{2}\beta_s a\right)^{2k} F_1(-k, -1-k;\ 2;\ k)}{k!\,(3+2k)\,(2)_k}$$

[cf. Luke, p. 259]

Hence, knowing χ'_s, ξ'_s and C'_s, $(\widehat{\theta z})_1$ can be determined from equation (36 a).

Again, from (36 b) and (44), we have

$$(\widehat{\theta z})_2 = \frac{a_{55}^{(2)} e^{-k_2(z-1/2)} y_2 K \zeta'_s J_1(\beta_s r)\cosh y_2 z}{a_{55}^{(1)} e^{-k_1(z-1/2)}\, y_1 \eta_s [\chi'_s \cosh 2y_1 l + \xi'_s \sinh 2y_1 l]} \tag{45}$$

For the composite cylinder of isotropic homogeneous material, we have

$k' = 0$, $a_{55}^{(1)} = a_{66}^{(1)} = c_{55}^{(1)} = c_{66}^{(1)} = \mu_1$ and

$a_{55}^{(2)} = a_{66}^{(2)} = c_{55}^{(2)} = c_{66}^{(2)} = \mu_2$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, $y_1 = \beta_s = y_2$

Therefore, we have

$$\chi_s' = \frac{\mu_2}{\mu_1} \cosh^2(\beta_s l) - \sinh^2(\beta_s l),$$

$$\xi_s' = \sinh(\beta_s l) \cosh(\beta_s l)(1 - \mu_2/\mu_1),$$

$$(\widehat{\theta z})_1 = \mu_1 \sum_{s=1}^{\infty} C_s' [\chi_s' \cosh(\beta_s z) + \xi_s' \sinh(\beta_s z)] \times \beta_s J_1(\beta_s r),$$

$$(\widehat{\theta z})_2 = \mu_2 \sum_{s=1}^{\infty} C_s' \cosh(\beta_s z) \beta_s J_1(\beta_s r)$$

and the corresponding results can easily be obtained.

REFERENCES

1. *Ray, K. K.* — Buletinul Institutului Politehnic — 1966 — XII (16).
2. *Love, A. E. H.* — A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, — Dover Publications [1944].
3. *Jahnke — Emde* — Tables of Function with Formula and Curves — 4th edition — Dover Publication.
4. *Sneddon, I. N.* — Fourier Transforms — McGraw — Hill Book Company, Inc. [1951].
5. *Abramowitz, M and Stegun, I. A.* (Editors) — Hand Book of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables — Dover Publications, Inc., New York [1965].
6. *Luke, Y. L.* — Integrals of Bessel Functions — McGraw — Hill Book Company, Inc. [1962].
7. *Flügge, S.* (Editor)— Handbuch Der Physik — Volume VI (Elasticity and Plasticity), Page 27, 399, Springer — Verlag (Berlin, Göttingen, Heidelberg) [1958].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972. Numărul 4

ENERGETICĂ

C.Z.: 620.9

STUDIUL TRANSFERULUI FENOMENULUI DEFORMANT ÎNTR-O REȚEA COMPLEXĂ

C. DINCULESCU, ARIE A. ARIE, ALEX. SELISCHI

Într-o rețea complexă în care apar mai mulți consumatori cu caracter deformant, la dimensionarea filtrelor montate la unul din consumatori, trebuie să se țină seamă de filtrele montate în tot sistemul electroenergetic. În cazul apariției unei surse multiple de armonici are loc o influență reciprocă între aceste surse, tratarea sistemului electric în vederea micșorării și evitării fenomenelor de amplificare trebuind să fie făcută ca un tot unitar. De menționat că se pot ivi cazuri, în care o sursă perturbatoare îndepărtată de locul în care s-a montat filtrul de armonici, generează prin filtru curenți armonici de valori mai mari decît cei care i-ar produce consumatorul deformant local. Montarea de filtre pentru armonici numai la anumiți consumatori din sistemul electroenergetic, restul consumatorilor din sistem nefiind tratați din punct de vedere al filtrării armonicilor, poate conduce la condiții de funcționare nefavorabile pentru filtrele montate, acestea din urmă constituind puncte de scurtcircuit (pe armonica considerată din sistemul electroenergetic).

Apare astfel problema tratării filtrajului de armonici pe întreg sistemul electroenergetic considerat, problemă care și-ar găsi o analogie cu problema tratării neutrului pentru fenomenele electrice care apar pe fundamentală.

Studierea fenomenului de amplificare se va face în ipoteza acoperitoare a considerării surselor de armonici ca lucrînd după o caracteristică de curent constant pe armonica n (ipoteză folosită în literatura de specialitate și care permite abordarea unei probleme complexe).

În această ipoteză se pot studia pe rînd influența nodurilor care se consideră surse generatoare de armonici asupra celorlalte noduri considerate în sistemul electric.

Pentru studiul fenomenului de amplificare se vor folosi în calcul ecuațiile liniilor lungi, chiar în cazul liniilor de lungimi curente, întrucît fenomenele electrice ce se propagă pe aceste linii sînt de frecvențe superioare celei fundamentale.

Cum în sistemul considerat, pe lîngă elementele cu parametrii uniform distribuiți ai liniilor de transfer, apar și elemente cu parametrii

* Manuscris predat la redacție la data de 22 iunie 1971

concentrați — transformatoare, generatoare, consumatori — pentru simetrizarea și uniformizarea calculului, sistemul electric eterogen din punct de vedere al modului de considerare al parametrilor lui, a fost redus la un sistem electric omogen, fie cu parametrii uniform distribuiți, fie cu parametrii concentrați.

Se consideră o schemă dată în figura 1.

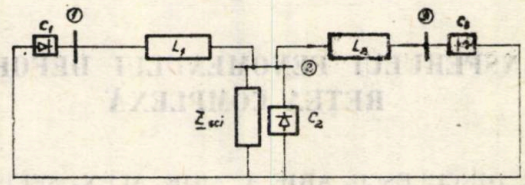


Fig. 1

În schema electrică considerată se presupune un nod notat cu 2, în care converg două linii lungi L_1 și L_2 și impedanța Z_{sci} a unui sistem electric redus față de acest nod.

Se consideră de asemenea consumatorii C_1, C_2, C_3, avînd caracteristicile neliniare (mutatoare).

Pentru studiul fenomenului se va considera succesiv influența consumatorilor C_1, C_2 și C_3 în sistemul electric considerat.

Fie schema electrică din figura 2, la care este racordat consumatorul deformant C_1 considerat sursă de armonici de curent pe armonica n, constant. Fie I_{1n} curentul pe armonica n, considerat.

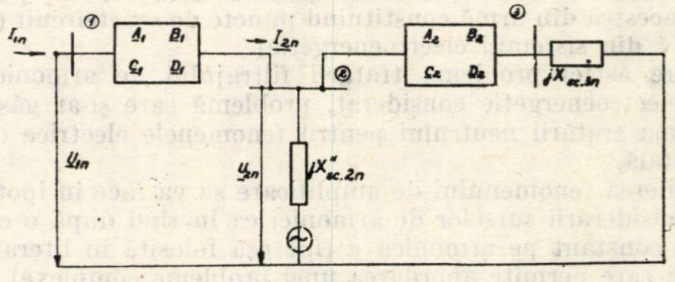


Fig. 2

În figura 2 s-a notat:

I_{1n} = curentul pe armonica n generat de sursa de armonici din nodul 1;

U_{1n} = tensiunea pe armonica n, în nodul 1;

I_{2n} = curentul pe armonica n, în nodul 2_2;

U_{2n} = tensiunea pe armonica n, în nodul 2_2;

A_1, B_1, C_1, D_1 = coeficienții liniei lungi L_1, considerate fără pierderi;

A_2, B_2, C_2, D_2 = coeficienții liniei lungi L_2, considerate fără pierderi;

$X''_{sc.2n}$ = reactanța de scurtcircuit a sistemului electric redus în nodul 2 al consumatorului având sursa de putere. (sursa de putere acționînd pe fundamentală);

$X_{sc.3n}$ = reactanța consumatorului și a surselor pe armonica n, din nodul 3, reduse la acest nod.

Pentru studierea fenomenului, se vor calcula reactanțele din aval nodului 2 reduse în acest mod.

Se va obține astfel schema electrică redusă dată în figura 3.

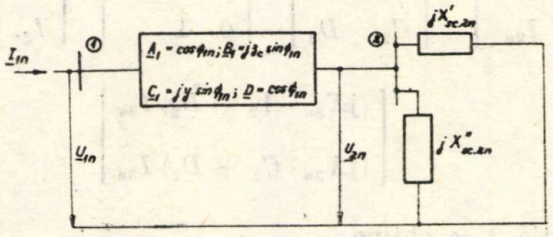


Fig. 3

Reactanța de scurtcircuit $X''_{sc.2n}$ se va calcula pe baza puterii de scurtcircuit a barei din nodul 2:

$$X''_{sc.2n} = n \cdot \frac{U^2_{ff.2}}{S_{sc.2}} \qquad (1)$$

în care:

$U_{ff.2}$ = tensiunea compusă a barei din nodul 2;

$S_{sc.2}$ = puterea de scurtcircuit a barei din nodul 2;

n = ordinul armonicii considerate;

$X''_{sc.2n}$ = reactanța de scurtcircuit pe bara 2, corespunzătoare armonicii n.

Pentru calculul reactanței $X'_{sc.2n}$ reactanța corespunzătoare liniei lungi L_2 înseriate cu reactanța $X_{sc.3n}$ văzute din nodul 2, se observă că aceasta corespunde cu reactanța de scurtcircuit a celor două elemente văzute din nodul 2.

Pentru determinarea acestei reactanțe de scurtcircuit se consideră sistemul de ecuații al sistemului electric format din linia L_2 și reactanța $X_{sc.3n}$ sistem dat în figura 4.

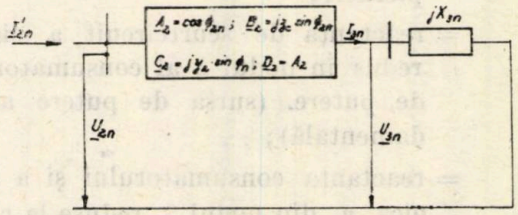


Fig. 4

Se obțin relațiile:

$$\begin{bmatrix} U_{2n} \\ I'_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \mathrm{j}\, X_{3n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ I_{3n} \end{bmatrix} = \tag{2}$$

$$= \begin{bmatrix} (\mathrm{j}X_{3n} \cdot A_2 + B_2)\, I_{3n} \\ (\mathrm{j}X_{3n} \cdot C_2 + D_2)\, I_{3n} \end{bmatrix}$$

Din relația 2 se obține:

$$\mathrm{j}X'_{sc.2n} = \frac{U_{2n}}{I_{2n}} = \frac{jX_{3n} \cdot A_2 + B_2}{jX_{3n} \cdot C_2 + D_2} \tag{3}$$

Înlocuind în relația 3 valorile lui A_2, B_2, C_2, D_2, în care:

$A_2 = \cos \varnothing_{2n}$
$B_2 = j \cdot Z_c \cdot \sin \varnothing_{2n}$
$C_2 = j \cdot Y_c \cdot \sin \varnothing_{2n}$
$D_2 = \cos \varnothing_{2n}$
$\varnothing_{2n} \approx \dfrac{2\pi n \cdot l_2}{\lambda}$
λ = lungimea de undă pe frecvența fundamentală 6000 km;
l_2 = lungimea liniei în km;
$Z_c = \dfrac{1}{Y_c}$ = impedanța caracteristică a liniei lungi;

se obține:

$$jX'_{sc.2n} = j \frac{X_{3n} \cdot \cos \varnothing_{2n} + Z_c \cdot \sin \varnothing_{2n}}{-X_{3n} \cdot Y_c \cdot \sin \varnothing_{2n} + \cos \varnothing_{2n}} = j \cdot Z_c \cdot \mathrm{tg}\,(\varnothing_{2n} + \varphi_{3n}) \tag{5}$$

în care :

$$\operatorname{tg} \varphi_{3n} = \frac{X_{3n}}{Z_c} \tag{6}$$

Expresia $j \cdot Z_c \cdot \operatorname{tg} (\emptyset_{2n} + \varphi_{3n})$ este impedanța de scurtcircuit a unei linii lungi fictive, de lungime, (exprimate în grade), $\emptyset'_2 = \emptyset_{2n} + \varphi_{3n}$, $\emptyset_{2n}$ fiind lungimea exprimată în grade a liniei reale.

Este de remarcat că dacă :

$$X_{3n} = \infty \text{ (linie în gol),}$$

$$\varphi_{3n} = 90^\circ$$

$jX'_{sc.2n} = j \cdot Z_c \cdot \operatorname{tg} (\emptyset_{2n} + \varphi_{2n}) = -j Z_c \operatorname{ctg} \emptyset_{2n} =$ (impendanța de mers în gol a liniei L_2).

Pentru :

$X_{3n} = 0$, (linie în scurtcircuit pe armonica n) — care are loc în caz de montare de filtre).

Atunci :

$jX'_{sc.2n} = j \cdot Z_c \cdot \operatorname{tg} (\emptyset_{2n} + \varphi_{3n}) = j \cdot Z_c \cdot \operatorname{tg} (\emptyset_{2n}) =$ impedanța de scurtcircuit a liniei L_2.

Dacă valoarea reactanțelor este $X'_{sc.2n}$; $X''_{sc.2n}$ și se introduc în nodul 2, se obține schema electrică dată în figura 5.

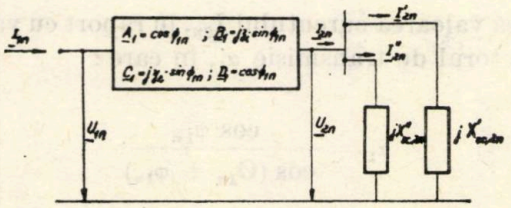


Fig. 5.

Pentru schema electrică dată în figura 5, cu notațiile trecute în această figură se pot scrie relațiile :

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{1n} \\ \underline{I}_{1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_1 & \underline{B}_1 \\ \underline{C}_1 & \underline{D}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_{2n} \\ \underline{I}_{2n} \end{bmatrix} \tag{7}$$

în care :

$$U_{2n} = j\,X_{e2} \cdot I_{2n} \tag{8}$$

$$j\,X_{e2} = \frac{j\,X'_{sc.2n} \cdot j\,X''_{sc.2n}}{j\,(X'_{sc.2n} + X''_{sc.2n})} = j\,\frac{X'_{sc.2n}\,X''_{sc.2n}}{X'_{sc.2n} + X''_{sc.2n}} \tag{9}$$

Înlocuind valoarea tensiunii $\underline{U}_{2n}$ din relația (8) în ecuația (7), se obține :

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{1n} \\ \\ \underline{I}_{1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_1 & \underline{B}_1 \\ \\ \underline{C}_1 & \underline{D}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} jX_{en} \cdot \underline{I}_{2n} \\ \\ \underline{I}_{2n} \end{bmatrix} \tag{10}$$

De unde :

$$I_2 = \frac{I_{1n}}{(j\,X_{e\,n} \cdot C_1 + D_1)} = \frac{I_{1n}}{\cos \varnothing_{1n} - jX_{e\,n} \sin \varnothing_{1n}} \tag{11}$$

Notînd cu :

$$X_{e\,n} Y_c = \frac{X_{e\,n}}{Z_c} = \operatorname{tg} \varphi_{1n}$$

ecuația (11) capătă forma :

$$I_{2n} = \frac{I_{1n} \cdot \cos \varphi_{1n}}{\cos (\varnothing_{1n} + \varphi_{1n})} \tag{12}$$

Se observă că valoarea curentului $\underline{I}_{2n}$, în raport cu valoarea curentului I_{1n} depinde de factorul de transmisie α_1, în care :

$$\alpha_1 = \frac{\cos \varphi_{1n}}{\cos (\varnothing_{1n} + \varphi_{1n})} \tag{13}$$

Factorul α este supraunitar dacă unghiul φ_{1n} este pozitiv, dacă reactanța inductivă X_{en} este pozitivă. El poate fi și subunitar dacă unghiul $\varnothing_{1n} - \varphi_{1n}$ este negativ, respectiv X_{en} este capacitivă și suficient de mare astfel ca valoarea absolută a unghiului φ_{1n} să fie mai mare decît valoarea absolută a unghiului : $\varnothing_{1n}$.

Coeficientul α poate fi denumit și coeficient de amplificare.

Se poate deci scrie relația :

$$I_{2n} = \alpha_1 \cdot I_{1n} \tag{14}$$

Factorul de amplificare α_1 avînd valoarea dată în relaţia (13) O dată determinat curentul I_{2n}, acesta se va descompune prin reactanţa echivalentă X_{en} obţinîndu-se, cu notaţiile din figura 5, relaţiile :

$$I'_{2n} = \frac{X''_{sc.2n}}{X''_{sc.2n} + X'_{sc.2n}} \cdot I_{2n} = \alpha_1 \frac{X''_{sc.2n}}{X''_{sc.2n} + X'_{sc.2n}} I_{1n} \qquad (15, a)$$

$$I''_{2n} = \frac{X'_{sc.2n}}{X''_{sc.2n} + X'_{sc.2n}} \cdot I_{2n} = \alpha_1 \frac{X'_{sc.2n}}{X''_{sc.2n} + X'_{sc.2n}} \qquad (15,b)$$

în care :

I'_{2n} = valoarea curentului de intrare în reactanţa $X'_{sc\ 2n}$

I''_{2n} = valoarea curentului de intrare în reactanţa $X''_{sc\ 2n}$

De observat că pentru valori negative ale reactanţei $X'_{sc.2n}$ valorile absolute ale curenţilor I'_{2n}, respectiv, I''_{2n}, sînt mai mari decît valoarea absolută a curentului I_{1n}.

Pentru $X'_{sc.2n} + X''_{sc.2n} = 0$ poate avea loc fenomenul de rezonanţă netă, valoarea curenţilor I'_{2n} şi I''_{2n} tinzînd către infinit, fapt ce poate pune în pericol instalaţiile electrice. (Din cauza interdependenţei dintre armonici, valoarea curenţilor I'_{2n} şi I''_{2n} rămîne mărginită — curenţii I'_{2n} şi I''_{2n} luînd totuşi valori foarte mici).

Pentru o reactanţă $X''_{sc.2n}$ presupusă constantă, variaţia curenţilor I'_{2n} şi I''_{2n} în funcţie de variaţia reactanţei $X'_{sc.2n}$ în domeniul $-\infty + \infty$ are loc după hiperbolele date în figurile 6, a şi 6, b.

După cum reiese din figura 6,a şi 6,b pentru valori negative ale reactanţei $X'_{sc.2n}$, atît curentul I'_{2n} cît şi I''_{2n} suferă o amplificare faţă de curentul I_{2n}.

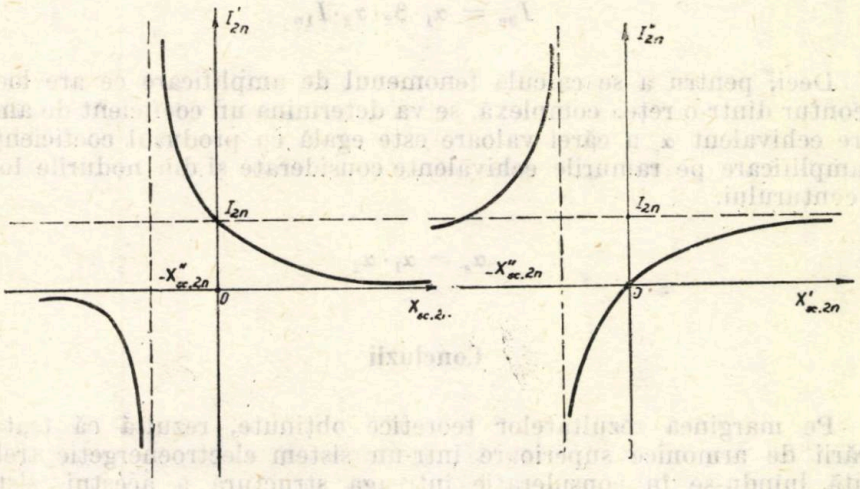


Fig. 6 (a, b)

Dacă valoarea absolută a reactanței $X'_{sc.2n}$ este cuprinsă între 0 și valoarea reactanței $X''_{sc.2n}$ pentru valori negative ale reactanței $X'_{sc.2n}$ are același sens ca și curentul I_2, iar curentul I''_{2n} ese de sens schimbat.

O dată cunoscut curentul I'_{2n}, care intră în linia lungă L_2, curentul I_{3n}, de ieșire din această linie va fi calculat după relațiile (12), respectiv (14), cu formula:

$$I_{3n} = \alpha_2 I_{2n} \tag{16}$$

în care α_2 este coeficientul de amplificare pe linia lungă L_2.

$$\alpha_2 = \frac{\cos \varphi_2}{\cos (\varnothing_{2n} + \varphi_2)} \tag{17}$$

unde:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{X_{sc.3n}}{Z_c}$$

Dacă se notează cu β_2 mărimea

$$\beta_2 = \frac{X''_{sc.2n}}{X''_{sc.2n} + X'_{sc.2n}}, \tag{18}$$

mărime pe care o denumim coeficient de amplificare în nodul 2, atunci, ținînd seamă de relațiile (13); (14); (15; (16); (18), relația (16) poate fi pusă sub forma:

$$I_{3n} = \alpha_1 \cdot \beta_2 \cdot \alpha_2 \cdot I_{1n}$$

Deci, pentru a se calcula fenomenul de amplificare ce are loc pe un contur dintr-o rețea complexă, se va determina un coeficient de amplificare echivalent α_e a cărei valoare este egală cu produsul coeficienților de amplificare pe ramurile echivalente considerate și din nodurile locale ale conturului.

$$\alpha_e = \alpha_1 \cdot \alpha_2$$

Concluzii

Pe marginea rezultatelor teoretice obținute, rezultă că tratarea filtrării de armonice superioare într-un sistem electroenergetic trebuie făcută luîndu-se în considerație întreaga structură a acestui sistem. Astfel, în cazul montării unor filtre de armonici pentru un anumit consu-

mator deformant (sau grup de consumatori) din sistem, dimensionarea acestor filtre trebuie făcută luîndu-se în considerație atît armonicile superioare de curent produse de instalația propriu-zisă la care se montează filtrele, cît și armonicile superioare de curent generate de alte instalații din sistemul electric considerat. De subliniat că în anumite condiții critice de amplificare sau de rezonanță netă armonicile de curent produse de sistem pot lua valori foarte mari fapt care poate conduce la distrugerea filtrelor de armonici pe care le străbate.

Una din principalele cauze ale amplificărilor de armonici de curent și tensiune se datoresc în special liniilor de foarte înaltă tensiune din sistem.

Luarea în considerație a acestor linii în calculul amplificărilor armonicilor superioare de curent și tensiune se face folosindu-se coeficienții de amplificare stabiliți de α și β, care reflectă atît lungimea liniilor electrice de transfer cît și ramificațiile din nodurile sistemului electric considerat.

Prin folosirea acestor coeficienți schema structurii electrice formată din elemente cu parametrii uniform distribuiți (linii electrice lungi) și elemente cu parametrii concentrați (linii electrice scurte, transformatoare, consumatori) se reduce la o schemă electrică unitară formată numai din elemente cu parametrii concentrați, calculul efectuîndu-se ca atare.

Catedra de centrale electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Antoniu, I. S.* Chestiuni speciale de electrotehnică, București Editura Academiei, 19 56
2. *Kariakin R. N.* Rezonans v tiagovîh setrah i evo dampfirovanie, Moskva, Gosudarstvenoe izdatelstvo „Vîsșaia skola", 1961.
3. *Dinculescu, C., Arie A. A., Buhuș, P., Selischi, A.*, Une methodologie de calcul, dans le domaine lineaire, des variations de tension sur les lignes longues, en regime symetrique et asymetrique, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tomul XXVIII. 1966, nr. 4, pag. 81—115'

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972. Numărul 4

C.Z.: 621.311.2

ANALIZA POSIBILITĂȚILOR DE APLICARE A CICLULUI COMBINAT ABUR-GAZE LA CENTRALA TERMOELECTRICĂ OVIDIU—II

C. MOȚOIU, V. OHANIAN-CONSTANTINESCU, AD. GHEORGHE, G. PAVLENCO

1. Obiectul lucrării

În condițiile actuale de dezvoltare a energeticii, una din soluțiile tehnice de mărire a randamentului instalațiilor termoenergetice din centralele termoelectrice îl reprezintă ciclul combinat abur-gaze. [1] [2] [3] [4].

O interesantă aplicație a acestui tip de ciclu îl constituie modernizarea centralelor termoelectrice clasice actuale de medie presiune care au consumuri specifice ridicate. Combinarea acestor cicluri cu cele cu gaze oferă posibilitatea măririi randamentului cu 10—15%.

Investițiile suplimentare care apar prin atașarea ciclului de gaze se amortizează relativ în scurt timp prin economiile de combustibil corespunzătoare noului ciclu combinat abur-gaze.

Lucrarea și-a propus să analizeze posibilitatea și oportunitatea introducerii unui ciclu cu turbină cu gaze în condițiile concrete ale centralei termoelectrice Ovidiu II și anume pornind dela următoarele premize:

— folosirea în maximă măsură a instalațiilor existente, deci introducerea turbinei cu gaze sub formă de ciclu înaintaș;

— perspectivele de încadrare în continuare ale centralei în curba de sarcină, cu aprecierea regimurilor de funcționare probabile care tind progresiv la reducerea numărului de ore de utilizare a puterii instalate;

— tendințele în privința evoluției posibile a prețului combustibilului și consecințele trecerii de la anumite sorturi de combustibil la alte sortimente, în parte superioare;

— posibilitățile tehnice de optimizare a introducerii ciclului mixt la centralele termoelectrice cu parametrii medii, conform rezultatelor anterioare obținute prin studiile și cercetările făcute în țară. [1] [2]

2. Ipoteze de calcul

Analiza a pornit de la schema termică a ciclului cu abur și s-au propus 4 variante de suprapunere a ciclului cu gaze, având următoarele elemente comune și diferențiate.

* Manuscris predat la redacție la data de 7 octombrie 1970

2.1. *Elemente comune*

a) Din cauza puterii reduse a instalației de bază, existente — 36 MW (3 × 12 MW) cu un debit total de abur de maximum de 216 t/h (3 × 75 t/h) a fost luat în considerare că se poate instala o singură turbină cu gaze, și aceasta cu o singură axă puterea ei fiind de ordinul de mărime 9,5—10 MW.

b) Modul de alimentare al instalației existente (degazor — pompă de alimentare) rămîne neschimbat.

c) Este posibilă o adaptare a cazanelor, pentru care de altfel în prezent există proiecte de readaptare pentru funcționarea cu combustibil păcură în toate variantele folosind recuperatoare de căldură. Temperatura finală la gazele de coș este diferită de la variantă la variantă, în funcție de posibilitățile de recuperare.

d) Caracteristicile ciclului existent rămîn neschimbate. Instalațiile existente au următoarele date principale :

— număr de unități 3 ;

— parametri inițiali 32 at ; 420°C ;

— număr de prize de preîncălzire — 3 cu o priză de joasă presiune, un degazor atmosferic și o priză de înaltă presiune, cu temperatura finală de preîncălzire 150°C (fig. 1) ;

— centrala funcționează cu bară colectoare de abur și cu alimentare cu apă comună pentru toate cazanele.

2.2. *Elemente specifice variantelor*

Din studiul schemei termice, a amplasamentului și a soluțiilor indicate în literatura de specialitate au rezultat spre analiză 4 variante. Aspectele specifice variantelor de analiză sînt următoarele :

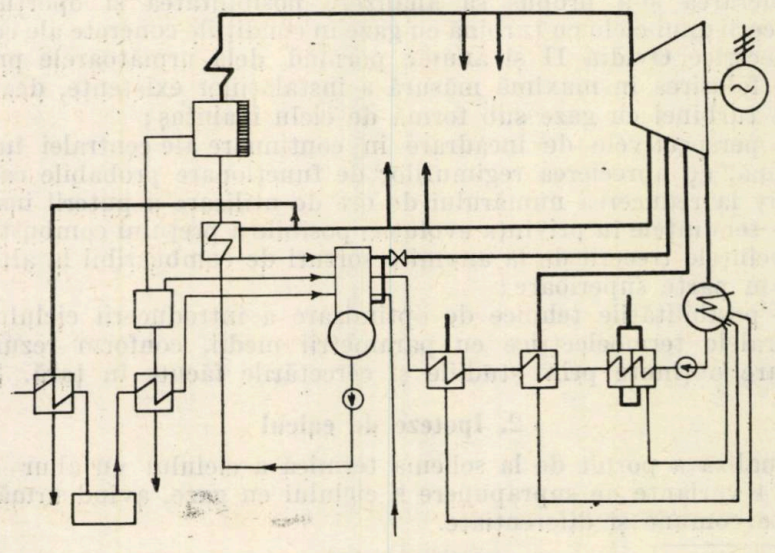


Fig. 1

— *Varianta I* : Recuperatorul de căldură înlocuieşte trepte ale preîncălzitorului de joasă presiune ;

— *Variantu II* : Recuperatorul de căldură înlocuieşte preîncălzitorul de înaltă presiune ;

— *Varianta III* : Recuperatorul de căldură este plasat în paralel cu preîncălzitorul de joasă presiune ;

— *Varianta IV* : Recuperatorul de căldură în două trepte înlocuieşte preîncălzitorul de înaltă presiune şi parţial pe cel de joasă presiune cu care lucrează în paralel.

Variantele de schemă sînt prezentate în figura 2.

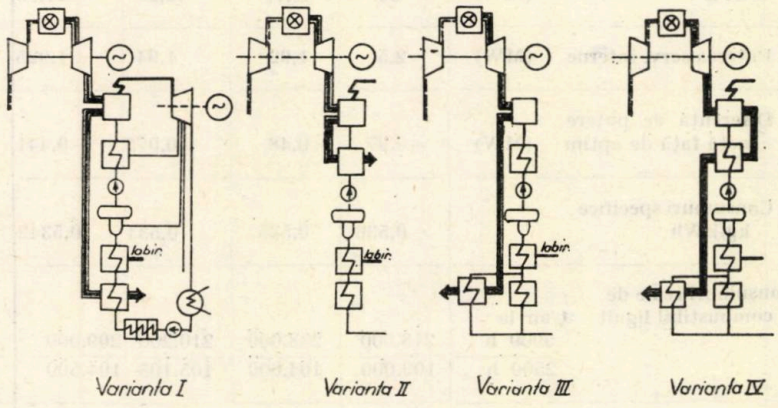


Fig. 2

3. Calcule, rezultate

Calculele au fost făcute pentru bilanţurile termice şi puterile raportate la unitatea de greutate de aer în circuitul gazelor, conform metodei de calcul prezentată în [1,] ţinînd cont de caracteristicile şi parametrii instalaţiilor.

Rezultatele tehnice sînt cuprinse în tabelul nr. 1.

Pentru fiecare variantă s-au asociat calculele de eficienţă economică elaborate pe criteriul cheltuielilor anuale de calcul, $Z = C + p_n$ I (lei/an), pentru 2 situaţii : 2500 şi 5000 de ore de utilizare anuală a puterii instalate.

Rezultatele calculului economic sînt indicate în tabelele 2.1., 2.2. 2.3., şi 2.4., iar concluziile calculului tehnico-economic sînt prezentate în tabelul 3.

Din tabelul 1 rezultă că puterea instalaţiei de turbine cu gaze este cuprinsă între 9,64—9,75 MW. Din tabelele 2.1., 2.2., 2.3., 2.4., şi 3 rezultă că varianta optimă este varianta a IV cu recuperatorul de căldură în două trepte ce înlocuieşte preîncălzitorul de înaltă presiune şi parţial de joasă presiune cu care lucrează în paralel.

Tabel 1

Rezultatul calculului termodinamic al variantelor

Nr. crt.	Denumirea		Situația actuală	Variante cu turbine cu gaze I	II	III	IV
1	Puterea ITA	(MW)	3×12	3×10,71	3×10,82	3×10,73	3×10,82
2	Total (MW)		36	32,13	32,46	32,19	32.54
3	Puterea ITG (MW)		0	9,66	9,73	9,64	9,75
4	Puterea totală a CTE	(MW)	36	41,79	42,20	41,83	42,72
5	Puterea serv. interne	(MW)	2,5	1,92	1,94	1,925	1,945
6	Diferența de putere netă față de optim	(MW)	−6,27	−0,48	−0,075	−0,441	0
7	Consumuri specifice kg/kWh		0,536	0,535	0,534	0,5342	0,534
8	Consumuri reale de combustibil lignit	t/an la 5000 h	218.000	208.000	210.200	209.000	210.600
		2500 h	109.000	104.000	105.105	104.500	105.300
9	Idem motorină	t/an la 5000 h	—	13.760	13.960	13.700	13.880
		2500 h	—	6.880	6.930	6.850	6,940
10	Puterea specifică brută totală raportată la 1 kgf aer în ITG		—	0,1861	0,1871	0,1858	0.1863
11	Puterea specifică a instalației cu abur kW/kg condensat		—	0,252	0,256	0,251	0,255
12	Randament termic ITG luat separat %		—	22,85	22,85	22,85	22,85
13	Temperatura gazelor de la ITG la intrarea în focar		—	370°C	370°C	370°C	370°C
14	Debit total de aer m^3/h		—	303.000	304.80	301.500	305.100

Total investiţii efective (10^6 lei)

Tabel 2.1.

Variante		I	II	III	IV
$I_{efectivă}$	(10^6 lei)	35,38	35,35	34,5	*34,39*

Investiţii pentru echivalare de putere

Tabel 2,2.

Variante	Actuală	I	II	III	IV
ΔP (MW)	6,27	0,48	0,075	0,441	0
I_{echP} 10^6 ki	22,0	1,68	0,263	1,545	*0*

Investiţii totale

Tabel 2.3

Varianta		Actuală	I	II	III	IV
ΔB_{ef}	2500 h	10.000	640	536	950	0
(t.c.c/an)	5000 h	20.000	1280	1772	1900	0
I_{mine}	2500 h	$9,9.10^6$	$0,634.10^6$	$0,530.10^6$	$0,94.10^6$	0
(lei)	5000 h	$19,8.10^6$	$1,268.10^6$	$1,060.10^6$	$1,88.10^6$	0
I_{ech}	2500 h	$22,10^6$	$1,68.10^6$	$0,263.10^6$	$1,545.10^6$	0
(lei)	5000 h	22.10^6	$1,68.10^6$	$0,263.10^6$	$1,545.10^6$	0
$I_{tot}=$	2500 h	$31,9.10^6$	$37,694.10^6$	$36,143.10^6$	$36,985.10^6$	$34,39.10^6$
(lei)	5000 h	$41,8.10^6$	$38,328.10^6$	$36,673.10^6$	$37,925.10^6$	*$34,39.10^6$*

Cheltuieli anuale efective (10^6 lei/an)

Tabel 2.4

Mărimea	Varianta actuală	I	II	III	IV
$C_c = \Delta\ B^{cc} \cdot p^{cc}$	2500 h $3,78.10^6$	$0,0243.10^6$	$0,0203.10^6$	$0,036.10^6$	0
	5000 h $7,56.10^6$	$0,0486.10^6$	$0,0406.10^6$	$0,072.10^6$	0
$C_{pers} = n_{persITG}$	$2,4.10^6$	$2,6.10^6$	$2,6.10^6$	$2,6.10^6$	$2,6.10^6$
$C_{am} = 5,5\,\% I_{ef}$	0	$1,95.10^6$	$1,945.10^6$	$1,9.10^6$	$1,955.10^6$
$C_{i+r} = c_{i+r} P_{ITG}$	0	$0,19.10^6$	$0,19.10^6$	$0,19.10^6$	$0,19.10^6$
Cheltuieli speciale	0	$0,05.10^6$	$0,05.10^6$	$0,05.10^6$	$0,05.10^6$
Total cheltuieli efective (lei an)	2500 h $6,18.10^6$	$4,8143.10^6$	$4,8053.10^6$	$4,776.10^6$	$4,795.19^6$
	5000 h $9,96.10^6$	$4,8386.10^6$	$4,8256.10^6$	$4,812.10^6$	*$4,795.10^6$*

Cheltuieli anuale de calcul $Z = C_{ech} + p_n I_{ech}$ (10^6 lei)

Tabel 3

Var.	C_{ech}		$p_n I_{ech}$		Z		ΔZ	
	2500	5000	2500	5000	2500	5000	2500	5000
Actual	9,13	15,86	3,19	4,18	18,32	20,04	4,086	11,86
I	5,3383	5,3626	3,7694	3,8328	9,1077	9,1954	0,8737	0,9614
II	5,0393	5,0596	3,6843	3,6873	8,6536	8,7269	0,4196	0,4926
III	5,2380	5,2740	3,6985	2,7925	8,9365	9,0665	0,7025	0,8325
IV	4,795	4,795	3,439	3,439	8,234	8,234	*0*	*0*

Concluzii

Ca urmare a calculelor efectuate a reieşit cea mai favorabilă — din punct de vedere al criteriului cheltuielilor minime de calcul — varianta IV.

Din analiza tabelului 3 se constată că există diferenţe de cheltuieli anuale de calcul foarte mici între variante, aceasta constatîndu-se şi pentru număr variabil de ore de utilizare anuală a puterii instalate.

În condiţiile existente de funcţionare a centralei Ovidiu II, ţinînd cont de gradul de uzură tehnică şi morală a instalaţiilor şi a agregatelor şi de nivelul de putere obţinut prin suprapunerea ciclului cu gaze (9,64—9,75) MW care este foarte mic în raport cu necesităţile de putere din sistemul nostru energetic, practic nu rezultă interesantă această soluţie tehnică.

Pe de altă parte, complicaţiile constructive şi de exploatare chiar la funcţionarea posibilă a centralei cu combustibil lichid (păcură) nu ar justifica drept oportună instalarea pentru această centrală a unui ciclu cu gaze.

Asemenea decizii de investiţii trebuiesc luate cu mare atenţie şi justificate corespunzător din punct de vedere al încadrării în ansamblul economiei naţionale.

Colectivul ce a elaborat prezenta lucrare opinează ca neoportună introducerea ciclului combinat abur-gaze pentru CTE Ovidiu II, avînd în vedere consideraţiile şi rezultatele de decizie expuse anterior.

Criteriul economic de calcul nu este deci suficient şi apare necesar ca aspectul de principiu dedus din calcul să fie confruntat cu posibilităţile de realizare practică şi cu condiţiile de exploatare a instalaţiilor.

Catedra de centrale electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

— *Burducea C.* — Contribuţii la studiul schemelor termice ale centralelor electrice cu ciclu abur-gaze. Teză de doctorat, IPB 1966.
— *Golici D.*, ş.a. — Aplicarea ciclului abur-gaze la centralele termoelectrice existente de parametri medii Rev. Energetica, 1969, nr. 8.
— *Knizia K.* — Die Thermodynamik des Dampfkraftprozesses .Springers Verlag, Berlin — Heidelberg — New-York 1966.
— *Schroder K.* — Centrale termoelectrice de putere mare. Ed. Tehnică 1965.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
TOMUL XXXIV — 1972. Numărul 4

AUTOMATICĂ

C.Z.: 621—52

GENERATOR DE SISTEME PSEUDOALEATOARE

G. IONESCU, I. PALCU

1. Considerații generale

Unele aplicații în domeniul automaticii, al tehnicii măsurării și al comunicațiilor impun utilizarea de semnale aleatoare avînd anumite proprietăți statistice.

De exemplu în identificarea proceselor automatizate supuse la perturbații sau a diverselor tipuri de canale de comunicații se folosesc metode bazate pe determinarea funcțiilor de corelație sau de densitate spectrală de putere, în condițiile aplicării la intrare a unor semnale de probă aleatoare de tipul zgomotului alb. Asemenea metode sînt impuse de faptul că perturbațiile sînt, de regulă, mărimi aleatoare a căror influență asupra procesului se reflectă în aceea că mărimile de ieșire conțin în afara răspunsului util și componente datorită perturbațiilor. Aceste componente nu pot fi măsurate și eliminarea lor se poate efectua avantajos prin procedee de corelație.

Pentru ilustrarea principiului acestor metode, fie un proces simplu cu o intrare și o ieșire așa cum este reprezentat în fig. 1.

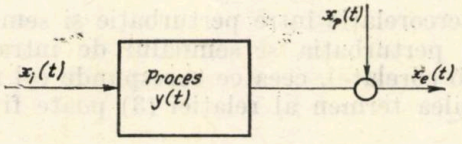


Fig. 1

Regimul dinamic al procesului, considerat liniar, este descris de funcția pondere $y(t)$.

Se admite cu perturbația $x_p(t)$, mărime aleatoare ergodică cu distribuția normală, acționează la ieșirea procesului. Aceasta nu constituie o limitare, deoarece aplicarea perturbației la intrare sau în orice punct al procesului liniar este reductibilă la acest caz.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, mai 1970.

În scopul identificării se aplică la intrare semnalul de probă aleator și ergodic $x_i(t)$. La ieșire poate fi măsurată numai mărimea $x_e(t)$ care, așa cum rezultă și din figură, cuprinde atît răspunsul procesului la intrare cît și perturbația, adică:

$$x_e(t) = \int_0^\infty y(\theta)\, x_i(t-\theta)\, d\theta + x_n(t) \tag{1}$$

și este de asemenea o mărime aleatoare ergodică.

Relația care permite exprimarea legăturii statistice între mărimile $x_i(t)$ și $x_e(t)$ este funcția de intercorelație a celor două mărimi:

$$R_{x_e x_i}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x_i(t)\, x_e(t+\tau)\, dt \tag{2}$$

Înlocuind în (2) expresia lui $x_e(t)$ din (1), după cîteva transformări, rezultă:

$$R_{x_e x_i}(\tau-\theta) = \int_0^\infty y(\theta)\, R_{x_i x_i}(\tau-\theta)\, d\theta + R_{x_p x_i}(\tau) \tag{3}$$

în care:

$$R_{x_i x_i}(\tau-\theta) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x_i(t-\theta)\, x_i(t-\tau)\, dt$$

este funcția de autocorelație a intrării și

$$R_{x_p x_i}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x_p(t) x_i(t-\tau)\, dt$$

este funcția de intercorelație între perturbație și semnalul de la intrare.

Admițînd că perturbația și semnalul de intrare nu sînt corelate (sau sînt poate slab corelate), ceea ce corespunde cel mai adesea situației reale, cel de al doilea termen al relației (3) poate fi neglijat și atunci:

$$R_{x_e x_i}(\tau) = \int_0^\infty y(\theta)\, R_{x_i x_i}(\tau-\theta)\, d\theta \tag{4}$$

Aplicînd expresiei (4) transformata Fourier directă se obține:

$$S_{x_e x_i}(j\omega) = Y(j\omega)\, S_{x_i x_i}(\omega) \tag{5}$$

unde:

— $S_{x_i x_i}(\omega)$ este funcția de densitate spectrală de putere a mărimii de intrare.

— $S_{x_e x_i}(\omega)$ este funcţia de densitate interspectrală a celor două mărimi $x_i(t)$ şi $x_e(t)$, iar

— $Y(j\omega)$ este funcţia de transfer a procesului.

Analizînd relaţiile (4) şi (5) se constată că ele sînt similare cu cele care stabilesc legătura între mărimea de intrare şi cea de ieşire la sistemele liniare, cu observaţia că aici rolul mărimilor de intrare şi de ieşire îl au funcţia de autocorelaţie a intrării şi funcţia de intercorelaţie între intrare şi ieşire, respectiv funcţia de densitate spectrală a intrării şi funcţia de densitate interspectrală.

Rezultă astfel că prin cunoaşterea funcţiilor de corelaţie se poate obţine cu ajutorul relaţiei (4) funcţia pondere $y(t)$ care caracterizează procesul în domeniul timpului, sau prin cunoaşterea funcţiilor de densitate spectrală cu relaţia (5) se poate deduce funcţia de transfer care constitue modelul procesului în domeniul complex.

Rezolvarea ecuaţiilor precedente în sensul explicitării funcţiei pondere şi respectiv a funcţiei de transfer este, în general, o operaţie dificilă şi reclamă calcule laborioase. Există însă posibilitatea de simplificare considerabilă dacă se dispune de un semnal de probă aleator a cărui funcţie de autocorelaţie să fie de forma funcţiei impuls Dirac, ceeace ar însemna :

$$R_{x_i x_i}(\tau) = \delta(\tau)$$

şi

$$S_{x_i x_i}(\omega) = 1 \quad \text{pentru} \quad -\infty \leqslant \omega \leqslant +\infty \tag{6}$$

Atunci relaţiile (4) şi (5) devin :

$$R_{x_e x_e}(\tau) = \int_0^\infty y(\theta)\,\delta(\tau - \theta)\,d\theta = y(\tau) \tag{7}$$

şi

$$S_{x_e x_i}(j\omega) = Y(j\omega) \tag{8}$$

adică funcţia de intercorelaţie între intrare şi ieşire reprezintă funcţia pondere a procesului iar funcţia de densitate interspectrală chiar funcţia de transfer.

Se poate desprinde astfel concluzia că o problemă esenţială pentru aplicarea eficientă a metodelor de identificare statistică active o constitue elaborarea practică a unor semnale de probă care să satisfacă într-o măsură cît mai bună condiţiile (6).

2. Semnale de probă pentru identificarea statistică

Semnalul aleator ale cărui proprietăţi statistice sînt de aşa natură încît satisfac integral relaţiile (6) este cunoscut sub denumirea de zgomot alb.

Obţinerea practică a unui semnal de acest tip nu este posibilă. Într-adevăr generarea unui semnal cu o densitate spectrală constantă într-o bandă infinită de frecvenţe ar necesita un generator de putere

infinită. Datorită caracteristicilor de filtru trece-jos pe care le prezintă proceselor automatizate o asemenea proprietate nu este nici necesară. Ca urmare, în aplicații, se pot utiliza semnale aleatoare avînd funcția de densitate spectrală constantă într-o bandă de frecvențe limitată ($-\omega_c \leqslant \omega \leqslant \omega_c$) și care se pot obține printr-o filtrare adecvată a semnalelor emise de surse primare de zgomote: rezistoare, tranzistoare, tuburi electronice, fotoelemente, etc. Densitatea de probabilitate pentru aceste semnale are o distribuție normală (gaussiană). Funcția de densitate spectrală de putere a unui semnal $x(t)$ de acest tip se exprimă în modul următor

$$S_{xx}(\omega) = \begin{cases} A^2 & \text{pentru } -\omega_c \leqslant \omega \leqslant \omega_c \\ 0 & \text{pentru } |\omega| > \omega_c \end{cases} \tag{9}$$

Funcția de autocorelație se deduce aplicînd transformata Fourier inversă asupra relației (9).

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{2T}\int_{-\omega_c}^{+\omega_c} A^2 e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{A^2\omega_c}{T}\,\frac{\sin\omega_c\tau}{\omega_c\tau} \tag{10}$$

Funcția de densitate spectrală $S_{xx}(\omega)$ și cea de autocorelație $R_{xx}(\tau)$ corespunzătoare relațiilor (9) și (10) sînt trasate grafic în figura 2 și figura 3.

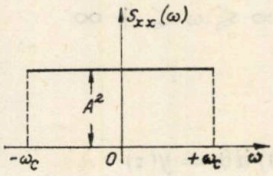


Fig. 2

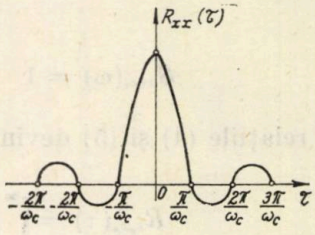


Fig. 3

Realizarea fizică a unui semnal cu funcția de densitate spectrală exprimată prin relația (9) ar presupune existența unui filtru trece-jos ideal care să atenueze complet componente corespunzînd oricărei pulsații mai mare decît valoarea limită ω_c și să nu introducă nici o atenuare pentru pulsațiile inferioare acesteia. Filtrele trece-jos reale atenuiază considerabil frecvențele înalte însă nu pot conduce la asemenea variații discontinue în funcția de densitate spectrală ceea ce face ca în mod practic să se rea lizeze o funcție de densitate spectrală de forma celei reprezentată în fig. 4 și a cărei expresie matematică este:

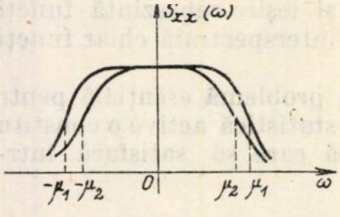


Fig. 4

$$S_{xx}(\omega) = \frac{\mu^2 A^2}{\mu^2 + \omega^2} \tag{11}$$

în care μ este un coeficient care indică lărgimea de bandă pentru funcția de densitate spectrală.

Funcția de autocorelație pentru un astfel de semnal are expresia :

$$R_{xx}(\tau) = \frac{\mu}{2} A^2 e^{-\mu|\tau|} \qquad (12)$$

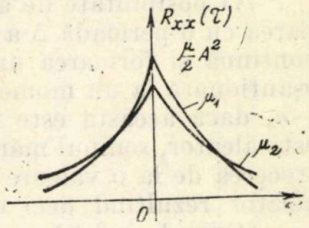


Fig. 5

și este reprezentată în fig. 5.

Cu cît μ este mai mare cu atît semnalul respectiv are caracteristici mai apropiate de acelea ale zgomotului alb, ceea ce justifică atribuirea denumirii de zgomot alb de bandă limitată.

Potrivit relațiilor de definiție a funcțiilor de corelație și de densitate spectrală de putere, expresiile acestora corespund unor realizări de durată infinită pentru mărimile aleatoare respective.

In operațiile de identificare se folosesc însă eșantioane de durată finită și care uneori se cere să nu fie prea îndelungată din considerentele arătate. Astfel apare necesitatea ca proprietățile menționate privind funcția de autocorelație și cea de densitate spectrală să se mențină și pentru realizări de durată relativ redusă ale semnalului de probă. Aceasta constitue o mare dificultate în utilizarea unor asemenea semnale, fiind greu de precizat care este durata minimă a unui eșantion pentru care forma funcțiilor de autocorelație și de densitate spectrală nu diferă apreciabil în raport cu cele exprimate de relațiile (11) și (12).

Semnalele descrise reprezintă mărimi aleatoare ergodice avînd o variație continuă în timp. O categorie de semnale aleatoare care posedă proprietăți utile pentru identificarea cu ajutorul metodelor enunțate o formează semnalele aleatoare binare. Aceste semnale pot lua numai două valori în amplitudine $\pm a$, trecerea de la o valoare la cealaltă avînd un caracter aleator.

Un semnal aleator binar de acest tip îl constitue semnalul telegrafic reprezentat în fig. 6.

Notînd cu λ numărul mediu de schimbări de valoare în unitate de timp și admițînd că probabilitatea schimbării valorii în intervalul $(t;\ t+\tau)$ este independentă de ceea ce se petrece în rest, numărul de schimbări de valoare N admite o distribuție a densității de probabilitate de tip Poisson :

$$P(N) = \frac{(\lambda\tau)^N}{N!} e^{-\lambda\tau} \qquad (13)$$

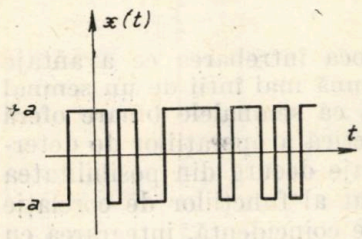


Fig. 6

Funcția de autocorelație a unui astfel de semnal este :

$$R_{xx}(\tau) = a^2 e^{-2\lambda(\tau)} \qquad (14)$$

și cea de densitate spectrală :

$$S_{xx}(\omega) = \frac{4\lambda^2 a^2}{4\lambda^2 + \omega^2} \qquad (15)$$

Expresiile (14) şi (15) sînt similare cu (12) şi (11) ceea ce indică proprietăţi statistice identice cu cele ale zgomotului alb de bandă limitată.

O posibilitate de a obţine semnale aleatoare binare o oferă eşantionarea cu o perioadă Δ a unui semnal aleator de bandă largă, cu o variaţie continuă şi formarea unor semnale avînd valoarea $+a$, dacă mărimea eşantionată la un moment dat $K\Delta$ este pozitivă $[x(K\Delta) > 0]$ şi valoarea $-a$, dacă aceasta este negativă $[x(K\Delta) < 0]$. Întrucît semnalul primar este aleator, semnul mărimilor la momentele de eşantionare şi, ca urmare, trecerea de la o valoare la alta a semnalului format, va avea un caracter aleator rezultînd deci ceea ce s-a căutat — un semnal aleator binar.

Considerînd că semnalul primar este gaussian, probabilitatea de a apare o valoare sau cealaltă va fi egală, ceea ce conduce la o funcţie de autocorelaţie de forma :

$$R_{xx}(\tau) = \begin{cases} a^2\left(1 - \dfrac{|\tau|}{\Delta}\right) & \text{pentru } 0 \leqslant |\tau| < \Delta \\ 0 & \text{pentru } \Delta \leqslant |\tau| < \infty \end{cases} \tag{16}$$

care aşa cum este reprezentată în fig. 7 apare de forma unui impuls triunghiular.

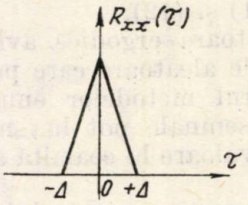


Fig. 7

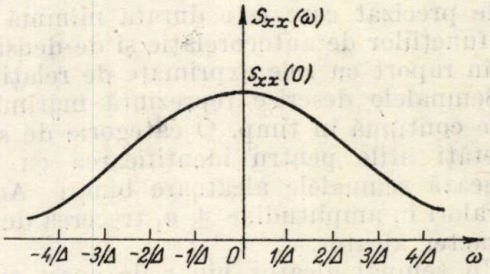


Fig. 8

Funcţia de densitate spectrală de putere corespunzătoare are expresia :

$$S_{xx}(\omega) = a^2\Delta\left(\frac{\sin\omega\Delta/2}{\omega\Delta/2}\right)^2 \tag{17}$$

şi este reprezentată în fig. 8.

Un asemenea procedeu ar putea provoca întrebarea ce avantaje aduce, din moment ce este necesar să se dispună mai întîi de un semnal aleator continuu. Răspunsul constă în aceea că semnalele binare oferă o serie de avantaje privitor la efectuarea practică a operaţiilor de determinarea funcţiilor de corelaţie. Aceste avantaje decurg din posibilitatea aplicării tehnicii numerice în calculul automat al funcţiilor de corelaţie (operaţiile de înmulţire prin simple circuite de coincidenţă, integrarea cu circuite de numărare etc.).

Deşi prezintă aceste avantaje semnalele aleatoare binare nu înlătură nici ele dezavantajul de a necesita realizări de durată mare pentru a asigura funcţiile de autocorelaţie şi de densitate spectrală menţionate.

O eficacitate sporită se obține utilizînd semnalele cunoscute sub denumirea de semnale binare pseudoaleatoare, care permit obținerea unor caracteristici similare cu cele ale semnalelor aleatoare prezentate mai înainte pe baza unor realizări de durată finită, aceasta putînd fi predeterminată și ajustată în funcție de necesități. În acest mod dezavantajul subliniat mai sus este eliminat și există o certitudine în ceea ce privește realizarea efectivă a proprietăților preconizate pentru semnale de probă.

3. Semnalele binare pseudoaleatoare

Semnalele binare pseudoaleatoare sînt mărimi deterministice și nu aleatoare însă, în ceea ce privește funcțiile de autocorelație și de densitate spectrală acestea corespund în bună măsură cu cele ale semnalelor aleatoare continue sau binare. Ele se prezintă sub forma unor succesiuni de valori binare care sînt distribuite în timp după o anumită lege și care se repetă cu o perioadă dată.

Folosind metode bazate pe teoria numerelor au fost elaborate reguli de sinteză a unor succesiuni periodice de semnale binare corespunzătoare acestui scop. Printre cele mai importante sînt următoarele:

— succesiuni de semnale binare cu perioada $N = 2^p - 1$, p fiind număr întreg, generate prin relații de recurență liniare;

— coduri de reziduuri pătratice de perioadă N, unde N este un număr prim de forma $4K - 1$ (K fiind întreg).

Dintre acestea cele mai frecvent aplicate sînt primele care pot fi generate în mod simplu de un registru de deplasare cu p etaje, prevăzut cu reacție constînd din suma modulo 2 a semnalelor de la anumite etaje convenabil alese ca să rezulte o secvență de $N = 2^p - 1$ tacte. Un exemplu de semnal binar pseudoaleator este prezentat în fig. 9a.

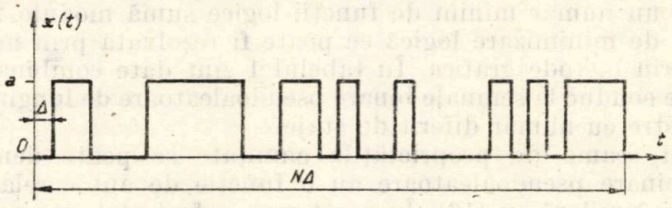


Fig. 9 a

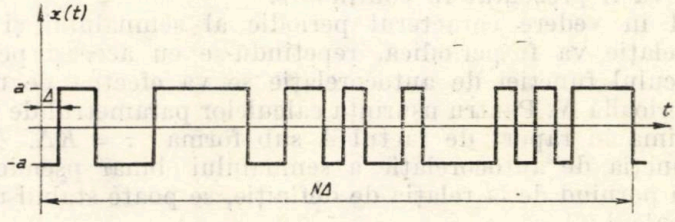


Fig. 9 b

Celor două nivele de amplitudine ale semnalului li s-au atribuit în acest caz valorile *o* și *a* corespunzător funcționării unui registru de deplasare alcătuit din înserierea de circuite bistabile cu tranzistoare. Celor două nivele li se pot asocia, relativ simplu, valorile $+a$ și $-a$ ca în fig. 9b, semnalul, devenind similar cu cel din fig. 6.

Cu referire la semnalul reprezentat în fig. 9 se pot enunța cîteva dintre proprietățile mai importante.

a). Semnalul se repetă periodic cu perioada $N\Delta$ (exprimată în unități de timp) în care N este numărul de tacte cuprinse într-o perioadă și a căror valoare se calculează cu relațiile menționate, iar Δ este durata unui tact.

b). În cursul unei perioade semnalul este constituit dintr-o succesiune de impulsuri de amplitudine a și de durata Δ sau multipli de Δ. În fiecare perioadă numărul de tacte în care semnalul are valoarea a, diferă de numărul de tacte în care are valoarea o cu o unitate.

c). Numărul total de stări (impulsuri + pauze) în decurs de o perioadă este $\frac{N+1}{2}$. Dintre aceste stări jumătate au durata egală cu Δ, un sfert cu durata de 2Δ, o optime au durata de 3Δ, și a.m.d. Numărul de impulsuri de o anumită durată $K\Delta$ este egal cu numărul de pauze avînd aceeași durată dacă se ține seama că există un impuls de durată $p\Delta$ căruia îi corespunde pauza de durată $(p-1)\Delta$.

d). Efectuînd o permutare ciclică asupra succesiunii de impulsuri dintr-o perioadă se obține un semnal care comparat cu cel original prezintă un număr de coincidențe care diferă de numărul de necoincidențe cu o unitate.

e). Perioada maximă a semnalelor binare pseudoaleatoare care pot fi generate cu ajutorul unui registru de deplasare avînd p etaje este $N = 2^p - 1$. Obținerea perioadei maxime este posibilă numai pentru anumite combinații logice pe calea de reacție, în general rezultînd succesiuni de perioadă mai redusă.

Determinarea acelor combinații care să asigure perioada de lungime maximă cu un număr minim de funcții logice sumă modulo 2 constitue o problemă de minimizare logică ce poate fi rezolvată prin metode analitice sau prin metode grafice. În tabelul 1 sînt date combinațiile logice minime care conduc la semnale binare pseudoaleatoare de lungime maximă pentru registre cu număr diferit de etaje.

Ținînd seama de proprietățile enunțate se poate demonstra că semnalele binare pseudoaleatoare au o funcție de autocorelație a cărei expresie este similară cu (16). În acest scop a fost elaborat procedeul de calcul care va fi prezentat în continuare.

Avînd în vedere caracterul periodic al semnalului și funcția sa de autocorelație va fi periodică, repetîndu-se cu aceeași perioadă. Ca urmare calculul funcției de autocorelație se va efectua pe un interval egal cu o perioadă N. Pentru ușurința calculelor parametrul de întîrziere τ se va exprima în raport de tactul Δ sub forma $\tau = K\Delta$. Notînd cu $R_{xx}^{N}(K\Delta)$ funcția de autocorelație a semnalului binar pseudoaleator pe durata N și pornind de la relația de definiție, se poate stabili următoarea relație de calcul:

$$R_{xx}^{N}(K\Delta) = \frac{1}{N\Delta} \sum_{n=1}^{\frac{N+1}{2}} \int_{0}^{i_n\Delta} x_n x_{n+K} dt \qquad (18)$$

în care n — este indicele de stare în cadrul unei perioade;

i_n — reprezintă numărul de tacte corespunzătoare stării a $n - a$;
$x_n = \pm a$ valoarea semnalului original în starea $n - a$; (s-a considerat un semnal cu nivelele de amplitudine $\pm a$)
$x_{n+K} = \pm a$ valoarea semnalului decalat cu $K\Delta$ în raport cu semnalul original.

Scriind funcția de autocorelație sub forma expresiei (18) se poate diviza intervalul de integrare în zone în care semnalele ce se corelează se află în aceeași stare sau stări diferite. Se disting următoarele cazuri:

a). $K = 0$ sau $K = N$

$$R_{xx}^{N}(0) = \frac{1}{N\Delta} \sum_{n=1}^{\frac{N+1}{2}} \int_0^{i_n} x_n^2 \, dt = \frac{1}{N\Delta} a^2 \sum_{n=1}^{\frac{N+1}{2}} i_n \Delta = a^2 \tag{19}$$

b). $0 < K < 1$ sau $N - 1 < K < N$

$$R_{xx}^{N}(K\Delta) = \frac{1}{N\Delta} \sum_{n=1}^{\frac{N+1}{2}} \left(\int_0^{K\Delta} x_n x_{n+K} \, dt + \int_{K\Delta}^{i_n} x_n x_{n+K} \, dt \right)$$

Primul termen al sumei din relația precedentă corespunde intervalului $K\Delta$ în care stările celor două semnale vor fi diferite iar cel de al doilea termen intervalului $(K\Delta + i_n \Delta)$ în care stările vor coincide astfel că

$$R_{xx}^{N}(K\Delta) = \frac{1}{N\Delta} \sum_{n=1}^{\frac{N+1}{2}} (-a^2 K\Delta + a^2 i_n \Delta - a^2 K^2 \Delta) = \left(1 - \frac{N+1}{N} K a^2\right) \tag{20}$$

c). $1 \leqslant K \leqslant N - 1$

Considerînd mai întîi K număr întreg rezultă că semnalul decalat va fi o permutare ciclică a semnalului original. Atunci aplicînd proprietatea d și observînd că numărul de necoincidențe este mai mare cu o unitate decît numărul de coincidențe, integrala (18) va avea valoarea

$$R_{xx}^{N}(K\Delta) = \frac{1}{N\Delta} (-a^2 \Delta) = -\frac{a^2}{N} \tag{21}$$

Datorită caracterului ciclic al semnalului proprietatea d se păstrează pentru orice decalaj mai mare decît Δ deci și pentru orice K cuprins între 1 și $N - 1$ chiar dacă acesta nu este număr întreg astfel relația (21) își menține valabilitatea.

Funcția de autocorelație totală a unui semnal binar pseudoaleator care se repetă cu perioada $N\Delta$ are expresia generală:

$$R_{xx}(\tau) = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} R_{xx}^{N}(\tau - mN\Delta) \tag{22}$$

cu $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$
şi este reprezentat în fig. 10.

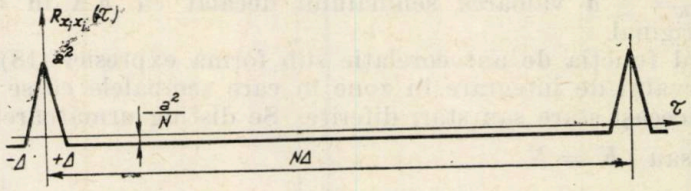


Fig. 10

Se poate constata că funcţia de autocorelaţie a acestui semnal are forma unor impulsuri triunghiulare care se succed cu perioada $N\Delta$. În afara acestora mai apare şi o componentă continuă de valoare $-\frac{a^2}{N}$ care însă, pentru N suficient de mare, devine neglijabilă în raport cu intensitatea impulsurilor. Aceasta permite să se considere că funcţia de autocorelaţie a semnalului binar pseudoaleator este aceeaşi ca a unui semnal binar aleator obţinut prin procedeul eşantionării zgomotelor şi aproximează destul de bine funcţia de autocorelaţie a unui zgomot alb de bandă limitată.

Un procedeu de calcul analog permite deducerea expresiei funcţiei de autocorelaţie pentru semnalul binar pseudoaleator avînd valori de amplitudine a şi 0. Se are în vedere că acest semnal, notîndu-l cu $x_0(t)$, poate fi exprimat în raport cu precedentul prin relaţia :

$$x_0(t) = \frac{1}{2}[x(t) + a] \tag{23}$$

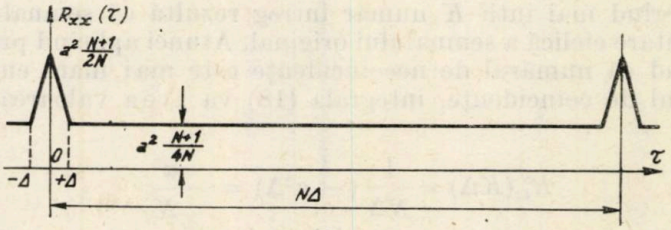


Fig. 11

Funcţia de autocorelaţie pentru semnale $x_0(t)$ este de forma şi are valorile din fig. 11.

Semnalele binare pseudoaleatoare prezintă încă o proprietate importantă care le face să fie preferate celorlalte tipuri de semnale aleatoare şi anume ele oferă posibilitatea realizării pe o cale foarte uşoară a variantelor întîrziate necesare în calculul funcţiilor de corelaţie. Se are în vedere în acest sens proprietatea că suma modulo 2 a două astfel de semnale, decalate în timp cu un interval K (K fiind număr întreg) are ca rezultat un semnal avînd aceleaşi proprietăţi cu cele însumate, însă

decalat la rîndul său în raport cu acestea. Efectuînd suma modulo 2 a semnalelor preluate de la diverse etaje ale registrului și repetînd de mai multe ori această operație se poate obține întreaga gamă de semnale cu decalaje $\Delta \leqslant K\,\Delta \leqslant (N-1)\,\Delta$ unde $K = 1, 2, 3, \ldots, N-1$.

Importanța acestei proprietăți constă în aceea că nu mai sînt necesare dispozitivele de întîrziere complexe (de exemplu linii de întîrziere, înregistrarea pe bandă, etc.) pentru obținerea decalării semnalelor analogice.

Din considerentele arătate rezultă evident proprietățile semnalelor binare pseudoaleatoare și avantajele pe care le oferă utilizarea lor în procedeele de corelație.

4. Generatorul de semnale binare pseudoaleatoare

Generarea practică a unor semnale care să satisfacă proprietățile menționate, se poate efectua, așa cum s-a arătat, cu un registru de deplasare cu reacție. Semnalul de reacție se obține efectuînd operația suma modulo 2 a unor semnale culese de la anumite etaje ale registrului de deplasare — conform tabelului 1 — pentru a obține semnalul binar pseudoaleator avînd cea mai lungă perioadă posibilă pentru un număr dat de etaje ale registrului.

Comanda de deplasare se obține de la un generator de tact care aplică la intrările de deplasare ale etajelor registrului impulsuri la interval de timp Δ. Tactul Δ trebuie să poată fi variat după necesitate astfel că generatorul de tact este constituit sub forma unui generator de impulsuri de frecvență variabilă.

Schema funcțională a generatorului de semnale binare pseudo-

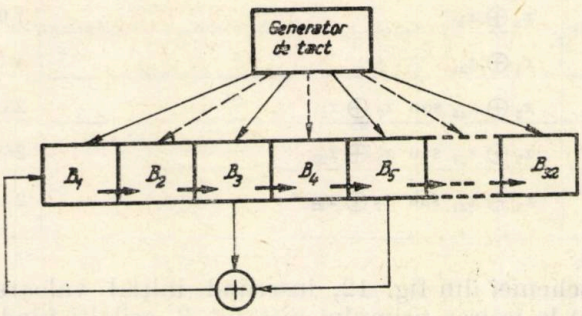


Fig. 12

aleatoare concepută de autori conform acestor principii este reprezentată în fig. 12.

Registrul de deplasare, partea principală a generatorului cuprinde un număr de 32 de bistabili. Aceasta permite obținerea de semnale pseudoaleatoare avînd perioada variabilă în limite foarte largi, de la $N = 2^3 - 1 = 7$ pînă la $N = 2^{32} - 1 = 4.294.967.295$. după cum sînt incluși în componența generatorului numai 3 sau toți cei 32 de bistabili ai registrului. În fig. 12, de exemplu, conexiunile reprezentate corespund unui generator care cuprinde primele 5 etaje deci un semnal cu $N = 2^5 - 1 = 31$. Semnalul binar pseudoaleator preluat de la oricare dintre bistabilii registrului este de forma celui din fig. 9a.

Tabelul I

Operații logice efectuate pe calea de reacție pentru obținerea semnalelor pseudoaleatoare binare de perioadă maximă

Numărul de etaje al registrului	Etajele de la care se ridică semnale pentru suma modulo 2 de pe reacție	Perioada semnalului
2	$x_1 \oplus x_2$	3
3	$x_1 \oplus x_3$ sau $x_2 \oplus x_3$	7
4	$x_3 \oplus x_4$ sau $x_1 \oplus x_4$	15
5	$x_3 \oplus x_5$ sau $x_2 \oplus x_5$	31
6	$x_5 \oplus x_6$	63
7	$x_4 \oplus x_7$	127
8	$x_4 \oplus x_5 \oplus x_6 \oplus x_8$	255
9	$x_5 \oplus x_9$	511
10	$x_7 \oplus x_{10}$	1023
11	$x_2 \oplus x_{11}$	2047
15	$x_1 \oplus x_{15}$ sau $x_4 \oplus x_{15}$	32.767
18	$x_7 \oplus x_{18}$	262.143
20	$x_3 \oplus x_{20}$	1.048.575
22	$x_1 \oplus x_{22}$	4.194.303
25	$x_3 \oplus x_{25}$ sau $x_7 \oplus x_{25}$	23.554.431
28	$x_3 \oplus x_{28}$ sau $x_9 \oplus x_{29}$	268.435.455
31	$x_3 \oplus x_{31}$ sau $x_7 \oplus x_{31}$	2.147.483.647

Pe baza schemei din fig. 12, înscriind inițial valoarea 1 (reprezentînd simbolic *a*) la ieșirea primului bistabil B_1 ceilalți fiind în starea 0 și pornind generatorul de tact, la ieșirile bistabilelor $B_1, \ldots, B_5$ rezultă semnale conform tabelului 2.

Bistabilii care alcătuiesc registrul au fost realizați folosind module NICI din sistemul UNILOG. Schema unui bistabil compus din două module NICI este dată în fig. 13.

Pentru a da un caracter unitar întregii construcții și celelalte componente au fost executate tot cu module UNILOG. Astfel funcția logică sumă modulo 2 de pe legătura de reacție a fost realizată conform schemei din fig. 14 constînd din 5 module NICI.

Generatorul de tact este un circuit astabil format, așa cum arată în schema din fig. 15, din două module TIMP și un formator de impulsuri constînd de două module NICI. El poate genera impulsuri dreptun-

Tabelul 2

Semnalele pseudoaleatoare binare rezultate la ieșirile unui generetor format din cinci bistabile ($B_1 \ldots B_5$)

Tactul	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Reacția $x_3 \oplus x_5$
1	1	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	1
4	1	0	0	1	0	0
5	0	1	0	0	1	1
6	1	0	1	0	0	1
7	1	1	0	1	0	0
8	0	1	1	0	1	0
9	0	0	1	1	0	1
10	1	0	0	1	1	1
11	1	1	0	0	1	1
12	1	1	1	0	0	1
13	1	1	1	1	0	1
14	1	1	1	1	1	0
15	0	1	1	1	1	0
16	0	0	1	1	1	0
17	0	0	0	1	1	1
18	1	0	0	0	1	1
19	1	1	0	0	0	0
20	0	1	1	0	0	1
21	1	0	1	1	0	1
22	1	1	1	1	1	1
23	1	1	1	0	1	0
24	0	1	1	1	0	1
25	1	0	1	1	1	0
26	0	1	0	1	1	1
27	1	0	1	0	1	0
28	0	1	0	1	0	1
29	0	0	1	0	1	0
30	0	0	0	1	0	0
31	0	0	0	0	1	1
Semnalul începe să se repete						
32	1	0	0	0	0	0

ghiulare a căror frecvență, poate fi modificată cu ajutorul condensatoarelor C_1 și C_2 variabile în trepte. S-au putut astfel obține opt frecvențe care cuprind o gamă de la 5000 Hz — 0,1 ·Hz.

Alimentarea se face cu tensiunile $\pm$ 24 V furnizate de o sursă UNILOG.

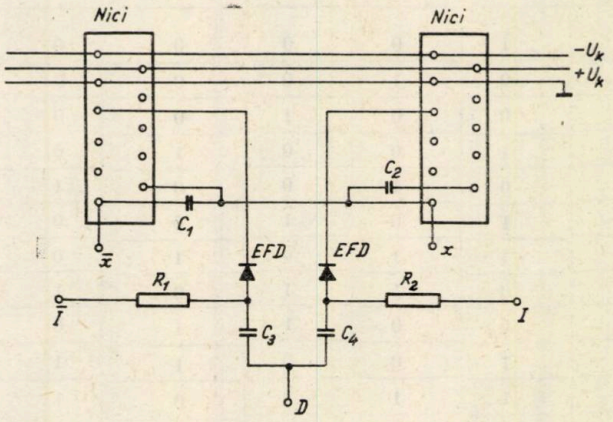


Fig. 13

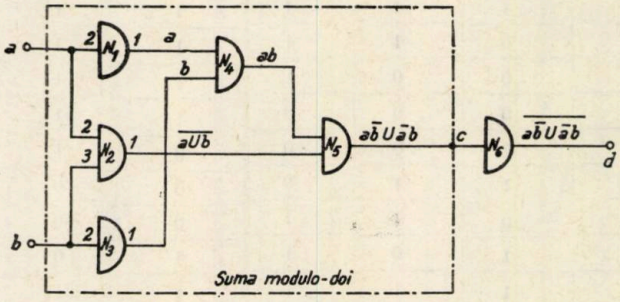


Fig. 14

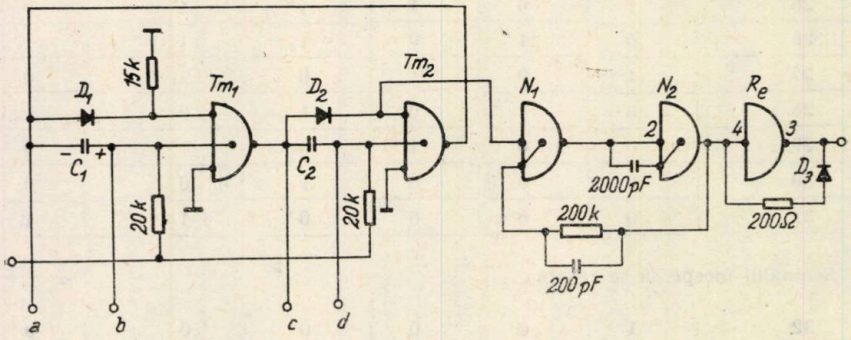


Fig. 15

Aparatul este prevăzut cu posibilitatea conectării la un generator de tact exterior prin intermediul căruia se poate extinde gama frecvențelor de tact în deosebi în domeniul frecvențelor joase — sub 0,1 Hz. Evident că performanțe superioare din punctul de vedere al preciziei se pot obține cu un generator de tact calibrat cu cuarț.

Pentru registrul de deplasare cu 32 bistabili și generatorul de tact existent prin efectuarea diverselor combinații posibile se poate obține orice perioadă $T = N\Delta$ cuprinsă între valoarea minimă

$$T_{min} = 7 \frac{1}{5500.0} = 1{,}4 \text{ ms}$$

și valoarea maximă

$$T_{max} = 4.294.967.295. \frac{1}{0{,}1} = 42949672950\text{s} \approx 1360 \text{ ani.}$$

Evident că în aplicațiile practice nu se vor utiliza combinațiile pentru T_{max}. — fiind suficient un registru format numai din primele 10—12 etaje — restul de etaje pînă la 32 servind pentru obținerea de semnale întîrziate așa cum se va vedea ulterior.

Cu cît $N = 2^p - 1$ este mai mare și Δ mai redus cu atîta proprietățile statistice ale semnalului binar pseudoaleator sînt mai apropiate de cele ale zgomotului alb (vezi fig. 10) adică funcția de autocorelație aproximează mai bine funcția Dirac iar funcția de densitate spectrală de putere devine plată într-o bandă mai largă. Într-o primă aproximație lărgimea de bandă a funcției de densitate spectrală de putere se poate considera egală cu $\frac{1}{\Delta}$ deci în funcție de generatorul de tact se pot forma semnale cu lărgimea de bandă cuprinsă între 0,1 Hz. și 5 KHz. Limita inferioară pentru lărgimea de bandă — și respectiv limita inferioară pentru T_{min} — interesante pentru procesele rapide, pot fi extinse folosind un generator exterior.

Este de menționat că întreg aparatul este realizat cu materiale și piese care se fabrică în țară. Modulele UNILOG sînt montate pe plăci imprimate din sistemul UNILOG care la rîndul lor sînt conectate între ele prin intermediul unui sertar UNILOG. Întregul ansamblu se află introdus într-o cutie prevăzută cu o placă frontală cu borne și comutatoare pentru punerea în funcțiune și efectuarea conexiunilor necesare diverselor regimuri de funcționare. Figura 16 cuprinde schema de ansamblu a generatorului construit în modul arătat, sub forma unui prototip de laborator.

5. Blocul de obținere a semnalelor întîrziate

În vederea obținerii valorilor funcțiilor de corelație pentru diverse întîrzieri τ este necesar să se dispună de posibilitatea întîrzierii semnalului inițial. Realizarea acestor întîrzieri pentru semnalele aleatoare continue sau binare constitue o dificultate esențială.

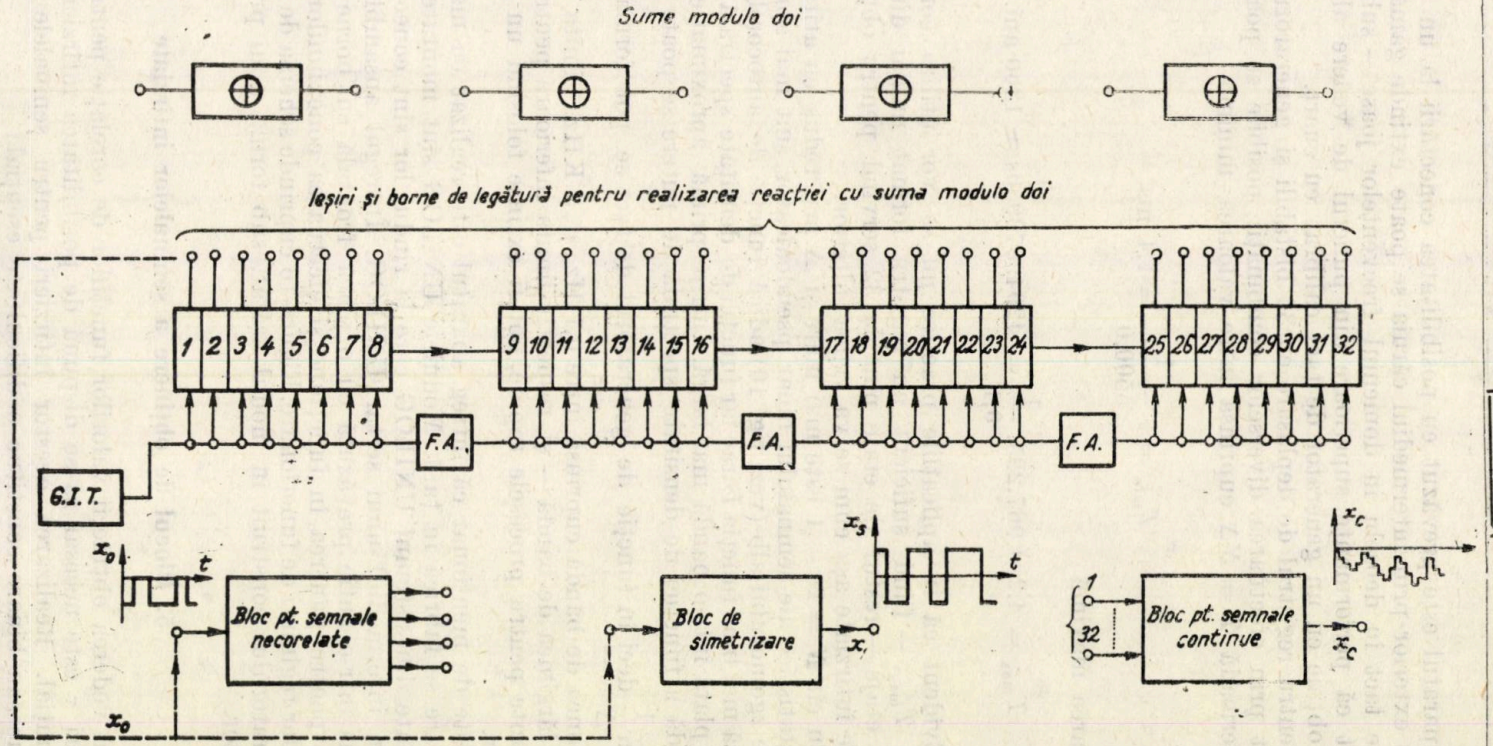

Sume modulo doi
Ieşiri şi borne de legătură pentru realizarea reacţiei cu suma modulo doi
1 2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15 16
17 18 19 20 21 22 23 24
25 26 27 28 29 30 31 32
F.A.
F.A.
F.A.
G.I.T.
x_0
t
Bloc pt. semnale necorelate
Bloc de simetrizare
x_s
t
x_1
x_0
1
32
Bloc pt. semnale continue
x_c
x_c

Fig. 16

Semnalele binare pseudoaleatoare prezintă și din acest punct de vedere un avantaj important, dispozitivele de intrare fiind deosebit de simple. Realizarea acestora se bazează pe proprietatea menționată în 3, că suma modulo 2 a două semnale binare pseudoaleatoare de același tip dar decalate în timp, are ca rezultat tot un semnal binar pseudoaleator, cu aceleași caracteristici (perioadă, succesiune de valori, etc.) dar decalat la rîndul său față de semnalele din care a fost format. În acest mod plecînd de la cîteva semnale decalate în timp și aplicate succesiv unor dispozitive care efectuează operația logică sumă modulo 2, se pot obține diverse variante întîrziate ale semnalului de referință produs de generator, considerat de exemplu ca fiind succesiunea de impulsuri x_0 de la intrarea primului etaj al registrului de deplasare, fig. 12. Proprietatea menționată se poate scrie sub forma

$$[x_i \oplus x_j] = [x_k] \qquad \text{pentru } i \neq j \tag{24}$$

Înțelegînd prin x_i și x_j variante întîrziate cu $i\Delta$ și respectiv $j\Delta$ față de semnalul original x_0.

Trebuie avut în vedere că primele p variante întîrziate $x_1, x_2, \ldots x_p$ se pot obține direct de la etajele registrului de deplasare și pe baza lor, utilizînd combinații logice conform relației (24) se pot realiza celelalte variante întîrziate în întreg domeniul $p + 1 \ldots N - 1$ care evident sînt cele mai numeroase.

Potrivit celor arătate mai sus ar rezulta necesitatea efectuării în cascadă de operații suma modulo 2 ceea ce constitue un procedeu dezavantajos întrucît se introduc întîrzieri determinate de însăși timpii de lucru ai dispozitivelor suma modulo 2. Aceste întîrzieri cumulate deplasează în mod artificial semnalul introducîndu-se astfel erori importante. Pe de altă parte, nu totdeauna sînt necesare toate variantele întîrziate posibile ci numai unele dintre ele.

Pentru evitarea dezavantajelor menționate s-a aplicat o metodă care să permită obținerea directă a variantelor întîrziate dorite cu un număr minim de operații suma modulo 2.

Pentru exemplificare s-a considerat cazul unui registru de deplasare cu $p = 5$ etaje. Fie D un operator liniar care efectuează operația de întîrziere cu un tact Δ și I operatorul de identitate. Pentru obținerea semnalului de perioadă maximă $N = 2^5 - 1 = 31$, conform tabelului 1, reacția trebuie să fie suma modulo 2 a semnalelor de la etajele 5 și 2 ale registrului de deplasare. Atunci se poate scrie următoarea ecuație de funcționare a generatorului cu 5 bistabili

$$(D^5 \oplus D^2 \oplus I)x_0 = 0 \tag{25}$$

Ținînd seama de această relație și de caracterul liniar al operației logice suma modulo 2 se pot deduce direct ecuații de forma (25) corespunzătoare anumitor întîrzieri. Astfel pentru o întîrziere 6Δ rezultă:

$$D^6 = D \cdot D^5 = D \cdot (D^2 \oplus 1) = D^3 \oplus D \tag{26}$$

adică semnalul x_6 rezultă prin efectuarea unei operații suma modulo 2 a semnalelor x_1 și x_3 culese de la etajele 1 și 3 ale registrului de deplasare.

În mod asemănător pentru o întîrziere de 11Δ se obține:

$$D^{11} = D^6 \cdot D^5 = (D \oplus D^3) \cdot D^5 = D^6 \oplus D^8 = D \oplus D^3 \oplus D^8 = D \oplus D^3 \oplus$$

$$\oplus D^3 \cdot D^5 = D \oplus D^5 \tag{27}$$

Pentru alte variante se pot deduce relații care necesită mai mult de o singură operație sumă modulo 2. De exemplu în cazul aceluiași generator cu 5 bistabili semnalul x_{18} este dat de ecuația:

$$D^{18} = D \oplus D^2 \oplus D^6 \tag{28}$$

În tabelul 3 sînt prezentate combinațiile de sumă modulo 2 necesare pentru obținerea tuturor semnalelor întîrziate în cazul registrului de deplasare cu $p = 5$. Blocul de întîrziere constă din patru etaje de circuite

Tabelul 3

Operații logice pentru obținerea întîrzierilor

Întîrzierea	Combinația de sume modulo 2
D^6	$D \oplus D^3$
D^7	$D^2 \oplus D^4$
D^8	$D^3 \oplus D^5$
D^9	$D \oplus D^3 \oplus D^4$
D^{10}	$D^2 \oplus D^4 \oplus D^5$
D^{11}	$D \oplus D^5$
D^{12}	$D \oplus D^2 \oplus D^3$
D^{13}	$D^2 \oplus D^3 \oplus D^4$
D^{44}	$D^3 \oplus D^4 \oplus D^5$
D^{15}	$D \oplus D^3 \oplus D^4 \oplus D^5$
D^{16}	$D \oplus D^2 \oplus D^3 \oplus D^4 \oplus D^5$
D^{17}	$D \oplus D^2 \oplus D^4 \oplus D^5$
D^{18}	$D \oplus D^2 \oplus D^5$
D^{19}	$D \oplus D^2$
D^{20}	$D^2 \oplus D^3$
D^{21}	$D^3 \oplus D^5$
D^{22}	$D^4 \oplus D^5$
D^{23}	$D \oplus D^3 \oplus D^5$
D^{24}	$D \oplus D^2 \oplus D^3 \oplus D^4$
D^{25}	$D^2 \oplus D^3 \oplus D^4 \oplus D^5$
D^{26}	$D \oplus D^4 \oplus D^5$
D^{27}	$D \oplus D^2 \oplus D^3 \oplus D^5$
D^{23}	$D \oplus D^2 \oplus D^4$
D^{20}	$D^2 \oplus D^3 \oplus D^5$
D^{30}	$D \oplus D^4$
D^{31}	$D^2 \oplus D^5 = I$

sumă modulo 2 realizate în mod asemănător cu suma modulo 2 de pe reacţia registrului de deplasare al generatorului, fig. 14, şi se află închis în aceeaşi carcasă.

Pentru obţinerea simultană a unui număr mai mare de semnale întîrziate acest bloc poate fi extins prin includerea unui număr sporit

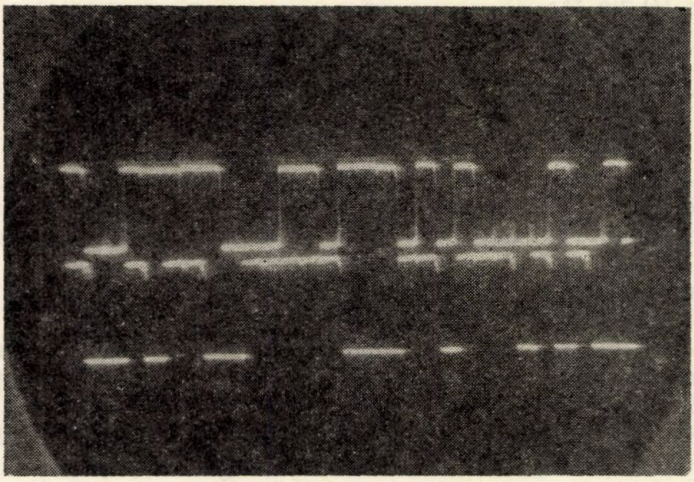


Fig. 17

de circuite suma modulo 2 realizînd o matrice ale cărei ieşiri vor fi tocmai diversele variante ale semnalului de referinţă.

Fig. 17 cuprinde fotografia imaginii pe ecranul osciloscopului a două semnale decalate în timp.

6. Blocul de generare a semnalelor pseudoaleatoare binare necorelate

În cazul proceselor cu legături multiple, respectiv pentru identificarea simultană a mai multor canale de transmisie este necesar să se dispună de mai multe semnale de testare necorelate pentru ca, prin determinarea funcţiilor de intercorelaţie să se poată obţine separat caracteristicile dinamice ale fiecărui canal.

Pentru ilustrare, considerînd un proces liniar cu o singură ieşire dar cu mai multe intrări, mărimea de ieşire poate fi exprimată prin relaţia

$$x_e(t) = \sum_{r=1}^{q} \int_0^{t_{s\max}} y_r(\theta)\, x_{ir}(t-\theta)\, d\theta \qquad (29)$$

unde : — q reprezintă numărul total de intrări şi $t_{s\max}$ valoarea maximă a timpului de stabilire în raport cu toate intrările.

Ţinînd seama că procesul este considerat liniar şi se poate aplica principiul superpoziţiei, toate funcţiile pondere $y_r(\theta)$ corespunzătoare fiecăreia dintre intrări pot fi determinate aplicînd succesiv semnalul de testare la cîte una din intrări şi măsurînd ieşirea. Un astfel de procedeu necesită un timp îndelungat şi ipoteza că procesul este staţionar nu ar mai putea fi respectată.

O posibilitate de evitare a acestui dezavantaj este aceea a identificării simultane a tuturor funcțiilor pondere prin testare cu semnale necorelate aplicate concomitent celor q intrări și determinarea funcțiilor de intercorelație între acestea și ieșire.

Astfel funcția de intercorelație între mărimea de ieșire $x_e(t)$ și intrarea $x_{i1}(t)$ va fi :

$$R_{x_{i_1}x_e}(\tau) = \int_0^{t_{s\max}} y_1(\theta)\, R_{x_{i_1}x_{i_1}}(\tau - \theta)\, d\theta + \sum_{r=2}^{q} \int_0^{t_{s\max}} y_r(\theta) R_{x_{i_1}x_{ir}}(\tau - \theta)\, d\theta \tag{30}$$

În relația precedentă dacă semnalele de intrare sînt necorelate toate funcțiile de autocorelație $R_{x_{i_1}ir} = 0$, astfel că rămîne numai primul termen din membrul drept din care se poate deduce $y_1(\theta)$ așa cum s-a arătat în 1.

În mod asemănător prin corelare cu celelalte semnale de testare se pot obține funcțiile pondere $y_2(\theta), \ldots, y_q(\theta)$.

Din cele arătate rezultă numai un aspect din multiplele aplicații ale semnalelor necorelate, suficient însă pentru justificarea utilității blocului de semnale necorelate.

Schema funcțională a acestui bloc este prezentată în fig. 18. Semnalele a și $\bar{a}$ de la generatorul de tact se aplică pe intrările de numărare ale bistabilelor B_1 și B_2, la ieșirea cărora vor rezultă semnalele b, $\bar{b}$ și c, $\bar{c}$.

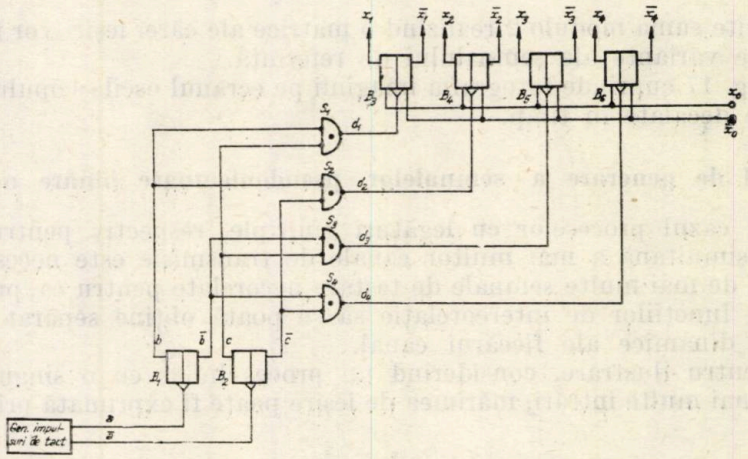


Fig. 18

Aplicarea acestor semnale în ordinea bc, $b\bar{c}$, $\bar{b}c$ și $\bar{b}\bar{c}$ la intrările circuitelor logice S_1, S_2, S_3, S_4 determină la ieșirea acestor blocuri a patru succesiuni de impulsuri, decalate în timp, notate cu d_1, d_2, d_3 și d_4 și reprezentate în fig. 19.

Semnalele d_1, d_2, d_3 și d_4 se aplică, la rîndul lor la intrările de numărare ale bistabilelor B_3, B_4, B_5 și B_6. Concomitent cu aceste semnale, pe intrările separate se vor aplica, semnalul de bază $x_0(t)$ și negatul acestuia $\bar{x}_0(t)$.

Din suprapunerea acestora rezultă patru semnale x_1, x_2, x_3 și x_4 precum și negatele acestora $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$, $\bar{x}_3$ și $\bar{x}_4$.

Semnalele x_1, x_2, x_3, x_4 păstrează proprietățile statistice ale semnalului pseudoaleator x_0 însă ele vor fi în permanență decalate între ele indiferent de modificările aplicate asupra semnalului x_0 (întîrziere, schim-

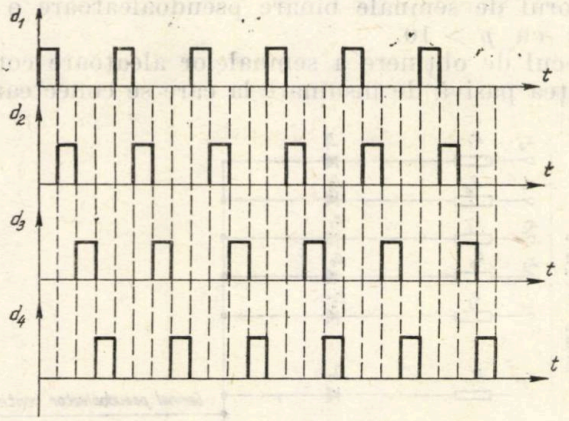


Fig. 19

bare de tact, etc.). Ca urmare funcțiile de autocorelație ale lor rămîn aceleași ca cele ale semnalelor binare pseudoaleatoare iar funcțiile de intercorelație vor fi nule — deci condițiile cerute sînt îndeplinite. Procedeul poate fi extins pentru obținerea unui număr mai mare decît patru semnale necorelate.

Blocul de generare a semnalelor necorelate a fost realizat tot cu elemente UNILOG.

7. Blocul pentru obținerea de semnale aleatoare continue

În numeroase aplicații sînt necesare semnale aleatoare continue de tipul zgomotului alb. Obținerea unor asemenea semnale necesită surse naturale de zgomot: rezistoare, tranzistoare, foto-elemente, tuburi electronice etc. însoțite de dispozitive de amplificare și formare. În afara complicațiilor constructive, mai apare neajunsul că nu se cunosc inițial proprietățile statistice ale semnalelor generate și acestea se pot modifica pe parcurs. În deosebi interesează banda de frecvență în care semnalul respectiv poate aproxima zgomotul alb.

Generatorul de semnale binare pseudoaleatoare prezentat, prin cuplare cu un bloc adecvat, permite obținerea de semnale care pot aproxima suficient de bine zgomotul alb continuu, într-o bandă de frecvențe care, în anumite limite, poate fi prestabilită după dorință.

Construirea blocului de semnale aleatoare continue plecînd de la cele binare pseudoaleatoare se bazează pe teorema „limitei centrale". Această teoremă poate fi enunțată astfel: dacă o mărime aleatoare este eșantionată statistic independent, suma eșantioanelor respective tinde să devină o mărime gaussiană atunci cînd numărul de eșantioane crește la infinit.

Pe baza acestei teoreme şi avînd în vedere că ieşirile de la diverse etaje ale registrului de deplasare la un moment dat reprezintă valorile eşantionate ale aceluiaşi semnal, rezultă că prin însumarea lor se poate obţine un semnal aleator continuu. Pentru asigurarea unui caracter aleator este necesar să se elimine periodicitatea, adică să se adapteze pentru generatorul de semnale binare pseudoaleatoare o schemă cu N mai mare deci cu $p > 10$.

Astfel blocul de obţinere a semnalelor aleatoare continue se compune dintr-o reţea pasivă de însumare la care se conectează ieşirile celor

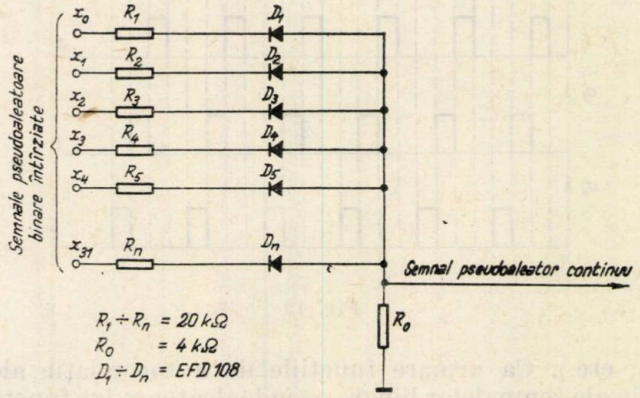


Fig. 20

32 de bistabili care formează registrul de deplasare — fig. 20. S-a apreciat şi semnalul obţinut a confirmat aceasta, că un număr de 32 de eşantioane este suficient pentru obţinerea unui semnal continuu care aproximează bine zgomotul alb. Banda de frecvenţă în care această aproximare este valabilă depinde de tactul Δ şi în mod asemănător ca pentru semnalele pseudoaleatoare poate fi variată între 0,1... 5000 Hz.

Rezistenţele $R_1, \ldots, R_{32}$, care alcătuesc reţeaua de însumare au fost astfel alese încît împreună cu R_0 să constitue un divizor de tensiune care să asigure o pondere de 4V pe R_0 în starea 1 a bistabililor.

Şi acest bloc se află cuprins în aceeaşi carcasă cu generatorul de semnale binare pseudoaleatoare.

Catedra de automatică I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucureşti

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972. Numărul 4

ELECTROTEHNICĂ

C.Z.: 621.3

METODA DE CALCUL A PIERDERILOR PRIN CURENȚI TURBIONARI ÎN TOLELE DIN MATERIAL FEROMAGNETIC*

HORIA GAVRILĂ

1. *Introducere*

În mod tradițional, calculul pierderilor specifice prin curenți turbionari în tolele din material feromagnetic se face cu ajutorul următoarei formule [1]

$$p = \frac{\pi^2}{6} \sigma f^2 \Delta^2 B_m^2$$

în care: σ este conductivitatea electrică a materialului, Δ — grosimea tolei, f — frecvența cîmpului magnetic de inducție maximă B_m.

Deducerea formulei se face în anumite ipoteze, cele mai multe simplificatoare, pe care le vom trece în revistă:

1° Se neglijează cîmpul magnetic de reacție al curenților induși. Este totuși cunoscută și rezolvarea problemei în condițiile în care acest cîmp este luat în considerare.

2° Tola fiind foarte subțire (grosimea Δ este mult mai mică decît celelalte două dimensiuni), se neglijează efectele de la capete și se presupune că liniile curenților induși sînt paralele cu suprafața tolei și perpendiculare pe direcția cîmpului magnetic variabil în timp care induce curenții.

3° Materialul feromagnetic se presupune linear, ceea ce constituie o aproximație valabilă cel mult pe anumite intervale.

4° Deducerea formulei de mai sus presupune că la bornele înfășurării care crează cîmpul magnetic variabil în timp se aplică o tensiune sinusoidală, astfel încît inducția magnetică are o variație în timp sinusoidală.

În legătură cu aceste ipoteze să facem următoarele observații.

1° Materialul feromagnetic este în fapt un material ale cărui proprietăți magnetice sînt în esență nelineare. După cum este cunoscut, nelinearitatea proprietăților magnetice ale materialelor feromagnetice s-a explicat prin teoria domeniilor de magnetizare spontană, elaborată de Weiss [2] și ulterior confirmată experimental, constituind azi o certi-

* Manuscris predat la redacție la data de 23 aprilie 1971

tudine unanim acceptată. La corpurile feromagnetice masive forma, volumul și orientarea domeniilor de magnetizare spontană rămîn destul de dificil de determinat și variază între limite extrem de îndepărtate; la acelea însă la care una din dimensiuni devine cu mult mai mică decît celelalte (cum sînt tolele), structura capătă un caracter de mare regularitate [3]. Caracteristicile acestei structuri depind de multe elemente, dintre care cele mai importante sînt tipul de structură cristalină a materialului și caracterul anizotropiei sale cristaline.

2° Configurația reală a cîmpului electric și deci a liniilor de curent în interiorul tolei este puțin probabil să aibă forma simplă presupusă în deducerea formulei mai sus menționate a pierderilor. Mult mai plauzibil pare ca intensitatea cîmpului electric în interiorul tolei să aibă și o componentă normală pe suprafață și ca această componentă să se anuleze în punctele suprafeței, satisfăcînd astfel condiția (singura reală) ca intensitatea cîmpului electric să fie tangentă suprafeței.

3° În fine, în multe situații, cîmpul magnetic este produs de un curent sinusoidal și deci intensitatea cîmpului magnetic și nu inducția magnetică va avea o variație în timp sinusoidală — posibilitate de care formula de mai sus nu ține seama.

În cele ce urmează se propune o metodă de calcul a pierderilor prin curenți turbionari în care să se țină cont de structura de domenii a tolei feromagnetice. Metoda propusă ține seama de cîmpul magnetic de reacție al curenților turbionari și permite determinarea mai precisă a configurației cîmpului electric în interiorul tolei. În final, se indică și posibilitățile de cercetare a aproximațiilor introduse prin metoda expusă.

II. *Modelul de structură a materialului propus.*

Așa cum rezultă din legea inducției electromagnetice, liniile curenților turbionari sînt conținute în plane perpendiculare pe direcția cîmpului

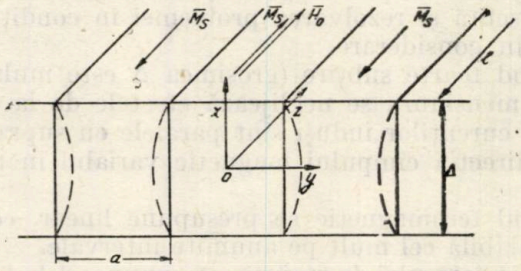


Fig. 1 Model de structuri de domenii a tolei feromagnetice

magnetic variabil în timp $\overline{H}_0$, care se presupune paralel cu suprafața tolei (fig. 1), adică paralel cu axa z.

Întrucît tolele sînt din oțel silicios, care cristalizează în sistemul cubic, este extrem de plauzibilă presupunerea că structura de domenii a tolei corespunde situației reprezentate în fig. 1, cunoscută sub numele de structură Landau-Lifshitz. Domeniile de magnetizare spontană sînt de forma unor plăcuțe paralelipipedice de lungime l, grosime Δ și lățime a, magnetizările (de saturație) M_s a două domenii învecinate fiind orientate

antiparalel şi anume tot după direcţia axei z. Pereţii ce separă domeniile sînt atunci pereţi Bloch-180°, planele lor fiind normale pe planele în care sînt conţinuţi curenţii turbionari. În adevăr, magnetizarea periodică a tolei se realizează astfel datorită faptului că, în decursul unei anumite alternanţe a intensităţii cîmpului magnetic (de exemplu în acea alternanţă ce corespunde situaţiei reprezentate pe figură), diferenţa presiunilor exercitate de o parte şi de alta a fiecăruia dintre pereţi determină îndepărtarea lor din poziţia de echilibru. Aceasta atrage după sine creşterea volumului domeniilor magnetizate în sensul pozitiv al axei z în dauna celorlalte şi deci magnetizarea globală a tolei.

Procesul decurge evident periodic, explicînd astfel caracterul periodic al magnetizării tolei.

Dacă pereţii ar fi fost paraleli cu planele în care sînt conţinuţi curenţii turbionari, nu s-ar mai fi produs fluctuaţia pereţilor în jurul poziţiei lor de echilibru şi în ansamblu tola ar fi rămas nemagnetizată — contrar situaţiei fizice reale.

Pe de altă parte, după cum este cunoscut [3], subdivizarea în domenii cu magnetizări antiparalele este impusă de posibilitatea realizării în această formă a condiţiei de minim a energiei totale a tolei, care se găseşte astfel într-o stare de echilibru stabil. Prezenţa unor pereţi paraleli cu suprafaţa tolei ar aduce numai o micşorare neglijabilă a energiei magnetostatice, astfel încît existenţa lor pare cu totul improbabilă.

Menţionăm că un model asemănător au propus Bishop şi Lee [4] pentru calcularea impedanţei unui corp de forma unei plăci foarte subţiri parcursă de un curent alternativ, cu luarea în considerare a efectului pelicular.

III. *Calculul distribuţiei intensităţii cîmpului electric în interiorul tolei*

Se presupune că se aplică din exterior un cîmp magnetic :

$$\overline{H}_0(t) = H_0(t) \cdot \overline{k} \tag{1}$$

cu :

$$H_0(t) = H_0 \sin \omega t.$$

Variaţia în timp a acestui cîmp magnetic creează curenţi turbionari ale căror linii de cîmp sînt conţinute în plane paralele cu planul xOy. Se notează cu $H(x, y, t)$ cîmpul magnetic de reacţie al acestor curenţi, orientat de asemenea în lungul axei z şi astfel intensitatea cîmpul magnetic total este :

$$\overline{H}_t(x, y, t) = H(x, y, t) \cdot \overline{k} \tag{2}$$

$$H_t(x, y, t) = H_0(t) + H(x, y, t)$$

În mod evident, $H(x, y, t)$ este un cîmp periodic cu o perioadă egală cu aceea a cîmpului magnetic aplicat din exterior.

Întrucît această variaţie în timp este caracteristică tuturor mărimilor ce intervin în problema pusă, este posibilă reprezentarea în complex simplificat a tuturor acestor mărimi.

Este cunoscută presupunerea fundamentală a faptului că există o foarte mare diferenţă între permeabilitatea magnetică în interiorul domeniilor şi cea care se asociază pereţilor, cea din urmă fiind probabil cu cîteva ordine de mărime mai mare decît prima.

O explicaţie calitativă o constituie faptul că, domeniul fiind magnetizat la saturaţie, permeabilitatea sa magnetică este evident mai mică decît cea din zona peretelui, unde materialul este foarte îndepărtat de starea de saturaţie. În această împrejurare în cele ce urmează se face aproximarea neglijării totale a permeabilităţii magnetice asociate materialului din interiorul domeniului, presupunînd deci că inducţia magnetică locală este determinată numai de magnetizarea de saturaţie:

$$\overline{B} = \mu' \overline{H} + \mu_0 \overline{M}_s \cong \mu_0 \overline{M}_s.$$

Forma locală a legii inducţiei electromagnetice capătă atunci forma:

$$\operatorname{rot} \overline{E} = 0, \tag{3}$$

ceea ce justifică introducerea unui potenţial electric $V(x, y, t)$ care să satisfacă ecuaţia lui Laplace, fiind antisimetric în raport cu planele $x = 0$ şi $y = 0$ (centrul 0 al sistemului de coordonate se alege în centrul unui domeniu, la egală distanţă de pereţii domeniului şi de feţele tolei).

Condiţia ca intensitatea cîmpului electric să rămînă tangentă suprafeţei tolei se scrie:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0 \text{ în } x = \pm \frac{\Delta}{2} \tag{4}$$

Aceste condiţii sînt satisfăcute de următoarea formă a imaginii complexe a potenţialului:

$$\underline{V}(x, y) = \underline{A}_0 y + \sum_n{}' \underline{A}_n \operatorname{sh} \frac{n\pi y}{\Delta} \sin \frac{n\pi x}{\Delta}, \tag{5}$$

unde simbolul $\sum'$ semnifică că sumarea trebuie efectuată numai peste valorile întregi, impare, pozitive ale lui n.

Atunci cele două componente ale intensităţii cîmpului electric sînt:

$$\underline{E}_x(x, y) = -\frac{\partial \underline{V}}{\partial x} = -\sum_n{}' \frac{n\pi}{\Delta} \underline{A}_n \operatorname{sh} \frac{n\pi y}{\Delta} \cos \frac{n\pi x}{\Delta} \tag{6}$$

$$\underline{E}_y(x, y) = -\frac{\partial \underline{V}}{\partial y} = -\sum_n{}' \frac{n\pi}{\Delta} \underline{A}_n \operatorname{ch} \frac{n\pi y}{\Delta} \sin \frac{n\pi x}{\Delta} - \underline{A}_0$$

Din motive de simetrie însă :

$$\underline{E}_y(x, y) = -\underline{E}_y(-x, y)$$

şi deci constanta $\underline{A}_0$ este nulă.

Cîmpul magnetic de reacţie al curenţilor induşi se determină din forma locală a legii circuitului magnetic :

$$\operatorname{rot} \overline{H} = \overline{J} = \sigma \overline{E}, \tag{7}$$

unde σ este conductivitatea electrică a materialului. Pe componente această ecuaţie se pune sub forma :

$$\frac{\partial \underline{H}}{\partial y} = \sigma \underline{E}_x ; \quad \frac{\partial \underline{H}}{\partial x} = -\sigma \underline{E}_y. \tag{7'}$$

Integrarea lor duce la următoarea formă a cîmpului magnetic de reacţie a curenţilor induşi :

$$\underline{H}(x, y) = -\sigma {\sum_n}' \underline{A}_n \cdot \operatorname{ch} \frac{n\pi y}{\Delta} \cdot \cos \frac{n\pi x}{\Delta}. \tag{8}$$

În dreptul peretelui din dreapta al domeniului considerat expresiile intensităţii cîmpului magnetic şi ale componentelor intensităţii cîmpului electric devin :

$$\underline{E}_x\left(x, \frac{a}{2}\right) = -{\sum_n}' \frac{n\pi}{\Delta} \underline{A}_n \operatorname{sh} \frac{n\pi a}{2\Delta} \cos \frac{n\pi x}{\Delta}$$

$$\underline{E}_y\left(x, \frac{a}{2}\right) = -{\sum_n}' \frac{n\pi}{\Delta} \underline{A}_n \operatorname{ch} \frac{n\pi a}{2\Delta} \sin \frac{n\pi x}{\Delta} \tag{9}$$

$$\underline{H}\left(x, \frac{a}{2}\right) = -\sigma {\sum_n}' \underline{A}_n \operatorname{ch} \frac{n\pi a}{2\Delta} \cos \frac{n\pi x}{\Delta}.$$

Considerentele expuse în paragraful II. au arătat că peretele Bloch dintre domenii are o mişcare periodică în jurul poziţiei de echilibru sub acţiunea diferenţei periodice a presiunilor exercitate pe cele două feţe ale sale. Din motive de simetrie amplitudinea u a acestei mişcări oscilatorii este funcţie numai de variabila x. Ecuaţia satisfăcută de această mişcare oscilatorie este [5] :

$$-\sigma_B \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial u}{\partial t} + \alpha u = 2 \mu_0 \overline{M}_s \overline{H}_t. \tag{10}$$

Primul termen din membrul stîng al acestei ecuații este justificat de faptul că pereților Bloch li se asociază o energie caracterizată prin densitatea ei σ_B în raport cu suprafața peretelui. Al doilea termen corespunde amortizării relaxării de spin în mișcarea peretelui și se caracterizează prin coeficientul de amortizare β, care este aproximativ proporțional cu grosimea tolei [6]. Al treilea termen este justificat de faptul că mișcarea peretelui se face numai în interiorul domeniului, la suprafețele tolei peretele fiind în mod practic fixat (fenomen cunoscut sub numele de fixare de spin). În ecuația de mișcare trebuie astfel să apară un termen de forma unei forțe elastice, conținînd o constantă macroscopică α ce descrie efectul mediu al tensionării peretelui și al interacției sale cu imperfecțiunile conținute în rețeaua cristalină a materialului.

Integrarea ecuației (10) trebuie deci făcută cu condiția la limită:

$$u\left(\pm\frac{\Delta}{2},\ t\right) \equiv 0,$$

și impunînd ca deplasarea peretelui să fie simetrică în raport cu planul $x = 0$.

În complex simplificat, ecuația (10) devine:

$$-\sigma_B\frac{d^2\underline{u}}{dx^2} + (\alpha + j\omega\beta)\,\underline{u} = 2\mu_0 M_s(\underline{H}_0 + \underline{H}) \tag{11}$$

cu condiția la limită:

$$\underline{u}\left(\pm\frac{\Delta}{2}\right) = 0.$$

Soluția se caută adunînd la soluția generală a ecuației omogene:

$$\underline{u}_g(x) = \underline{\mathcal{A}}\ \mathrm{sh}\ \underline{\delta}\ x + \underline{\mathcal{B}}\ \mathrm{ch}\ \underline{\delta}\ x$$

o soluție particulară a ecuației neomogene:

$$\underline{u}_p(x) = \frac{2\mu_0 M_s\sigma}{\sigma_B}\left[\frac{1}{\sigma\cdot\underline{\delta}^2}\underline{H}_0 - \sum_n{}'\frac{\underline{A}_n}{\underline{\delta}^2 + \left(\frac{n\pi}{\Delta}\right)^2}\mathrm{ch}\frac{n\pi a}{2\Delta}\cos\frac{n\pi x}{\Delta}\right]$$

și determinînd constantele de integrare $\underline{\mathcal{A}}$, $\underline{\mathcal{B}}$ din condițiile la limită menționate. Rezultatul final este:

$$\underline{u}(x) = \frac{2\mu_0 M_s\sigma}{\sigma_B}\left[\frac{\underline{H}_0}{\sigma\underline{\delta}^2}\left(1 - \frac{\mathrm{ch}\,\underline{\delta}x}{\mathrm{ch}\,\underline{\delta}\,\frac{\Delta}{2}}\right) - \sum_n{}'\frac{\underline{A}_n}{\underline{\delta}^2 + \left(\frac{n\pi}{\Delta}\right)^2}\mathrm{ch}\frac{n\pi a}{2\Delta}\cos\frac{n\pi x}{\Delta}\right] \tag{12}$$

unde s-a folosit notația:

$$\underline{\delta}^2 = \frac{\alpha + j\omega\beta}{\sigma_B}. \tag{13}$$

Pentru calculele viitoare este necesară prezentarea sub o formă unitară a expresiei din membrul drept al ecuației (12) și pentru aceasta se desvoltă în serie Fourier primul termen dintre parantezele drepte:

$$1 - \frac{\operatorname{ch}\underline{\delta} x}{\operatorname{ch}\underline{\delta}\frac{\Delta}{2}} = \sum_n{}' \frac{4}{n\pi}(-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot \frac{\underline{\delta}^2}{\underline{\delta}^2 + \left(\frac{n\pi}{\Delta}\right)^2} \cos\frac{n\pi x}{\Delta}$$

astfel încît ecuația (12) se mai poate scrie sub forma:

$$\underline{u}(x) = 2\mu_0 M_s \sigma \sum_n{}' \frac{1}{\alpha + \sigma_B\left(\frac{n\pi}{\Delta}\right)^2 + j\omega\beta}\left[\frac{\underline{H}_0}{\sigma}\frac{4}{n\pi}(-1)^{\frac{n-1}{2}} - \underline{A}_n \operatorname{ch}\frac{n\pi a}{2\Delta}\right]\cos\frac{n\pi x}{\Delta} \tag{14}$$

Pentru determinarea constantelor $\underline{A}_n$ se procedează astfel: Se aplică legea inducției electromagnetice unui contur Γ conținut în planul $z = 0$, care încadrează simetric poziția de echilibru a peretelui din $y = \frac{a}{2}$ (suficient de strîns) și este simetrică în raport cu planul $x = 0$ (fig. 2).

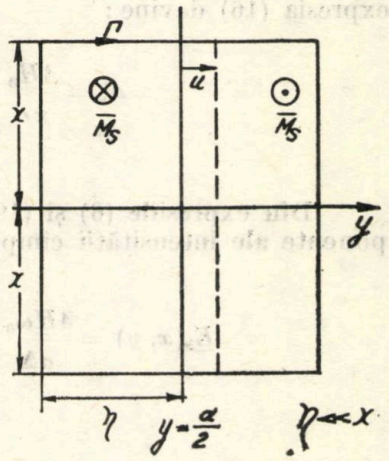


Fig. 2. Aplicarea legii inducției electromagnetice în jumătatea pereților Bloch.

Folosind în continuare ipoteza că μ rămîne neglijabil în interiorul domeniilor și neglijînd grosimea peretelui Bloch (care este oricum cu mult mai mică decît lățimea domeniului), rezultă că variația fluxului magnetic prin suprafața plană limitată de conturul Γ se datorează numai modificării raportului suprafețelor intersectate de magnetizările de saturație antiparalele ale domeniilor învecinate, ca urmare a deplasării peretelui cu viteza $\frac{du}{dt}$.

Atunci:

$$2.\ 2x.\ \underline{E}_x\left(x, \frac{a}{2}\right) = 2\,\mu_0 M_s \cdot 2x \cdot j\omega \underline{u}(x)$$

de unde:

$$\underline{u}(x) = \frac{1}{j\omega\mu_0 M_s}\,\underline{E}_x\left(x, \frac{a}{2}\right) = -\sum_n{}' \frac{1}{j\omega\,\mu_0 M_s}\frac{n\pi}{\Delta}\underline{A}_n \operatorname{sh}\frac{n\pi a}{2\Delta}\cos\frac{n\pi x}{\Delta} \tag{15}$$

Compararea formulelor (14) și (15) determină constantele $\underline{A}_n$ sub forma:

$$\underline{A}_n = \frac{\underline{H}_0}{\sigma} \cdot \frac{4j\omega}{n\pi \cdot \operatorname{ch}\frac{n\pi a}{2\Delta}}(-1)^{\frac{n+1}{2}} \frac{\alpha_n T_n + j\omega(1 - \beta T_n)}{(\alpha_n T_n)^2 + \omega^2(1 - \beta T_n)^2} \tag{16}$$

în care s-au folosit notaţiile :

$$\alpha_n = \alpha + \sigma_B \left(\frac{n\pi}{\Delta}\right)^2, \tag{17}$$

$$T_n = \frac{n\pi}{2(\mu_0 M_s)^2 \sigma \Delta} \cdot th \frac{n\pi a}{2\Delta}.$$

Introducînd acum notaţiile :

$$\Gamma_n = [(\alpha_n T_n)^2 + \omega^2 (1 - \beta T_n)^2]^{1/2}$$

$$\varphi_n = \frac{\pi}{2} + \text{arc tg} \frac{\omega(1 - \beta T_n)}{\alpha_n T_n} \tag{18}$$

expresia (16) devine :

$$\underline{A}_n = \frac{4\underline{H}_0}{\pi\sigma} \frac{\omega}{n \text{ch} \frac{n\pi a}{2\Delta}} (-1)^{\frac{n+1}{2}} \frac{1}{\Gamma_n} e^{j\varphi_n}. \tag{19}$$

Din expresiile (6) şi (19) se pot obţine expresiile celor două componente ale intensităţii cîmpului electric în expresie complexă :

$$\underline{E}_x(x, y) = \frac{4\underline{H}\omega_0}{\sigma\Delta} \sum_n{}' \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\text{ch} \frac{n\pi a}{2\Delta}} \text{sh} \frac{n\pi y}{\Delta} \cos \frac{n\pi x}{\Delta} \cdot \frac{e^{j\varphi_n}}{\Gamma_n}$$

$$\underline{E}_y(x, y) = \frac{4\underline{H}_0\omega}{\sigma\Delta} \sum_n{}' \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\text{ch} \frac{n\pi a}{2\Delta}} \text{ch} \frac{n\pi y}{\Delta} \sin \frac{n\pi x}{\Delta} \frac{e^{j\varphi_n}}{\Gamma_n} \tag{20}$$

şi instantanee :

$$E_x(x, y, t) = \frac{4H_0\omega}{\sigma\Delta} \sum_n{}' \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma_n \text{ch} \frac{n\pi a}{2\Delta}} \text{sh} \frac{n\pi y}{\Delta} \cos \frac{n\pi x}{\Delta} \sin(\omega t + \varphi_n)$$

$$E_y(x, y, t) = \frac{4H_0\omega}{\sigma\Delta} \sum_n{}' \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma_n \text{ch} \frac{n\pi a}{2\Delta}} \text{ch} \frac{n\pi y}{\Delta} \sin \frac{n\pi x}{\Delta} \sin(\omega t + \varphi_n). \tag{21}$$

Tot astfel, din expresiile (8) și (19) se poate obține formula intensității cîmpului magnetic de reacție al curenților turbionari în expresie complexă :

$$\underline{H}(x, y) = \frac{4\underline{H}_0\omega}{\pi} \sum_n{}' \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}} e^{j\varphi_n}}{n\Gamma_n \operatorname{ch} \frac{n\pi a}{2\Delta}} \operatorname{ch} \frac{n\pi y}{\Delta} \cos \frac{n\pi x}{\Delta} \tag{22}$$

și instantanee :

$$H(x, y, t) = \frac{4H_0\omega}{\pi} \sum_n{}' \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n\Gamma_n \operatorname{ch} \frac{n\pi a}{2\Delta}} \operatorname{ch} \frac{n\pi y}{\Delta} \cos \frac{n\pi x}{\Delta} \sin(\omega t + \varphi_n). \tag{23}$$

IV. *Determinarea pierderilor prin curenți turbionari în total din material feromagnetic.*

Pierderile instantanee locale prin curenți turbionari se determină prin relația :

$$p(x, y, t) = \sigma \cdot E^2(x, y, t), \tag{24}$$

unde pătratul intensității cîmpului electric se calculează cu ajutorul relațiilor (21) :

$$E^2(x, y, t) = E_x^2(x, y, t) + E_y^2(x, y, t) = \tag{25}$$

$$= \left(\frac{4\omega H_0}{\sigma\Delta}\right)^2 \left\{ \sum_n{}' \frac{1}{\Gamma_n^2} \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \frac{n\pi a}{2\Delta}} \left[\operatorname{ch}^2 \frac{n\pi y}{\Delta} - \cos^2 \frac{n\pi x}{\Delta} \right] \sin^2(\omega t + \varphi_n) + \right.$$

$$+ \sum_{\substack{m \\ m>n}}{}' \sum_n{}' \frac{1}{\Gamma_m \Gamma_n} \frac{1}{\operatorname{ch} \frac{m\pi a}{2\Delta} \operatorname{ch} \frac{n\pi a}{2\Delta}} (-1)^{\frac{m+n}{2}-1} \left[\cos \frac{(m-n)\pi y}{\Delta} \operatorname{ch} \frac{(m+n)\pi y}{\Delta} - \right.$$

$$\left. \left. - \cos \frac{(m+n)\pi x}{\Delta} \operatorname{ch} \frac{(m-n)\pi y}{\Delta} \right] \sin(\omega t + \varphi_m) \sin(\omega t + \varphi_n). \right\}.$$

Densitatea locală a pierderilor de putere activă prin curenți turbionari se obține făcînd medierea pierderilor instantanee $p(x, y, t)$ în raport cu timpul (pe un număr întreg de perioade) :

$$p(x,y) = \widetilde{p(x,y,t)} = \frac{1}{\sigma} \frac{8H_0^2\omega^2}{\Delta^2} \left\{ \sum_n{}' \frac{1}{\Gamma_n^2} \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \frac{n\pi a}{2\Delta}} \frac{1}{2} \left[\operatorname{ch} \frac{2n\pi y}{\Delta} - \cos \frac{2n\pi x}{\Delta} \right] - \right.$$

$$-\sum_{m}{}'\sum_{\substack{n\\(m>n)}}{}'\frac{1}{\Gamma_m\Gamma_n}\frac{1}{\operatorname{ch}\dfrac{m\pi a}{2\Delta}\operatorname{ch}\dfrac{n\pi a}{2\Delta}}(-1)^{\frac{m+n}{2}}\left[\cos\frac{(m-n)\pi x}{\Delta}\operatorname{ch}\frac{(m+n)\pi y}{\Delta}-\right.$$

$$\left.-\cos\frac{(m+n)\pi x}{\Delta}\operatorname{ch}\frac{(m-n)\pi y}{\Delta}\right]\cos(\varphi_m-\varphi_n)\Bigg\}\cdot \tag{26}$$

Puterea activă pierdută prin curenţi turbionari pe volumul unui domeniu se obţine făcînd integrarea densităţii locale a acestei puteri (26) pe volumul respectiv:

$$P_\Delta = l\int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} p(x,y)\cdot dx\cdot dy = l\frac{8H_0^2\omega^2}{\pi\sigma}\sum_n{}'\frac{1}{n}\frac{1}{\Gamma_0^2}\operatorname{th}\frac{n\pi a}{2\Delta}. \tag{27}$$

În lăţimea l' a tolei fiind cuprinse un număr de $\frac{l'}{a}$ domenii, pierderile totale de putere activă prin curenţi turbionari în tolă sînt:

$$P = \frac{l'}{a}P_\Delta = ll'\frac{8H_0^2\omega^2}{\pi\sigma a}\sum_n{}'\frac{1}{n}\frac{1}{\Gamma_n^2}\operatorname{th}\frac{n\pi a}{2\Delta}. \tag{28}$$

În fine, pierderile specifice prin curenţi turbionari se obţin raportînd pierderile totale la volumul ($ll'\Delta$) al tolei:

$$p = \frac{8}{\pi}\frac{\omega^2H_0^2}{\sigma a\Delta}\sum_n{}'\frac{1}{n}\cdot\operatorname{th}\frac{n\pi a}{2\Delta}\cdot\frac{1}{\Gamma_n^2}. \tag{29}$$

Reamintind notaţiile (17) şi (18) şi punînd: $\omega = 2\pi f$, se vede că formula pierderilor specifice se poate pune şi sub forma:

$$p = \frac{128}{\pi}(\mu_0M_s)^4\sigma\frac{\Delta}{a}H_0^2f^2\sum_n{}'\frac{1}{n^3}\operatorname{cth}\frac{n\pi a}{2\Delta}\frac{1}{\alpha_n^2+\omega^2\left(\dfrac{1}{T_n}-\beta\right)^2}. \tag{30}$$

V. *Discutarea rezultatelor. Concluzii.*

Formula (30) dedusă în paragraful precedent este avantajoasă, corectînd multe din aproximaţiile făcute în deducerea formulei „clasice" [1]:

$$p = \frac{\pi^2}{6}\sigma\Delta^2f^2B_m^2 \tag{31}$$

Întîi ea este utilizabilă atunci cînd magnetizarea tolei se realizează cu un curent strict sinusoidal, astfel încît are sens faptul că în formulă figurează valoarea maximă H_0 a intensității cîmpului magnetic aplicat din exterior, la rîndul său de variație strict sinusoidală-. De altfel se poate stabili legătura între mărimea H_0 și valoarea maximă a inducției magnetice medii din interiorul tolei și aceasta ne propunem s-o studiem într-o lucrare viitoare.

Apoi, formula ține cont de cîmpul de reacție al curenților turbionari și de forma reală a liniilor acestor curenți (asupra cărora are o importantă influență și mișcarea pereților), stabilind dependența pierderilor prin curenți turbionari de frecvență; se vede că această dependență nu este strict pătratică, așa cum presupune formula (31).

În fine, formula ia în considerare structura intimă reală a materialului feromagnetic, expresia pierderilor depinzînd de lățimea a a domeniului de structură, magnetizația de saturație M_s și constantele de material α, β, σ_B.

O formulă aproximativă pentru grosimi obișnuite ale tolelor: $\Delta = 0.5 \cdot 10^{-3}$ sau $0{,}35 \cdot 10^{-3}$ m și în domeniul frecvenței industriale: $f \cong 50$ Hz se poate obține ușor în modul următor:

La grosimile menționate ale tolelor lățimea a a domeniului este atît de mică, încît dacă n nu ia valori prea mari, se poate face aproximarea:

$$\operatorname{cth} \frac{n\pi a}{2\Delta} \cong \frac{2\Delta}{n\pi a}.$$

Ori, în suma din membrul drept al expresiei (30), termenii conțin factorul $\frac{1}{n^3}$ și deci seria este foarte rapid convergentă și numai primii cîțiva termeni capătă valori semnificative, astfel încît aproximația făcută este pe deplin justificată.

Conform lui Bishop și Lee [4], constanta de material α ce corespunde forței de restabilire a poziției de echilibru a peretelui are o valoare medie de aproximativ 10^9 N/m^3.

Conform lui Kaczer [7], densitatea de suprafață a energiei asociate peretelui Bloch — 180° este:

$$\sigma_B = 1{,}6 \cdot 10^{-3} \text{ J/m}^2.$$

și atunci în expresia (15) a constantei α termenul al doilea din membrul drept este:

$$\sigma_B \left(\frac{n\pi}{\Delta}\right)^2 = \begin{cases} 0{,}129\, n^2 \cdot 10^6 (\text{J/m}^4) & \text{— pentru tola de 0,35 mm,} \\ 0{,}063 \cdot n^2 \cdot 10^6 (\text{J/m}^4) & \text{— pentru tola de 0,5 mm} \end{cases}$$

Se vede că la acele valori ale lui n pentru care termenii sumei au valori semnificative, se poate lua cu o excelentă aproximație: $\alpha_n \cong \alpha$.

În baza unui calcul estimativ în care se folosesc următoarele valori aproximative : $\sigma \cong 1{,}6 \cdot 10^6\ \Omega^{-1}m^{-1}$, $\mu_0 M_s \cong 0{,}17\ T$, $a \cong 40 \cdot 10^{-6} m$, se găsește : $\frac{1}{T_n} \sim 10^2 \frac{1}{n^2}$, iar pe de altă parte, conform [4] : $\beta \cong 1 \cdot kg \cdot s^{-1} m^{-1}$.

Se vede atunci că în domeniul frecvențelor industriale :

$$\alpha \gg \omega \left(\frac{1}{T_n} - \beta \right)$$

și oricum β se poate neglija în raport cu $\frac{1}{T_n}$ în primii cîțiva termeni, singurii care contează în seria rapid convergentă din formula (30).

Toate aceste observații și aproximări conduc la următoarea formulă de calcul a pierderilor specifice în tola din material feromagnetic, convenabilă la valorile mai sus menționate ale frecvenței și grosimii tolei :

$$p = \frac{256}{\pi^2} \frac{(\mu_0 M_s)^4}{\alpha^2 a^2} \sigma \Delta^2 H_0^2 f^2 \sum_n{}' \frac{1}{n^4} = \frac{8\pi^2}{3} \frac{(\mu_0 M_s)^4}{\alpha^2 a^2} \sigma \Delta^2 f^2 H_0^2. \qquad (32)$$

În comparație cu formula „clasică" (31), în formula de mai sus se regăsesc principalele caracteristici ale pierderilor specifice prin curenți turbionari, în limitele precizate : dependența liniară de conductibilitatea electrică σ și cea pătratică de grosimea Δ a tolei, de frecvența f și de valoarea maximă H_0 a intensității cîmpului magnetic, ceea ce constituie o excelentă verificare a formulei propuse.

Catedra de electrotehnică II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Timotin, V. Hortopan, A. Ifrim, M. Preda*, Lecții de Bazele Electrotehnicii, Ed. Did. și Pedag. (București, 1970) pag. 825–828 *M. Preda, P. Cristea, F. Spinei, J. Marcovici*, Bazele Electrotehnicii, vol. 1, Ed. Did. și Pedag. (București, 1969), pag. 311–312.
2. *P. Weiss*, J. Phys. Radium *6*, 667 (1907).
3. *C. Kittel*, Rev. Mod. Physics *21*, 541 (1949).
4. *J. E. L. Bishop, E. W. Lee*, Proc. Royal Soc. *A 276*, 96 (1963).
5. *D.ter. Haar*, Fluctuation, Relaxation and Resonance in Magnetic Systems, Oliver & Boyd (Edinburgh, 1962), pag. 100.
6. *I. Bursuc, M. Suciu*, Pături subțiri feromagnetice, Ed. Academiei R.S.R. (București, 1969), pag. 169.
7. *J. Kaczer*, Czech J. Phys. *7*, 557 (1957).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972. Numărul 4

ELECTRONICĂ

C.Z.: 621.39

ANALOGIES ÉLECTROACOUSTIQUES POUR LES SYSTÈMES ACOUSTIQUES GOUVERNÉS PAR L'ÉQUATION DES ONDES

DUMITRU STANOMIR

1. Introduction. Le but de l'ouvrage

On sait que les systèmes mécaniques et acoustiques, gouvernés par l'équation des ondes unidimensionelle, ont pour circuit électrique analogique une ligne de transmission, [1], [2], [3]. On sait également qu'il existe plusieurs possibilités.

Dans cet article on montre que, étant donnée l'équation des ondes pour une grandeur σ, propre au système, on peut toujours obtenir une paire de grandeurs associées qui satisfont une équation de conservation, c'est à dire, des grandeurs dont le produit a les dimensions d'une puissance mécanique ou acoustique.

Ensuite, on indique qu'on peut toujours faire un choix convenable des grandeurs associées de sorte que la ligne électrique analogique ne contienne pas de transformateurs.

2. Déduction des grandeurs associées

Soit donné un système décrit par un grandeur σ qui satisfait à l'équation des ondes

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} \tag{1}$$

ou x réprensente l'abscisse, t répresente le temps tandis que c représente la vitesse de propagation dans le système considéré.

Dans tous les cas le carré de la vitesse de propagation peut être mis sous la forme

$$c^2 = \frac{B}{A} \tag{2}$$

dans la quelle une des grandeurs est liée à l'énergie potentielle tandis que l'autre est liée à l'énergie cinétique.

* Ouvrage recu a la redaction le 17 iunie 1971

Tenant compte de la relation (2) l'équation (1) devient

$$A\frac{\partial^2\sigma}{\partial t^2} - B\frac{\partial^2\sigma}{\partial x^2} = 0 \tag{3}$$

Si l'on multiplie l'équation (3) par

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t}dx$$

et si l'on fait l'intégration de a a b, on a

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\int_a^b \frac{1}{2}A\left(\frac{\partial\sigma}{\partial t}\right)^2 \cdot dx + \int_a^b \frac{1}{2}B\left(\frac{\partial\sigma}{\partial x}\right)\cdot dx\right] = B\frac{\partial\sigma}{\partial t}\frac{\partial\sigma}{\partial x}\Bigg|_a^b \tag{4}$$

qui est une relation intégrale du système considéré.

Si le système est terminé par des supports impliquant l'une de conditions

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t} = 0 \text{ ou } \frac{\partial\sigma}{\partial x} = 0 \tag{5}$$

l'équation (4) n'est que l'équation de conservation pour l'énergie et le système est dit conservatif.

D'autre part si les deux membres de l'équation (4) n'ont pas la dimension physique d'une puissance on peut multiplier A et B par une constante C de sorte qu'on obtienne la dimension desirée pour (4).

Il en résulte que l'on peut toujours choisir deux grandeurs dont le produit réprensente une puissance et qui conduisent à une forme quadratique positive (le membre gauche de (4)).

Il y a un grand nombre de choix possibles. On doit en détacher les choix pour lesquels les grandeurs associées ont une signification physique connue.

Prémièrement on peut prendre pour grandeurs associées

$$\alpha_1 = \frac{\partial\sigma}{\partial t} \quad \alpha_2 = -B\frac{\partial\sigma}{\partial x} \tag{6}$$

En faisant le choix donné par (6) l'équation des ondes (1) peut être remplacée par le système

$$-\frac{\partial\alpha_2}{\partial x} = A\frac{\partial\alpha_1}{\partial t} \tag{7}$$

$$-\frac{\partial\alpha_1}{\partial x} = \frac{1}{B}\frac{\partial\alpha_2}{\partial t}$$

L'équation de conservation (4) devient

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_a^b \left[\frac{1}{2}\, A\alpha_2^1 + \frac{1}{2}\,\frac{1}{B}\,\alpha_2^2\right] dx = -\,\alpha_1\alpha_2\Big|_a^b \tag{8}$$

Deuxièmement, on peut prendre pour grandeurs associées

$$\alpha_1 = B\,\frac{\partial \sigma}{\partial t}, \quad \alpha_2 = -\,\frac{\partial \sigma}{\partial x} \tag{9}$$

Pour le choix donné par (9) le système d'équations devient

$$-\frac{\partial \alpha^2}{\partial x} = \frac{A}{B^2}\,\frac{\partial \alpha_1}{\partial t} \tag{10}$$

$$-\frac{\partial \alpha_1}{\partial x} = B\,\frac{\partial \alpha_2}{\partial t}$$

tandis que l'équation de conservation s'écrit

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_a^b \left[\frac{1}{2}\,\frac{A}{B^2}\,\alpha_1^2 + \frac{1}{2}\,B\alpha_2^2\right] dx = -\,\alpha_1\alpha_2\Big|_a^b \tag{11}$$

3. Quelques constructions utilisées

Premier cas.

On considère un système mécanique ou acoustique pour lequel le déplacement satisfait à l'équation des ondes

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{A}{B}\,\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \tag{12}$$

Le choix donné par (6) conduit à

$$\alpha_1 = \frac{\partial \xi}{\partial t} \tag{13}$$

ce qui est justement la vitesse d'oscillation.

La deuxième grandeur

$$\alpha_2 = -\,B\,\frac{\partial \xi}{\partial x}$$

contient la constante B dont les dimensions physiques peuvent être déterminées a partir de la relation de conservation.

Si l'on suppose que (*8*) représente la conservation de la puissance et tenant compte que ξ est une longueur on déduit que la constante B a les dimensions physiques

$$[B] = [\text{kg.m.s}^{-2}]$$

Il en résulte que B est une force, qu'on désigne par F_0. La grandeur α_2 est donc une force, qu'on désigne par f.

En ce qui concerne la constante A, celle-ci est déterminée tenant compte que A et B satisfont la relation (2), d'ou l'on voit que A este une masse par l'unité de longueur, qu'on désigne par ε.

Le système (7) devient alors

$$\begin{aligned} -\frac{\partial f}{\partial x} &= \varepsilon \frac{\partial v}{\partial t} \\ -\frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{1}{F_0}\frac{\partial f}{\partial t} \end{aligned} \tag{14}$$

Pour les oscillations transversales d'une corde on a

$$c = \sqrt{\frac{F_0}{\varepsilon}}$$

ou F_0 est la tension de la corde et ε est la masse de l'unité de longueur.

Pour les oscillations longitudinales d'une barre on a

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

ou E est le module d'élasticité de Young et ρ est la masse de l'unité de volume. Pour obtenir A et B on doit multiplier E et ρ par S, la section transversale de la barre, et l'on obtient

$$\varepsilon = \rho S, \quad F_0 = ES.$$

Le système d'équations (14) devient dans ce cas

$$\begin{aligned} -\frac{\partial f}{\partial x} &= \rho S \frac{\partial v}{\partial t} \\ -\frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{1}{ES}\frac{\partial f}{\partial t} \end{aligned} \tag{15}$$

Au cas ou l'on considère des systèmes uniformes, barres de section constante, tuyaux sonores de section constante, on peut considérer que (4) représente la conservation de la puissance par l'unité de surface.

En faisant le même choix (13) il en résulte pour la constante les dimensions

$$[B]=[\mathrm{kg.m^{-1}\cdot s^{-2}}]$$

d'ou il s'ensuit que B représente une pression, que l'on désigne par P_s. Pour α_2, qui est aussi une pression, on adopte la notation p.

En ce qui concerne A on déduit immédiatement que c'est une masse par l'unite de volume.

On obtient le système

$$-\frac{\partial p}{\partial x}=\rho\frac{\partial v}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial v}{\partial x}=\frac{1}{P_s}\frac{\partial p}{\partial t} \tag{16}$$

Pour les barres en oscillations longitudinales on a

$$P_s=E$$

tandis que pour les tuyaux sonores

$$P_s=\gamma P_0$$

Deuxieme cas.

On considère un système pour lequel le déplacement volumique

$$u=\xi S$$

satisfait à l'équation des ondes

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{A}{B}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{17}$$

Le choix donné par (6) conduit à

$$\alpha_1=\frac{\partial u}{\partial t}$$

ce qui représente la vitesse volumique $q=vS$.

La deuxième grandeur

$$\alpha_2 = -B\frac{\partial u}{\partial x}$$

contient la constante B qui doit etre déterminée de la relation de conservation (8), en tant que la conservation de la puissance, puisque dans les systèmes à changements de la section transversale c'est la puissance qui doit rester invariable. On obtient

$$[B] = [\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}\cdot\mathrm{s}^{-2}],$$

d'ou l'on tire que B a les dimensions d'une pression divisée par l'unité de surface. C'est d'ailleurs $\gamma P_0/S$ au cas des tuyaux sonores. En même temps il en résulte que α_2 est une pression que l'on désigne par p.

En fin, la constante A a les dimensions, en faisant usage de (2),

$$[\mathrm{A}] = [\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-5}]$$

donc c'est une densité divisée par l'unité de surface.

Pour les tuyaux sonores on a

$$A = \rho/S,\ B = \gamma P_0/S$$

et le système d'équations correspondant au (17) devient

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\rho}{S}\frac{\partial q}{\partial t} \\ -\frac{\partial q}{\partial x} &= \frac{S}{\gamma P_0}\frac{\partial p}{\partial t} \end{aligned} \tag{18}$$

4. Analogies électroacoustiques

Pour établir les analogies électroacoustiques on compare les systèmes d'équations (14), (16), (18) avec le système d'équations pour les lignes électriques

$$\begin{aligned} -\frac{\partial u}{\partial x} &= L\frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} &= C\frac{\partial u}{\partial t} \end{aligned} \tag{19}$$

ou u et i représentent la tension et le courant tandis que L et C sont l'inductivité et la capacité par l'unité de longueur.

On voit qu'il y a six correspodences possibles, ou six isomorphismes possibles, donnés ci-dessous

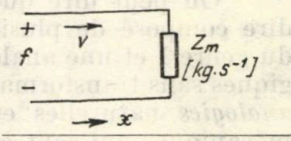
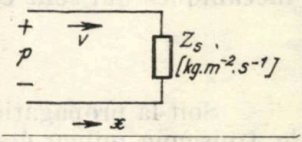
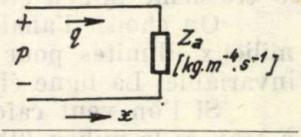
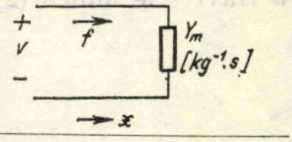
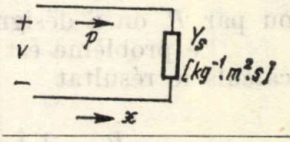
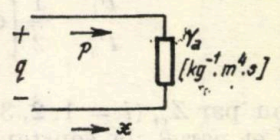
$$\text{a)}\ \begin{cases} f - u \\ v - i \end{cases} \qquad \text{b)}\ \begin{cases} f - i \\ v - u \end{cases}$$

$$\text{c)}\ \begin{cases} p - u \\ v - i \end{cases} \qquad \text{d)}\ \begin{cases} p - i \\ v - u \end{cases} \qquad (20)$$

$$\text{e)}\ \begin{cases} p - u \\ q - i \end{cases} \qquad \text{f)}\ \begin{cases} p - i \\ q - u \end{cases}$$

Les lignes eléctriques analogues sont données dans le tableau 1.

Tableau 1

Analogies électroacoustiques					
Correspondence fondamentale	inductance linéaire analogique	capacité linéaire analogique	vitesse de pagation c	impédance caractéristique analogique	structure de la ligne analogique
a) $f \to u$, $v \to i$	ε $[\mathrm{kg.m^{-1}}]$	$\frac{1}{F_0}$ $[\mathrm{kg^{-1}.m^{-1}.s^2}]$	$\sqrt{\frac{F_0}{\varepsilon}}$	εc $[\mathrm{kg.s^{-1}}]$	
c) $p \to u$, $v \to i$	ρ $[\mathrm{kg.m^{-3}}]$	$\frac{1}{P_S}$ $[\mathrm{kg^{-1}.m.s^2}]$	$\sqrt{\frac{P_S}{\rho}}$	ρc $[\mathrm{kg.m^{-2}.s^{-1}}]$	
e) $p \to u$, $q \to i$	$\frac{\rho}{S}$ $[\mathrm{kg.m^{-5}}]$	$\frac{S}{\gamma P_0}$ $[\mathrm{kg^{-1}.m^3.s^2}]$	$\sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho}}$	$\frac{\rho c}{S}$ $[\mathrm{kg.m^{-4}.s^{-1}}]$	
b) $f \to i$, $v \to u$	$\frac{1}{F_0}$ $[\mathrm{kg^{-1}.m^{-1}.s^{-2}}]$	ε $[\mathrm{kg.m^{-1}}]$	$\sqrt{\frac{F_0}{\varepsilon}}$	$\frac{1}{\varepsilon c}$ $[\mathrm{kg^{-1}.s}]$	
d) $p \to i$, $v \to u$	$\frac{1}{P_S}$ $[\mathrm{kg^{-1}.m.s^2}]$	ρ $[\mathrm{kg.m^{-3}}]$	$\sqrt{\frac{P_S}{\rho}}$	$\frac{1}{\rho c}$ $[\mathrm{kg^{-1}.m^2.s}]$	
f) $p \to i$, $q \to u$	$\frac{S}{\gamma P_0}$ $[\mathrm{kg^{-1}.m^3.s^2}]$	$\frac{\rho}{S}$ $[\mathrm{kg.m^{-5}}]$	$\sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho}}$	$\frac{S}{\rho c}$ $[\mathrm{kg^{-1}.m^4.s}]$	

A propos des correspondances, données dans (20), on peut faire quelques observations. Prémièrement, on voit qu'il y a deux genres d'analogies. Dans les analogies du genre I, (20) a), c) et e), la forcè ou la grandeur dérivée, la pression, est analogue à la tension électrique, tandis que la vitesse ou la grandeur dérivée, la vitesse volumique q, est analogue au courant électrique. En ce qui concerne les analogies du genre II on échange u avec i.

Du point de vue général on peut choisir à son gré chacune des corespondences données là dessus. Mais il peut arrives que la ligne analogique contienne des transformateurs idéaux. Par exemple si l'on considére un systéme composé de deux tuyaux de sections différentes, S_1 etS_2, au lieu du changement de section il faus que la pression et la vitesse volumique, à gauche et à droite, restent invariables, c'est à dire

$$f_1/S_1 = f_2/S_2,\ v_1S_1 = v_2S_2.$$

Il en résulte que dans la ligne analogique du type 20. a il y aura un transformateur idéal avec le coefficient de transformation $n = S_1/S_2$, tandis que dans la ligne analogique du type 20.e il n'y aura pas de transformateur.

On peut dire que pour tout système localement uniforme, c'est à dire composé de plusieurs sous-systèmes uniformes. il y a une analogie du genre I et une analogie du genre II, qui conduisent à des lignes analogiques sans transformateurs idéaux. On peut désigner ces analogies comme *analogies* naturelles et qui correspondent à un choix des grandeurs mécaniques qui sont continues tout au long du système.

5. Exemples d'application

Soit la propagation du son à travers trois milieux stratifiés (fig. 1.a), le troisième milieu étant illimité.

On choisit l'analogie donnée par (20.c) parce qu'on a affaire à des milieux illimités pour lesquels la puissance par l'unité de surface reste invariable. La ligne électrique analogique est donnée dans la figure 1.b.

Si l'on veut calculer la transmission du milieu (1) au milieu (3) à travers le milieu (2) on doit évaluer le quotient

$$\frac{P_3}{P_i}$$

ou par P_i on a désigné la pression incidente.

Le problème est purement électrique et l'on obtient à la suite des calculs le résultat

$$\frac{P_i}{P_3} = \frac{1}{2}\left[\cos\beta_2 l\left(1 + \frac{Z_{c1}}{Z_{c3}}\right) + j\sin\beta_2 l\left(\frac{Z_{c2}}{Z_{c3}} + \frac{Z_{c1}}{Z_{c2}}\right)\right]. \tag{21}$$

ou par Z_{ci} $(i = 1, 2, 3)$ on a désiné l'impédance caractéristique du milieu i et par β_2 la constante de phase du milieu 2.

En utilisant la formule (21) on peut déterminer le coefficient d'isolation sonore offert par le milieu 2.

Soit donné ensuite un système de transmision du son (fig. 2.a) composé d'un tuyau de rayon r_1, continué par un autre tuyau de rayon r_2.

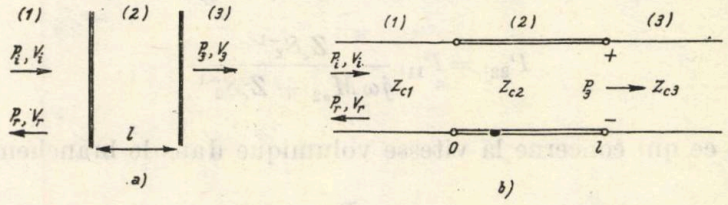


Fig. 1

Au lieu du changement de section il y a un branchement dont l'impédance acoustique est Z_b [kg·s^{-1}·m^{-4}].

Le système électrique analogique est composé d'une ligne, ayant l'impédance caractéristique Z_c/S_1, branchée à une autre ligne, ayant

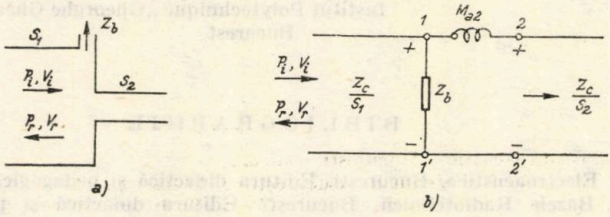


Fig. 2

l'impédance caractéristique Z_c/S_2. L'impédance Z_b est connectée en dérivation à la jonction. En même temps, en série avec la deuxième ligne il y a une inductance M_{a2}.

$$M_{a2} = \frac{\rho}{G_2} \qquad G_2 = 4r_2,$$

ou G_2 est la conductance acoustique dûe au chagement de section (ou prend $S_1 > S_2$). Les éléments du système analogique sont donnés dans la figure 2.b.

On peut calculer les principales grandeurs du circuit analogique. Si l'on désigne par

$$Z_{at} = \frac{Z_c[j\omega M_{a2} + S_2^{-1}Z_c]}{Z_b + j\omega M_{a2} + S_2^{-1}Z_c}$$

on a pour le coefficient de réflexion

$$k_r = \frac{Z_{at} - Z_c S_2^{-1}}{Z_{ai} + Z_c S_2^{-1}}$$

La pression qui résulte entre les points 1 et 1' a l'expression

$$P_{11'} = (1 + k_r)P_i$$

tandis que la pression appliquée au deuxième tuyau est

$$P_{22'} = P_{11'} \frac{Z_c S_2^{-1}}{j\omega M_{a2} + Z_c S_2^{-1}}$$

En ce qui concerne la vitesse volumique dans le branchement on a

$$Q_b = \frac{P_{11'}}{Z_b}.$$

De cette manière on peut calculer toutes les grandeurs liées à la transmission du son.

La chaire de radiocommunications
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Stanomir, D.*, Electroacustica. Bucureşti, Editura didactică şi pedagogică, 1968.
2. *Cartianu, Gh.*, Bazele Radiotehnicii. Bucureşti. Editura didactică şi pedagogică, 1962.
3. *Skudrzyk, E.*, Die Grundlagen der Akustik. Wien, Springer Verlag, 1954.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972. Numărul 4

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIILOR DE MAȘINI

C.Z.: 621

CONDIȚIILE DE RIDICARE ALE FUSULUI ȘI FRECAREA DIN LAGĂRELE HIDROSTATICE

VICTOR TABĂRĂ

Unul din avantajele principale ale lagărelor hidrostatice îl constituie realizarea frecării fluide între fus și lagăr, indiferent de regimul de sarcină, de mișcare sau repaus al arborelui.

Acest avantaj determină menținerea preciziei funcționale un timp practic nelimitat prin înlăturarea uzurii datorită contactului metal pe metal dintre fus și lagăr.

Realizarea avantajelor menționate este condiționată însă de factorii funcționali care determină ridicarea fusului în lagăr și realizarea peliculei de ulei între cele două suprafețe de susținere.

Elucidarea influenței diferiților factori asupra variației forțelor de frecare din lagărelor hidrostatice constituie obiectul studiului elaborat și are rolul de a preciza condițiile de funcționare optimă sub acest aspect.

Pentru realizarea studiului s-a luat în considerare un lagăr hidrostatic avînd următoarele caracteristici constructive:

Caracteristici		Jocul dintre fus și lagăr	Lățimea axial	prag. tangenț.	lungimea lagărului	adîncimea degajării
Tipul lagărului	Diametrul					
cu canale de evacuare între degajări	36 −0,02 −0,027	0.03	11,5	10,5	35,1	1,8
cu scurgere axială	36 −0,03	0,022	12	7,6	43	1,8

Pentru verificarea frecării în lagăr s-a făcut măsurarea cuplului rezistent (de frecare) atît în cazul lagărului avînd ulei la presiunea atmosferică în degajări cît și la presiuni crescătoare progresiv de la 0 la 30 kgf/cm². Măsurătorile s-au efectuat în trepte de presiuni de 1 kgf/cm², folosind în acest scop un set de greutăți care au fost așezate pe cîrligul cablului fixat de un disc montat pe arbore. Pentru a asigura repetarea măsurătorilor în aceleași condiții de distribuție a maselor, poziția de

* Manuscris predat la redacție la data de 22 aprilie 1971.

lucru a fost asigurată cu ajutorul unui limitator. Pentru determinarea frecării, încărcarea cu greutăţi s-a efectuat progresiv urmărindu-se valoarea cuplului în momentul desprinderii arborelui din poziţia de repaus.

Simultan cu măsurătorile efectuate pentru urmărirea variaţiei cuplului de frecare s-a urmărit şi deplasarea arborelui în lagăr. Schema de lucru pentru aceste măsurători este prezentată în fig. 1 unde s-a notat

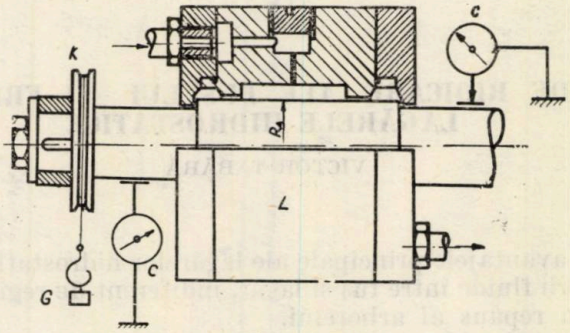


Fig. 1

prin L, ansamblul lagărului, prin C, comparatoarele cu precizie de 1 μ folosite la stabilirea deplasării fusului şi prin K discul pe care s-au montat greutăţile G. Aceste măsurători au urmărit aprecierea calitativă a condiţiilor de funcţionare ale lagărelor, în funcţie de presiunea din degajări. Pentru determinarea valorii coeficientului de frecare s-a folosit raportul:

$$\frac{M_{rh}}{M_{rl}} = \frac{\mu_h \cdot R_A \cdot G}{\mu_l \cdot R_A \cdot G} = \frac{\mu_h}{\mu_l}$$

de unde se obţine:

$$\mu_h = \mu_l \frac{M_{rh}}{M_{rl}}$$

în care: μ_h — reprezintă coeficientul de frecare hidrostatic (fig. 2)
μ_1 — coeficientul de frecare măsurat în cazul lagărelor avînd în degajări ulei la presiunea atmosferică ($p_i = 0$)
M_{rh} — cuplul rezistent măsurat în regim hidrostatic
M_{rl} — cuplul rezistent măsurat la ungerea lagărului fără ulei sub presiune ($p_i = 0$)

Coeficientul de frecare μ_l s-a calculat din raportul:

$$\mu_l = \frac{M_{rl}}{G \cdot R_A} \tag{1}$$

în care: G reprezintă greutatea arborelui, iar
R_A — raza fusului.

Verificarea condiţiilor de ridicare a fusului în lagăr a fost determinată cu ajutorul comparatoarelor avînd precizie de 1μ Pentru precizia măsurătorilor a fost verificat jocul diametral dintre fus şi lagăr prin

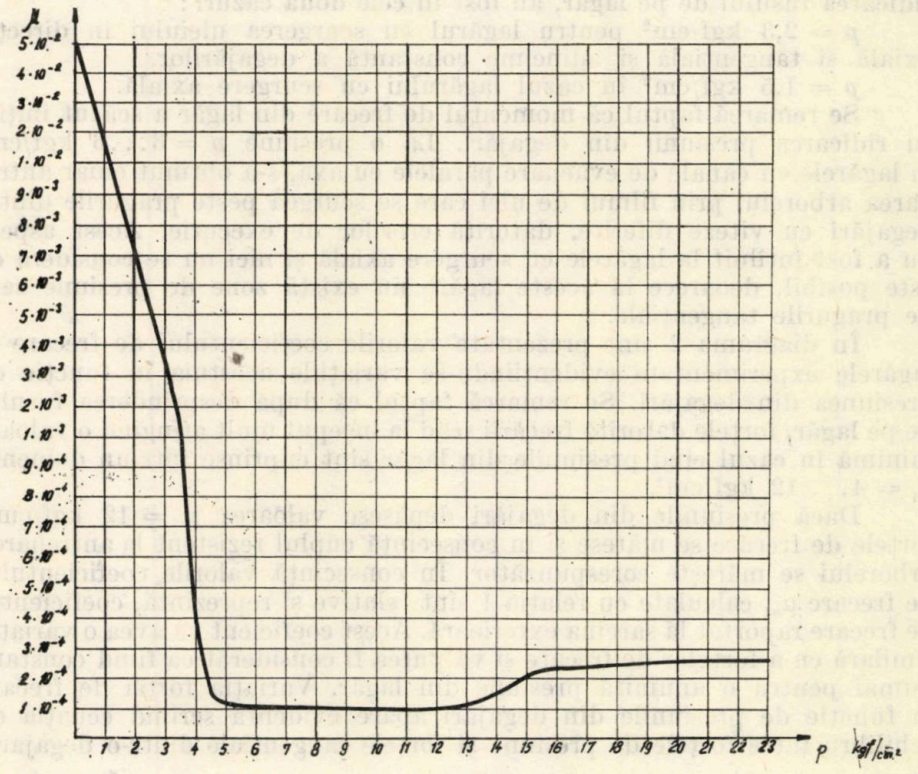


Fig. 2

deplasarea arborelui din poziţia de repaus (fără ulei) pînă în poziţia limită superioară. Urmărirea cursei s-a făcut cu ajutorul unor palpatoare tampon pentru a evita eventuale erori produse de influenţa razei de curbură a fusului.

Măsurătorile executate au urmărit două aspecte şi anume :

a) ridicarea fusului în lagăr la diferite presiuni de alimentare.

b) sarcina maximă la care se poate produce desprinderea din poziţia de repaus şi înălţimea de ridicare a fusului în lagăr la diferite valori ale presiunii.

Încercările privind condiţiile de desprindere a arborelui din poziţia de repaus a avut ca scop să stabilească influenţa pe care o are sarcina iniţială asupra funcţionării lagărului. Acest aspect permite să se aprecieze dacă în construcţia maşinilor de precizie prevăzute cu lagăre hidrostatice se impune sau nu descărcarea maximă posibilă a arborelui şi în consecinţă alegerea celui mai convenabil mod de acţionare. Cercetările efectuate în această direcţie s-au desfăşurat în condiţia arborelui încărcat cu sarcini

diferite înainte de a introduce uleiul sub presiune în degajări. Rezultatele acestor încercări experimentale au fost transpuse în diagramele din fig. 3.a, b.

Valorile minime ale presiunilor din degajări la care s-a realizat ridicarea fusului de pe lagăr, au fost în cele două cazuri :

$p = 2{,}3$ kgf/cm^2 pentru lagărul cu scurgerea uleiului în direcție axială și tangențială și adîncime constantă a degajărilor.

$p = 1{,}5$ kgf/cm^2 în cazul lagărului cu scurgere axială.

Se remarcă faptul că momentul de frecare din lagăr a scăzut inițial cu ridicarea presiunii din degajări. La o presiune $p = 3 \ldots 6$ kgf/cm^2 în lagărele cu canale de evacuare paralele cu axa, s-a obținut chiar antrenarea arborelui prin filmul de ulei care se scurgea peste pragurile dintre degajări cu viteze diferite, datorită erorilor de execuție. Acest aspect nu a fost întîlnit la lagărele cu scurgere axială și nici nu se consideră că este posibil, deoarece la aceste lagăre nu există zone de presiune zero pe pragurile tangențiale.

În diagrama 2 sînt prezentate valorile coeficientului de frecare la lagărele experimentate evidențiindu-se variațiile acestuia în funcție de presiunea din degajări. Se remarcă faptul că după desprinderea fusului de pe lagăr, forțele datorită frecării scad la început mult atingînd o valoare minimă în cazul cînd presiunile din lagăr sînt cuprinse într-un domeniu $p_i = 4 \ldots 12$ kgf/cm^2.

Dacă presiunile din degajări depășesc valoarea $p = 12$ kgf/cm^2, forțele de frecare se măresc și în consecință cuplul rezistent la antrenarea arborelui se mărește corespunzător. În consecință valorile coeficientului de frecare μ_h, calculate cu relația 1 sînt relative și reprezintă, coeficientul de frecare raportat la sarcina exterioară. Acest coeficient va avea o variație similară cu a forțelor de frecare și va putea fi considerat ca fiind constant numai pentru o anumită presiune din lagăr. Variația forței de frecare în funcție de presiunile din degajări apare evidentă scriind ecuația de echilibru între forțele de presiune și forțele tangențiale dintr-o degajare.

$$\tau \, b_m \, R\theta = p \, b_m \, H$$

de unde rezultă :

$$\tau = p \, \frac{H}{R\theta}$$

Influența greutății arborelui asupra condițiilor de ridicare a fusului de pe lagăr este caracterizată în diagrama 4 prin creșterea presiunii la care începe ridicarea precum și a celei la care fusul ajunge într-o poziție stabilă în apropierea axei lagărului. Acest aspect este normal dacă se are în vedere condiția de echilibru între forțele interioare și exterioare. Măsurătorile efectuate permit să se constate faptul că pe măsură ce greutatea arborelui crește, poziția axei fusului se va afla la o excentricitate din ce în ce mai mare în raport cu axa lagărului.

Menționăm că mărirea sarcinii pe lagăr înaintea introducerii uleiului sub presiune în lagăr a determinat creșterea duratei de ridicare considerabil. O altă caracteristică a lagărelor hidrostatice constă în faptul că

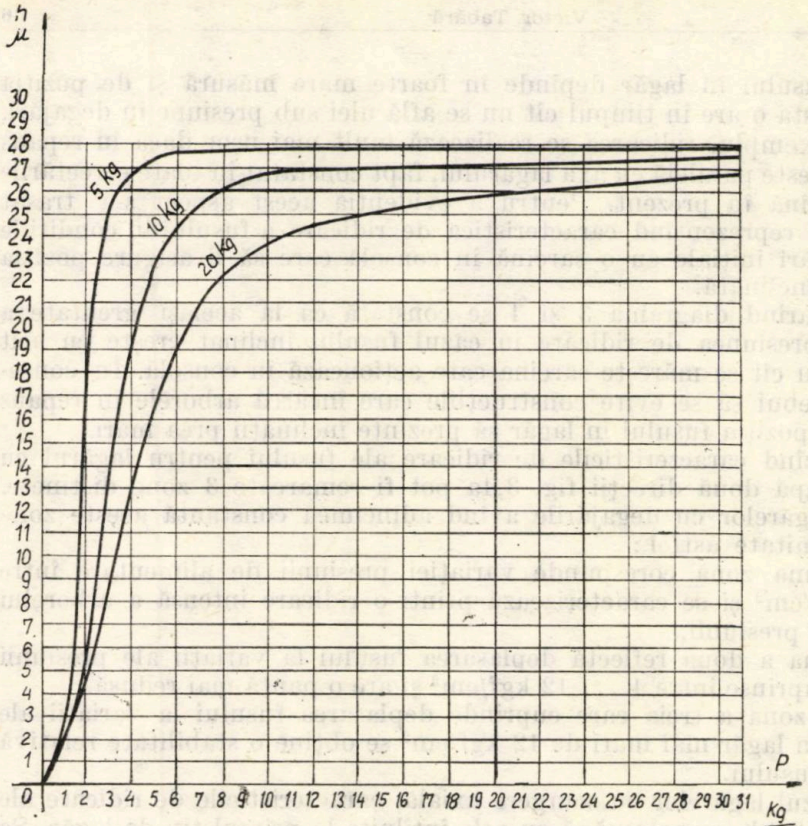


Fig. 3a

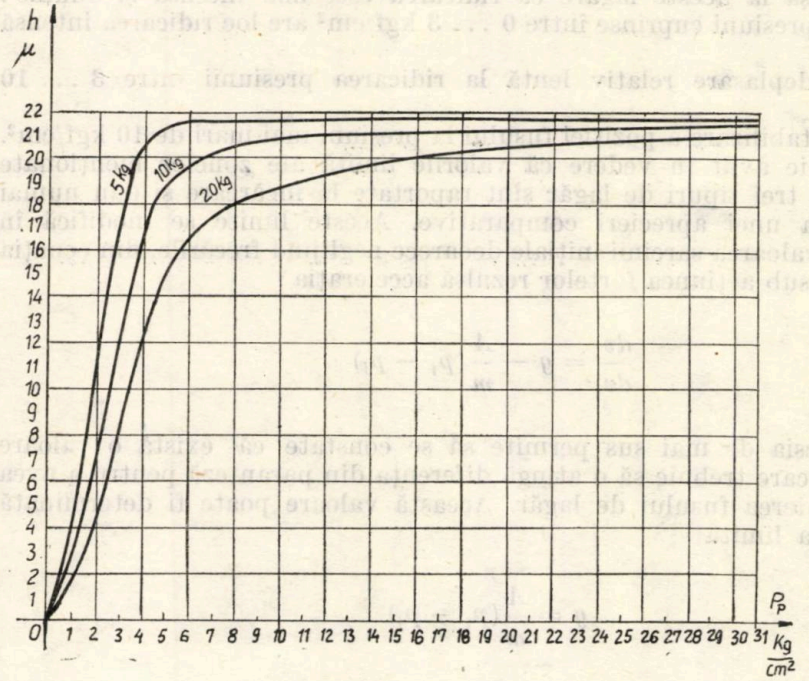


Fig. 3b

ridicarea fusului în lagăr depinde în foarte mare măsură şi de poziţia pe care acesta o are în timpul cît nu se află ulei sub presiune în degajări. Astfel de exemplu, ridicarea se realizează mult mai uşor dacă în repaus axa fusului este paralelă cu axa lagărului, fapt constatat în toate cercetările efectuate pînă în prezent. Pentru a evidenţia acest aspect s-a trasat diagrama 4 reprezentînd caracteristica de ridicare a fusului în condiţiile unei încărcări iniţiale cu o sarcină în consolă care să îi asigure poziţia de repaus înclinată.

Comparînd diagrama 3 şi 4 se constată că la aceiaşi greutate a arborelui, presiunea de ridicare în cazul fusului înclinat creşte cu atît mai mult cu cît se măreşte sarcina care acţionează în consolă. În consecinţă va trebui să se evite construcţiile care încarcă arborele în repaus astfel încît poziţia fusului în lagăr să prezinte înclinaţii prea mari.

Analizînd caracteristicile de ridicare ale fusului pentru lagărul cu scurgere după două direcţii fig. 3,4a pot fi remarcate 3 zone distincte. În cazul lagărelor cu degajările avînd adîncimea constantă aceste zone pot fi delimitate astfel :

— prima zonă corespunde variaţiei presiunii de alimentare între 0 ... 4 kgf/cm^2 şi se caracterizează printr-o ridicare intensă a arborelui cu mărirea presiunii.

— zona a doua reflectă deplasarea fusului la variaţii ale presiunii din lagăr cuprinse între 4 ... 12 kgf/cm^2 şi are o pantă mai redusă.

— în zona a treia care cuprinde deplasarea fusului la variaţii ale presiunii din lagăr mai mari de 12 kgf/cm^2 se obţine o stabilitate relativă a poziţiei fusului.

În cazul lagărelor cu scurgere axială, caracteristicile de ridicare ale fusului fig. 3,4 b, se aseamănă cu cele întîlnite la primul tip de lagăr. Se remarcă însă la aceste lagăre că ridicarea este mai intensă şi anume :

— la presiuni cuprinse între 0 ... 3 kgf/cm^2 are loc ridicarea intensă a fusului.

— o deplasare relativ lentă la ridicarea presiunii între 3 ... 10 kgf/cm^2.

— o stabilizare a poziţiei fusului la presiuni mai mari de 10 kgf/cm^2.

Trebuie avut în vedere că valorile limită ale zonelor menţionate pentru cele trei tipuri de lagăr sînt raportate la încărcare şi dau numai posibilitatea unei aprecieri comparative. Aceste limite se modifică în funcţie de valoarea sarcinii iniţiale deoarece neglijînd frecările, din ecuaţia de mişcare sub acţiunea forţelor rezultă acceleraţia :

$$\frac{dv}{dv} = g - \frac{A}{m}(p_i - p_j)$$

Expresia de mai sus permite să se constate că există o valoare minimă pe care trebuie să o atingă diferenţa din paranteză pentru a avea loc desprinderea fusului de lagăr. Această valoare poate fi determinată din condiţia limită

$$g = \frac{A}{m}(p_i - p_j)$$

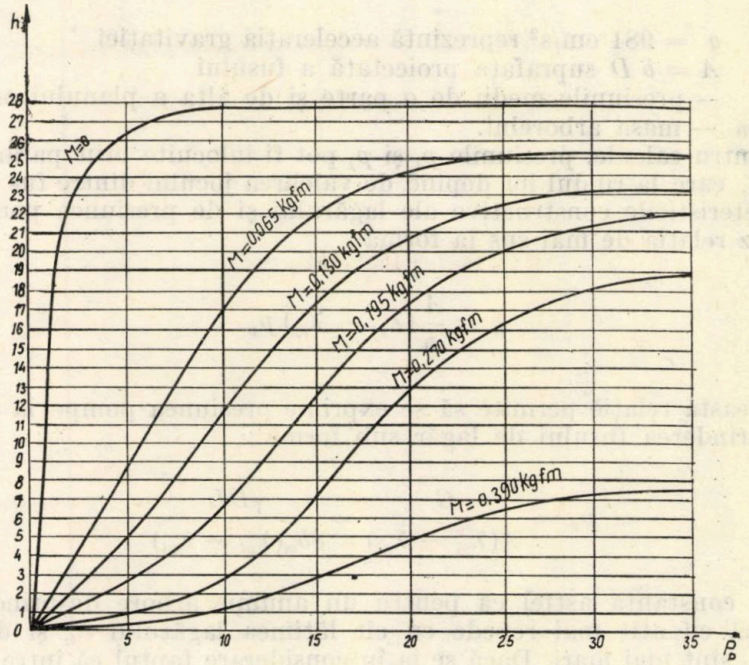

h
M=0
M=0,065 kgfm
M=0,130 kgfm
M=0,195 kgfm
M=0,270 kgfm
M=0,390 kgfm
p

Fig. 4a

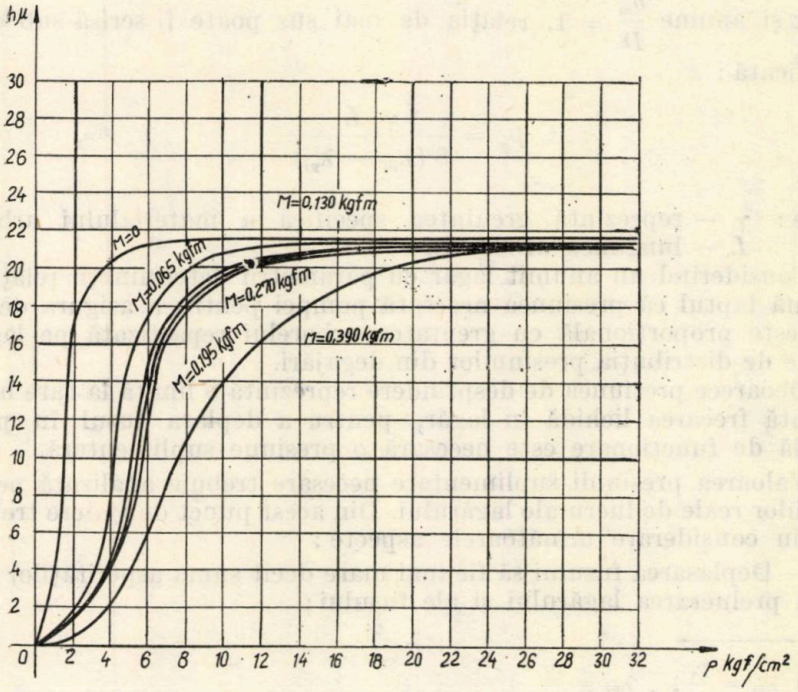

hμ
M=0,130 kgfm
M=0
M=0,065 kgfm
M=0,270 kgfm
M=0,195 kgfm
M=0,390 kgfm
p kgf/cm²

Fig. 4b

în care :

$g = 981$ cm/s^2 reprezintă accelerația gravitației

$A = b\,D$ suprafața proiectată a fusului

p_i și p_j — presiunile medii de o parte și de alta a planului orizontal.

m — masa arborelui.

Pentru calcule, presiunile p_i și p_j pot fi înlocuite prin parametrii *) λ_{pi} și λ_{pj}, care la rîndul lor depind de valoarea jocului dintre fus și lagăr, de caracteristicile constructive ale lagărului și de presiunea pompei. În acest caz relația de mai sus ia forma :

$$g = \frac{A}{m}(\lambda_{pi} - \lambda_{pj})\,p_p$$

Această relație permite să se exprime presiunea pompei la care are loc desprinderea fusului de lagăr sub forma :

$$p_p = \frac{G}{A(\lambda_{pi} - \lambda_{pi})} = \frac{\gamma DL}{8b_m(\lambda_{pi} - \lambda_{pj})}$$

Se constantă astfel că pentru un anumit arbore desprinderea se realizează cu atît mai repede cu cît lățimea lagărului b_m și diferența $\lambda_{pi} - \lambda_{pj}$ sînt mai mari. Dacă se ia în considerare faptul că între lățimea și diametrul lagărului raportul este limitat, pentru cazul cel mai frecvent utilizat și anume $\frac{b_m}{D} = 1$, relația de mai sus poate fi scrisă sub forma simplificată :

$$p_p = \frac{\gamma \cdot L}{8\,(\lambda_{pi} - \lambda_{pj})} \qquad (2)$$

în care : γ — reprezintă greutatea specifică a materialului arborelui

L — lungimea arborelui.

Considerînd un anumit lagăr cu parametrii determinați, relația [2] confirmă faptul că presiunea necesară pompei pentru a asigura desprinderea este proporțională cu greutatea arborelui repartizată pe lagăr și depinde de distribuția presiunilor din degajări.

Deoarece presiunea de desprindere reprezintă o limită la care nu este asigurată frecarea lichidă în lagăr, pentru a deplasa fusul în poziția normală de funcționare este necesară o presiune suplimentară.

Valoarea presiunii suplimentare necesare trebuie analizată pe baza condițiilor reale de lucru ale lagărului. Din acest punct de vedere trebuiesc luate în considerare următoarele aspecte :

— Deplasarea fusului să fie mai mare decît suma asperităților rezultate la prelucrarea lagărului și ale fusului ;

---

*) $\lambda_{pi} = \frac{p_i}{p_p}$; $\lambda_{pj} = \frac{p_j}{p_p}$

— În condiții de sarcină maximă din timpul lucrului, grosimea peliculei de ulei să nu scadă sub limita determinată de asperitățile celor două suprafețe (fus-lagăr);

— Mărimea deplasării sub sarcina maximă să nu depășească limita admisă de precizia funcțională luată în considerare.

Rezultă în consecință că la determinarea presiunii de alimentare este necesar să se ia în considerare valoarea maximă a sarcinii totale în

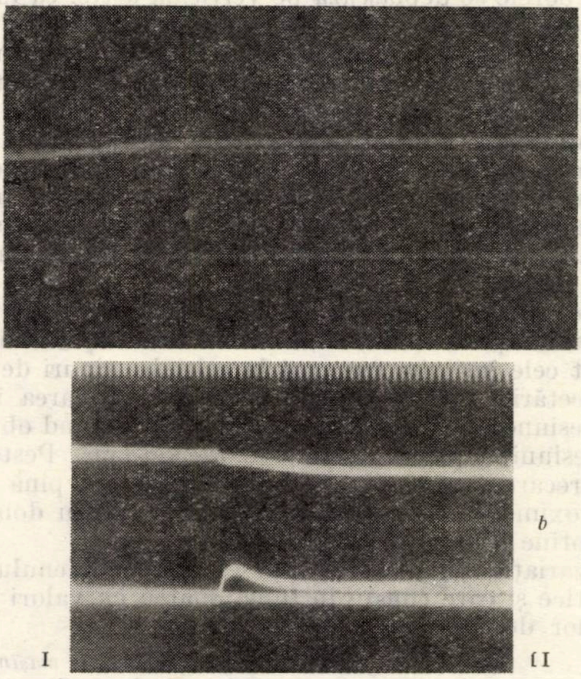


Fig. 5

condiții de precizie date, presiunea suplimentară fiind diferența dintre aceasta și presiunea la care are loc desprinderea fusului de lagăr.

Fenomenul de desprindere și ridicarea fusului în lagăr este evidențiat de înregistrările efectuate cu ajutorul unor traductoare inductive așezate în două plane perpendiculare și prezentate în fig. 5. Curba din partea superioară prezintă ridicarea fusului pe verticală, iar curba de jos deplasarea lui în plan orizontal. În înregistrările efectuate coborîrea spotului a corespuns deplasării fusului spre stînga.

Se remarcă în diagrama realizată că, la introducerea uleiului în lagăr axa fusului se deplasează spre axa lagărului stabilizîndu-se într-o poziție determinată la o presiune $p_p = 5$ kgf/cm^2.

Menționăm că deși presiunea de alimentare a fost ridicată treptat pînă la $p_p = 30$ kgf/cm^2 poziția fusului a rămas neschimbată după depășirea unei valori de 5 kgf/cm^2.

În porțiunea I—II, din diagrama menționată, se remarcă atît pe curba de jos cît și pe cea de sus, fig. 5 b o ușoară pulsație la începutul

perioadei de ridicare, aceasta fiind provocată de şocul de desprindere a fusului de pe lagăr în cazul cînd axa arborelui este în poziţia iniţială înclinată faţă de axa lagărului.

Concluzii :

Din studiul efectuat apare evident faptul că sub acţiunea presiunii hidrostatice arborele se deplasează pe verticală astfel că între axa fusului şi a lagărului excentricitatea relativă se micşorează de la valoarea $\varepsilon = 1$ la $\varepsilon \ll 1$, dar va rămîne diferită de zero. Coaxialitatea dintre fus şi lagăr se poate realiza numai în cazul unei alimentări diferenţiate a degajărilor lagărului astfel încît să se asigure echilibrarea greutăţii arborelui prin mărirea presiunii din degajările inferioare în raport cu presiunea din degajările superioare. Această soluţie nu corespunde deoarece are dezavantajul unei poziţionări greoaie fără a obţine un avantaj funcţional.

Prin urmare se poate admite ca general valabil faptul că prin introducerea uleiului sub presiune axa fusului va fi plasată în raport cu axa lagărului la o distanţă $e \neq 0$.

În ceea ce priveşte frecarea din lagărele hidrostatice apare evidentă reducerea ei pronunţată, valorile măsurate tinzînd spre limite de 100 de ori mai mici decît cele întîlnite frecvent la celelalte tipuri de lagăre.

Din cercetările efectuate mai rezultă că frecarea în aceste lagăre depinde de presiunea din degajări, valorile optime fiind obţinute în domeniul unor presiuni cuprinse între 4...12 kgf/cm^2. Peste presiunea de 12 kgf/cm^2, frecarea creşte într-o oarecare măsură pînă cînd presiunea ajunge la aproximativ 16 kgf/cm^2, după care pentru domeniul 16 ...30 kgf/cm^2, se obţine o oarecare stabilitate.

Aceste variaţii nu modifică însă esenţa fenomenului specific lagărelor hidrostatice şi care constă în funcţionarea cu valori practic neglijabile ale forţelor de frecare.

Catedra de maşini, unelte
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Chiappulini Rugero* — Sur la lubrification hydrostatic en presence de hautes viteses de glissement ASM C.I.R.P. 1966 nr. 4.
2. *Chironis Nicholas* — Pressurized grease for hydrostatic bearings. Prod. Engenering nr. 13, 1963.
3. *Gardeev, A. F. Socolov I. N.* — Spindelnie ghidrostaticeskie podşipnike. Stanki i instrument. nr. 7, 1966.
4. *Rippel H. C.* — Design of hydrostatic bearings. Maschin Design, nr. 18...21, 23...27, 1963.
5. *Shinkle I. N.* ş.a. — Funcţional characteristic's of liquid hydrostatic journal bearing's. Trans. A.S.M.E. 1965. D 87, nr. 1.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972. Numărul 4

C.Z.: 621

ESTIMATOR PENTRU DURATA MEDIE DE FUNCȚIONARE A SISTEMELOR HIDRAULICE *

A. OPREAN AL. DORIN V. GH. VODĂ

1. *Introducere*

Defectele care pot afecta un sistem tehnic: defecte premature, de uzură sau accidentale au o distribuție statistică diferită.

Defectele accidentale (aleatoare) urmează o lege de distribuție expo-

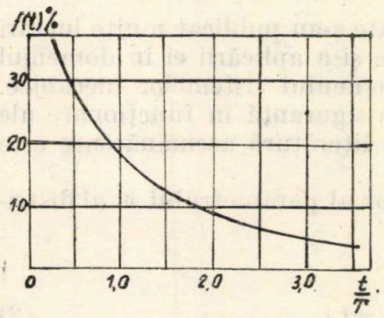


Fig. 1. — Curba densității de distribuție a timpului de funcționare fără defecte a unor sertărașe distribuitoare cu acționare electromagnetică.

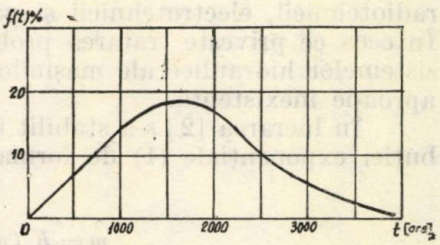


Fig. 2. — Curba densității de distribuție a timpului de funcționare fără defecte a unor pompe cu roți dințate.

nențială (fig. 1), defectele datorate uzurii se supun legii normale (fig. 2) sau lognormale.

Legea exponențială de distribuție se utilizează mai frecvent decît altele în studiul siguranței în funcționare a elementelor și sistemelor putînd fi aplicată și în următoarele cazuri [1]:

— cînd se înlocuiesc componentele înainte de apariția uzurii catastrofale

— cînd se înlocuiesc componentele numai după ce s-au defectat.

Pentru sistemele hidraulice problemele legate de siguranța în funcționare apar ca urmare a defectelor accidentale și de uzură. Defectele accidentale trebuie prevenite nu numai în cazul sistemelor ce necesită

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, mai 1971.

o siguranță în funcționare ridicată (avioane, rachete, sisteme de apărare, etc.) ci și în cazul cel mai general, al sistemelor hidraulice automate unde apariția lor este deasemeni nefastă. În ceea ce privește fenomenele de uzură, ele devin periculoase după o perioadă îndelungată de funcționare a elementelor hidraulice, mai ales în cazul în care acestea intră în componența unei mașini-unelte. Deci se poate conchide că în cazul sistemelor hidraulice siguranța în funcționare poate fi descrisă de o lege de distribuție exponențială.

Pentru a evalua siguranța în funcționare a unui sistem hidraulic este necesar să se determine cît mai precis siguranța în funcționare a elementelor componente în condiții de exploatare și apoi să se calculeze siguranța în funcționare a sistemului în funcție de dispunerea elementelor în sistem.

În cazul distribuției exponențiale :

$$f(t) = \frac{1}{m} \exp\left(-\frac{t}{m}\right); \quad t > 0; \; m > 0 \tag{1}$$

— calculele se fac cu valorile lui m, determinat în anumite condiții în urma unor încercări, observații, etc.

În ultimii ani în literatura de specialitate s-au publicat multe lucrări în domeniul teoriei siguranței în funcționare și a aplicării ei în domeniul radiotehnicii, electrotehnicii și parțial în domeniul sistemelor mecanice. În ceea ce privește tratarea problemelor de siguranță în funcționare ale sistemelor hidraulice ale mașinilor-unelte, o literatură asemănătoare este aproape inexistentă.

În lucrarea [2] s-a stabilit un estimator al parametrului m al distribuției exponențiale (1) de forma :

$$\hat{m} = K(n) \sum_{i=1}^{[n/2]} (t_{n-i+1} - t_i) \tag{2}$$

cu ajutorul căruia se poate determina rapid durata medie de funcționare fără defecte a unui sistem hidraulic, coeficientul $K(n)$ fiind tabelat în funcție de volumul selecției (n).

Studiile ulterioare asupra acestui estimator au arătat că acesta poate fi perfecționat în scopul obținerii unor rezultate cît mai apropiate de durata medie reală de funcționare. În consecință, în lucrarea de față se vor stabili cîteva din proprietățile acestui estimator. De asemeni se va determina un coeficient $a(n)$ astfel încît estimatorul $a(n)m$ să aibă o eroare medie pătratică minimă.

2. *Proprietățile estimatei duratei medii de funcționare.*

În general siguranța în funcționare a unui sistem este determinată atunci cînd se cunoaște una din următoarele caracteristici :

— funcția siguranței în funcționare $p(t)$
— intensitatea defecțiunilor $\lambda(t)$
— densitatea distribuției timpului de funcționare fără defecțiuni $f(t)$

Fie T o variabilă aleatoare, cu funcţia de repartiţie continuă $F(t; m)$ unde m este un parametru necunoscut, cu proprietatea $M(T) = \varepsilon.m$ ε = constant.

Este necesar să se găsească un estimator al parametrului m, care reprezintă durata medie de funcţionare între două defectări succesive, pe baza unor combinaţii liniare ale unor statistici de ordine

$$t_1 < t_2 < \ldots < t_n \tag{3}$$

provenite din măsurări asupra variabilei T.

Pentru a folosi un estimator cu proprietăţi utile din punct de vedere practic, adică, care să fie cît mai apropiat de valoarea reală a parametrului căutat, acesta trebuie să aibă cel puţin una din următoarele proprietăţi[3] :

1. să fie nedeplasat şi cu dispersie minimă
2. să fie nedeplasat
3. să aibă o eroare medie pătratică minimă
4. să fie asimptotic nedeplasat

Proprietatea de nedeplasare se enunţă astfel : dacă m este parametrul estimat prin $\hat{m}$, atunci se consideră că $\hat{m}$ este o estimată nedeplasată a lui m, cînd se îndeplinesc următoarele condiţii :

$$M(\hat{m}) = m \text{ şi } \lim_{n\to\infty} Var(\hat{m}) = 0 \tag{4}$$

Cînd se construieşte un estimator trebuie să i se determine cel puţin media şi dispersia pentru a i se pune în evidenţă gradul de apropiere faţă de valoarea adevărată a parametrului.

În cazul că acesta nu posedă nici măcar proprietatea de a fi asimptotic nedeplasat, atunci cunoscîndu-se media şi dispersia se poate determina un coeficient $a(n)$ astfel încît estimatorul să devină cu eroare medie pătratică minimă, ceea ce înseamnă că el poate fi folosit pentru o estimare satisfăcătoare a parametrului respectiv.

Datorită faptului că se lucrează cu statistici de ordine, în cazul legii exponenţiale se pot aplica formulele ce dau valoarea exactă a momentelor statisticilor de ordine [4] pentru calculul mediei şi dispersiei estimatorului $\hat{m}$ stabilit în lucrarea [2].

Media are formula :

$$M(t_i) = \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!}\int_{-\infty}^{\infty} t\cdot D^{i-1}(t)[1-D(t)]^{n-i}dD(t) \tag{5}$$

iar dispersia

$$Var(t_i) = M(t_i^2) - M^2(t_i))$$

$$Var(t_i) = \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!}\left[\int_{-\infty}^{\infty} t^2 D^{i-1}(t)[1-D(t)]^{n-i}dD(t) - \right.$$

$$\left. -\left(\int_{-\infty}^{\infty} tD^{i-1}(t)\,[1-D(t)]^{n-i}dD(t)\right)^2\right] \tag{6}$$

unde

$$D(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{m}\right); \quad t > 0; \quad m > 0. \tag{7}$$

În lucrările [3], [5] se dau relaţiile de calcul pentru $M(t_i)$ şi $Var(t_i)$ pentru distribuţia exponenţială şi anume:

$$M(t_i) = m \sum_{j=1}^{i} \frac{1}{n-j+1} \tag{8}$$

$$Var(t_i) = m^2 \sum_{j=1}^{i} \frac{1}{(n-j+1)^2} \tag{9}$$

Pentru estimatorul (2) se calculează:

$$M(\hat{m}) = k(n) \sum_{i=1}^{[n/2]} [M(t_{n-i+1}) - M(t_i)] = \tag{10}$$

$$= \left[K(n) \sum_{i=1}^{[n/2]} \left(\sum_{j=1}^{n-i+1} \frac{1}{n-j+1} - \sum_{j=1}^{i} \frac{1}{n-j+1} \right)\right] = m + A(n)$$

$$Var(\hat{m}) = \left[K^2(n) \sum_{i=1}^{[n/2]} \left(\sum_{j=1}^{n-i+1} \frac{1}{(n-j+1)^2} - \sum_{j=1}^{i} \frac{1}{(n-j+1)^2} \right)\right] m^2 = m^2 B(n) \tag{11}$$

$A(n)$ şi $B(n)$ tind către 0 cînd n tinde la ∞.
Rezultă că estimatorul (2) este asimptotic nedeplasat.

În această situaţie se poate determina coeficientul $a(n)$ în condiţiile enunţate anterior. Pentru aceasta se procedează astfel: se calculează expresia

$$M[a(n)\hat{m} - m]^2 = a^2(n) Var(\hat{m}) + m^2[a(n) - 1]^2 = \tag{12}$$

$$= m^2[a^2(n)B(n) + (a(n) - 1)^2]$$

Derivînd în raport cu $a(n)$ şi egalînd cu zero se obţine

$$a(n) = \frac{1}{1 + B(n)} \tag{13}$$

unde

$$B(n) = \frac{0{,}725^2}{[n/2]^2} \sum_{i=1}^{[n/2]} \left(\sum_{j=1}^{n-i+1} \frac{1}{(n-j+1)^2} - \sum_{j=1}^{i} \frac{1}{(n-j+1)^2} \right) \tag{14}$$

Deci estimatorul cu eroare medie pătratică minimă pentru m este:

$$a(n)\cdot\hat{m} = \frac{k(n)}{1+B(n)}\sum_{i-1}^{[n/2]}(t_{n-i+1}-t_i) = \frac{0{,}725}{\frac{n}{2}[1+B(n)]}\cdot\sum_{i-1}^{[n/2]}(t_{n-i+1}-t_i) = \tag{15}$$

$$= C(n)\sum_{i-1}^{[n/2]}(t_{n-i+1}-t_i)$$

unde

$$C(n) = \frac{0.725}{\left[\frac{n}{2}\right][1+B(n)]}$$

S-au tabelat valorile coeficientului $C(n)$ pentru un volum de selecție $n = 2\ldots100$. Aceste valori ale lui $C(n)$ obținute cu ajutorul calculatorului sînt date în tabelul 1.

Tabelul 1

n	$C(n)$	n	$C(n)$	n	$C(n)$
2	0,47522	35	0,03876	68	0,02012
3	0,43753	36	0,03676	69	0,02012
4	0,26068	37	0,03675	70	0,01957
5	0,25500	38	0,03494	71	0,01957
6	0,18414	39	0,03493	72	0,01905
7	0,18231	40	0,03330	73	0,01905
8	0,14349	41	0,03329	74	0,01855
9	0,14267	42	0,03180	75	0,01855
10	0,11798	43	0,03179	76	0,01808
11	0,11754	44	0,03044	77	0,01808
12	0,10038	45	0,03043	78	0,01764
13	0,10012	46	0,02918	79	0,01764
14	0,08746	47	0,02918	80	0,01722
15	0,08729	48	0,02803	81	0,01821
16	0,07755	49	0,02803	82	0,01681
17	0,07744	50	0,02697	83	0,01681
18	0,06970	51	0,02697	84	0,01643
19	0,06962	52	0,02598	85	0,01642
20	0,06332	53	0,02598	86	0,01606
21	0,06326	54	0,02507	87	0,01606
22	0,05803	55	0,02507	88	0,01571
23	0,05799	56	0,02422	89	0,01570
24	0,05357	57	0,02421	90	0,01537
25	0,05354	58	0,02342	91	0,01537
26	0,04976	59	0,02342	92	0,01505
27	0,04973	60	0,02268	93	0,01505
28	0,04646	61	0,02267	94	0,01474
29	0,04644	62	0,02198	95	0,01474
30	0,04358	63	0,02198	96	0,01444
31	0,04356	64	0,02132	97	0,01444
32	0,04104	65	0,02132	98	0,01416
33	0,04102	66	0,02070	99	0,01416
34	0,03878	67	0,02070	100	0,01388

3. *Concluzii.*

Perfecţionarea şi automatizarea maşinilor-unelte, creşterea gradului de complexitate a construcţiei acestora, precum şi necesitatea funcţionării îndelungate şi fără defecte impune elaborarea şi aplicarea teoriei siguranţei în funcţionare.

Lucrarea de faţă a avut drept scop îmbunătăţirea estimatorului pentru durata medie de funcţionare a unui sistem hidraulic, stabilit în lucrarea [2].

În forma actuală :

$$a(n)\cdot\hat{m} = C(n)\sum_{i=1}^{[n/2]}(t_{n-i+1} - t_i)$$

acest estimator este mai apropiat de valoarea reală a duratei medii de funcţionare, întrucît s-a determinat un coeficient de corecţie în aşa fel încît estimatorul să admită o eroare medie pătratică minimă.

Catedra de maşini-unelte
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Bazovsky, J.* — Fiabilité, Dunod, Paris, 1966.
2. *Oprean, A., Dorin, Al., Vodă, V. Gh.* — Model statistico-matematic pentru determinarea fiabilităţii sistemelor hidraulice, Construcţia de maşini, 1972, nr. 5.
3. *Sarhan, A. E.; Greenberg, B. G.* — Estimation Problems in the Exponenţial Distribution Using Order Statistics, Proceedings of the Statistcal Techniques in Missile Evalution Symposium, 1958, Blacksburg.
4. *Junjiro Ogawa* — Distribution and Moments of Order Statistics, Contributions to Order Statistics
„A. E. Sarhan and B. G. Greenberg Editors, J. Wiley, New York, 1962.
5. *Sarhan, A. E.* — Estimation of the Mean and Standard Deviation by Order Statistics „Annals of Math. Statistics, vol. 25, 1954.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
TOMUL XXXIV — 1972 Numărul 4

TRANSPORTURI

C.Z.656.4

STUDIUL UNOR PROPRIETĂȚI DINAMICE ALE TRANSMISIILOR CU CUPLAJE HIDRAULICE

GHEORGHE NICHITA

I. Introducere

Studiul proprietăților dinamice ale transmisiilor cu cuplaje hidraulice, prezintă o mare importanță, deoarece permite să se cerceteze :

— Variația parametrilor exteriori la scoaterea transmisiei din regimul stabil de funcționare sau în cazul mișcării accelerate.

— Stabilitatea mișcării.

— Comportarea transmisiei la acționarea diferitelor cupluri perturbatoare.

— Proprietățile de amortizarea oscilațiilor torsionale de către cuplajul hidraulic.

— Influența diferiților parametri constructivi și funcționali a trasmisiei, asupra caracterului mișcării.

— Alegerea și dimensionarea cuplajului hidraulic.

Pentru studiul regimurilor dinamice se consideră în lucrarea de față cazul cel mai simplu, adică transmisia formată din 2 mase rotative avînd momentele de inerție I_1 și I_2 reduse la axele pompei și turbinei cuplajului hidraulic.

În această ipoteză, pentru o transmisie cu cuplaj hidraulic de pe un vehicul de C.F., se poate obține prin reducerea tuturor maselor rotative la axele pompei și turbinei, un sistem dublu format din motor — transmisie și vehicul de C.F. Schema unui astfel de sistem dublu este arătată în fig. 1 Pentru acest sistem se pot scrie :

— 2 ecuații de mișcare pentru cele 2 mase cu momentele de inerție I_1 și I_2.

— O ecuație pentru circuitul hidraulic, care rezultă din ecuația bilanțului energetic al cuplajului hidraulic în regim dinamic.

Se obține sistemul :

$$\begin{cases} M_m - I_1 \dfrac{d\omega_1}{dt} = M_k & \text{(a)} \\ M_k = M_r + I_2 \dfrac{d\omega_2}{dt} & \text{(b)} \\ H_1 - H_2 = H_3 + \dfrac{L}{g} \cdot \dfrac{dv_m}{dt} & (c) \end{cases} \quad (1)$$

* Manuscris predat la redacție la data de 8 ianuarie 1971

unde :

M_m = cuplul motor (Kgfm)
M_k = cuplul transmis de cuplajul hidraulic (Kgfm)
M_r = cuplul rezistent (Kgfm)
H_1 = sarcina hidraulică a pompei cuplajului hidraulic (m)
H_2 = sarcina hidraulică a turbinei cuplajului hidraulic (m)
H_3 = sarcina hidraulică corespunzătoare pierderilor de putere în cuplajul hidraulic la trecerea lichidului prin canalele rotoarelor (m).
$H_a = \frac{L}{g} \cdot \frac{dv_m}{dt}$ = sarcina hidraulică pierdută la accelerarea lichidului în canalele dintre paletele rotorului pompă și turbină în timpul regimului tranzistoriu (m)
Ψ = coeficient de frecare al lichidului, de pereții canalelor dintre palete
v_m = viteza meridională (m/s)
L = lungimea firului mediu de lichid al circuitului hidraulic în secțiunea meridională (m)
g = accelerația gravitației (m/s^2)
ω_1 = viteza unghiulară a pompei (s^{-1})
ω_2 = viteza unghiulară a turbinei (s^{-1})
t = timpul (s)

Cuplul M_K și sarcina hidraulică H_3 variază în funcție de debitul Q al pompei cuplajului hidraulic după o lege oarecare. Pentru variații mici ale alunecării cuplajului hidraulic, față de punctul stabil de funcționare, se poate considera pentru M_K și H_3 ca avînd o variație aproximativ lineară de forma :

$$M_K = m\,Q\,;\; H_3 = h\,Q \tag{2}$$

unde m, h = coeficienți constanți.

Expresiile lui M_K și H_3 date de ecuațiile (2) au fost utilizate de Gavrilenco și Minin la studiul dinamicii cuplajului hidraulic [1, 2]. În fig. (2) se poate vedea variația caracteristicilor M (Q) și $H_3(Q)$ obținute

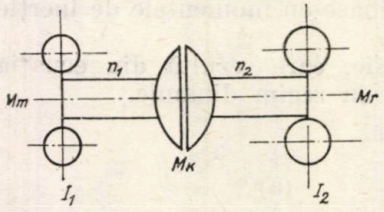


Fig. 1. — Sistemul dublu motor Diesel-cuplaj hidraulic-vehicul

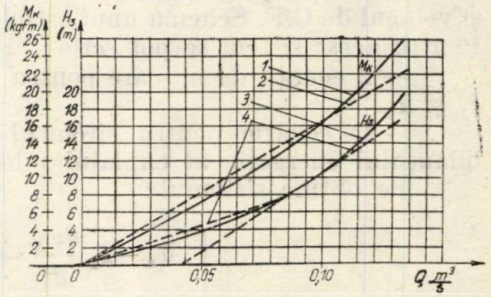


Fig. 2. — Caracteristicile $M_k = f(Q)$ și $H_3 = f(Q)$ după ([1] 1—3: caracteristici experimentale 2—4 caracteristici teoretice.)

experimental (linii continue) de către Gavrilenco și Minin [1, 2] în comparație cu cele clculate cu formulele (2) (linii întrerupte) pentru un cuplaj hidraulic tip TNIITMAS.

Ținînd cont de relațiile (2) termenii ecuației (1), vor avea forma:

$$H_1 = \frac{M_K \omega_1}{\gamma Q} = \frac{m}{\gamma} \cdot \omega_1 ; \quad H_2 = \frac{M_K \omega_2}{\gamma Q} = \frac{m}{\gamma} \cdot \omega_2 ;$$

$$H_3 = \frac{h}{m} M_K ; \quad \frac{dV_m}{dt} = \frac{1}{S_{2p}} \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{mS_{2p}} \cdot \frac{dM_K}{dt}$$

Înlocuind expresiile lui H_1, H_2, H_3 și $\frac{dv_m}{dt}$ în sistemul (1) se obține:

$$\begin{cases} M_m - I_1 \frac{d\omega_1}{dt} = M_K \\ M_K = M_r + I_2 \frac{d\omega_2}{dt} \\ \frac{L}{gmS_{2p}} \frac{dM_K}{dt} + \frac{h}{m} M_K + \frac{m}{\gamma} \cdot \omega_2 - \frac{m}{\gamma} \cdot \omega_1 = 0 \end{cases} \tag{3}$$

unde:

γ = greutatea specifică a fluidului (Kgf/m^3)

S_{2p} = secțiunea canalelor de ieșire din pompa cuplajului hidraulic (m^2)

Rezolvarea sistemului (3) se va face în 2 cazuri: la $\omega_1 = \text{const.}$ și la $\omega_1 \neq \text{const.}$

Pentru fiecare caz se va studia:

1. Mișcarea oscilatorie liberă în ipoteza că asupra transmisiei nu acționează nici un cuplu perturbator. Se va studia caracterul mișcării (periodică sau aperiodică) la scoaterea din echilibru a transmisiei.

2. Mișcarea oscilatorie forțată în ipoteza că asupra sistemului acționează un cuplu perturbator. Se vor scoate în evidență proprietățile de amortizarea oscilațiilor de către cuplajul hidraulic precum și comportarea transmisiei la rezonanță.

Ecuațiile de mișcare (1) pot fi aplicate și pentru studiul sistemelor de transmitere a circuitului de forță pe vehiculele de C.F. echipate cu motoare Diesel și cuplaje hidraulice. La acestea grupul motor Diesel-cuplaj hidraulic și vehiculul de cale ferată, poate fi redus așa cum s-a arătat în cazul cel mai simplu la sistemul dublu reprezentat în fig. (1).

II. Funcționarea transmisiei la $\omega_1 = \text{const.}$

Pentru sistemul de transmisie al unui vehicul de C.F. acesta este cazul cînd motorul Diesel funcționează pe o caracteristică de regulator, la turație constantă.

Dacă $\omega_1 = \omega_{10} = \text{const.}$; $\frac{d\omega_1}{dt} = 0$.

1. *Sistem de transmisie fără perturbații periodice*

Dacă se consideră cuplul rezistent $M = x + x_1 \cdot \omega_2$ sistemul (3) devine:

$$\begin{cases} M_m = M_K = x + x_1 \cdot \omega_2 + I_2 \dfrac{d\omega_2}{dt} \\ \dfrac{L}{gmS_{2p}} \dfrac{dM_K}{dt} + \dfrac{h}{m} M_K + \dfrac{m}{\gamma} \omega_2 - \dfrac{m}{\gamma} \cdot \omega_{10} = 0 \end{cases} \tag{4}$$

x, x_1 = coeficienți constanți.

Eliminînd pe M_K și $\dfrac{dM_K}{dt}$ se obține o ecuație de forma:

$$T_2^2 \cdot \frac{d^2\omega_2}{dt^2} + T_1 \frac{d\omega_2}{dt} + \omega_2 = C_1 \tag{5}$$

unde

$$T_2^2 = \frac{LI^2}{gS_{2p}\left(hx_1 + \dfrac{m^2}{\gamma}\right)}; \quad T_1^2 = \frac{gS_{2p}hI_2 + Lx_1}{gS_{2p}\left(hx_1 + \dfrac{m^2}{\gamma}\right)};$$

$$C_1 = \frac{\dfrac{m^2 \cdot \omega_{10}}{\gamma} - hx}{h \cdot x_1 + \dfrac{m^2}{\gamma}};$$

Ecuația (5) se mai poate scrie sub forma:

$$\frac{d^2\omega_2}{dt^2} + 2A \frac{d\omega_2}{dt} + B^2 \cdot E\omega_2 = C \tag{6}$$

unde

$$2A = \frac{T_1}{T_2^2}; \quad B^2 = \frac{1}{T_2^2}; \quad C = \frac{C_1}{T_2^2};$$

Din studiul ecuației (6) se pot trage următoarele concluzii:

a) Ecuația sistemului de transmisie cu cuplaj hidraulic este în acest caz asemănătoare cu ecuația de mișcare a unui sistem elastic cu arc metalic prevăzut cu amortizoare.

b) Caracterul mișcării (dacă este periodică sau aperiodică) depinde de mărimea coeficienților A și B care depind la rîndul lor de:

— Dimensiunile cuplajului hidraulic
— Mărimea sarcinii
— Mărimea pierderilor în cuplajul hidraulic
— Mărimea cuplului transmis de cuplajul hidraulic
— Greutatea specifică a fluidului.

La transmisiile cu cuplaj hidraulic (ca și în orice sistem de transmisie) se urmărește evitarea oscilațiilor în așa fel ca să obțină la o abatere de la punctul stabil de funcționare o mișcare aperiodică amortizată.

Condiția pentru o mișcare aperiodică este dată de inegalitatea:

$$A > B. \tag{7}$$

Creșterea inegalității (7) este asigurată de creșterea lui „h" (care caracterizează pierderile din cuplaj) și creșterea lui x_1 (care caracterizează capacitatea de amortizare a oscilațiilor datorită cuplului rezistent).

Coeficientul $2A$ reprezintă factorul de amortizare a oscilațiilor proprii.

2. *Sistem de transmisie aflat în mișcarea oscilatorie forțată*

Se presupune că asupra sistemului de transmisie acționează un cuplu motor variabil având o lege de forma:

$$M_m = M_{m0} + M \sin \Omega_1 \cdot t \tag{8}$$

unde

M = amplitudinea oscilațiilor forțate

Ω_1 = pulsația oscilațiilor forțate

M_{m0} = partea constantă a cuplului motor.

Introducînd valoarea lui M_m în sistemul ecuațiilor generale de mișcare (3) se obțin soluțiile:

$$\omega_2 = \omega_{20} \pm \frac{K_1 M \operatorname{Sin} (\Omega_1 t - \beta_1)}{\sqrt{(B_1^2 - \Omega_1^2)^2 + 4A_1^2\Omega_2^1}} = \omega_{20} + \omega_{2\Omega} \tag{9}$$

$$M_K = x + x_1\omega_0 \pm \frac{K_1 M \sqrt{I_2^2\Omega_1^2 + x_1^2} \sin (\Omega_1 t - \alpha_1 \pm \beta_1)}{\sqrt{(B_1^2 - \Omega_1^2)^2 + 4A_1^2\Omega_1^1}} \tag{10}$$

$M_K = M_{K0} + M_{K\Omega}$ unde:

ω_{20}, $\omega_{2\Omega}$ = partea constantă, respectiv partea variabilă a vitezei unghiulare a turbinei.

M_{K0}, $M_{K\Omega}$ = partea constantă, respectiv partea variabilă a cuplului transmis de cuplajul hidraulic

A_1, B_1, K_1 = coeficienți constanți

α_1, β_1 = unghiuri de defazare.

Coeficientul de transmitere a cuplului perturbator de către cuplajul hidraulic:

$$K_M = \left(\frac{M_{K\Omega}}{M}\right)_{\max} = \frac{K_1 \sqrt{I_2^2 \cdot \Omega_1^2 + x_1^2}}{\sqrt{(B_1^2 - \Omega_1^2)^2 + 4A_1^2\Omega_1^2}} = f(\Omega_1) \tag{11}$$

Caracteristica $K_M = f(\Omega_1)$ corespunzătoare sistemului de transmitere al locomotivei Diesel LDI — 120 CP (alcătuit din motor Diesel, cuplaj hidraulic și transmisie cu trepte de viteză mecanice) este repre-

zentată în fig. (3). Se observă că valoarea coeficientului K_M este mai mică decît 1 cu excepţia unui domeniu de frecvenţă în jurul punctului de rezonanţă corespunzător egalităţii $B_1 = \Omega_{n_1}$. După punctul de rezonanţă K_M scade cu cît frecvenţa cuplului perturbator $f_1 = \frac{\Omega_1}{2\pi}$ creşte. Se văd astfel proprietăţile de amortizarea oscilaţiilor cuplului perturbator, de

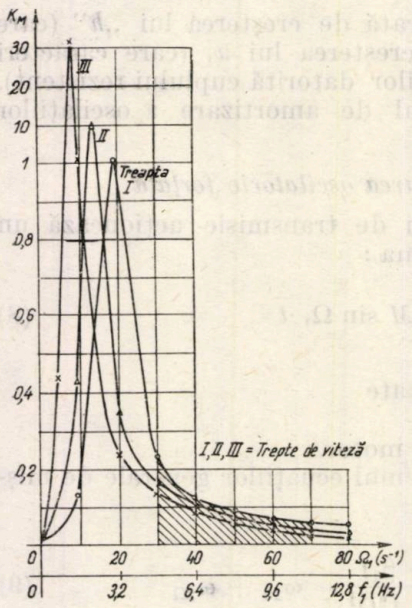


Fig. 3. — Caracteristica $K_M = f(\Omega_1)$ (la $\omega_1 = ct$) calculată pentru locomotiva LDI—001.

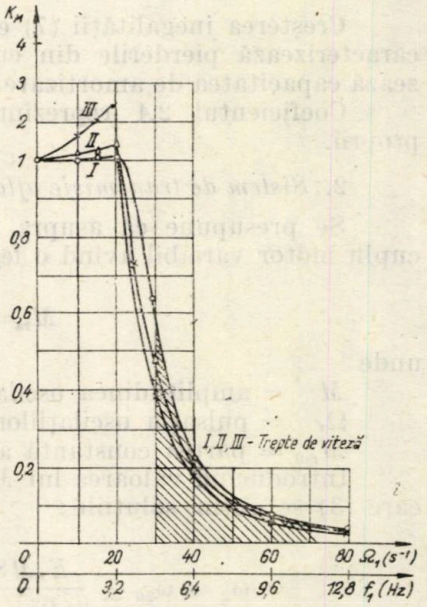


Fig. 4. — Caracteristica $K_M = f(\Omega_1)$ (la $\omega_1 \neq ct$)

către cuplajul hidraulic. Dimensionarea şi alegerea cuplajului hidraulic trebuie făcută în aşa fel încît domeniul de frecvenţă al cuplului perturbator să nu cuprindă zona în care $K_M > 1$. În fig. (3) este reprezentată zona de variaţie a frecvenţei cuplului perturbator pe locomotiva LDI 120 C.P., corespunzătoare variaţiei turaţiei motorului Diesel, între valoarea minimă şi valoarea nominală (domeniul hasurat).

Se vede că valoarea coeficientului K_M este cuprinsă între 0,05—0,25 corespunzător pulsaţiei oscilaţiilor forţate $\Omega_1 = (30—65)\ (s^{-1})$, respectiv a frecvenţei $f_1 = (4{,}8—10{,}2)$ Hz pentru diverse trepte de viteză ale locomotivei.

III. Funcţionarea transmisiei la $\omega_1 \neq$ const.

1. *Sistem de trunsmisie fără perturbaţii*

Dacă se consideră pentru cuplul motor şi cuplul rezistent următoarele expresii :

$$M_m = M_{m0} = \text{const}$$
$$M_r = x + x_1 \cdot \omega_2$$

sistemul de ecuații generale de mișcare (3) devine:

$$\begin{cases} M_{m0} - I_1 \dfrac{d\omega_1}{dt} = M_K \\ M_K = x + x_1\omega_2 + I_2 \dfrac{d\omega_2}{dt} \\ \dfrac{L}{gmS_{2p}} \dfrac{dM_K}{dt} + \dfrac{h}{m} M_K + \dfrac{m}{\gamma}\omega_2 - \dfrac{m}{\gamma}\omega_1 = 0 \end{cases} \tag{13}$$

Eliminînd pe ω_1 și M se obține o ecuație de forma:

$$\frac{d^3\omega_2}{dt^3} + A_2 \frac{d^2\omega_2}{dt^2} + B_2 \frac{d\omega_2}{dt} + C_2\omega_2 = K_2 \tag{14}$$

unde: A_2, B_2, C_2, K_2 = coeficienți constanți $A_2 = \dfrac{x_1}{I_2} + \dfrac{hgS_{2p}}{L}$; $B_2 = \dfrac{hx_1gS_{2p}}{I_2L} + \dfrac{I_1 + I_2}{I_1I_2} \cdot \dfrac{gm^2S_{2p}}{L\gamma}$; $C_2 = \dfrac{x_1 \cdot gm^2 \cdot S_{2p}}{I_1I_2L\gamma}$; $K_2 = \dfrac{M_{m0} - x}{I_1I_2L\gamma} \cdot gm_1S_{2p}$.

Caracterul mișcării este dat de natura și semnul rădăcinilor ecuației caracteristice:

$$r^3 + A_2r^2 + B_2r + C_2 = 0.$$

Dacă toate rădăcinile sînt reale negative, sau complexe cu partea reală negativă, mișcarea este stabilă periodică sau aperiodică amortizată.

Dacă cel puțin o rădăcină este reală pozitivă sau complexă cu partea reală pozitivă mișcarea este nestabilă.

Soluția stabilă a ecuației diferențiale (14) este asigurată dacă:

a) Toți coeficienții ecuației sînt pozitivi ($A_2 > 0$; $B_2 > 0$; $C_2 > 0$;)

b) Produsul termenilor mijlocii va fi mai mare decît produsul termenilor extremi — adică $A_2B_2 > C_2$.

2. *Sistem de transmisie aflat în mișcare oscilatorie forțată*

Se presupune de asemenea că asupra sistemului acționează un cuplu motor variabil avînd forma:

$$M_m = M_{m0} + M \operatorname{Sin}\Omega_1 t \tag{15}$$

Se consideră parametrii ω_1, ω_2, M_m, M_K și M_r ca fiind compuși dintr-o parte constantă și o parte variabilă. Astfel:

$$\omega_1 = \omega_{10} + \omega_{1\Omega}; \quad \omega_2 = \omega_{20} + \omega_{2\Omega}: \quad M_m = M_{m0} + M_{m\Omega};$$

$$M_K = M_{K0} + M_{K\Omega}; \quad M_r = M_{r0} + M_{r\Omega};$$

Considerînd numai mărimile variabile (abaterile de la regimul stabil) se obține sistemul :

$$\begin{cases} M\sin\Omega_1 t - I_1\dfrac{d\omega_{1\Omega}}{dt} = M_{K\Omega} \\ M_{K\Omega} = x_1\cdot\omega_{2\Omega} + I_2\dfrac{d\omega_{2\Omega}}{dt} \\ \dfrac{L}{gmS_{2p}}\cdot\dfrac{dM_{K\Omega}}{dt} + \dfrac{h}{m}M_{K\Omega} + \dfrac{m}{\gamma}\cdot\omega_{2\Omega} - \dfrac{m}{\gamma}\omega_{1\Omega} = 0 \end{cases} \tag{16}$$

în care necunoscutele sînt $\omega_{1\Omega}$, $\omega_{2\Omega}$ și $M_{K\Omega}$.

Rezolvînd sistemul (16) se obține :

$$\omega_{2\Omega} = \frac{G_2 M S_{in}(\Omega_1 t + \alpha_2)}{\sqrt{(C_2 - A_2\Omega_1^2)^2 + (B_2\Omega_1 - \Omega_1^3)^2}}$$

$$M_{K\Omega} = G_2 M \sqrt{\frac{x_1^2 + I_2^2\cdot\Omega_1^2}{(C_2 - A_2\Omega_1^2)^2 + (B_2\Omega_1 - \Omega_1^3)^2}}\,\mathrm{Sin}\,(\Omega_1 t + \alpha_2 + \beta_2)$$

$$\omega_{1\Omega} = \frac{M}{R_1}\cdot\frac{\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}}{I_1 I_2 L\gamma}\cdot\mathrm{Sin}(\Omega_1 t + \alpha_2 + \gamma_2).$$

unde s-a notat cu :

$$\Delta_1 = gm^2 S_{2p} + gS_{2p}hx_1\gamma + \Omega_1^2 I_2 L\gamma$$

$$\Delta_2 = x_1\Omega_1\cdot L\gamma + \Omega_1 h\, g\, I_2 S_{2p}\gamma$$

$$R_1 = \sqrt{(C_2 - A_2\Omega_1^2)^2 + (B_2\Omega_1 - \Omega_1^3)^2}$$

$$G_2 = \frac{gm^2 S_{2p}}{I_1 I_2 L\gamma}$$

α_2, β_2, γ_2 = unghiuri de defazare.

Ținînd cont de valorile lui $\omega_{2\Omega}$ $M_{K\Omega}$ și $\omega_{1\Omega}$ se determină

a) Coeficientul de transmitere a cuplului perturbator, de către cuplajul hidraulic.

$$K_M = \left(\frac{M_{K\Omega}}{M}\right)_{\max} = G_2\sqrt{\frac{x_1^2 + I_2^2\cdot\Omega_1^2}{(C_2 - A_2\Omega_1^2)^2 + (B_2\Omega_1 - \Omega_1^3)^2}} \tag{17}$$

Caracteristica $K_M = f(\Omega_1)$ corespunzătoare locomotivei Diesel LDI 120 CP este reprezentată în fig. (4). Coeficientul K_M și în acest caz crește la frecvențe mici cu pulsația Ω_1, pînă la o valoare maximă finită,

care corespunde punctului de rezonanță, după care scade cu cît pulsația (respectiv frecvența cuplului perturbator crește). El este în general subunitar cu excepția unui domeniu de frecvență în jurul punctului de rezonanță — domeniu care nu coincide cu cel al frecvențelor perturbatoare ale cuplului motor de pe locomotiva considerată. Astfel pentru domeniul frecvențelor perturbatoare ale cuplului motor cuprinse între (4,8—10,2) Hz întîlnite pe locomotiva LDI, mărimea coeficientului $K_M = 0{,}6-0{,}05$

b) Coeficientul de transmitere a vitezei unghiulare:

$$K_\Omega = \frac{\omega_{2\Omega max}}{\omega_{1\Omega max}} = \frac{gm^2 S_{2p}}{\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}} = f(\Omega_1) < 1 \qquad (18)$$

Coeficientul $K\omega$ este subunitar.

Deoarece numitorul crește cu pulsația Ω_1 — coeficientul $K\omega$ este cu atît mai mic cu cît pulsația respectiv frecvența cuplului perturbator este mai mică.

De asemenea coeficientul $K\omega$ scade cu cît I_2 crește.

Caracteristicile $K\omega = f(\Omega_1)$ și $K\omega = f(I_2)$ calculate pentru locomotiva LDI-120 CP sînt reprezentate în fig. (5) și (6).

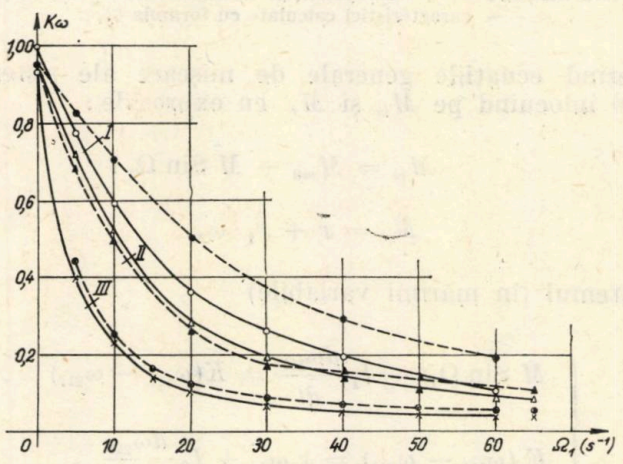


Fig. 5. — Caracteristica $K\omega = f(\Omega_1)$ calculată ptr. locomotiva LDI-001 (——— caracteristici calculate cu formula (18) — — — caracteristici calculate cu formula (21) I, II, III = trepte de viteze.)

Analizînd expresiile coeficienților K_M și $K\omega$, se vede că ei depind de:
— caracteristicile constructive ale cuplajului hidraulic;
— caracteristicile sarcinii;
— pierderile în cuplajul hidraulic;
— proprietățile fluidului de lucru;
— pulsația sau frecvența cuplului perturbator.

O altă expresie a coeficientului de transmitere a vitezei unghiulare $K\omega$, se poate obține considerînd expresia cuplului transmis de cuplajul

hidraulic, valabilă în domeniul alunecărilor mici date de Spannhako :

$$M_K = K\,(\omega_1 - \omega_2) \tag{19}$$

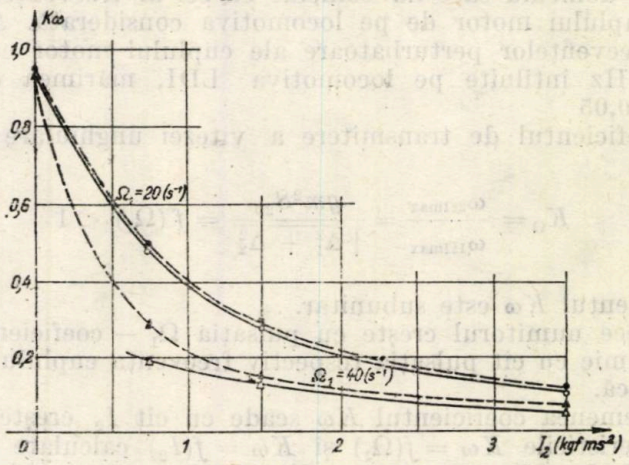


Fig. 6. — Caracteristica $K\omega = f(I_2)$ calculată pentru locomotiva LDI-001 ——— caracteristici calculate cu formula (18) – – – caracteristici calculate cu formula (21).

Considerînd ecuaţiile generale de mişcare ale sistemului dublu din fig. (1) şi înlocuind pe M_m şi M_r cu expresiile :

$$M_m = M_{m0} + M \operatorname{Sin} \Omega_1 t$$

$$M_r = x + x_1 \cdot \omega_2.$$

se obţine sistemul (în mărimi variabile)

$$\begin{cases} M \operatorname{Sin} \Omega_1 t - I_1 \dfrac{d\omega_{1\Omega}}{dt} = K(\omega_{1\Omega} - \omega_{2\Omega}) \\ K\,(\omega_{1\Omega} - \omega_{2\Omega}) = x_1\omega_2 + I_2 \dfrac{d\omega_{2\Omega}}{dt} \end{cases} \tag{20}$$

Rezolvînd sistemul se obţine pentru $\omega_{2\Omega}$ şi $\omega_{1\Omega}$ următoarele valori :

$$\omega_{2\Omega} = \frac{M}{\sqrt{(C_3 - A_3\Omega_1^2)^2 + (B_3\Omega_1)^2}} \operatorname{Sin}(\Omega_1 t - \gamma_3)$$

$$\omega_{1\Omega} = \frac{M\sqrt{(K + x_1)^2 + (I_2\Omega_1)^2}}{K\sqrt{(C_3 - A_3\Omega_1)^2 + B)_3\Omega_1)^2}} \operatorname{Sin}(\Omega_1 t - \delta_3)$$

unde : γ_3, δ_3 = unghiuri de defazare. K, A_3, B_3, C_3 = coeficienţi constanţi

De unde expresia coeficientului de transmitere a vitezei unghiulare :

$$K\omega = \frac{\omega_{2\Omega max}}{\omega_{1\Omega max}} = \frac{K}{\sqrt{(K + x_1)^2 + (I_2\Omega_1)^2}} < 1 \qquad (21)$$

Caracteristicile $K\omega = f(\Omega_1)$ şi $K\omega = f(I_2)$ calculate cu expresia (21) pentru locomotiva LDI sînt de asemenea reprezentate în fig. (5) şi (6) (cu linii întrerupte). Se observă că aceste caracteritici sînt apropiate de cele calculate cu expresia (18).

Expresia coeficientului $K\omega$ dată formula (21) este identică cu cea obţinută în lucrarea [3] printr-o metodă diferită.

În fig. (7) este reprezentată caracteristica $K\omega = f(I_2)$ pentru un cuplaj tip VTK 274—T determinată de Kugel F [3] şi care este asemănătoare cu cea calculată pentru cuplajul hidraulic de pe locomotiva LDI — 120 C.P.

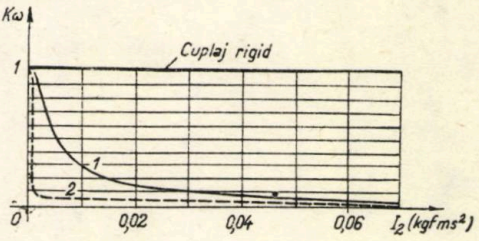


Fig. 7. — Caracteristica $K\omega = f(I_2)$ a cuplajului tip VTK 274-T după Kugel. (1 caracteristica teoretică 2 caracteristica experimentală.)

Concluzii

Studiul dinamicii sistemelor de transmisie cu cuplaje hidraulice are importanţă în alegerea şi dimensionarea cuplajului hidraulic precum şi a întregii transmisii. Deasemenea permite a se studia variaţia parametrilor transmisiei în diferite regimuri tranzitorii, stabilitatea mişcării, precum şi proprietăţile de amortizarea oscilaţiilor torsionale de către cuplajul hidraulic.

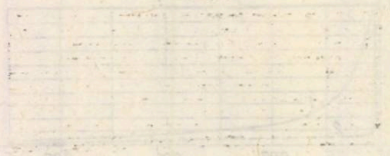
În lucrare s-au dat unele metode de tratare matematică a unor probleme de dinamică a sistemelor de transmisie cu cuplaje hidraulice, pentru cîteva cazuri particulare de funcţionare şi admiţînd unele ipoteze simplificatoare. Pentru diverse cazuri generale de funcţionare calculele sînt laborioase şi rezolvarea lor se face cu ajutorul calculatoarelor electronice.

Catedra de material rulant
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Gavrilenco B. A. — Minin V. A.* — Ghidrodinamiceskie mufti — Moscva 1959.
2. *Minin V. A.* — Pricini kolebanii scorosti b sisteme privoda c ghidromuftoi, Vestnic masinostroenie Nr. 7 — 1957.
3. *Kugel F.* — Eigenschaften der Főttinger Kupplung Technische Mitteilungen 51 Iahrgang Heft 8.
4. *Nichita Gh.* — Contribuţii la studiul funcţionării în comun a motorului Diesel cu cuplajul hidraulic şi vehiculul de C.F. Comunicare la a XII-a sesiune ştiinţifică a Institutului Politehnic Bucureşti.
5. *Kickbusch Ernst.* — Főttinger Kupplungen und Főttingen Getriebe Springer Verlag Berlin 1963.
6. *M. Wolf* — Ghidrodinamischie mufti i transformatori — Maşghiz Moscva 1967.*M*
7. *Ponomarenco I. F.* — Ispitanie ghidroperedaci — Maşinostroenie — Moskva — 1969.

MŰSZAKI KÖNYVTÁR 1883



Tiparul executat la Intreprinderea Poligrafică „Informația", C. 1570

INDICAŢII REDACŢIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri şi colaţionate de autor. Relaţiile matematice şi formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele şi graficele vor fi executate în tuş negru pe hîrtie de calc, numerotate şi prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent şi legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referinţă şi, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană şi engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele şi iniţialele de prenume ale autorului, titlul şi volumul lucrării, editura, locul şi anul apariţiei, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina iniţială şi finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text şi se va numerota curent. Referinţele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experienţelor şi afirmaţiilor ştiinţifice revine numai autorilor. Conducerea revistei îşi rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

1973 JAN 15

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXIV NUMĂRUL 5 ANUL 1972,
SEPTEMBRIE – OCTOMBRIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(„pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE-GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Buletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflete en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les changes de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRES DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

TOMUL XXXIV – NUMĂRUL 5

SEPTEMBRIE – OCTOMBRIE

1972

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Conf. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Conf. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific); Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ștefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing. *Mihai Renert*; Conf. dr. ing. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*;

Redactor responsabil

Rector

Prof. dr. docent *Radu Voinea*

membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

MATEMATICA

D. Filipescu

Mulţimi convexe aleatoare în planul euclidian 21

B. Zainea

Aspectul variaţional al integrării ecuaţiilor cu derivate parţiale privind oscilaţiile corpurilor elastice 33

GEOMETRIE

N. Mirescu

A New Plane Figure of Space 37

FIZICA

D. Bogdan, Tr. Creţu, Gh. Macarie

Calculul elementelor de matrice pentru tranziţiile β în modelul unipar-ticula cu potenţial Woods — Saxon şi cu prezenţa unui termen de tip Coriolis în hamiltonianul nuclear 45

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

G. Costeanu, Ortansa Landauer, Cornelia Mateescu

L'influence de la constante diélectrique du milieu sur la vitesse de réaction de l'hydrolyse acide et alcaline de certains esters aliphatiques dans les solvants mixtes 57

I. Gh. Constantinescu, Irina Constantinescu

Obţinerea unui îngrăşământ cu sulf în suspensie 61

MECANISME

C. Niţă

Studiul mecanismelor cu came polidine de tipul 4–5–6–7 aproximate prin două grade de libertate pe bază de coeficienţi de similitudine. 67

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

T. Dudaş

Determinarea caracteristicii optime a vitezei de injecţie 81

TERMOTEHNICA

M. Postelnicescu

Contribuţii la dimensionarea economică a preîncălzitoarelor de aer din ţevi ale cazanelor 93

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIILOR DE MAŞINI

E. Botez, C. Minciu

Mecanismul fictiv şi precizia dinamică a lanţului cinematic de rulare 105

ELECTRONICA

Ş. Bîrcă Gălăţeanu, D. Munteanu

A Thyristor Pre-regulator Design 119

TRANSPORTURI

A. Cotoranu

Contribuţii la optimizarea tonajelor şi vitezelor trenurilor de călători remorcate cu locomotive Diesel 060 DA 135

Sumar

MATEMATICA

D. Filipescu

Mulțimi convexe alentoare în planul euclidian 21

D. Zaimea

Aspectul variațional și integrării ecuațiilor cu derivate parțiale privind oscilațiile corpurilor elastice 33

FIZICĂ

N. Mărescu

A Neu Plane Figure of Space 37

FIZICĂ

I. Bogdan, M. Ceclu, Gh. Macarie

Calculul elementelor de matrice pentru tranziții β în modelul unipartiția cu potențial Woods — Saxon și cu prezența unui termen de tip Coriolis în hamiltonianul nuclear 45

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

G. Costeanu, Ortansa Laudauer, Carmelia Mateescu

Influențe de la constante dielectrique du milieu sur la vitesse de reacțiunea de l'hydrolyse acide et alcaline de certains esters aliphatiques dans les solvants mixtes 55

I. Gh. Constantinescu, Irina Constantinescu

Obținerea unui lograș ieftin cu rol în suspensie 61

MECANISME

C. Niță

Studiul mecanismelor cu eame polidine de tipul 1—5—6—7 aproximate prin două grade de libertate pe bază de coeficienți de similitudine 67

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

T. Dudaș

Determinarea caracteristicii optime a vitezei de injecție 81

TERMOTEHNICĂ

M. Postelnicescu

Contribuții la dimensionarea economică a preincălzitoarelor de aer din țevi ale cazanelor 93

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIILOR DE MAȘINI

L. Bolez, C. Miocin

Mecanismul fletiu și precizia dinamică a lanțului cinematic de culare 105

ELECTRONICĂ

S. Bîrcă Călăteanu, D. Munteanu

A Thyristor Pre-regulator Design 119

TRANSPORTURI

A. Coloranu

Contribuții la optimizarea tonajelor și vitezelor trenurilor de călători remorcate cu locomotive Diesel 060 DA 135

Резюме

Д.К. 517

Д. Филипеску

Случайные выпуклые множества в эвклидовой плоскости

Работа содержит ряд интегральных формул с соответствующими средними значениями площади, длины границы, количества простых областей, связанных с геометрической конфигурацией некоторых выпуклых фигур, случайных с точки зрения положения и количества, равных либо неравных.

Обобщаются результаты, изложенные Сантало в работе (5) 1950 г., причем получаются интересные результаты в предположении случайного количества выпуклых фигур, характеризуемых Пуассоновским распределением.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

Л.К. 517

Б. Заинеа

Вариационный взгляд на интегрирование уравнения колебаний неоднородных эластических тел.

Для интегрирования уравнения колебаний неоднородных эластических тел, при некоторых данных начальных и краевых условий используется метод Фурье.

Доказывается, что можно определить пространственный компонент решения при помощи вариационного метода Ритца.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

Д.К. 515

Н. Мирческу

Новая плоская модель пространства

Соединяя центральную проекцию с параллельной проекцией получается новый способ плоского представления пространства, в котором полностью определяется относительное положение в плоскости изображения.

Таким образом становится возможным разрешение вопроса реституции из перспективного представления, являющегося неопределенным по своему характеру.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

Summary

D.C. 517

D. Filipescu

Aleatory Convex Sets from the Euclidean Plane

The paper includes a series of integral formules with mean values corresponding to the area, boundary length, a number of simple convex regions of the geometrical lay-out resulting from the common points of some convex figures, random as position and number, equal or unequal.

The results given by Santalo in his work (5) from 1950 are generalized and interesting results are also obtained when considering that the number of convex figures is random, having a Poisson-type distribution.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.C. 517

B. Zainea

Varitional Aspect of the Integration of the Equation Oscillations of the Elastic Bodies Nonhomogenous

For the integration of the equation of oscillations of the elastic bodies which is not homogeneous, with some initial and border conditions man uses the Fourier's method.

Man proves in ths work that the spatial component of the solution can be found out with the help of the Ritz's variational method.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.C. 515

N. Mirescu

A New Plane Figure of Space

When associating a parallel projection to a central projection, a new mode of space flat reprezentation is obtained, where the position relative to the picture plane is completely determined.

It is thus possible to solve the problem of return from the perspective representation, which is not determined.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

Д.К. 539.1

Д. Богдан, Т. Крецу, Г. Макарие

Расчет элементов матрицы для транзиций β-одночастичной модели с потенциалом Вудс-Саксона и при присутствии одного члена типа Кориклис в ядерном гамильтониане.

Представляется математический формализа, разработанный для изучения β-распада деформированных ядер, используя волновые функции типа Гареева, полученные путем решения уравнения Предунгера с потенциалом Вудс-Саксон, принимая во внимание и член Кориолиссовского типа.

Расчет форм-факторов с помощью этого формализма позволяет определение некоторых характеристик, как то: фактор формы спектра β, I gft, продольная поляризация радиации, коотношения β—γ, и т.д.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

Д.К. 66

Г. Костяну, Ортанза Ландауер, Корнелия Матееску

Влияние диэлектрической константы среды на скорость реакции кислого и щелочного гидролиза некоторых алифатических сложных эфиров в смешанных растворителях

Авторы определили минимальные значения констант среды, до которых уравнения Амиса и Лайдлера-Эйринга проверены в реакциях кислого и щелочного катализа некоторых алифатических сложных эфиров. Выведены заключения о механизме реакций.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom XXXIV, Nr. 5/1972

Д.К. 621.833

И. Константинеску, Ирина Константинеску

Получение удобрений с серой в взвешенном состоянии

Обсчждается вопрос получения комплексных удобрений, содержащих в состоянии суспензии N: P: и : P: K: S.

Комплексные удобрения, полученные в состоянии суспензии, представляют следующие преимущества: технологический производственный процесс не требует специальных установок, используется дешевое сырье, а дозаж питательных элементов устанавливается в пропорции соответствующей свойствам почвы.

Полученные удобрения имеют нижеследующее содержание: И: P: S: = 13: 9: 3, а И: P; K: S = 11: 9: 7: 3.

Как взвешивающий агент применялся бентонит, обеспечивающий текучесть удобрения.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972.

D.C. 539.1

D. Bogdan, T. Creţu, Gh. Macarie

Calculation of the Matrix Elements for the β Trasition in the Single-particle Model with Woods-Saxon Potential and when a Term of the Coriolis Type is Present in the Nuclear Hamiltonian

The mathematical formalism drawn up with a view to investigating the β desintegration of the deformed nuclei is shown, using the Gareev-type wave functions obtained through the solutioning of the Schrödinger equation with Woods-Saxon potential, also allowing for the Coriolis type term. The calculation of the form-factors by using this formalism allows the determining of some observable such as the form factor of the β spectrum, 1 lgft, the longitudinal polarisation of the β radiation, correlations β−γ, etc.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.C. 66

G. Costeanu, O. Landauer, C. Matleescu

Influence of Dielectric Coefficient of the Environment on the Velocity o Reaction of Acide or Alkaline Hydrolysis of Some Aliphatic in Mixed Solvent

The authors have determined the minimum values of the dielectric coefficients of the environment up to which the equations of Amis and Laidler-Eyring are verified in the reactions of alkaline and acide hydrolysis of some aliphatic esters. Conclusions were driven on the mechanism of the reactions.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.C. 621.833

I. G. Constantinescu, Irina Constantin escu

Obtention of a Fertilizer with Suspension Sulphur

The problem of obtaining complex suspension N :P :S and N :P :K :S fertilizers has been approached.

The complex suspension fertilizers that were obtained have the following advantages: the manufacturing process does not need special installations, uses cheap raw material and the dosage of nourishing elements is in an adequate ratio compared to the soil requirements.

The obtained fertilizers have the following composition: N :P :S = 13 :9 :3 and N :P :K :S = 11 :9 :7 :3

Bentonite has been used as suspension matter, the fertilizer fluidity being thus ensured.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

Д.К. 621—23

С. Ницэ

Исследование механизмов с полидиновыми кулачками, апроксимированных двумя степенями свободы на основании коэффициентов подобия

Автор разработал метод исследования полидиновых кулачков на основании пяти внеразмерных коэффициентов подобия, в условиях, при которых движение верхнего конца толкателя обязательно соответствует установленному закону полиноминального движения. Выражения внеразмерных коэффициентов учитывают деформации всех составных элементов кулачкового механизма, их массу, общий ход h толкателя, угловую скорость вращения кулачкового вала и внешние силы.

Принимая различные значения внеразмерных коэффициентов дифференциальные уравнения, разработанные автором, позволили математическое моделирование и — в конечном счете — путем решения уравнений, определение с помощью вычислительных электронных машин реального профиля кулачка $У_c$ в момент, когда верхний конец толкателя передвигается по закону теоретического движения у полиноминального кулачка любого типа. Как практическое применение установлено дифференциальное уравнение второго порядка для полидинового кулачка типа 4—5—6—7— и представлены несколько реальных профилей $у_c$, расчитанных сравнительно с теоретической кривой у, принимая различные значения внеразмерных коэффициентов. Метод позволяет установить лимиты этих коэффициентов и соотношения между коэффициентами, позволяющие непосредственное и верное проектирование любого типа полидинового кулачка.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

Д.К. 621.43

Т. Дудаш

Определение оптимальной характеристики скорости вспрыскивания

Определение характеристики вспрыскивания, совпадающей с характеристикой выделения тепла — соответствующей оптимальному закону изменения давления — создает возможность уточнения некоторых первоначальных данных при проектировании системы вспрыскивания. Для скоростных двигателей с компрессионным зажиганием характеристика вспрыскивания может быть выведена из условия обеспечения данного количества паров горючего до окончания периода темпориазции при зажигании. Последняя часть характеристики вспрыскивания вытекает, при постоянном ритме изменения скорости вспрыскивания, из условия введения дозы в цикл до окончания процесса вспрыскивания. Таким образом могут быть получены два параметра, которые могут определить, например, трапецоидальный тип схематизации характеристики вспрыскивания, изучавшейся в этой работе.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

Д.К. 621.181

М. Постелнуческу

К экономичному расчету подогревателей воздуха в трубах котлов

При изменении скоростей воздуха и газов горения изменяется поверхность подогревателя воздуха, изменяются сила для циркуляции газов горения, как и сила для циркуляции воздуха через подогреватель.

В работе устанавливается, в условиях определенного температурного режима, оптимальное соотношение скоростей, что позволяет затем легкое определение оптимальных скоростей.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.C. 621—23

C. Niță

Study of the Polydyne Cam Mecanisms Approximated by two Degrees of Liberty on Basis of the Similarity Coefficients

The paper determines a method for studying the polydyne cams on basis of five dimensionless similarity coefficients, so that the tappet top end compulsorily executes the polynominal specified law of motion. The expresssions of the dimensionless coefficients allow for the strains of all the component elements of a cam mechanism, for their weight, for the tapped total stroke, h for the camshaft angular rotative speed and for the external forces.

By considering various values of the dimensionless coeficients, the differential equations determined by the author have allowed the mathematical modelling and, finally — through solutioning — the determination by means of computers of the cam actual profile y_c when the tappet upper end shifts according to the theoretical law of motion y of a polyn ominal cam of any type. As an application, the second-order differential equation of the polydyne cam of the type 4—5—7—6 is determined and some objective computed profiles y are shown in comparison with the theoretical curve y, various values being given to the dimensionless coeffi, cients. The method allows the determination of limits for the values of these coefficients and relations between these coefficients, respectively, leading to the safe and direct designing of any type of polydyne cam.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.C. 621.43

T. Dudaș

Determination of the Optimal Characteristic of the Injection Rate

The defining of an injection characteristic in concordance with the heat release characteristic — according to the optimal law of pressure variation — creates the possibility of stating some initial data for designing the injection system. For the high-speed engines witt compression ignition, the injection characteristic may be derived from the condition of ensuring a given quantity of fuel vapour up to the end of the injection process. Two parameters are thus obtained, that may be defined, as for instance the schematizing of trapezoidal type of the injection characteristic, which has been studied in the paper.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIV, Nr .5/1972

D.C. 621.181

M. Postelnicescu

Contributions to the Economic Dimensioning of Air Preheaters in the Boiler Pipes

When varying the air and flue gases speeds the area of the air preheater is modified, the power for the flue gases circulation varies, as well as the power for air circulation through the preaheater.

The optimal ratio of the speeds is determined in this work in the conditions of a definite temperature system. This allows the easy further determining of the optimal speeds.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

Д.К. 621.9

Е. Ботез, К. Минчу

Фиктивный механизм и динамическая точность кинематической цепи обкатывания

В работе излагаются некоторые дополнительные данные к вопросу изучения динамической точности кинематической цепи обкатывания, принимая во внимание некоторые понятия и критерия, введенные румынскими исследователями в теорию кинематических цепей и образования поверхностей на станках. Динамическая точность рассматривается учитывая движение скольжения, появляющееся между теоретическими кривыми — основной и обкатывания — при обработке зубчатых колес путем обкатывания.

Теоретическое исследование имеет целью отыскание определяющего фактора, характеризующего точность кинематической цепи обкатывания, принимая во внимание равнодействующую одновременных движений оси инструмента и изделия.

Объектом экспериментального исследования является замер отклонений от обкатывания без теоретического скольжения, появляющихся из-за форсированных колебаний осей инструмента и изделия. Замер производится с помощью сейсмических детекторов скручивающих колебаний, сконструированных авторами.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

Д.К· 621.81

С. Быркэ Гэлэцяну, Д. Мунтяну

Проектирование тиристорного престабилизатора

В работе анализируется функционирование тиристорного престабилизатора, предназначенного предшествовать линейному стабилизатору с серийным регулирующим транзистором. Демонстрируетсм полный и точный метод проектирования, исходя из параметров, которые должны обеспечить стабилизатор. Метод основывается на универсальных кривых и небольшом количестве простых зависимостей, и исключает итерации.

Для сравнения представлены несколько цепей управления престабилизатора.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

Д.К. 656

А. Которану

К оптимизации тоннажа и скорости пассажирских поездов с тягой от тепловоза 060 Д.А.

Тоннаж и скорость передвижения пассажирских поездов являются основными параметрами железнодорожной деятельности. Определение значений этих параметров должно быть сделано так, чтобы удовлетворять объем транспорта в условиях сокращения длительности транспорта и повышения частоты поездов, и сократить транспортные расходы.

В данной работе рассматривается способ расчета оптимальных значений тоннажа и скорости пассажирских поездов, соответствующих минимальным годовым эксплуатационным расходам при передвижении на одноколейных и двухколейных железнодорожных путях.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV. Nr 5/1972

D.C. 621.9

E. Botez, C. Minciu

Fictitious Mechanism and Dynamic Accuracy of the Rolling Kinetic Chain

Some contributions brougt to the study of the dynamic accuracy of the rolling kietic chain are exhibited allowing for some new Romanian notions and concepts introduced into the theory of kinetic chains and that of the generation of surfaces on machine-tools. The dynamic accuracy is taken into consideration by the sliding motion occurring among the theoretical curves — base and rolling load — for processing gears through rolling. The theoretical study deals with the finding of the determining factor accurately characterizing the rolling kinetic factor, allowing for the resultant of the simultaneous motions of the tools shaft and press.

The experimental study deals with the measurement of the deviations from rolling without theoretical slipping occurring on account of forced vibrations from the tool and part axes. The measurement is carried out by means of seismic detectors for torsional vibrations of own construction.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.C. 621.81

Ş. Bîrcă-Gălăţeanu, D. Munteanu

A Thyristor Pre-regulator Design

The operating mode of a thyristor pre-regulator circuit designed to precede a series main regulator is analysed. An accurate and complete design method, based on the power supply ratings, is established, which uses universal curves and a small number of relations and eliminates iterations.

Some pre-regulator control circuits are comparatively presented.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.C. 656

A. Cotoranu

Contributions to the Optimizing of the Tonnages and Speeds of the Passenger Trains Hauled by the 060 D.A. Diesel Locomotive

The tonnage and circulation speed of the passenger trains are basic parameters of the railway activity. Their determination should be carried out so as to satisfy both the transport volume in the condition of the diminution of the journey time, the train frequency increase and the reduction of the transport expenses.

This paper treats of the mode of calculation of the tonnages and optimal speeds of the passenger trains satisfying the minimal yearly operating expenses for circulation on single-and double-track railway.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

Résumé

C.D. 517

D. Filipescu

Ensembles convexes aléatoires du plan euclidien

L'ouvrage comporte une série de formules intégrales à valeurs moyennes correspondant à la superficie, à la longueur de la frontière, au nombre de domaines simplement convexes de la configuration géométrique qui résulte dans les points communs de quelques figures convexes, aléatoires, comme position et nombre, égales ou inégales.

On généralise les résultats donnés par Santalo dans son ouvrage (5) de 1950 et on obtient aussi des résultats intéressants quand on considère que le nombre de figures convexes est aléatoire, ayant une distribution du type Poisson.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

C.D. 517

B. Zainea

Aspect variationnel de l'intégration de l'équation des oscillations des corps élastiques nonhomogènes

Pour l'intégration de l'équation des oscillations des corps élastiques nonhomogènes, dans des conditions initiales et aux limites données, on utilise d'habitude la méthode de Fourier.

Dans ce travail on démontre que la composante spatielle de la solution peut être déterminée à l'aide de la méthode variationnele de Ritz.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

C.D. 515

N. Mirescu

Un nouveau modèle plan de l'espace

En associant à la projection centrale une projection parallèle on obtient une nouvelle manière de représentation plane de l'espace, ou la position relative au plan du tableau est complètement déterminée.

Il est ainsi possible de résoudre le problème de la restitution de la représentation en perspective, qui est indéterminée.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

Zusammenfassung

D-K. 517

D. Filipescu

Aleatorische konvexe Mengen in der euklidischen Ebene

Die Arbeit enthält eine Reihe von integralen Formeln mit entsprechenden Mittelwerten des Flächeninhalts, der Länge der Grenze, der Anzahl der einfach zusammengehörigen Bereiche der geometrischen Konfiguration, welche in den gemeinsame Punkten einiger konvexen Figuren aleatorisch sich ergeben, sowohl als *Position* und *Anzahl*, wie auch *gleich* und *ungleich*.

Es werden die von Santalo in der Arbeit (5) von 1950 gegebenen Ergebnissengeneralisiert und gleichzeitig interessante Resultate erzielt angenommen, dass die Anzahl der konvexen Figuren aleatorisch ist und eine Verteilung von der Type Poisson hat.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.K. 517

B. Zainea

Der Variationsanblick in der Integrieren der Gleichung der Schwingungen für nichtgleichartigen elastischen Körper

Für Integrieren der Gleichung der Schwingungen für nichtgleichartige elastischen Körper, unter den anfänglichen und Grenzbedingungen benützt man die Fourien-Methode.

Man beweist, dass die räumliche Komponente der Lösung bestimmbar ist durch die Ritzes Variationsmethode.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.K. 515

N. Mirescu

Ein neues ebenes Modell des Raumes

Bei der Assoziierung einer parallelen Projektion mit der Zentralprojektion wird eine neue ebene Darstellung des Raumes erhalten, in der die relative Position zum Plan der Tafel vollständig bestimmt ist.

Demgemäss wird die Lösung der Frage der Wiedergabe (Restitution) der perspektivischen Darstellung, die unbestimmt ist, möglich.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

C.D. 5391.

D. Bogdan, T. Creţu, Gh. Macarie

Calcul des éléments de matrice pour les transistions β dans le modèle à particule unitaire, à potentiel Woods-Saxon et en présence d'un terme du type Coriolis dans le hamiltonien nucléaire

On présente le formalisme mathématique élaboré en vue de l'étude de la désintégration β des noyaux déformés, en utilisant les fonctions d'onde du type Gareev obtenues par la solution de l'équation Schrödinger à potentiel Woods—Saxon, en tenant compte aussi du terme du type Coriolis.

Le calcul des facteurs de forme en utilisant ce formalisme permet la détermination d'observables tels que le facteur de forme du spectre β, lgft, la polarisation longitudinale de la radiation β, corrélations β—γ, etc.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

C.D. 66

G. Costeanu, Ortansa Landauer, Cornelia Mateescu

L'influence de la constante diélectrique du milieu sur la vitesse de réaction de l'hydrolyse acide et alcaline de certains esters aliphatiques dans les solvants mixtes.

Les auteurs ont déterminé les valeurs minima des constantes diélectriques du milieu jusqu'auxquelles les équations d'Amis et de Lailder-Eyrign sont vérifiées dans les réactions d'hydrolyse alcaline et acide de certains esters aliphatiques. On a tiré des conclusions sur le mécanisme des réactions.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

C. D. 621.833

I. Gh. Constantinescu, Irina Constantinescu

Obtention d'un engrais à soufre en suspension

On aborde le problème d'obtenir des engrais complexes en suspension N :P :S et N :P :K :S.

Les engrais complexes en suspension obtenus présentent l'avantage que le processus technologique de fabrication ne nécessite pas d'installations spéciales, utilise des matières premières bon marché et le dosage entre les éléments nutritifs se trouve en un rapport convenable aux nécessités du sol.

Les engrais obtenus ont la composition suivante : N :P :S = 13 :9 :3 et N :P :K :S = 11 :9 :7 :3.

On a utilisé le bentonite comme agent de suspension, ce qui a assuré la fluidité de l'engrais.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.K. 539.1

D. Bogdan. T. Greţu, Gh. Macarie

Die Berechnung Matrixelementen zu den Übergängen β im unipartikel Modell mit Woods-Saxon-Potential und in Anwesenheit eines Glieds von der Type Coriolis im hamiltonschen Nuklear

Zum Zwecke des Studiums der Spaltung der entformten Zellkerne wird der mathematische Formalismus gezeigt, an dem die Wellenfunktionen der Gareevtype verwendet wurden, die über Lösung der Schrödingergleichung mit dem Wood—Saxonpotential unter Berücksichtigung auch des Gliedes von dem Coriolistyperhalten wurden. Die Berechnung der Form-Faktoren unter Verwendung dieses Formalismus, gestattet die Bestimmung einiger Bemerklichen wie der Form-Facktor des Spektrums β, lgft, der Längspolarisation der Ausstrahlung β, der Korrelationen β—γ, usw.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.K· 66

G. Costeanu, Ortansa Landauer, Cornelia Mateescu

Der Einfluss der dielektrischen Konstanz des Mediums auf der Reaktionsgeschwindigkeit der sauren und alkalischen Hydrolise einiger aliphatischen Estere in gemischten Lösungsmitteln

Die Verfasser haben die minimalen Werte der dielektrischen Konstanten des Mediums bis zu denen die Amis-und Leidler-Eyringlleichungen in alkalischen und sauren Hydrolisereaktionen einiger aliphatischen Esteren bestätigt sind, bestimmt. Es wurden Schlussfolgerungen über den Reaktionsmechanismus gezogen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.K. 621.833

I. Constantinescu, Irina Constantinescu

Die Erhaltung eines Düngemittels mit Schwefel in Suspension

Es wurde dir Frage der Erhaltung einiger komplexen Düngemittel in N :P :S : und N :P :K :S — Suspension erörtert.

Die erhaltenen komplexen Düngemittel in der Schwebe erweisen den Vorteil, dass das technologische Erzeugungsverfahren keine besonderen Anlagen benötigt, billige Rohstoffe verwendet und die Dosierung der Ernährungselemente sich in einem annehmbaren Verhältnis gegenüber den Bedürfnissen der Erde befinden.

Die erzielten Düngemittel haben folgende Zusamensetzung: N :P :S —13 :9 :3 und N :P :K :S — 11 :9 :7 :3.

Als Schwebemittel wurde Bentonit verwendet, welches die Fliessbarkeit des Düngemittels sichert.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

C.D. 621.—23

C. Niță

Etude des mécanismes à cames polydynes approximées par deux degrés de liberté en base de coefficients de similitude

Le travail établit une méthode d'étude des cames polydynes en base de cinq coefficients adimensionnels de similitude, de sorte qu'obligatoirement le tête supérieure du taquet exécute la loi de mouvement polynominale établie. Les expressions des coefficients adimensionaux prennent en considération les déformations de tous les éléments composants d'un mécanisme à cames, de leur poids, de la course totale h du taquet, de la vitesse angulaire de rotation de l'arbre à cames et des forces extérieures.

En considérant les diverses valeurs des coefficients adimensionnaux, les équations différentielles établies par l'auteur ont permis le modelage mathématique et finalement, par la solution, le détermination au moyen des machines électroniques à calculer, du profil réel de la came y_c quand la tête supérieure du taquent se déplace d'après la loi du mouvement théorique y d'une came polynominale de n'importe quel type. Comme application on établit l'équation différentielle du second ordre de la came polydyne du type 4—5—6—7 et on présente quelques profils réels y_c, calculés par rapporta la courbe théorique y, en donnat aux coefficients adimensionnaux diverses valeurs. La méthode permet d'établir des limites des valeurs de ces coefficients, respectivement des relations entre les coefficients menant à la projection sure et directe de n'importe quel type de came polydyne.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

C.D. 621.43

T. Dudaș

Détermination des caractéristiques optimales de la vitesse d'injection

La définition d'une caractéristique d'injection qui concorde avec la caractéristique du dégagement de chaleur — correspondant à la loi optimale pour la variation de la presion — crée la possibilité de préciser des données initiales pour l'établissement du projet du système d'injection. Pour les moteurs rapides à allumage par compression, la caractéristique d'injection peut être déduite de la condition d'assurer une quantité donnée de vapeurs de carburant jusqu'à la fin de la période de retardement à l'allumage. La dernière partie de la caractéristique d'injection résulte, pour une allure non-modifiée de variation de la vitesse d'injection, de la condition que jusqu'à la fin du processus d'injection on introduit la dose par cycle. On obtient ainsi deux paramètres qui peuvent être définis, par exemple, la schématisation du type trapézoidal de la caractéristique d'injection, qui a été étudiée en ce travail.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București. Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

C.D. 621.181

M. Postelnicescu

Contributions pour dimensionner économiquement les réchauffeurs d'air des tuyaux des chaudiéres

En variant les vitesses de l'air et du gaz de combustion on modifie la surface du réchauffeur d'air, on varie la puissance pour la circulation du gaz de combustion ainsi que la puissance pour la circulation de l'air à travers le réchauffeur.

En ce travail on détermine, dans les conditionsd'un régime de température défini, le rapport optimal des vitesses. Cela permet facilement, par la suite, de déterminer les vitesses optimales.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București. Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.K. 621—23

C. Niţă

Studium der Mechanismen mit polidinen Nocken angenähert durch zwei Freiheitsgrade auf Grund von Ähnlichkeitskoeffizienten

Die Arbeit erörtert eine Studiummethode der polydinen Nocken begründet auf fünf undimensionalen Ähnlichkeitskoeffizienten so dass zwangsmässig das obere Ende des stössels das Gesetz der polynominalen festgesetzten Bewegung durchführt. Die Ausdrücke der undimensionalen Koeffizienten berücksichtigen die Entformungen aller Bestandteile eines Mechanismus mit Nocken, ihre Masse, den Gesamthub h des Stössels, die winklige Drehgeschwindigkeit der Nockenwelle und die äusseren Kräfte. Die verschiedenen Werte der undimensionalen Koeffizienten, sowie die vom Verfasser festgestellten Differenzgleichungen berücksichtigend, erlaubten dem Verfasser die mathematische Modellierung und schliesslich durch Lösung, mittels elektronischer Rechenmaschinen, die Bestimmung des realen Profils des Nockens y_c falls das obere Ende des Stössels sich nach dem Gesetz der theoretischen Bewegung y eines polynominalen Stössels irgendwelcher Type verschiebt. Als Anwendung wird die Differenzgleichung zweiter Ordnung des polydinen Nockens von der Type 4—5—6—7 festgestellt und einige reale berechnete Profile y , verglichen mit der theoretischen Kurve y, wobei den undimensionalen Koeffizienten verschiedene Werte gegeben werden. Die Methode gestattet das Festsetzen von Grenzen dieser Werte der Koeffizienten, bzw. von Beziehungen zwischen den Koeffizienten, die zur sicheren und unmittelbaren Projektierung jedweder Type von polydinen Nocken führen sollen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.K. 621.43

T. Dudaş

Bestimmung der optimalen Charakteristik der Einspritzgeschwindigkei

Die Bestimmung einer Einspritzcharakteristik die mit der Charakteristik der Ausströmung der Wärne — entsprechend des optimalen Gesetzes der Variation des Druckes — übereinstimmt, schafft die Möglichkeit der Präzisierung einiger anfänglichen Projecktierungsdaten des Einspritzsystems.

Für Schnellmotoren mit Kompressionszündung kann die Einspritzcharackteristik aus der Bedingung der Sicherung einer bis am Ende der Ablaufzeit der vom Brennstoffdampf gegebenen Zündverzögerung, hergeleitet werden. Der letzte Teil der Einspritzcharakteristik ergibt sich für einen unveränderten Variationsgang der Einspritzgesgchwindigkit, aus der Bedingung, dass bis zum Abschluss der Einspritzvorgangs die Dosis auf dem Arbeitsgang eingeführt wird. Es werden demgemäss zwei Kennwerte erzielt, die z.B. die Schematisierung des keilförmigen Typs der Einspritzcharakteristik, die in diese Arbeit studiert wurde, definiert.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.K. 621.181

M. Postelnicescu

Beiträge zur wirtschaftlichen Auslegung der Luftvorwärmer in Kesselröhren

Bei Variation der Luft-und Verbrennungsgasegeschwindigkeit wird die Oberfläche des Luftvorwärmers verändert, die Kraft für die Strömung der Verbrennungsgase, sowie die Durchgangskraft der Luft durch den Vorwärmer verändert.

Die Arbeit stellt das optimale Verhältnis der Geschwindigkeit unter den Bedingungen eines bestimmten Temperaturbetriebs fest. Diese Tatsache gestattet die optimalen Geschwindigkeiten leicht weiter zu bestimmen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

C.D. 621.9

E. Botez, C. Minciu

Mécanisme fictif et précision dynamique de la chaîne cinématique de roulement

On expose en ce travail des contributions apportées à l'étude de la précision dynamique de la chaîne cinématique de roulement, en prenant en considération quelques notions et conceptions roumaines nouvellement introduites en la théorie des chaînes cinématiques et de la génération des surfaces sur les machines-outils. La précision dynamique est prise en considération par le mouvement de glissment qui apparaît entre les courbes théoriques, de base et roulante, à l'usinage par roulement des pignons. L'étude théorique s'occupe de trouver le facteur déterminant qui caractérise la précision de la chaîne cinématique de roulement en tenant compte de la résultante des mouvements simultanés de l'arbre de l'outil et de la presse.

L'étude expérimentale s'occupe de mesurage des déviations du roulement sans glissement théorique qui apparaissent à cause des vibrations forcées des axes de l'ouzil et de la pièce. Le mesurage s'effectue au moyen des capteurs sismiques pour vibrations de torsion, de construction propre.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorgniu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

C.D. 621.81

S. Bîrcă Găiăţeanu, D. Munteanu

Projection d'un prestabilisateur à thyristors

On analyse en ce travail le fonctionnement d'un préstabilisateur à tyristors destiné à précéder un stabilisateur linéaire à transistor régulateur de série. Une méthode d'élaboration des projets précise et complète, est démontrée en partant des paramètres qui doivent être réalisés par le stabilisateur. La méthode utilise les courbes universelles et un petit nombre de relations simples et élimine les répétitions.

On présente comparativement quelques circuits de commande du préstabilisateur.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

C.D. 656

A Coţtoranu

Contributions á l'optimisation des tonnages et des vitesses des trains de voyageurs qui sont remorqués avec la locomotive diesel 060 D.A.

Le tonnage et la vitesse de circulation des trains de voyageurs sont les paramétres de base de l'activité des chemins de fer. Leur détermination doit être faite de sorte à satisfaire tant le volume de transport dans les conditions de la diminution de la durée du voyage, de l'accroissement de la fréquence des trains, ainsi que de la réduction des dépenses de transport.

Dans le travail on traite la manière de calcul des tonnages et des vitesses optimales des trains de voyageurs, correspondant aux dépenses d'exploitation minimales annuelles, à la circulation par voie simple et par voie double.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.K. 621.9

E. Botez C. Minciu

Der vorgetäuschte Mechanismus und die dynamische Genauigkeit der kinematischen Rollkette

Die Arbeit bringt einige Beiträge zum Studium der dynamischen Genauigkeit der kinematischen Rollkette unter Berücksichtigung einiger neuen rumänischen Begriffe und Auffassungen die in der Theorie der kinematischen Ketten und der Erzeugung von Oberflächen auf Werkzeugmaschinen eingeführt werden.

Die dynamische Genauigkeit wird über die Gleitbewegung die zwischen den theoretischen Basis-und rollenden Kurven, bei der Verarbeitung durch Abrollen der Zahnräder in Betracht gezogen. Das theoretische Studium beschäftigt sich mit der Auffindung des massgebenden Faktors, welcher die Präzision der kinematischen Rollkette kennzeichnet unter Berücksichtigung der Resultanten der simultanen Bewegung der Werkzeug — und der Werkstückachse.

Das experimentelle Studium beschäftigt sich mit dem Abmessen der Abweichungen von dem Rollen ohne theoretisches Gleiten, die infolge der Zwangsschwingungen an der Werkzeug — und Werkstückachse erscheinen. Die Messung wird mittels seismischer Abfänger für Schwingungen, eigener Konstruktion gemacht.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.K. 621.81

Ş. Bîrcă Gălăţeanu, D. Munteanu

Projektierung eines Vorstabilisators mit Thyristoren

Die Arbeit analysiert das Funktionieren eines Vorstabilisators mit Thyristoren, der dazu bestimmt ist einem linearen Stabilisator mit Reihen-Regeltransformator vorauszugehen. Es wird ein genaues und vollständiges Projektierungsverfahren vorgeführt ausgehend von den Kennwerten die der Stabilisator zu realisieren hat. Das Verfahren verwendet Universalkurven und eine geringe Anzahl einfacher Beziehungen mit Ausschaltung der Iterationen.

Vergleichend werden einige Steuerkreise des Vorstabilisators gezeigt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 5/1972

D.K. 656

A. Cotoranu

Beiträge zur Optimisierung der Ladungsfähigkeit und Geschwindigkeiten der mit Lokomotive Diesel 060 D.A. geschleppten Passagierzüge

Die Ladungsfähigkeit und Verkehrsgeschwindigkeit der Passagierzüge sind Grundkennwerte der Eisenbahntätigkeit. Ihre Bestimmung muss derart gemacht werden, dass sie sowohl den Transportumfang unter den Bedingungen der Verminderung der Reisedauer, der Erhöhung der Häufigkeit der Züge, sowie der Herabsetzung der Transportkosten entsprechen.

In der Arbeit wird die Berechnungsart der Ladungsfähigkeit und der optimalen Geschwindigkeiten der Passagierzüge, entsprechend der minimalen Jahresbetriebskosten beim Verkehr auf einfacher wie auch auf doppelgeleisiger Bahn behandelt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV/Nr. 5/1972

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 5

MATEMATICĂ

C.Z.: 517

MULȚIMI CONVEXE ALEATOARE ÎN PLANUL EUCLIDIAN *

DUMITRU FILIPESCU

Introducere

Una din noțiunile fundamentale ale geometriei integrale este noțiunea de măsură cinematică care se bazează pe teoria grupurilor Lie măsurabile [8] și pe teoria măsurii familiilor de varietăți [6].

Folosind noțiunea de măsură cinematică din planul euclidian în deosebi formula cinematică principală a lui Blaschke, Santalò obține în anul 1950 în lucrarea [5] diverse formule integrale care reprezintă valorile medii pentru anumite caracteristici ale unei mulțimi aleatoare X_m^r. Autorul a considerat m figuri convexe egale din planul euclidian, iar X_m^r reprezintă mulțimea formată cu punctele comune $a\ r$ din cele m figuri convexe date, poziția figurilor fiind aleatoare în raport cu măsura cinematică.

Astfel s-a obținut valori medii pentru aria (în raport cu măsura Lebesgue) mulțimii, lungimea frontierei, iar cel mai important rezultat valoarea medie a numărului de domenii simplu conexe din care este formată mulțimea aleatoare $X_0 \cap X_m^r$; X_0 fiind o mulțime convexă de poziție fixă.

Santalò a propus în lucrarea respectivă [5] obținerea unor formule similare pentru cazul cînd figurile convexe nu-s egale, problemă la care am adăugat faptul că numărul figurilor convexe este aleator, avînd o repartiție discretă.

În lucrarea de față se obțin rezultatele corespunzătoare și pentru cazul particular cînd numărul figurilor convexe este aleator cu o repartiție de tip Poisson.

Astfel s-a urmărit completarea atît a aspectului geometric (problemă propusă de Santalò) cît și a celui probabilistic.

În planul enclidian E_2, de coordonate carteziene ortogonale x, y, măsura cinematică elementară [6], are expresia:

$$(1)\quad dK = [dPd\psi]$$

cu $dP = [dxdy]$, ψ fiind un unghi de rotație.

I. Se consideră un sistem de m figuri convexe $K_1, K_2, \ldots, K_n$ de *poziție* aleatoare în raport cu măsura (1), independente [3] *egale* de arie

* Manuscris predat la redacție la data de 30 martie 1971.

S şi lungimea frontierei ∂K, egală cu L, iar K_0 reprezintă o figură convexă de poziţie fixă, de arie S_0 şi lungimea frontierei ∂K_0, L_0.

Se notează cu K_m^r configuraţia geometrică formată cu punctele comune a r din cele m figuri convexe date.

A. Dacă notăm cu σ_m^r măsura Lebesgue a mulţimii aleatoare $K_0 \cap K_m^r \cap K_m^r$ avem din lucrarea [5]

$$E(\sigma_m^r) = \binom{m}{r} \frac{(2\pi S)^r (2\pi S_0 + L_0 L)^{m-r}}{[2\pi(S_0 + S) + L_0 L]^m} S_0 \tag{1}$$

care se mai poate scrie

$$E(\sigma_m^r) = \binom{m}{r} p^r q^{m-r} S_0 \tag{1'}$$

folosind nataţia

$$p = \frac{2\pi S}{2\pi(S_0 + S) + L_0 L}; \quad q = \frac{2\pi S_0 + L_0 L}{2\pi(S_0 + S) + L_0 L} \tag{2}$$

Presupunem, în această lucrare, că *numărul figurilor convexe nu mai este fix, ci aleator.* Notînd cu ξ variabila aleatoare respectivă, distribuţia acesteia va fi de forma

$$\xi(K_0) : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \dots n \dots \\ p_0 & p_1 & p_2 \dots p_n \dots \end{pmatrix} \sum_{i=0}^{\infty} p_i = 1 \tag{3}$$

În această nouă ipoteză, media $E(\sigma_m^r)$ reprezintă [1] media condiţionată pentru cazul cînd $\xi(K_0) = n$.

Notînd cu K^r mulţimea aleatoare formată din punctele comune a r figuri convexe, iar cu $\sigma^{(r)}$ măsura Lebesgue a mulţimii aleatoare $K_0 \cap K^{(r)}$ avem

$$E(\sigma_m^r) = E(\sigma^{(r)} / \xi(K_0) = n)$$

Din [2] avem

$$E(\sigma^{(r)}) = \sum_{m=0}^{\infty} p_m E(\sigma_m^r)$$

Deci din (1') rezultă formula

$$E(\sigma^{(r)}) = \sum_{m=0}^{\infty} p_m \binom{m}{r} p^r q^{m-r} S_0$$

sau

$$E(\sigma_m^r) = \sum_{m=r}^{\infty} p_m \binom{m}{r} p^r q^{m-r} S_0 \tag{4}$$

În anumite ipoteze [7], pentru orice mulțime măsurabilă Borel K, se poate lua

$$P[\xi(K) = n] = e^{-\lambda S} \frac{(\lambda S)^n}{n!}; \quad n = 0, 1, 2, \ldots \tag{5}$$

unde $\lambda > 0$, iar S măsura lui K.

Lucrînd în aceste condiții și înlocuind în (4)

$$p_m = e^{-\lambda S_0} \frac{(\lambda S_0)^m}{m!}; \quad m = 0, 1, 2, \ldots \tag{6}$$

obținem noua formulă

$$E(\sigma^{(r)}) = \frac{(p\lambda S_0)^r}{r!} e^{-\lambda p S_0}; \quad r = 0, 1, 2, \ldots \tag{7}$$

Se observă că

$$\sum_{r=0}^{\infty} E(\sigma^{(r)}) = S_0. \tag{7'}$$

Pe de altă parte dacă avem în vedere teorema lui H. E. Robbin [4], probabilitatea ca un punct $M \in K_0$ să aparțină mulțimii aleatoare $K^{(r)}$ are expresia

$$\frac{(p\lambda S_0)^r}{r!} e^{-\lambda p S_0}$$

B. Notînd cu L_m^r lungimea frontierei configurației geometrice $K_0 \cap K_m^r$ avem [5] formula

$$E(L_m^r) = \binom{m}{r} p^r q^{m-r} [L_0 + rS^{-1} S_0 L + (m - r)(2\pi S_0 + L_0 L)^{-1} 2\pi S_0 L] \tag{8}$$

Dacă $L^{(r)}$ reprezintă lungimea frontierei figurii $K_0 \cap K^{(r)}$, ținînd seama de (3) avem

$$E(L^{(r)}) = \sum_{m=0}^{\infty} p_m E(L_m^r) \tag{9}$$

Dacă ne situăm în cazul cînd p_m are expresia (6), avem

$$E(L^{(r)}) = e^{-\lambda p S_0} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\lambda S_0)^m}{m!} E(L_m^r) \tag{10}$$

Avînd în vedere formula (8) urmează

$$E(L^{(r)}) = \frac{(p\lambda S_0)^r}{r!} e^{-\lambda p S_0}[L_0 + rS^{-1}S_0 L + q\lambda S_0(2\pi S_0 L)(2\pi S_0 + L_0 L)^{-1}] \tag{11}$$

C. Notînd cu N_m^r numărul domeniilor simplu conexe din care este formată mulţimea aleatoare $K_0 \cap K_m^r$, avem [5] valoarea medie

$$E(N_m^r) = \binom{m}{r} p^r q^{m-r}\{1 + [(m-r)(2\pi S_0 + L_0 L)^{-1} + r(2\pi S)]^{-1} 2\pi S_0 +$$

$$+ r(r-1)(2\pi S)^{-2}\pi S_0 L^2 + (m-r)(m-r-1)(2\pi S_0 + L_0 L)^{-2}\pi S_0 L^2 + \tag{12}$$

$$+ (m-r)rS^{-1}(2\pi S_0 + L_0 L)^{-1} S_0 L^2 + r(2\pi S)^{-1} L_0 L +$$

$$+ (m-r)(2\pi S_0 + L_0 L)^{-1} L_0 L\}$$

Dacă notăm cu $N^{(r)}$ numărul de domenii simplu conexe din care este formată mulţimea aleatoare $K_0 \cap K^{(r)}$, valoarea medie a acesteia va fi

$$E(N^{(r)}) = \sum_{m=6}^{\infty} E(N_m^r)\, p_m \tag{13}$$

Presupunînd că sînt îndeplinite condiţiile cerute de formula (6), avem

$$E(N^{(r)}) = \frac{(p\lambda S_0)^r}{r!} e^{-\lambda p S_0}\{1 + [(q\lambda S_0)(2\pi S_0 + L_0 L)^{-1} + r(2\pi S)^{-1}] 2\pi S_0 +$$

$$+ r(r-1)(2\pi S)^{-2}\pi S_0 L^2 + (q\lambda S_0)^2 (2\pi S_0 + L_0 L)^{-2}\pi S_0 L^2 + \tag{14}$$

$$+ (rq\lambda S_0) S^{-1}(2\pi S_0 + L_0 L)^{-1} S_0 L^2 + r(2\pi S)^{-1} L_0 L +$$

$$+ (q\lambda S_0)(2\pi S_0 + L_0 L)^{-1} L_0 L\}; \qquad r = 0, 1, 2, \ldots$$

D. Trecînd la cazul benzilor cu laturile paralele, drept mulţimi aleatoare $K_1, K_2 \ldots, K_m$ ce intersectează figura convexă K_0 păstrînd notaţiile precedente, avem [5] formula

$$E(\sigma_m^r) = \frac{\binom{m}{r}(\pi\Delta)^r L_0^{m-r} S_0}{(\pi\Delta + L_0)^m} \tag{15}$$

unde Δ reprezintă lăţimea oricărei benzi din cele m date.

Notînd

$$\tilde{p} = \frac{\pi\Delta}{\pi\Delta + L_0}; \quad \tilde{q} = \frac{L_0}{\pi\Delta + L_0} \tag{15'}$$

relația (15) devine

$$E(\sigma_m^r) = \binom{m}{r} \tilde{p}^r \tilde{q}^{m-r} S_0 \tag{15''}$$

Dacă presupunem că numărul benzilor are repartiția (3), atunci (15'') reprezintă valoarea medie pentru cazul cînd $\xi(K_0) = m$ deci din [7] urmează

$$E(\sigma^{(r)}) = \sum_{m=0}^{\infty} E(\sigma_m^r) p_m \tag{16}$$

Dacă p_m are expresia (6), atunci

$$E(\sigma^{(r)}) = \sum_{m=0}^{\infty} E(\sigma_m^r) e^{-\lambda S_0} \frac{(\lambda S_0)^m}{m!}; \quad r = 0, 1, 2\ldots \tag{16'}$$

Efectuînd calculele, obținem

$$E(\sigma^{(r)}) = \frac{(\tilde{p}\lambda S_0)^r}{r!} e^{-\lambda \tilde{p} S_0} S_0 \tag{17}$$

adică

$$E(\sigma^{(r)}) = \frac{S_0}{r} \left(\frac{\pi\Delta\lambda S_0}{\pi\Delta + L_0} \right)^r e^{-\frac{\pi\Delta\lambda S_0}{\pi\Delta + L_0}} \tag{17'}$$

E. Notînd cu L_m^r lungimea frontierei $\partial(K_0 \cap K_m^r)$, pentru cazul cînd $K_1, K_2 \ldots, K_m$ sînt benzi cu laturile paralele, din [5], avem valoarea medie

$$E(L_m^r) = \binom{m}{r} \tilde{p}^r \tilde{q}^{m-r} [L_0 + r(\pi\Delta)^{-1} 2\pi S_0 + (2m - r) L_0^{-1} \pi S_0] \tag{18}$$

Dacă numărul benzilor este aleator, din (3) urmează

$$E(L^r) = \sum_{m=0}^{\infty} E(L_m^r) p_m; \quad r = 0, 1, 2, \ldots \tag{18'}$$

iar pentru cazul cînd p_m are expresia (6)

$$E(L^r) = \frac{(\tilde{p}\lambda S_0)^r}{r!} e^{-\lambda \tilde{p} S_0} [L_0 + r(\pi\Delta)^{-1} 2\pi S_0 + 2(q\lambda S_0) L_0^{-1}(\pi S_0)] \tag{18''}$$

F. Fie N_m^r numărul domeniilor simplu conexe din care este formată mulțimea aleatoare $K_0 \cap K_m^r$ pentru cazul benzilor. Din [5] avem valoarea medie

$$E(N_m^r) = \binom{m}{r} \tilde{p}^r \tilde{q}^{m-r} \{1 + [r(r-1)(\pi\Delta)^{-2} + (m-r)(m-r-1) L_0^{-2} + \tag{19}$$

$$+ 2L_0^{-1} r(m-r)(\pi\Delta)^{-1}] \pi S_0 + L_0 r(\pi\Delta)^{-1} + (m-r)\}$$

Urmează

$$E(N^{(r)}) = \sum_{m=0}^{\infty} E(N_m^r) p_m ; \quad r = 0, 1, 2, \ldots \tag{19'}$$

unde $N^{(r)}$ reprezintă numărul de domenii simplu conexe din care este formată configurația geometrică $K_0 \cap K^{(r)}$, în cazul benzilor.

Dacă p_m are expresia (6), atunci

$$E(N^{(r)}) = \frac{(\tilde{p}\lambda S_0)^r}{r!} e^{-\lambda \tilde{p} S_0} \{1 + [r(r-1)(\pi\Delta)^{-2} + (q\lambda S_0)^2 L_0^{-2} + \tag{20}$$

$$+ 2L_0^{-1} r(q\lambda S_0)(\pi\Delta)^{-1}] \pi S_0 + L_0 r(\pi\Delta)^{-1} + q\lambda S_0\} ; \quad r = 0, 1, 2, \ldots$$

Din (4) și (17) rezultă că probabilitatea ca un punct $M \in K_0$ să aparțină mulțimii aleatoare $K_0 \cap K^{(r)}$ în cazul benzilor are expresia

$$\frac{(\tilde{p}\lambda S_0)^r}{r!} e^{-\lambda \tilde{p} S_0}$$

Aplicații. Dacă în formula (20) considerăm $r = 0$, $\Delta = 0$ (benzile de lățime Δ, devin drepte) obținem valoarea medie a numărului de domenii în care este împărțită figura convexă K_0, de către drepte, al căror număr este aleator.

Avem

$$E(N^{(0)}) = 1 + \lambda S_0 + \frac{(\lambda S_0)^2 \pi S_0}{L_0^2}$$

λS_0 reprezentînd valoarea medie a numărului de drepte care intersectează figura convexă fixă K_0, de arie S_0.

Dacă punem $r = 1$, $\Delta = 0$ în (20), obținem valoarea medie a numărului de segmente din interiorul figurii convexe K_0, determinat de dreptele respective, adică

$$E(N^{(1)}) = \lambda S_0 + \frac{2\pi S_0 (\lambda S_0)^2}{L_0^2}$$

Pentru a avea numărul de puncte în care se intersectează dreptele respective, în interiorul figurii convexe K_0, luăm în (20) $r = 2$, $\Delta = 0$ și obținem

$$E(N^{(2)}) = \frac{(\lambda S_0)^2 \pi S_0}{L_0^2}$$

II. Considerăm în plan, un sistem de m figuri convexe $K_1, K_2, \ldots, K_m$, aleatoare ca poziție în raport cu măsura (1), independente [3], *dintre care* m_i *egale între ele* cu lungimea frontierei ∂K_i, L_i și aria $S_i (i = 1, 2, \ldots, s)$.

Notăm cu $K_0 \cap K^{r_1 r_2 \ldots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}$ configurația geometrică formată cu punctele comune *a* r_1 din cele m_1, r_2 din cele $m_2 \ldots$ și r_s din cele m_s figuri convexe date.

Fie de asemenea, K_0 o figură convexă fixă de arie S_0 și lungimea frontierei ∂K_0, L_0.

A. Dacă notăm cu $\sigma^{r_1 r_2 \ldots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}$, măsura Lebesgue a configurației $K_0 \cap \cap K^{r\, r_2 \ldots r_s}_{m\, m_2 \ldots m_s}$ din [2], avem valoarea medie

$$E(\sigma^{r_1 r_2 \ldots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}) = \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} p_i^{r_i} q_i^{m_i - r_i} S_0 \tag{21}$$

unde

$$p_i = \frac{2\pi S_i}{2\pi(S_0 + S_i) + L_0 L_i}$$

$$q_i = \frac{2\pi S_0 + L_0 L_i}{2\pi(S_0 + S_i) + L_0 L_i}$$

Presupunem că m_i valorile variabilelor aleatoare $\xi^i(K_0)$ independente au distribuția

$$\xi^i(K_0) : \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 2 \ldots & m_i \ldots \\ p_{0_i} & p_{1_i} & p_{2_i} \ldots & p_{m_i} \ldots \end{Bmatrix} \tag{22}$$

atunci (21) reprezintă o valoare medie condiționată și anume

$$E(\sigma^{r_1 r_2 \ldots r_s} / \xi^1 = m_1, \xi^2 = m_2, \ldots, \xi^s = m_s)$$

Deci, din (2), urmează că

$$E(\sigma^{r_1 r_2 \ldots r_s}) = \sum_{m_1, m_2, \ldots, m_s} E(\sigma^{r_1 r_2 \ldots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}) p_{m_1 m_2 \ldots m_s} \tag{23}$$

unde $\sigma^{r_1 r_2 \ldots r_s}$ este măsura Lebesgue a mulțimii $K_0 \cap K^{r_1 r_2 \ldots r_s}$, $K^{r_1 r_2 \ldots r_s}$ repre-

zentînd mulțimea formată cu punctele comune a r_1 figuri convexe a căror distribuție este dată de variabila aleatoare $\xi^{(r_1)}$, ... și a r_s figuri convexe cu distribuția dată de $\xi^{(r_s)}$, (22).

Dar din ipoteză

$$p_{m_1 \ldots m_2 m_s} = \prod_{i=1}^{s} p_{m_i} \tag{24}$$

urmează din (23)

$$E(\sigma^{r_1 r_2 \ldots r_s}) = \sum_{m_1 m_2, \ldots, m_s} E(\sigma_{m_1 m_2 \ldots m_s}^{r_1 r_2 \ldots r_s}) p_{m_1} p_{m_2} \ldots p_{m_s} \tag{24'}$$

Dacă presupunem că [7]

$$p_{m_i} = e^{-\lambda_i S_0} \frac{(\lambda_i S_0)^{m_i}}{m_i!} \quad , \; i = 1, 2, \ldots, s \tag{25}$$

Atunci din (21), (24), (25), avem

$$E(\sigma^{r_1 r_2 \ldots r_s}) = S_0 \sum_{m_1 m_2, \ldots, m_s} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} p_i^{r_i} q_i^{m_i - r_i} e^{-\lambda_i S_0} \frac{(\lambda_i S_0)^{m_i}}{m_i!} \tag{26}$$

sau

$$E(\sigma^{r_1 r_2 \ldots r_s}) = S_0 \prod_{i=1}^{s} \frac{(\lambda_i p_i S_0)^{r_i}}{r_i!} e^{-S_0 \lambda_i p_i} \tag{27}$$

unde ținînd seama de [4], probabilitatea ca un punct $M \in K_0$ să aparțină mulțimii aleatoare $K_0 \cap K^{r_1 r_2 \ldots r_s}$ are expresia

$$\prod_{i=1}^{s} \frac{(\lambda_i p_i S_0)^{r_i}}{r_i!} e^{-\lambda_i p_i S_0}$$

Valoarea medie a mulțimii aleatoare $\sigma^{(r)}$ unde $r = r_1 + r_2 + \ldots + r$, r fiind constant dat, are expresia

$$E(\sigma^r) = \sum_{r_1 + r_2 + \ldots + r_s = r} E(\sigma^{r_1 r_2 \ldots r_s}) \tag{28}$$

sau

$$E(\sigma^r) = S_0 \sum_{r_1 + r_2 + \ldots + r_s = r} \prod_{i=1}^{s} \frac{(\lambda_i p_i S_0)^{r_i} e^{-S_0 \lambda_i p_i}}{r_i!} \tag{28'}$$

Dacă figurile convexe sînt egale, din relația precedentă obținem o formulă analoagă cu (7), adică

$$E^*(\sigma^r) = S_0 e^{-p\lambda S_0} \frac{(p\lambda S_0)^r}{r!} \tag{29}$$

unde, aici $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_s$ și am folosit relația

$$\sum_{r_1+r_2+\ldots+r_s=r} \prod_{i=1}^{s} \frac{k_i^{r_i}}{r_i!} = \frac{(k_1+k_2+\ldots+k_s)^r}{r!} \tag{29'}$$

B_1. Notînd cu $L^{r_1 r_2 \ldots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}$ lungimea frontierei $\partial(K_0 \cap K^{r_1 \ldots r_s}_{m_1 \ldots m_s})$, din [2], avem valoarea medie

$$E\,(L^{r_1 r_2 \ldots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s}) = \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} p_i^{r_i} q_i^{m_i - r_i} \Big[L_0 + \sum_{h=1}^{s} r_h S_h^{-1} S_0 L + \tag{30}$$

$$+ (m_h - r_h)\,(2\pi S_0 + L z L_h)^{-1} 2\pi S_0 L_h \Big]$$

În ipoteza că $m_1, m_2, \ldots, m_s$ sînt aleatori cu distribuția (22), atunci valoarea medie

$$E\,(L^{r_1 r_2 \ldots r_s}) = \sum_{m_1, m_2, \ldots, m_s} E(L^{r_1 r_2 \ldots r_s}_{m_1 m_2 \ldots m_s})\, p_{m_1} p_{m_2} \ldots p_{m_s} \tag{31}$$

unde $L^{r_1 r_2 \ldots r_s}$ reprezintă lungimea configurației geometrice $K_0 \cap K^{r_1 r_2 \ldots r_s}$.

Dacă p_{m_i} $(i = 1, 2, \ldots, s)$ au expresia (25), ținînd seama de (30), obținem

$$E\,(L^{r_1 r_2 \ldots r_s}) = \sum_{m_1, m_2, \ldots, m_s} \prod_{i=1}^{s} \binom{m_i}{r_i} p_i^{r_i} q_i^{m_i - r_i} e^{-\lambda_i S_0} \frac{(\lambda_i S_0)^{r_i}}{m_i!} \cdot \tag{32}$$

$$\Big\{ L_0 + \prod_{h=1}^{s} [r_h S_h^{-1} S_0 L_h + (m_h - r_h)\,(2\pi S_0 + L_0 L_h)^{-1} 2\pi S_0 L_h] \Big\}$$

Astfel

$$E\,(L^{r_1 r_2 \ldots r_s}) = \prod_{i=1}^{s} \frac{(\lambda_i p_i S_0)^{r_i}}{r_i!} e^{-S_0 \lambda_i p_i} \Big\{ L_0 + \tag{32'}$$

$$+ \sum_{i=1}^{s} r_h^* S_h^{-1} S_0 L_h + (q_h \lambda_h S_0)\,(2\pi S_0 + L_0 L_h)^{-1}\, 2\pi S_0 L_h \Big\}$$

Dacă notăm cu L^r, lungimea frontierei $\partial\,(K_0 \cap K^{r_1 r_2 \ldots r_s})$ pentru $r_1 + r_2 + \ldots + r_s = r$, avem

$$E\,(L^r) = \sum_{r_1+r_2+\ldots+r_s=r} E\,(L^{r_1 r_2 \ldots r_s}) \tag{33}$$

În cazul cînd figurile convexe sînt egale, adică $S_i = S$, $L_i = L$ $(i = 1, 2, \ldots, s)$ deci $p_i = p$, $q_i = q$ urmează din (33)

$$(33') \quad E^*(L^r) = \frac{(\lambda p S_0)^r}{r!} e^{-S_0\lambda p}[L_0 + rS^{-1}S_0L + (q\lambda S_0)(2\pi S_0 + L_0L)^{-1}2\pi S_0L]$$

unde $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_s$, adică o formulă analoagă cu (11).

C$_1$. Dacă notăm cu $N^{r_1r_2\ldots r_s}_{m_1m_2\ldots m_s}$ numărul de domenii simplu conexe din care este formată mulțimea aleatoare $K_0 \cap K^{r_1r_2\ldots r_s}_{m_1m_2\ldots m_s}$ din [2], avem formula

$$E(N^{r_1r_2\ldots r_s}_{m_1m_2\ldots m_s}) = \prod_{t=1}^{s} \binom{m_t}{r_t} p_t^{r_t} q_t^{m_t - r_t} \Big\{1 + \sum_{t=1}^{s} \{[(m_i - r_i)(2\pi S_0 + L_0L_i)^{-1} +$$

$$+ r_i(2\pi S_i)^{-1}]2\pi S_0 + r_i(r_i - 1)(2\pi S_i)^{-2}\pi S_0L_i^2 +$$

$$+ (m_i - r_i)(m_i - r_i - 1)(\pi S_0L_i^2)(2\pi S_0 + L_0L_i)^{-2} +$$

$$(34) \quad + r_i(m_i - r_i)S_i^{-1}(2\pi S_0 + L_0L_i)^{-1}S_0L_i^2 + r_iL_0L_i(2\pi S_i)^{-1} +$$

$$+ L_0L_i(m_i - r_i)(2\pi S_0 + L_0L_i)^{-1}\} + \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} \frac{r_ir_j}{2}(2\pi S_i)(2\pi S_j)^{-1} +$$

$$+ r_i(m_j - r_j)(2\pi S_i)^{-1}(2\pi S_0 + L_0L_j)^{-1} +$$

$$+ \frac{1}{2}(m_i - r_i)(m_j - r_j)(2\pi S_0 + L_0L_i)^{-1}(2\pi S_0 + L_0L_j)^{-1}]2\pi S_0L_iL_j\Big\}$$

Dacă presupunem că $m_1, m_2 \ldots, m_s$ sînt aleatoare așa cum rezultă din (22), atunci notînd cu $N^{r_1r_2\ldots r_s}$ numărul de domenii simplu conexe din care este formată mulțimea aleatoare $K_0 \cap K^{r_1r_2\ldots r_s}$ avem valoarea medie

$$(35) \quad E(N^{r_1r_2\ldots r_s}) = \sum_{m_1m_2\ldots m_s} E(N^{r_1r_2\ldots r_s}_{m_1m_2\ldots m_s})\, p_{m_1}p_{m_2}\ldots p_{m_s}$$

În cazul cînd p_{m_i} are expresia (25) avem

$$E(N^{r_1r_2\ldots r_s}) = \prod_{i=1}^{s} \frac{(\lambda_i p_i S_0)^{r_i}}{r_i!} e^{-S_0\lambda_i p_i} \Big\{\Big\{1 + \sum_{i=1}^{s} \{[q_i\lambda_i S_0(2\pi S_0 + L_0L_i)^{-1} +$$

$$(36) \quad + r_i(2\pi S_i)^{-1}]2\pi S_0 + r_i(r_i - 1)(2\pi S_i)^{-2}\pi S_0L_i^2 +$$

$$+ (q_i\lambda_i S_0)^2(\pi S_0L_i)^2(2\pi S_0 + L_0L_i)^{-2} + r_iq\lambda_iS_0S_i^{-1}(2\pi S_0 +$$

$$+ L_0L_i^{-1})(S_0L_i^2) + r_iL_0L_i(2\pi S_i)^{-1} + L_0L_iq_i\lambda_iS_0(2\pi S_0 + L_0L_i)^{-1}\} +$$

$$+\sum_{\substack{i,j\\ i\neq j}}\left[\frac{1}{2}r_ir_j\,(2\pi S_i)^{-1}\,(2\pi S_j)^{-1}+r_iq_j\lambda_jS_0\,(2\pi S_i)^{-1}\,(2\pi S_0+L_0L_j)^{-1}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}(q_i\lambda_iS_0)\,(q_j\lambda_jS_0)\,(2\pi S_0+L_0L_i)^{-1}\,(2\pi S_0+L_0L_j)^{-1}\right]2\pi S_0L_iL^{\ell}\Big\}\Big\}$$

Dacă notăm cu $N^{(r)}$ numărul de domenii simplu conexe corespunzătoare cazului cînd $r=r_1+tr_2+\ldots+r_s$, r constant, avem

$$E(N^{(r)})=\sum_{r_1r_2+\ldots+r_s=r}E(N^{r_1r_2\ldots r_s})$$

De aici, pentru cazul cînd figurile convexe sînt egale se obține formula (14) unde $\lambda=\lambda_1+\lambda_2+\ldots+\lambda_s$

Catedra matematici I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Cramer, H.* — Mathematical Methods of Statistics — Princeton University Press 1954.
2. *Filipescu, D.* — Formule integrale relativ la figuri convexe din planul euclidian — Lucrare publicată în revista Studii și cercetări matematice nr. 5/1971.
3. *Kendall, M. G., Moran P. A. P.* — Geometrical Probability. C. Griffin, London 1963.
4. *Robbins, H. E.* — On the Measure of a Random set. Ann. Math. Stat. 15. 70—74 (1944); 16, 324—347 (1945).
5. *Santalo, L. A.* — Sobre unas formulas integrales y valores medios referentes a figures convexas moviles en el plano. Univ. de Buenos Aires, Contr. Cientificas, seria A, vol. I nr. 2 23—45 (1950).
6. *Stoka, M. I.* — Geometrie integrale, Mem. des Sci. Mat. fasc. 1965 ed. Gauthier Villars, Paris 1968.
7. *Takacs, I.* — On the Probability Distribution of the Measure of the Union of Random Sets Placed in a Euclidian Space. Ann. Univ. Sci. Budapesta, 1, 81—95 (1958).
8. *Vrănceanu, G.* — Lecții de geometrie diferențială vol. I. 1962.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 5

C. Z.: 517

ASPECTUL VARIAȚIONAL AL INTEGRĂRII ECUAȚIILOR CU DERIVATE PARȚIALE PRIVIND OSCILAȚIILE CORPURILOR ELASTICE*

BUCUR ZAINEA
Catedra de matematici, Institutul de Construcții București

Studiul oscilațiilor corpurilor elastice omogene [1]** conduce la ecuații cu derivate parțiale de formă.

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(p_i \frac{\partial u}{\partial x_i}\right) - qu \tag{1}$$

cu condițiile :

$$U|_\Gamma = 0 \tag{2}$$

$$U(0, x_1, x_2, \ldots, x_n) = \varphi_0(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

$$U'(0, x_1, x_2, \ldots, x_n) = \varphi_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \tag{3}$$

unde Γ este frontiera lui G, $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in G$, iar G este un domeniu mărginit situat în R^n, Presupunem că ρ, $q \in C^{(0)}$ și $p_i \in C$ în G. Problema fizică cere în general ca : $\rho > 0$; $p_i \geqslant p_0$; $q > q_0$ unde p_{i0}, q_0 sînt numere strict pozitive. În cele ce urmează considerăm $\rho \equiv 1$ în G. Căutăm pentru ecuația (1) soluții de forma :

$$U = U(t, x_1, x_2, \ldots, x_n) = T(t)\, X(x_1, x_2, \ldots x_n) \tag{4}$$

Calculele conduc la

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = XT''; \quad \frac{\partial}{\partial x_i}\left(p_i \frac{\partial u}{\partial x_i}\right) = T \frac{\partial}{\partial x_i}\left(p_i \frac{\partial X}{\partial x_i}\right)$$

Ecuația (1) devine :

$$T''X = T\left[\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(p_i \frac{\partial X}{\partial x_i}\right) - qX\right]$$

*) Lucrarea prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București, în mai 1969.

**) § 17. p. 127.

sau

$$\frac{T''}{T} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(p_i \frac{\partial X}{\partial x_i}\right) - qX}{X}$$

Egalăm fiecare membru cu aceeaşi constantă λ; vom obţine următoarele două ecuaţii: $T'' - \lambda T = 0$ şi $AX - \lambda X = 0$, $X \neq 0$ în $\overline{G}$ (5) unde

$$A = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(p_i \frac{\partial}{\partial x_i}\right) - q \tag{6}$$

Produsul soluţiilor ecuaţiilor (5), ne va da soluţii ale ecuaţiei (1).

Să ne ocupăm întîi de ecuaţia doua din (5).

Conform cu [2]*, fiecărei probleme $AX - \lambda X = 0$ cu condiţiile (2), îi corespunde un operator în spaţiul Hilbert $L_2(G)$. Mulţimea de definiţie al acestui operator Ω_G este un linial de funcţii din $C^{(2)}$, satisfăcînd condiţiilor (2).

Teorema 1 Operatorul diferenţial A, cu condiţiile la limită (2) este mărginit superior.

Demonstraţie. Pentru demonstraţie calculăm produsul scalar (AX, X)

$$(AX, X) = \int_G X\left[\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(p_i \frac{\partial X}{\partial x_i}\right) - qX\right] = \int_G X\left[\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(p_i \frac{\partial X}{\partial x_i}\right)\right] dG -$$

$$- \int_G qX^2 dG = X\left[\sum_{i=1}^{n} p_i \frac{\partial X}{\partial x_i}\right]\Big|_G - \int_G \left[\sum_{i=1}^{n} p_i \left(\frac{\partial X}{\partial x_i}\right)^2\right] dG - \int_G qX^2\, dG$$

şi dacă folosim condiţia (2) obţinem:

$$(AX, X) = -\int_G \left[\sum_{i=1}^{n} p_i \left(\frac{\partial X}{\partial x_i}\right)^2\right] dG - \int_G qX^2 dG \tag{7}$$

Fie $p_0 = \min\{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$, deci $p_0 > 0$; din (7) deducem:

$$\int_G \left[\sum_{i=1}^{n} p_i \left(\frac{\partial X}{\partial x_i}\right)^2\right] dG \geqslant p_0 \int_G \left[\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial X}{\partial x_i}\right)^2\right] dG \tag{8}$$

Datorită neegalităţii lui K. Friderichs [3]** cînd $X|_G = 0$ are loc neegalitatea.

$$\int_G X^2 dG \leqslant C \int_G \left[\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial X}{\partial x_i}\right)^2\right] dG \tag{9}$$

*) Cap. II. § 8.
**) Cap. III. § 26.

unde C este o constantă pozitivă. Relația (9) se mai poate scrie:

$$\int_G \left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial X}{\partial x_i}\right)^2\right] dG \geqslant \frac{1}{C}\int_G X^2 dG$$

care introdusă în (8), dă:

$$\int_G \left[\sum_{i=1}^{n} p_i\left(\frac{\partial X}{\partial x_i}\right)^2\right] dG \geqslant \frac{p_0}{C}\int_G X^2 dG \tag{10}$$

Dacă $q_0 = \min q$, $q_0 > 0$, atunci

$$\int_G qX^2 dG \geqslant q_0 \int_G X^2 dG$$

Am obținut astfel

$$\int_G \left[\sum_{i=1}^{n} p_i\left(\frac{\partial X}{\partial x_i}\right)^2\right] dG + \int_G qX^2 dG \geqslant \left(\frac{q_0}{C} + q_0\right)\int_G X^2 dG \tag{11}$$

Dacă în $L_2(G)$ notăm cu $\|X\|^2 = \int_G X^2 dG$ rezultă

$$(AX, X) \leqslant -\left(\frac{p_0}{C} + q_0\right)\|X\|^2 \tag{12}$$

Am arătat în modul acesta că există un număr M astfel încît:

$$(AX, X) \leqslant M\|X\|^2$$

Deci operatorul A este în Ω_G mărginit superior și teorema este demonstrată.

Din neegalitatea $(AX, X) \leqslant M\|X\|^2$ valabilă pentru orice X $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ cu $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in G$, obținem pentru $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in G' \subset G$ cu $\|X\| \geqslant N > 0$

$$\frac{(AX, X)}{\|X\|^2} \leqslant M$$

Prin urmare raportul $\dfrac{(AX, X)}{\|X\|^2}$ este de asemenea mărginit superior. Dacă d este marginea sa superioară rezultă $d \leqslant M$. Cum $M = -\left(\dfrac{p_0}{C} + q_0\right)$ deci $M < 0$ urmează că λ din ecuațiile (5) trebuie să fie un număr negativ.

Teorema 2. Dacă A este un operator mărginit superior şi dacă există $v \neq 0$, $v \in \Omega$ astfel încît $\frac{(Av, v)}{\|v\|^2} = d$ atunci d este cea mai mare valoare proprie a operatorului A, iar v este funcţia proprie a lui A corespunzătoare valorii proprii d.

Demonstraţie. În adevăr fie $y \in \Omega_c$ şi t un număr real. Atunci $v + ty \in \Omega_c$. Construim funcţia :

$$\varphi(t) = \frac{(A(v+ty), v+ty)}{(v+ty, v+ty)} = \frac{t^2(Ay, y) + 2t(Av, y) + (Av, v)}{t^2(y, y) + 2t(v, y) + (v, v)}$$

$\varphi(t)$ îşi atinge maximul pentru $t = 0$ Rezultă că $L^2(0) = 0$ Dar $\varphi'(0) = 0$ înseamnă : $(Av, y)(v, a) - (v, y)(Av, v) = 0$. Cum prin ipoteză $(Av, v) = d(v, v)$ obţinem :

$$[(Av, y) - d(v,y)](v, v) = 0$$

Deoarece $(v, v) \neq 0$, rezultă $(Av - dv, y) = 0$ sau $Av - dv = 0$. Adică d şi v. reprezintă valoarea proprie şi respectiv funcţia proprie a operatorului A.

Să arătăm că d este cea mai mare valoare proprie. Presupunînd contrariul, ar exista un d_1, cea mai mare valoare proprie, cu v_1, funcţia proprie corespunzătoare cu următoarea proprietate : $d_1 = \frac{(Av_1, v_1)}{(v_1, v_1)}$ şi $d_1 > d$, însă acest fapt este în contradicţie cu faptul că d este margine superioară a funcţionalei $\frac{(AX, X)}{\|X\|^2}$. Teorema este demonstrată.

Din teorema 2, rezultă că determinarea celei mai mari valori proprii a unui operator mărginit superior, se reduce la o problemă variaţională. Această problemă variaţională se rezolvă cu metoda lui Ritz, analog ca în [2]*. Valorile proprii sînt reale deoarece operatorul este autoconjugat.

Din teorema 1 rezultă şi faptul că $\lambda < 0$. Să notăm $\lambda = -k^2$; în această situaţie prima din ecuaţiile (5) devine $T'' + k^2 T = 0$ cu soluţia generală $T(t) = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt$
Urmează de aici că soluţia ecuaţiei (1) este dată de

$$U(t, x_1, x_2, \ldots, x_n) = (C_1 \cos kt + C_2 \cos kt + C_2 \sin kt)X \qquad (13)$$

unde C_1 şi C_2 se determină cu ajutorul condiţiilor (3) iar X se determină prin metoda lui Ritz.

BIBLIOGRAFIE

1. *I. G. Petrovschi*, — Prelegeri asupra teoriei ecuaţiilor diferenţiale cu derivate parţiale. Traducere din Lb. rusă 1953.

*) Cap. III. § 30.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 5

GEOMETRIE

C. Z. 515

A NEW PLANE FIGURE OF SPACE *

NICOLAE MIRESCU

It is known that the restitution problem, which consists in finding the shape and the original position of an object given by its perspective, is a indeterminant problem [1]. This indetermination is introduced by the central projection. For eliminating this disadvantage it is enough to associate the central projection another central projection or a projection parallel to a fixed direction. In order to simplify the epure it will considered the direction perpendicular on the plane of the chart.

This way of plane representation of the space is given by a fixed plane π — the plane of the chart — a point fixed in the space Ω, which don't belong to the plane π and a fixed direction Δ, perpendicular on the plane π.

It will treat, below, the fundamental problems of descriptive geometry which study the point, the straight line and the plane, with the relations between them.

1. Projection of the point (fig. 1)

a) It is given a fixed plane π, a direction Δ perpendicular on this plane and a fixed point Ω which don't belong to the plane π and let us consider the plane $\pi_1 \| \pi$, which passes through the point Ω. In this way the space is divided into three regions, which we note down as I, II, III where II is the region betwe enthe planes π and π_1. If Ω' is the ortogonal projection, on the plane π, of the central point Ω and if it notes down as $d(\Omega, \pi)$ the distance of Ω in respect with the plane of the chart, it is possible to express the affiliation to a region of a point M from the space by the following relations :

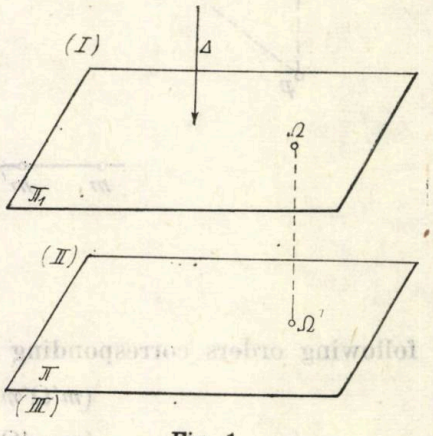


Fig. 1

* A paper presented at the scientific session of communications of the University staff at the Mine Institute in Petroșani, april, 27 — 28, 1971.

$$d(M, \pi)\ d(\Omega, \pi) \Rightarrow M \in [\mathrm{I}]$$
$$d(M, \pi)\ d(\Omega, \pi) \Rightarrow M \in [\mathrm{II}] \qquad (1)$$
$$d(M, \pi) = d(\Omega, \pi) \Rightarrow M \in \pi_1$$

and if it considers that the segments in the direction from Ω' to Ω have a positive direction, then we must add those relations :

$$d(M, \pi) = 0 \Rightarrow M \in \pi$$
$$d(M, \pi) < 0 \Rightarrow M \in (\mathrm{III}) \qquad (1')$$

where the last relation from (1') must interpreted as a extending of the notion of the distance.

If it notes down as m' the orthogonal projection on the plane π and as m the central projection, then the points m, m' are colinear and they establish a orientation of the suport straight line, terna of points $(m\ m'\Omega')$ we name it *the image of the point* M.

Each region, in which we devided the space correspons to an order in the terna of points of the three projections fig. 2). Thus, it results the

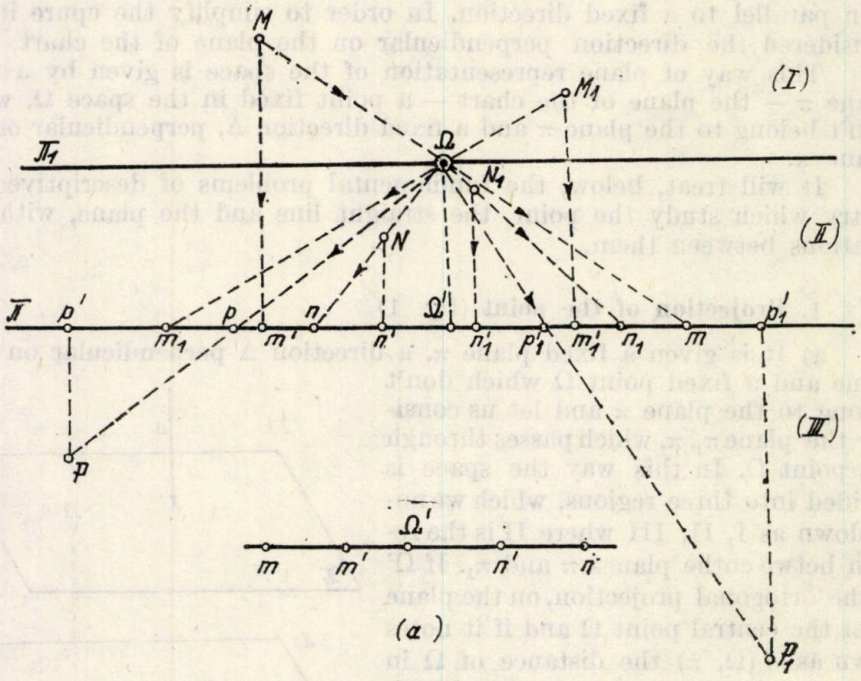


Fig. 2

following orders corresponding to the three regions :

$$(m'\Omega' m) \Rightarrow M \in (\mathrm{I})$$
$$(m\ m'\Omega') \Rightarrow M \in (\mathrm{II}) \qquad (2)$$
$$(m' m \Omega') \Rightarrow M \in (\mathrm{III})$$

It is known that, for three colinear points A, B, C, with B situated among A and C, the linear order ABC imply the order CBA [2].

Thus, it results that we must add to the relations (2), the relations :

$$\begin{aligned} &(n\Omega' m' \Rightarrow) M \in (\mathrm{I}) \\ &(\Omega' m' m) \Rightarrow M_1 \in (\mathrm{II}) \\ &(\Omega' m m') \Rightarrow M_1 \in (\mathrm{III}) \end{aligned} \tag{2'}$$

We can easily conclude that the *points M and M' which satisfy the orders (2) and (2'), are two by two encluded into the same region, the planes determined by the couple of correspondant projections coincide and their projections are colinear.*

The points thus obtained we will named *opposite points.*

b) It is given the opposite points M $(m'\Omega' m)$ and N $(n\Omega' n')$ which belong to the region (I) and let us considered the simple reports of terna :

$$(m'\Omega' m) = \frac{\Omega' m'}{\Omega' m} = \rho \qquad (n\Omega' n') = \frac{\Omega' n}{\Omega' n'} = \rho_1 \tag{3}$$

If the points M and N are simetric in respect with $\Omega\Omega'$ (fig. 3) then we may write the egalities :

$$\begin{aligned} \Omega' n &= -\Omega' m \\ \Omega' n' &= -\Omega' m' \end{aligned} \tag{4}$$

from which results :

$$\frac{\Omega' n}{\Omega' n'} = \frac{\Omega' m}{\Omega' m'} \Rightarrow \rho = \frac{1}{\rho_1} \tag{5}$$

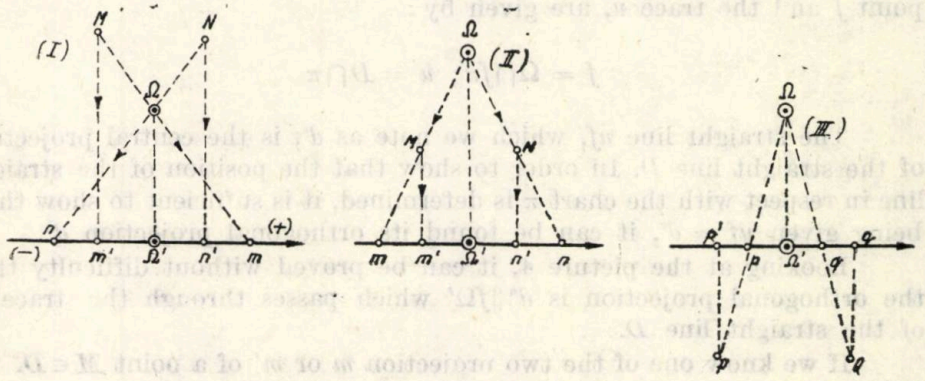


Fig. 3

We can easily show that this relation (5) encludes all regions in which we devided the space. Thus, we can say:

The simple reports of the image terna of two points, simetric in respect with ($\Omega\Omega'$), *have inversed values.*

2. The representation of a straight line

It is specified that $d(\Omega', \pi) = \lambda$ is given, and in this case, it is the *modulus of the epure* [3].

a) *Any straight line.* În order to obtain the image of a straight line D, it will be used the proper way of the central projection representation.

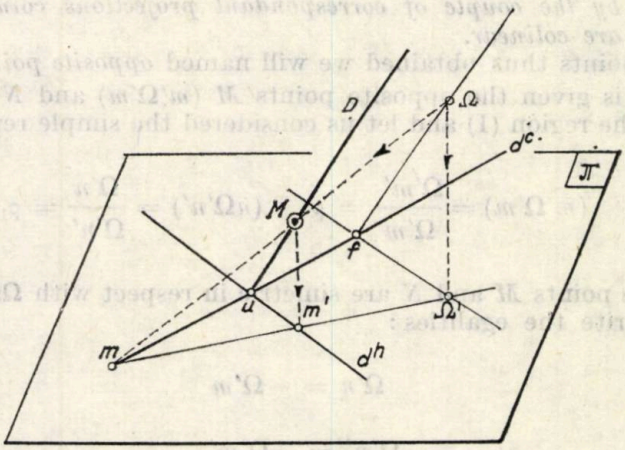


Fig. 4

It is considered $D \in \pi$ and it dont't passed through Ω. În this case the image of the straight line, obtained through the point f and the trace u on the plane of the chart π, determins completely the position of the straight line in the space. Let us take, (fig. 4) the straight line D, which the point f and the trace u, are given by:

$$f = \Omega \cap f\pi\,;\; u = D \cap \pi$$

The straight line uf, which we note as d^c, is the central projection of the straight line D. In order to show that the position of the straight line in respect with the chart π is determined, it is sufficient to show that, being given $uf = d^c$, it can be found its orthogonal projection d^h.

Looking at the picture 4, it can be proved without difficulty that the orthogonal projection is $d^h \| f\Omega'$ which passes through the trace u of the straight line D.

If we know one of the two projection m or m' of a point $M \in D$. we find the second projection (fig. 5). The solution of the problem is unique.

At the same time, folding back the rectangle triangle $\Omega\Omega' m$, we obtain $\Delta m\Omega_0 m_0$ where :

$$\Omega\Omega_0 = \Omega\Omega' = \lambda; \qquad \sphericalangle\theta = \sphericalangle(D, \pi).$$

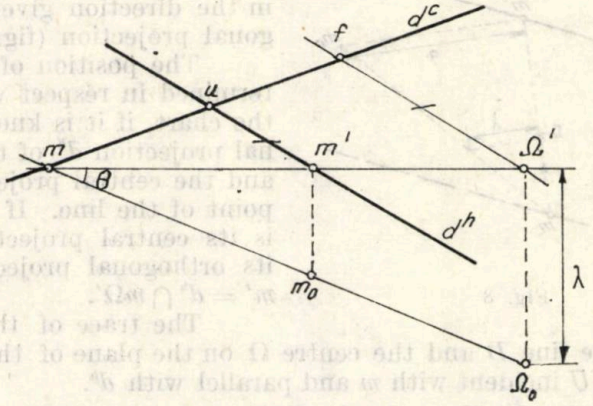


Fig. 5

The quota of the point M is discribed by the segment $m'm_0$.

b) *A straight line perpendicular to the chart.*

Let us take $D \perp \pi$. The point f is confound with the orthogonal projection of the central point Ω : $\Omega' \equiv f$.

In the epure we obtain d^c incident with Ω' (fig. 6), because the central projection is given by u and $f \equiv \Omega$

If $u = D \cap \pi$, then all points of the straight line D have the orthogonal projection in $u = d^h$.

Any point $M \in D$ is determined by the central projection $m \in d^c$. The quota of that point can be obtained folding, back on the plane π, the triangle $m\Omega_0\Omega$, and it is mm_0.

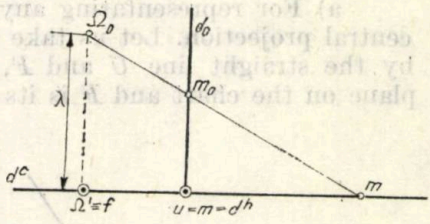


Fig. 6

c) *A straight line which passes through the central point of projection.*

If the straight line D passes through the centre Ω, its orthogonal projection is incident with Ω'. The point f is confound with the trace of the straight line : $u \equiv f$ (fig. 7).

The central projection d^c is reduced to the trace of the straight line $u \in f$.

It is clare that the epure makes possible the finding of the position of the straight line in the space, using a folding back on the plane of the chart, or examining the structure of the terna of a point on that line, as we showed before, at 1, a.

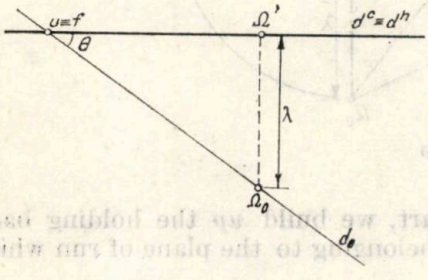


Fig. 7

Observation. The straight lines perpendicular on the plane of the chart are singular, straight lines which have the image incident with Ω'.

d) *A straight line parallel with the plane of the chart.*

If $D \| \pi$, then the point f is at ∞ in the direction given by its orthogonal projection (fig. 8).

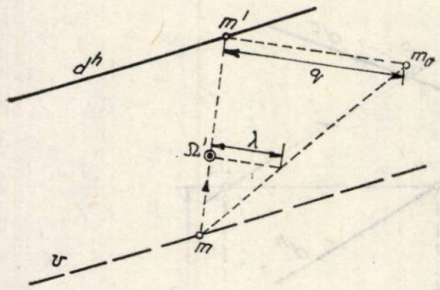


Fig. 8

The position of the line is determined in respect with the plane of the chart, if it is known the orthogonal projection d^h of the straight line and the central projection of a single point of the line. If $M \in D$ and m is its central projection, we obtain its orthogonal projection :

$m' = d^h \cap m\Omega'$.

The trace of the plane determined by the line D and the centre Ω on the plane of the chart, is the straight line U incident with m and parallel with d^h.

If we consider the order in the terna of a point of the line, it can be precised to which region belongs it, and a simple folding back on the plane of the chart establishes the quota q in respect with π.

3. The representation of the plane

a) For representating any plane, it is sufficient to apply only the central projection. Let us take any plane $[P]$ which has its image given by the straight line U and F, with $U \| F$, where U is the trace of the plane on the chart and F is its line of run (fig. 9). In order to obtain the

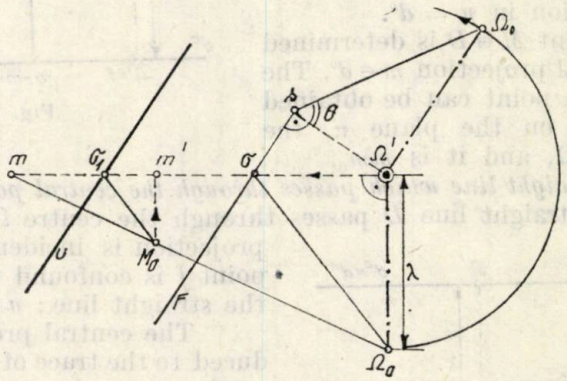


Fig. 9

angle θ of the plane $[P]$ with the chart, we build *up* the holding back $s\Omega_0$ of the line with the greatest slope, belonging to the plane of run which passes through Ω.

This angle precises the position of the plane $[P]$ in respect with the plane of the chart.

As any plane crosses all the regions in which the space were divided, it is useful to find the position of a point on that plane $[P]$ in respect with the regions mentioned above, in the case that we know one of its projections. Thus, let us take $N \in [P]$ which central projection is m.

For finding the orthogonal projection m' of the point m, we consider the intersection between the plane determined by the central projectant Ωm and $\Omega\Omega'$ of the run plane with the plane $[P]$.

The lines of intersection obtained are parallel and have as holding back $\Omega_0\sigma \| \sigma_1 M_0$, from which it results the found projection m', $(M_0 m' \perp m\Omega')$.

Reading from the left, we obtain terna $(mm'\Omega')$, which after the relations (2), shows that the point $M \in [P]$ belongs to the region II.

It is evident that, if we know m', we can determined the central projection m, [4].

b) If $[P] \perp \pi$, thenthe run plane crosses π after a straight line which passes through Ω'. If we know one of the projections of any point which belongs to the plane, we can find the second projection, using the proceeding described above. Thus it is determined the region in which we can found the given point.

c) If $[P]$ π, then both the trace U and run line F are at ∞, and for determining the region in which we can found its ∞ quota, it is sufficient to take the image of one single point $M \in [P]$.

Terna $(m\, m'\Omega')$, for example, gives the quota and the region in which we find M, identical with those of the plane.

Thus, we can see that, if we take any position for a point, a straight line or a plane in respect with the chart, by association the orthogonal projection to the central projection, it will be eliminated all indeterminations which intervene in the central projection, making possible the solution of the problem of the restitution from perspective.

In a further study we will extend this method to another fundamental problems.

Chair of Descriptive Geometry and Drawing (I)
Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest

REFERENCES

1. *Leroy C. F.* — Applications de la Geométrie descriptive, Edit. Gauthier — Villars, Paris 1926
2. *Béla Kérékjartó* — Les fondaments de la géométrie. Edit. Academiei, Budapest 1956.
3. *Botez M. St.* — Sur une généralisation de l'épure Monge, Bul. Inst. Polit. București, XXVI, 1964.
4. *Botez M. St.* — Sur une nouvelle géométrie cotée, Revista științifică „V. Adamache" Universitatea din Iași, XXXIV, 1948.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 5

FIZICĂ

C. Z. 539.1

CALCULUL ELEMENTELOR DE MATRICE PENTRU TRANZIȚIILE-β ÎN MODELUL UNIPARTICULA CU POTENȚIAL WOODS—SAXON ȘI CU PREZENȚA UNUI TERMEN DE TIP CORIOLIS ÎN HAMILTONIANUL NUCLEAR

D. BOGDAN, TR. CREȚU, GH. MACARIE

Introducere

Studiul nucleelor din regiunea $153 \leqslant A \leqslant 157$ prezintă atît un interes teoretic cît și practic. Interesul teoretic se datorează faptului că aceste nuclee fac parte din începutul primei regiuni de mari deformații nucleare. Aceasta conduce la faptul că aproximația adiabatică, conform căruia mișcările colective din nucleu au loc independent de mișcările intrinseci ale nucleonilor nu este riguros satisfăcută pentru nucleele din acest domeniu. În acest caz trebuie să se țină seama de efectul asupra stărilor nucleare corespunzătoare a termenului din hamiltonian care descrie interacția între mișcarea colectivă și cea intrinsecă și care prin analogie cu mecanica clasică poartă numele de interacție Coriolis :

$$\mathcal{H}_c = -\frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}(J_+ + J_-) \sum_{\Omega\Omega'} < \Omega | j_+ + j_- | \Omega' > a^+_\Omega a_{\Omega'} \qquad (1)$$

unde prin $\mathcal{J}$ și j s-au notat momentul cinetic total al sistemului nuclear și respectiv momentul cinetic total intrinsec iar :

$$J_\pm = J_x \pm iJ_y \,;\; j_\pm = j_x \pm ij_y$$

Cu $\mathcal{J}$ s-a notat momentul de inerție al nucleului iar cu a^+_Ω și a_Ω operatorii de creare (absorbție) a nucleonilor în reprezentarea cuantificării a doua.

Din punct de vedere practic apare un interes deosebit pentru nucleele din regiunea amintită, deoarece ele apar printre produsele finale ale fisiunii nucleelor de uraniu. O cunoaștere în detaliu a proprietăților radiațiilor emise de aceste nuclee precum și a structurii lor prezintă interes în scopul identificării lor din produsele de fisiune.

În această lucrare este prezentat formalismul matematic pe care l-am pus la punct în scopul studiului radiațiilor β a nucleelor din acest domeniu și se indică un început de aplicare a acestor formule pentru tranzițiile β la dezintegrarea Eu^{155}— Gd^{155}.

* Manuscris predat la redacție la data de 20 iulie 1971

II. Formalismul matematic propus

În calculele noastre folosim pentru prima dată la emisia beta funcţiile de undă uniparticulă propuse de Gareev, Ivanova şi Kalinkin [1], care au marele avantaj că se prezintă sub formă analitică simplă. Aceste funcţii de undă s-au obţinut prin integrarea ecuaţiei lui Schrödinger cu potenţial Woods-Saxon:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2M}\Delta + U(0,0,r) + \widetilde{U}(\beta,\gamma,\vec{r}) - E\right]\psi = 0 \tag{2}$$

În relaţia (2) β şi γ sînt parametrii care descriu forma nucleului în modelul Bohr-Mottelson [2]. Prin $U(0,0,r)$ şi $U(\beta,\gamma,\vec{r})$ s-au notat energiile potenţiale simetric sferică şi respectiv deformată.

Expresiile acestor energii potenţiale sînt:

$$U(0,0,r) = -V_0\left[1+\exp\left(\frac{r-R_0}{a}\right)\right]^{-1}$$

$$\widetilde{U}(\beta,\gamma,r,\theta,\varphi) = -V_0\left[1+\exp\left(\frac{r-R(\beta.\gamma,\theta,\varphi)}{a}\right)\right]^{-1}$$

$$R = R_0\left[1 + a_2(\beta,\gamma)\,Y_{20}(\theta,\varphi) + a_4(\beta,\gamma)\,Y_{40}(\theta,\varphi)\right]$$

unde R_0 este raza nucleului considerat sferic. Mărimea a este un parametru care rezultă din experienţele de difuzie ale electronilor pe nuclee şi depinde de numărul de masă A. Soluţiile ecuaţiei (2) sînt scrise de grupul lui Gareev în modul următor:

$$\Psi_{\Omega,\pi} = \sum_{n,l,j} \mathcal{C}^{\Omega}_{nlj}\Psi^{\Omega}_{nlj} \tag{3}$$

unde π este paritatea stării uniparticulă şi Ψ^{Ω}_{nlj} sînt funcţiile de undă ale ecuaţiei (2), în cazul în care apare numai potenţialul simetric sferic $U(0,0,r)$:

$$\Psi^{\Omega}_{nlj} = R_{nlj}(r)\mathcal{Y}_{lj} = R_{nlj}(r)\sum_{\mu}\left(l\,\frac{1}{2}\,\Omega - \mu\mu/j\Omega\right)Y_l^{\Omega-\mu}\chi_{1/2\mu} \tag{4}$$

unde $\chi_{1/2\mu}$ este funcţia de spin. Particularitatea caracteristică a modelului Woods-Saxon de tip Gareev constă în aproximarea părţii radiale cu o expresie analitică relativ simplă:

$$R_{nlj} = \frac{N}{r}\left(\frac{A}{C}\right)^{1/2} H_n[S(r)]\exp\left[-\frac{S^2(r)}{2}\right] \tag{5}$$

Numărul cuantic n determină numărul nodurilor expresiei (5). Cu N s-a notat norma iar faza expresiei $R_{nlj}(r)$ este aleasă astfel încît pentru $r \to 0$, $R_{nlj}(r) \to (-1)^n r^l$.

Funcția $S(r)$ are forma:

$$S(r) = \begin{cases} B \ln (r/A) & \text{pentru } r \geqslant A \\ B_1 \ln (r/A) & \text{pentru } r < A \end{cases}$$

Nucleele din domeniul de masă $153 \leqslant A \leqslant 157$ fac parte, așa cum am amintit mai sus din prima regiune de mari deformări nucleare, în care funcția de undă globală a nucleului se scrie în aproximația adiabatică în felul următor:

$$<r, \theta, \varphi/JM; \Omega> = \sqrt{\frac{2J+1}{16\pi^2(1+\delta_{k0})}} U_\Omega(V_\Omega) \{\mathfrak{D}^J_{MK} \Psi_{\Omega,\pi} + (-1)^{J+K} \prod_{\Omega,l} \mathfrak{D}^J_{M-K} \Psi_{-\Omega,\pi}\} \tag{6}$$

unde $\prod_{\Omega,l} = (-1)^{\Omega+l+\frac{1}{2}}$

În (6) $U_\Omega(V_\Omega)$ înseamnă amplitudinea U_Ω sau amplitudinea V_Ω. Din calculul concret rezultă care dintre aceste două amplitudinii apar. Pătratul amplitudinii U_Ω reprezintă probabilitatea ca în starea Ω să nu avem nici o cuasiparticulă iar V^2_Ω este probabilitatea ca în starea Ω să avem o cuasiparticulă.

Funcția de undă (6) este soluția ecuației lui Schrödinger pentru nucleu:

$$\hat{\mathcal{H}}_{\mathfrak{R}}(JMK; \Omega> = E_{\mathfrak{R}}(JMK; \Omega>$$

unde hamiltonianul $\mathcal{H}_{\mathfrak{R}}$ este dat de relația:

$$\hat{\mathcal{H}}_{\mathfrak{R}} = \hat{\mathcal{H}}_{pair} + \hat{\mathcal{H}}_{rot} + \hat{\mathcal{H}}_{int} = -G \sum_{\Omega\Omega'} a^+_\Omega a^+_{-\Omega}, a_{\Omega'} a_{-\Omega'} + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \{J(J+1) - K^2\} + (\varepsilon_\Omega - \lambda_p) a^+_\Omega a_\Omega \tag{7}$$

unde ε_Ω — reprezintă valoarea proprie a energiei uniparticulă
λ_p — este potențialul chimic în sensul modelului suprafluid iar
G — este constanta interacției Cooper.

Termenul $\hat{\mathcal{H}}_{pair}$ reprezintă contribuția interacției suprafluide sau Cooper la nucleu și aceasta conduce la apariția amplitudinilor U_Ω sau V_Ω în funcția de undă (6).

$$U^2_\Omega + V^2_\Omega = 1 \text{ și } U_\Omega = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{\varepsilon_\Omega - \lambda_p}{\sqrt{(\varepsilon_\Omega - \lambda_p)^2 + \Delta^2}}\right]^{1/2}$$

(8)

$$V_\Omega = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{\varepsilon_\Omega - \lambda_p}{\sqrt{(\varepsilon_\Omega - \lambda)^2 + \Delta^2}}\right]^{1/2}$$

Cu ajutorul expresiei (6) putem calcula elementele de matrice sau factorii de formă ale operatorilor care descriu dezintegrarea beta.

Factorii de formă ai operatorilor nerelativişti $F^{(N)}_{k\lambda\gamma}$ sînt legaţi de elemente de matrice prin relaţia:

$$F^{(N)}_{k\lambda\gamma} = (-1)^{k-\lambda}\sqrt{\frac{4\pi}{2J+1}}\int\left(\frac{r}{R}\right)^{\lambda+2N} <J_f K_f\|C_V - C_A\gamma_5\|T_{k\lambda\gamma}\tau^{\pm}\|J_i K_i> dr \tag{9}$$

Ţinînd seama de expresia (6), relaţia (9) se calculează după următoarea formulă [3]:

$$\int\left(\frac{r}{R}\right)^{\lambda+2N} <J_f K_f\|\gamma_5 T_{k\lambda\gamma}\tau^{\pm}\|J_i K_i> = (-1)^{k-J_i+K_f} U_\Omega(V_\Omega) \times$$

$$\times\sqrt{\frac{(2J_f+1)(2J_i+1)}{(1+\delta_{k_i 0})(1+\delta_{k_f 0})}}\left\{\begin{pmatrix} J_i & k & J_f \\ K_i K_f & -K_i & -K_f\end{pmatrix}\int\Psi^*_{\Omega_f\pi_f}\left(\frac{r}{R}\right)^{\lambda+2N}\gamma_5 T^{\Omega_f-\Omega_i}_{k\lambda\gamma}\tau_i^{\pm}\times\right.$$

$$\times\Psi_{\Omega_i\pi_i}d\tau + (-1)^{J_f K_f}\prod_{\Omega_f l_f}\begin{pmatrix} J_i & k & J_f \\ K_i & -K_f & -K_i\end{pmatrix}\int\Psi_{-\Omega_f\pi_f}\left(\frac{r}{R}\right)^{\lambda+2N}\times$$

$$\left.\times\gamma_5 T^{-\Omega_f+\Omega_i}_{k\lambda\gamma}\tau_f^{\pm}\Psi_{\Omega_i\pi_i}d\tau\right\} \tag{10}$$

unde integralele intrinseci se calculează după formula:

$$\int\Psi^*_{\Omega_f\pi_f}\left(\frac{r}{R}\right)^{\lambda+2N}(\gamma_5)^{\gamma}T^{\Omega_f-\Omega_i}_{k\lambda\gamma}\tau_i^{\pm}\Psi_{\Omega_i\pi_i}d\tau = \sum_{j_i l_i j_f l_f n_i n_f} i^{l_i-l_f+\lambda}(-1)^{j_f-\Omega_f+l_i+n_i+n_f}\times$$

$$\times\mathcal{A}^{\Omega_i}_{n_i l_i j_i}\mathcal{A}^{\Omega_i}_{n_f l_f j_f}\sqrt{2(3)^{\gamma}(2j_i+1)(2j_f+1)(2l_i+1)(2k+1)(2\lambda+1)}\times$$

$$\times(4\pi)^{-1/2}\begin{Bmatrix} k & j_f & j_i \\ \lambda & 1/2 & 1/2 \\ \lambda & l_f & l_i\end{Bmatrix}\begin{pmatrix} j_f & k & j \\ -\Omega_f & \Omega_f-\Omega_i & \Omega_i\end{pmatrix}\begin{pmatrix} l_i & \lambda & l_f \\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\times$$

$$\times\left(\frac{\hbar}{M\omega}\right)^{\lambda/2+N} <n_f l_f\left|\left(\frac{r}{R}\right)^{\lambda+2N}\right|n_i l_i> \tag{11}$$

iar pentru partea radială s-a obţinut expresia:

$$<n_f l_f|r^{\Lambda}|n_i l_i> = \frac{N_f N_i}{\sqrt{C_f C_i}}\sqrt{A_f A_i}\,A_i^{\Lambda+1}\left\{B_{1i}^{-1}e^{-\frac{B^2_{1f}}{2}}l^2_n\frac{A_i}{A_f}\times\right.$$

$$\times \int_0^\infty e^{-p_1 S_i^2 + m_1 S_i} H_{n_i}(S_i) H_{n_f}(S_f)\, dS_i + B_i^{-1} e^{-\frac{B_f^2}{2} l^2 \frac{A_i}{n A_f}} \times$$

$$\times \int_0^\infty e^{-p S_i^2 + m S_i} H_{n_i}(S_i)\, H_{n_f}(S_j) dS_i \Big\} \qquad (12)$$

unde $\Lambda = \lambda + 2N$

În relaţia (12) valorile corespunzătoare stărilor iniţiale şi finale N_i, N_f, C_i, C_f, A_i, A_f, B_i, B_f, B_{1i} şi B_{1f} sînt calculate la Institutul Unificat de cercetări Nucleare Dubna pentru nucleele din această zonă [4].

Introducînd în expresia (12) relaţiile pentru polinoamele Hermitte şi parametrul S_f:

$$H_{n_i}(S_i) = \sum_{\chi_i=0}^{n_i} h_{\chi_i} S_i^{\chi_i}; \quad H_{n_f}(S_f) = \sum_{\chi_f=0}^{n_f} h_{\chi_f} S_f^{\chi_f}$$

şi

$$S_f = \frac{B_f}{B_i} S_i + B_f \ln \frac{A_i}{A_f}$$

integrala din formula (12) se poate scrie sub forma:

$$\int_0^\infty e^{-p_1 S_i^2 + m_1 S_i} H_{n_i}(S_i) H_{n_f}(S_f)\, dS_i = \sum_{\chi_i=0}^{n_i} \sum_{\chi_f=0}^{n_f} h_{\chi_i} h_{\chi_f} \times$$

$$\times \int_6^\infty e^{-p_1 S_i^2 + m_1 S_i} \left(\frac{B_f}{B_i} S_i + B_f \ln \frac{A_i}{A_f} \right)^{\chi_f} S_i^{\chi_i}\, dS_i \qquad (13)$$

unde h_{χ_i} şi h_{χ_f} sînt coeficienţii corespunzători în dezvoltarea polinoamelor Hermitte H_{n_i} respectiv H_{n_f}.

În urma dezvoltării sumelor din relaţia (13) apar integrale de forma:

$$\int_0^\infty e^{-p_1 S_i^2 + m_1 S_i} S_i^{\nu-1} dS_i = \frac{\Gamma(\nu)}{(\sqrt{2p_1})^\nu} \exp\left(\frac{m_1^2}{8p_1}\right) D_{-\nu}\left(-\frac{m_1}{\sqrt{2p_1}}\right) \qquad (14)$$

Pentru integrala din al doilea termen al sumei din expresia (12) se scriu relaţiile similare cu (13) şi (14). S-au utilizat următoarele relaţii:

$$p_1 = \frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{B_{1f}}{B_{1i}}\right)^2\right] \quad p = \frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{B_f}{B_i}\right)^2\right]$$

$$m_1 = \frac{\Lambda + 1}{B_{1i}} - \frac{B_{1f}^2}{B_{1i}} \ln \frac{A_i}{A_f} \quad m = \frac{\Lambda + 1}{B_i} - \frac{B_f^2}{B_i} \ln \frac{A_i}{A_f}$$

Funcția $D^{-}{}_{\nu}\left(-\frac{m_1}{\sqrt{2p_1}}\right)$ este funcția cilindrică parabolică care este tabelată. În calculele noastre am folosit rezultatele din lucrarea [5].

În expresia (13) apar ca indici ai polinoamelor Hermitte numerele cuantice n_i și n_f ce caracterizează stările inițiale și respectiv finale între care au loc tranzițiile beta. În cazuri concrete aceste numere cuantice pot lua pentru nucleele din regiunea amintită valorile 0,1 sau 2. Rezultă deci că în calculul expresiei (13) pot apare următoarele combinații: $(n_i = 0,\ n_f = 0)$; $(n_i = 0,\ n_f = 1)$; $(n_i = 0,\ n_f = 2)$; $(n_i = 1,\ n_f = 0)$; $(n_i = 1,\ n_f = 1)$, $(n_i = 1,\ n_f = 2)$ $(n_i = 2,\ n_f = 0)$ $(n_i = 2,\ n_f = 1)$ și $(n_i = 2,\ n_f = 2)$. Notînd partea stîngă a relației (13) cu $I_{n_i n_f}$ și dezvoltînd sumele respective din această relație se obțin, cu ajutorul formulei (14), următoarele expresii pentru calculul direct al acestor integrale:

$$I_{00} = \frac{\Gamma(1)}{\sqrt{2p}} \exp\left(\frac{m^2}{8p}\right) D_{-1}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) \tag{15}$$

$$I_{01} = 2\frac{B_f}{B_i}\frac{\Gamma(2)}{(\sqrt{(2p)})^2} \exp\left(\frac{m^2}{8p}\right) D_{-2}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) + $$

$$+ 2B_f \ln\frac{A_i}{A_f}\frac{\Gamma(1)}{\sqrt{2p}} \exp\left(\frac{m^2}{8p}\right) D_{-1}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) \tag{16}$$

$$I_{02} = \left[4B_f^2 \ln\frac{A_i}{A_f} - 2\right]\frac{\Gamma(1)}{\sqrt{2p}} \exp\left(\frac{m^2}{8p}\right) D_{-1}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) +$$

$$+ 4\frac{B_f^2}{B_i^2}\frac{\Gamma(3)}{(\sqrt{2p})^3} \exp\left(\frac{m^2}{8p}\right) D_{-3}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) +$$

$$+ 8\frac{B_f^2}{B_i} \ln\frac{A_i}{A_f}\frac{\Gamma(2)}{(\sqrt{2p})^2} \exp\left(\frac{m^2}{8p}\right) D_{-2}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) \tag{17}$$

$$I_{10} = 2\frac{\Gamma(2)}{(\sqrt{2p})^2} \exp\left(\frac{m^2}{8p}\right) D_{-2}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) \tag{18}$$

$$I_{11} = 4\frac{B_f}{B_i}\left[\frac{\Gamma(3)}{(\sqrt{2p})^3} \exp\left(\frac{m^2}{8p}\right) D_{-3}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) +\right.$$

$$\left. + 4B_f \ln\frac{A_i}{A_f}\left[\frac{\Gamma(2)}{(\sqrt{2p})^3} \exp\left(\frac{m^2}{8p}\right) D_{-2}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right)\right]\right] \tag{19}$$

$$I_{12} = \exp\left(\frac{m^2}{8p}\right)\left\{\left[8B_f^2 \ln^2\frac{A_i}{A_f} - 4\right]\frac{\Gamma(2)}{(\sqrt{2p})^2} D_{-2}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) +\right.$$

$$+ 8\frac{B_f^2}{B_i^2}\frac{\Gamma(4)}{(\sqrt{2p})^4} D_{-4}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) + 16\frac{B_f^2}{B_i^2}\ln\frac{A_i}{A_f}\frac{\Gamma(3)}{(\sqrt{2p})^3} D_{-3}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right)\Bigg\} \quad (20)$$

$$I_{20} = -2\frac{\Gamma(1)}{\sqrt{2p}}\exp\left(\frac{m^2}{8p}\right) D_{-1}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) +$$

$$+ 4\frac{(\Gamma 3)}{(\sqrt{2p})^3}\exp\left(\frac{m^2}{8p}\right) D_{-3}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) \quad (21)$$

$$I_{21} = \exp\left(\frac{m^2}{8p}\right)\Bigg[-4B_f\ln\frac{A_i}{A_f}\frac{\Gamma(1)}{\sqrt{2p}} D_{-1}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) - 4\frac{B_f}{B_i}\frac{\Gamma(2)}{(\sqrt{2p})^2} D_{-2}$$

$$\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) + 8B_j\ln\frac{A_i}{A_j}\frac{\Gamma(3)}{(\sqrt{2p})^3} D_{-3}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) + 8\frac{B_f}{B_i}\frac{\Gamma(4)}{(\sqrt{2p})^4} D_{-4}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right)\Bigg] \quad (22)$$

$$I_{22} = \exp\left(\frac{m^2}{8p}\right)\Bigg[\left(1 - 2B_f^2\ln\frac{A_i}{A_f}\right)\left(-4\frac{\Gamma(1)}{\sqrt{2p}}\right) D_{-1}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) -$$

$$- 16\frac{B_f}{B_i}\ln\frac{A_i}{A_f}\frac{\Gamma(2)}{(\sqrt{2p})^2} D_{-2}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) + \frac{\Gamma(3)}{(\sqrt{2p})^3}\left(B_f^2\ln^2\frac{A_i}{A_f} -$$

$$- 8\frac{B_f^2}{B_i^2} + 16\right) D_{-3}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) + 16\frac{B_f^2}{B_i}\ln\frac{A_i}{A_f}\frac{\Gamma(4)}{(\sqrt{2p})^4} D_{-4}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right) +$$

$$+ 16\frac{B_f^2}{B_i^2}\frac{\Gamma(5)}{(\sqrt{2p})^5} D_{-5}\left(-\frac{m}{\sqrt{2p}}\right)\Bigg] \quad (23)$$

Pentru calculul factorilor de formă relativiști se va utiliza următoarea formulă de recurență :

$$k\frac{2k+1+2N}{2k+1}\sqrt{\frac{2k+1}{k}}^{V} F^{(N)}_{k,k-1,1} + 2N\sqrt{\frac{k+1}{2k+1}}^{V} F^{(N-1)}_{k,k+1,1} = -$$

$$= -(W_0 - 2{,}5)\, R^V F^{(N)}_{k,k,0} - \sqrt{\frac{4\pi}{2J_i+1}}\, R\int\left(\frac{r}{R}\right)^{k+2N} <J_f K_f \| V_c(\delta \neq 0) +$$

$$+ V_c(\delta = 0)\, T_{kk0} \| J_i K_i > \quad (24)$$

Formula (24) rezultă din teoria conservării momentului vectorial în interacția slabă. Totodată s-a luat în considerare un potențial coulombian deformat V_c (δ) în conformitate cu [3].

Integrala ce intervine în formula (24) poate fi exprimată sub forma :

$$\int\left(\frac{r}{R}\right)^{k+2N}<J_fK_f\|V(\delta\neq 0)T_{kk0}\|J_iK_i>=$$

$$=a(-1)^{k-J_i+K_i}\sqrt{\frac{(2J_f+1)(2J_i+1)}{(1+\delta_{K_i0})(1+\delta_{K_f0})}}\sum_l\left\{\begin{pmatrix}J_i & l & J_f\\ K_i & K_f-K_i & K_f\end{pmatrix}\times\right.$$

$$\times\int\chi^*_{K_f}\left(\frac{r}{R}\right)^{k+2N}V_{c,l}\,T^{K_i-K_f}_{kk0}\chi_{K_i}d\tau+(-1)^{J_f+K_f}\Pi_{\Omega_f l_f}\begin{pmatrix}J_i & l & J_f\\ K_i & -K_f-K_i & K_f\end{pmatrix}\times$$

$$\left.\times\int\chi^*_{-K_f}\left(\frac{r}{R}\right)^{k+2N}V_{c,l}\,T^{-K_f-K_i}_{kk0}\chi_{K_i}d\tau\right\}$$

$$\int\chi^*_{K_f}V_{c,l}\left(\frac{r}{R}\right)^{k+2N}T_{kk0}\chi_{K_i}d\tau=\sum_{n_il_in_fl_fj_ij_f}(-1)^{l_i+j_f+n_i+n_f-\Omega_f}i^{l_f-l_i+l}\,a_{n_il_i\Omega_i}a_{n_fl_f\Omega_f}\times$$

$$\times\int\frac{2l+1}{4\pi}\sqrt{10\,(2k+1)\,(2l_i+1)(2l_f+1)\,(2j_i+1)\,(2j_f+1)}\times$$

$$\times\begin{Bmatrix}l & j_f & j_i\\ 0 & 1/2 & 1/2\\ l & l_i & l_f\end{Bmatrix}\begin{pmatrix}1&2&l\\0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}l_i&l&l_f\\0&0&0\end{pmatrix}\left(\frac{\alpha Z}{2R}\right)\left[\frac{1}{R^{k+2+2N}}\left(\frac{\hbar}{Mw_0}\right)^{\frac{k+2+2N}{2}}\times\right.$$

$$\times\int_0^R R^*_{n_fl_f}r^{k+4+2N}R_{n_il_i}dr+R^{3-k-2N}\left(\frac{Mw}{\hbar}\right)^{\frac{3-k-2N}{2}}\times$$

$$\left.\times\int_R^\infty R^*_{n_fl_f}r^{k-1+2N}R_{n_il_i}dr\right] \qquad (25)$$

$$\int\left(\frac{r}{R}\right)^{k+2N}<J_fK_f\|V_c(\delta=0)T_{kk0}\|J_iK_i>=(-1)^{k-J_i+K_f}\sqrt{\frac{(2J_f+1)(2J_i+1)}{(1+\delta_{K_i0}(1+\delta_{K_f0})}}\times$$

$$\times\left\{\begin{pmatrix}J_i & k & J_f\\ K_i & K_f-K_i & -K_f\end{pmatrix}\int\chi^*_{\Omega_f}\left(\frac{r}{R}\right)^{k+2N}\gamma_5T^{\Omega_f-\Omega_i}_{kk0}V_c(\delta=0)\tau_i^{\pm}d\tau+\right.$$

$$+(-1)^{J_f+K_f}\Pi_{\Omega_f l_f}\begin{pmatrix}J_i & k & J_f\\ K_i & -K_f-K_i & K_f\end{pmatrix}\int\chi^*_{-\Omega_f}\times$$

$$\left.\times\left(\frac{r}{R}\right)^{k+2N}V_c(\delta=0)\,\gamma_5T^{-\Omega_f-\Omega_i}_{kk0}\chi_{\Omega_i}d\tau\right\}$$

$$\int \chi^{*}_{\Omega_f}\left(\frac{r}{R}\right)^{k+2N} V_c(\delta=0)\gamma_5 T^{\Omega_f-\Omega_i}_{kk0}\tau^{\pm} d\tau = i^{l_i+l_f+k} \sum_{n_i n_f l_i l_f j_i j_f} (-1)^{j_f-\Omega_f+l_i+n_i+n_f} \times$$

$$\times a^{\Omega_i}_{j_i l_i} a^{\Omega_f}_{j_f l_f} \sqrt{2\,(2j_i+1)(2j_f+1)(2l_i+1)(2l_f+1)(2k+1)^2} \times$$

$$\times \begin{Bmatrix} k & j_f & j_i \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ k & l_f & l_i \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} j_f & k & j_i \\ -\Omega_f & \Omega_f-\Omega_i & \Omega_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_i & k & l_f \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} < n_f l_f \left\| \left(\frac{r}{R}\right)^{k+2N} V_c(\delta=0) \right\| \times$$

$$\| n_i l_i > \frac{1}{\sqrt{4\pi}}; \; < n_f l_f \left\| \left(\frac{r}{R}\right)^{k+2N} V_c(\delta=0) \right\| n_i l_i > =$$

$$= \left(\frac{\alpha z}{2R}\right)\left\{\frac{1}{R^3}\int_0^R \left(\frac{r}{R}\right)^{k+2+2N} R^{*}_{n_f l_f} R_{n_i l_i}\, dr - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{R}\int_0^R \left(\frac{r}{R}\right)^{k+4+2N} R^{*}_{n_f l_f} R_{n_i l_i}\, dr + 2\int_R^{\infty} \left(\frac{r}{R}\right)^{k+1+2N} R^{*}_{n_f l_f} R_{n_i l_i} dr \right\} \qquad (26)$$

Cu ajutorul formulelor obţinute mai sus ne propunem să calculăm pentru dezintegrarea beta a nucleelor din domeniul $153 \leqslant A \leqslant 157$ factorii de formă nerelativişti:

$$^{A}F^{(0)}_{011},\ ^{A}F^{(1)}_{011},\ ^{V}F^{(0)}_{110},\ ^{V}F^{(1)}_{110},\ ^{A}F^{(0)}_{111},\ ^{A}F^{(1)}_{111},\ ^{A}F^{(0)}_{211},\ ^{A}F^{(1)}_{211} \qquad (27)$$

şi factorii de formă relativişti:

$$^{A}F^{(0)}_{000},\ ^{A}F^{(1)}_{000},\ ^{V}F^{(0)}_{101},\ ^{V}F^{(0)}_{101},\ ^{A}F^{(0)}_{121},\ ^{A}F^{(1)}_{111},\ ^{A}F_{211} \qquad (28)$$

Calculul acestor factori de formă se realizează în scopul obţinerii probabilităţii de tranziţie beta, care poate fi exprimată prin relaţia:

$$P_\beta = \frac{g^2}{2\pi^3}\int_0^{p_0} p_0^2\,(W_0 - W_e)^2\, F(Z, W_e)\, C(W_e) dp_e \qquad (29)$$

unde

$$p_0 = \sqrt{W_0^2 - 1} \quad p_e = \sqrt{W_e^2 - 1}$$

W_0 fiind energia de dezintegrare beta dată în unităţi m_0C^2, $F(Z, W_e)$ este cunoscuta funcţie Fermi, iar $C(W_e)$ ne indică forma spectrului β şi depinde în afară de energia W_e şi de factorii de formă relativişti şi nerelativişti.

$$C(W_e) = C[W_e,\ ^{A}F^{(0)}_{011},\ ^{A}F^{(1)}_{011},\ ^{A}F^{(0)}_{110},\ ^{V}F^{(1)}_{110},\ ^{A}F^{(0)}_{111},\ ^{A}F^{(0)}_{211},\ ^{A}F^{(1)}_{211},\ ^{A}F^{(0)}_{000},$$

$$^{A}F^{(1)}_{000},\ ^{V}F^{(0)}_{101},\ ^{V}F^{(1)}_{101},\ ^{V}F^{(0)}_{121}] \qquad (30)$$

Expresia concretă a lui C (W_e) o vom lua în conformitate cu lucrările lui Bühring şi Behrens [6, 7].

Calculele indicate mai sus se vor aplica în cazul dezintegrării beta a nucleului ${}_{63}Eu^{92}_{155} \rightarrow {}_{64}Gd^{91}_{155}$. Schema de dezintegrare a acestui nucleu este indicată în fig. 1 [8].

În parantezele drepte din dreptul nivelelor energetice se indică caracteristicile acestor nivele în modelul Nielsson [3]. Interacţiunea de tip

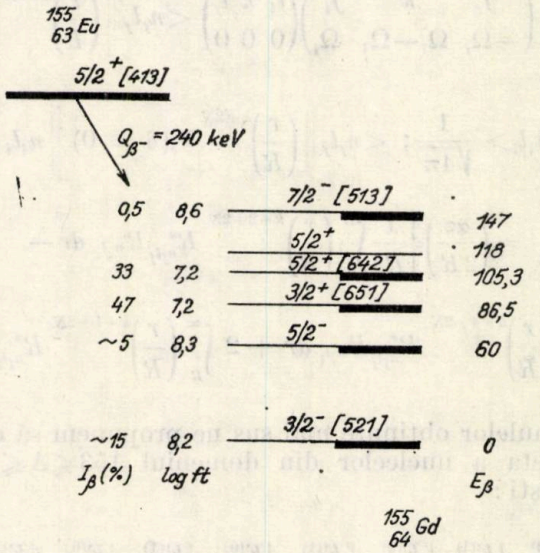


Fig. 1

Coriolis între mişcarea colectivă a nucleului şi mişcarea intrinsecă a nucleonilor conduce la faptul că nivelele energetice 3/2 şi 5/2 de energii 86,5 respectiv 105,3 keV nu se prezintă sub formă pură ci reprezintă o combinaţie de stări. Pentru nivelul 3/2 de energie 86,5 keV putem scrie :

$$|3/2^+> = 0{,}185\,|1/2[660]< - 0{,}037\,|1/2[404]> +$$

$$+0{,}909\,|3/2\,[651]> - 0{,}371\,|3/2[402]> \qquad (31)$$

iar pentru nivelul $5/2^+$ de energie 105,3 keV avem :

$$|5/2^+> = 0{,}365\,|1/2[660]> - 0{,}078\,|1/2\,[400]> +$$

$$+ 0{,}564\,|3/2[651]> - 0{,}472\,|3/2[402]> + 0{,}566\,|5/2\,[642]> \qquad (32)$$

Valorile coeficienţilor de amestec s-au luat din lucrările grupului din Dubna [4].

Am considerat perechea de nivele $3/2^+$ (de 86,5 keV) și $5/2^+$ de 105,3 keV) ca nefiind de natură ratațională deoarece raportul teoretic ale energiilor calculat după formula:

$$\frac{E(5/2)}{E(3/2)} = \frac{5/2\,(5/2+1) - (3/2)^2}{3/2\,(3/2+1) - (3/2)^2} = 4{,}33 \tag{33}$$

în timp ce raportul valorilor experimentale

$$\frac{E(5/2)\text{exp}}{E(3/2)\text{exp}} \approx 1{,}2 \tag{34}$$

Într-o lucrare ulterioară toate formulele deduse mai sus vor fi aplicate la studiul valorilor *ft* ale schemei de dezintegrare indicată în fig. 1.

Catedra de fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București
Institutul de Fizică Atomică

BIBLIOGRAFIE

1. *Gareev F. A., Ivanova S. P., Kalinkin B. N.* — Preprint O.I.Ia.I R4—3451 Dubna (1967); Izv. A.N., U.R.S.S., ser. fiz 32, 1960 (1968).
2. *Bohr A., Mottelson B.* — Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Mat-fys. Medd. 27, No. 16, 1953.
3. *Behrens H., Bogdan D.* — Nucl. Phys. A 143 (1970) 468.
4. *Baznat M. I., Pyatov N. I., Cernei M. I.* — Preprint O.I.Ia.I. R4—4803 Dubna (1969).
5. *Kalinkin B. N., Graovski Ia., Grareev F. A.* — Acta Physica Polonica XXX, 999 (1966).
6. *Behrens H., Bühring W.* — Nucl. Phys. A 106 (1968) 433.
7. *Behrens H., Jänecke J. â*— Landolt Börnstein Tables Editor H. Schopper (Vol. 4, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New—York, 1968.)
8. *Funke L., Graber H., Kaun K. H., Sodan H.* — Dissertation Deutsche Akademie der Wissen-Schaften Berlin, 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 5

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z.: 66

L'INFLUENCE DE LA CONSTANTE DIÉLECTRIQUE DU MILIEU SUR LA VITESSE DE RÉACTION DE L'HYDROLYSE ACIDE ET ALCALINE DE CERTAINS ESTERS ALIPHATIQUES DANS LES SOLVANTS MIXTES*

G. COSTEANU, ORTANSA LANDAUER, CORNELIA MATEESCU

L'influence du milieu sur la vitesse de réaction dépend, en général, des propriétés physiques du solvant, telles que la constante diélectrique, la viscosité, etc.

Dans cet article nous avons étudié l'influence de la constante diélectrique du solvant sur la vitesse d'hydrolyse alcaline de l'acétate, du propionate et du butyrate de *n*-butyle dans l'eau-dioxanne et l'eau-acétone et aussi la vitesse d'hydrolyse acide du formiate, de l'acétate et du propionate de *n*-butyle dans l'eau-acétone et l'eau-alcool éthylique.

Nous avons utilisé des solvants mixtes parce que, d'une part, certains esters sont peu solubles dans l'eau, et d'autre part, en faisant varier constamment la composition du solvant mixte on peut mieux suivre l'influence du milieu sur la vitesse de réaction.

Pour nous rendre compte de l'influence de la constante diélectrique sur la vitesse d'hydrolyse des esters mentionnés, il faut nous rapporter aux mécanismes proposés pour ce genre de réactions.

On admet d'après le mécanisme suggéré par Ingold [1] et Hine [2] que la molécule de l'ester réagit dans le milieu alcalin avec l'ion OH^- et dans le milieu acide avec l'ion H_3O^+. La réaction est donc du type ion—dipôle. Dans ce cas elle doit vérifier l'équation d'Amis [3, 4].

$\ln k_D = \ln k_{D\infty} + \frac{Z e\mu}{kTr^2D}$, où k_D este constante de vitesse dans un milieu de constante diélectrique D et k_{D_∞} dans un milieu de référence.

En effet, en répresentant le log k en fonction de $\frac{1}{D}$ on obtient une droite à pente négative où positive suivant la charge de l'ion (OH^- ou H_3O^+).

D'après le mécanisme proposé par Laidler et Eyring [5] la réaction a lieu entre la molécule de l'ester et la molécule de l'eau, catalysée par les ion OH^- en milieu alcalin et par les ions H^+, en milieu acide.

---

* Ouvrage reçu à la rédaction le 14 avril 1971

La réaction serait donc du type dipôle-dipôle et elle doit vérifier l'équation de Laidler-Eyring :

$$\ln k_D = \ln k_{D\infty} - \frac{1}{kT}\left(\frac{D-1}{2D+1}\right)\left[\frac{\mu_A^2}{r_A^3} + \frac{\mu_B^2}{r_B^3} + \frac{\mu_{AB}^2}{r_{AB}^3}\right],$$

où μ_A, μ_B et μ_{AB} sont les moments dipolaires des molécules réagissantes et du complexe activé ; r_A, r_B et r_{AB} sont les rayons des molécules et du complexe activé.

On constate, de même, d'après cette équation, une variation linéaire de log k en fonction de $\frac{D-1}{2D+1}$. La pente de la droite doit être positive ou négative suivant le signe du terme $\sum \frac{\mu^2}{r^3}$ de l'équation précédente.

Nous avons montré dans nos recherches antérieures sur l'hydrolyse acide des esters [6, 7, 8] que la variation de log k en fonction de $\frac{1}{D}$ et de $\frac{D-1}{2D+1}$ n'est linéaire que dans les milieux à grandes constantes diélectriques, dont les valeurs minima sont réunies dans le tableau 1.

Tableau 1

Valeurs minima des constantes diélectriques des solvants eau-dioxanne et eau-acétone jusqu'aux quelles les équations d'Amis et de Laidler—Eyring sont vérifiées dans l'hydrolyse alcaline de l'acétate, du propionate et du butyrate de *n*-butyle.

	T°C	eau—dioxanne		eau-acétone	
		D_A	D_L	D_A	D_L
A	20	24,5	25,0	48,0	48,0
	30	25,0	23,5	49,5	52,0
	40	25,0	27,0	49,0	53,0
	50	26,0	27,0	52,0	53,0
P	20	39,0	38,9	41,0	48,0
	30	44,0	38,5	46,0	46,0
	40	43,0	38,0	54,0	54,0
	50	48,0	39,0	59,0	52,0
B	20	22,0	24,0	39,0	39,0
	30	22,0	22,0	46,0	40,0
	40	22,0	22,0	44,0	44,0
	50	22,0	23,0	47,0	52,0

A = acétate de *n*-butyle
P = propionate de *n*-butyle
B = butyrate de *n*-butyle

On note par D_A les constantes diélectriques pour lesquelles est valable la relation d'Amis et par D_L les constantes diélectriques pour lesquelles est valable l'équation de Laidler-Eyring.

Les constantes diélectriques correspondent aux valeurs limites jusqu'auxquelle le phénomène est linéaire.

On remarque que les valeurs limites des constantes diélectriques sont pratiquement identiques pour le même ester, dans le même solvent et à la même température.

Il faut remarquer aussi que D_A et D_L ont, pour le même ester, des valeurs plus grandes dans le solvant eau-acétone que dans l'eau-dioxanne.

En considérant les réactions d'hydrolyse acide des esters, on doit trouver, d'après l'équation d'Amis, une variation linéaire de log k en fonction de $\frac{1}{D}$, à pente positive. Par contre, nous avons trouvé dans les réactions étudiées par nous [9, 10, 11] une variation linéaire à pente négative. Ceci a été constaté aussi par d'autres chercheurs [12, 13].

Il est intéressant de remarquer que même dans ce cas la variation est linéaire toujours dans le domaine des grandes constantes diélectriques.

C'est dans ce domaine aussi que les équations d'Amis et de Laidler-Eyring se trouvent verifiées.

Le deuxième tableau réunit les valeurs minima des constantes diélectriques jusqu'auxquelles la variation de log k en fonction de $\frac{1}{D}$ et de $\frac{D-1}{2D+1}$, des réactions d'hydrolyse acide des esters, est linéaire.

Tableau 2

Valeurs minima des constantes diélectrique des solvants eau-acétone et eau-alcool éthyilque jusqu'auxquelles les équations d'Amis et de Laidler-Eyring sont vérifiées dans l'hydrolyse acide du formiate de l'acétate et du butyrate de *n*-butyle.

	$T°C$	eau-acétone		eau-alcool éthylique	
		D_A	D_L	D_A	D_L
F	30	50,5	47,6	44,2	41,1
	40	47,6	44,0	49,2	46,5
	50	44,0	49,0	54,0	57,0
	60	43,0	59,5	57,8	57,0
A	30	59,0	42,6	52,2	50,2
	40	47,0	42,6	50,2	52,2
	50	47,0	47,6	54,0	52,2
	60	59,0	59,5	54,0	52,2
P	30	53,5	53,6	46,5	46,5
	40	50,0	46,0	42,5	52,2
	50	46,0	46,0	50,0	48,5
	60	46,0	46,0	50,0	48,5

On voit que les deux équations, sont valables, dans les deux solvants mixtes, approximativement jusqu'aux mêmes valeurs limites des constantes diélectriques.

On doit remarquer également que les valeurs limites des constantes diélectriques sont pratiquement les mêmes aussi bien pour l'hydrolyse acide que pour l'hydrolyse alcaline de l'acétate et du propionate de *n*-butyle dans l'eau-acétone.

Puisque le facteur électrostatique joue un rôle important dans les milieux à grandes constantes diélectrique, on se rend compte pourquoi les deux équations sont mieux vérifiées dans ce domaine.

Etant donné que les valeurs limites de D_A et D_L jusqu'auxquelles les deux équations se trouvent vérifiées, sont pratiquement égales pour chaque ester dans le même solvant, et puisque, d'autre part, les deux équations sont si différentes quand au type de réaction auquel elles s'appliquent on suppose qu'il n'y a pas une distinction nette entre les mécanismes des deux réactions.

Nous avons vu plus haut que la pente de la droite $\log k = f\left(\frac{1}{D}\right)$ a une valeur négative, dans l'hydrolyse acide des esters, alors qu'elle devrait être positive d'après l'équation d'Amis. Il faut croire que la variation de la constante de vitesse avec la constante diélectrique n'est pas influencée seulement par la charge de l'ion H^+.

Cette supposition semble vérifier notre remarque que les valeurs limites de D_A et D_L pour l'hydrolyse de l'acétate et du butyrate de *n*-butyle dans l'eau-acétone sont pratiquement égales dans le milieu acide et alcalin.

Cependant nous avons constaté que dans l'hydrolyse alcaline de tous les esters etudiés par nous le domaine des constantes diélectriques jusqu' auxquelles les deux équations sont vérifiées, est plus étendu dans le solvant eau-dioxanne que dans l'eau-acétone.

Ceci pourrait être attribué à des effets de solvatation plus faibles dans le solvant eau-dioxanne que dons l'eau-acétone.

Dans l'hydrolyse acide, pour le même domaine de constantes diélectriques on peut admettre qu'il n'y a pas une différence sensible entre les solvants eau-acétone et eau-alcool éthylique.

Chaire de chimie physique
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej''
Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Ingold C. K.* et *Ingold E. H.* — J. Chem. Soc. 758 (1932).
2. *Hine I.* — Physical organic Chemistry, ed. II McGraw Hill Book Company (1962) cap. XII
3. *Amis E. S.* — J. Chem. Educ. 29, 337 (1952).
4. *Amis E. S.* — J. Chem. Educ. 30, 351 (1953).
5. *Laidler K. J.* et *Eyring H.* — Am. N.Y. Acad. Sci. 39, 303 (1940).
6. *Costeanu G., Cornelia Mateescu, Ortansa Landauer,* — Revue Roumaine de Chimie, Tom 12, 1, 27 (1970).
7. *Costeanu G., Cornelia Mateescu,* — Revue Roumaine de Chimie, 16, 1803 (1971).
8. *Costeanu G., Cornelia Mateescu,* — Revue Roumaine de Chimie, 17, 95 (1972).
9. *Costeanu G., Ortansa Landauer, Cornelia Mateescu,* — Revue Roumaine de Chimie, Tom. 13, 2, 155 (1968).
10. *Costeanu G., Ortansa Landauer,* — Revue Roumaine de Chimie, 1972.
11. *Costeanu G., Ortansa Landauer,* — Revue Roumaine de Chimie, 1972.
12. *Nair P. M., Amis E. S.* — Anal. Chim. Acta, 9, 1, 11, 1953.
13. *Tomilla E., Hella A.* — Ann. Acad. Scient. Fenicae, A II/53, 1, 1954.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 5

c.z.:621•833

OBȚINEREA UNUI ÎNGRĂȘĂMÎNT CU SULF ÎN SUSPENSIE*

I. GH. CONSTANTINESCU, IRINA CONSTANTINESCU

Prin cercetările întreprinse în ultimii ani s-a constatat că sulful este un element principal și alături de azot, fosfor, potasiu, calciu magneziu influențează în mod hotărîtor procesele de nutriție a plantelor [2].

S-a stabilit empiric că raportul între necesarul de sulf și principalele elemente nutritive este de: sulf : fosfor — 1 : 1, 3 sulf : azot — 1 : 10; sulf : potasiu — 1 :8 [1].

Sulful servește la formarea unor amino-acizi pe baza cărora sînt sintetizate proteinele. Deasemeni sulful contribuie la existența unor sisteme de enzime necesare organismului plantei [13].

Pînă nu demult, sulfului ca element nutritiv nu i s-a acordat importanța cuvenită, pentru că multe îngrășăminte aministrate plantelor conțineau sulf în cantități suficiente (tabelul nr. 1).

Tabel nr. 1

Îngrășămîntul	Conținutul în sulf (%)	Conținutul total în substanțe nutritive pentru plante — %
Sulfat de amoniu	23,7	45
Sulfat-azotat de amoniu	5	35
Sulfat-fosfat de amoniu	15,4	51
Superfosfat	12—14	30—34
Sulfat de potasiu-magneziu	22,7	34
Sulfat de potasiu	17—18	69

În ultimii ani însă, datorită unui complex de factori, ca: dezvoltarea intensivă a agriculturii care a impus folosirea unor noi tipuri de îngrășăminte concentrate, al căror conținut în sulf este foarte scăzut, poluarea mereu crescîndă a atmosferei, care a pus problema purificării gazelor reziduale precum și a utilizării unor combustibili cu conținut mai redus în sulf, s-a ajuns la situația creării unui deficit apreciabil de sulf în sol [10].

Problema restabilirii unui echilibru în ceeace privește conținutul în sulf al solului, trebuie să țină seama pe de o parte de necesarul în sulf al culturilor, iar pe de altă parte de conținutul în sulf al solului pe care se face cultura.

* Manuscris predat la redacție la data de 7 ianuarie 1971

Din tabelul 2 se poate vedea necesarul de sulf al unor tipuri de plante, corelat cu necesarul în celelalte elemente nutritive [6].

Tabelul nr. 2

Planta	Sulf kg/ha	Azot kgúha	Fosfor kg/ha	Potasiu kg/ha
Porumb	8—10	160	26	100
Bumbac	12—15	105	20	55
Grîu	9—12	70	13	41
Lucernă	10—24	225	21	187
Trifoi	15—20	160	18	133
Ierburi dif.	8—10	120	18	100
Varză	19—38	97	11	81
Morcov	25—35	90	18	150
Ceapă	18—20	90	18	66

Pentru acoperirea necesarului de sulf al plantelor, în cazul în care solul este deficitar, încorporarea sulfului în sol se realizează prin administrarea acestuia în formă solidă, în soluţii sau în suspensii.

În prezenta lucrare ne-am preocupat numai de posibilitatea obţinerii unui îngrăşământ care să conţină sulf în suspensie. Sintetizarea unui asemenea îngrăşământ în suspensie, a avut la bază considerentul că aceste tipuri de îngrăşăminte permit o distribuţie uniformă a elementelor nutritive în sol, permit asigurarea unor concentraţii mari în principalele elemente nutritive şi asigurarea unui raport optim între acestea [13].

Procedeele actuale de obţinere a îngrăşămintelor în suspensie cu sulf s-au axat fie pe reacţia dintre acidul fosforic şi o soluţie de sulf în amoniac [1] [5] [7], fie pe introducerea sulfului elementar, fin măcinat, în îngrăşăminte lichide [8] [9]. În prima variantă s-au obţinut rezultate bune numai cînd s-a lucrat cu acid superfosforic care nu permite cristalizarea fosfatului de amoniu [12]. În cea de a doua variantă numai introducerea sulfului, fin măcinat (0,5—2 microni) a permis obţinerea îngrăşământului cu calităţi corespunzătoare [11].

Determinări experimentale

În lucrările experimentale s-a urmărit obţinerea îngrăşământului în suspensie pe bază de acid azotic şi fosfat brut, utilizînd ca material de suspendare argilele coloidale [3].

Materiile prime folosite în experimentări au fost: fosforită de Vietnam cu 34% P_2O, acid azotic, amoniac soluţie de 25%, bentonită de Valea Chioarului (SiO_2—75%; Al_2O_3—14%; Fe_2O_3—1,6%; CaO 1,1%; MgO 2,4%), clorură de potasiu cu 62% K_2O, sulf coloidal, amorf şi cristalin.

Procesul de obţinerea îngrăşământului complex a cuprins patru faze: atacarea rocii fosfatice, amonizarea, stabilizarea suspensiei şi introducerea sulfului.

În cadrul primei faze, de atacare a rocii fosfatice, s-a urmărit influenţa concentraţiei acidului, a temperaturii, a raportului dintre acid şi rocă.

Timpul de contact între roca fosfatică şi acidul azotic a fost de 2 ore în conformitate cu indicaţiile din literatură.

S-a stabilit că condițiile optime sînt asigurate cînd se lucrează cu o concentrație a acidului de 60%, la un raport acid rocă de 8 :1 și la o temperatură de 55—60°C (fig. 1).

În cadrul fazei de amonizare s-au urmărit influența pH-ului și a raportului dintre amoniac și acidul azotic. Pentru obținerea unui pH de 7—7,5, impus de faptul că în majoritatea lor solurile românești sînt slab acide, raportul optim între amoniac și acidul azotic a fost stabilit la 1,2 :1.

Experimentările au arătat că în eventualitatea desfășurării procesului la un pH mai mare de 8, apar fenomene nedorite de formarea fosfatului tricalcic insolubil. De asemenea pentru preîntîmpinarea formării unor macrocristale se poate proceda la preamonizarea suspensiei, urmînd ca amonizarea finală să se facă după adăugarea materialului de suspendare.

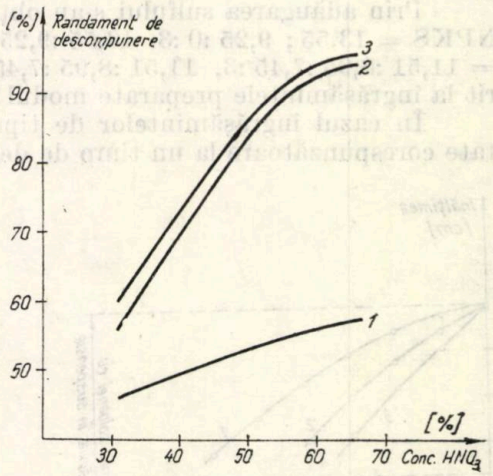


Fig. 1

În cadrul fazei de stabilizare a suspensiei s-a urmărit influența stării de agregare a agentului de suspendare precum și a raportului în care acesta trebuie să se afle cu îngrășămîntul.

S-au făcut încercări folosind bentonite în stare uscată și tratată cu apă. Aceasta gelificînd ușor, mărește vîscozitatea sistemului și în acest mod întîrzie depunerea suspensiei. Adăugarea bentonitei în stare uscată conduce la formarea rapidă a unor macrocristale care îngroașă suspensia și în loc să-i asigure suspensivitatea, accelerează depunerea acesteia. Bentonita tratată în prealabil cu apă pentru umflare, a dat rezultate mulțumitoare. S-a obținut o suspensie convenabilă de bentonită la un raport de 1 :12 bentonită-apă.

Încercările pentru stabilirea raportului optim între faza solidă și lichidă, care să asigure îngrășămîntului o suspensivitate corespunzătoare, au indicat valoarea de 1 :3 solid : lichid. Un raport de 1 :2 formează o pastă cu proprietăți reduse de curgere și fluiditate în timp ce un raport de 1 :4 diluează prea mult îngrășămîntul, scăzîndu-i compoziția procentuală în substanță activă.

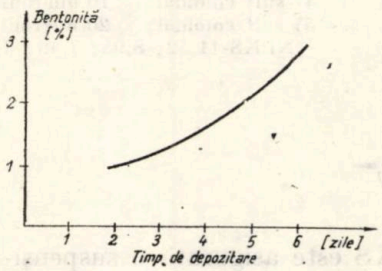


Fig. 2

Încercările pentru stabilirea cantității optime de agent de suspendare care trebuie adăugat îngrășămîntului pentru stabilizare, au arătat că un adaus de 3% (fig. 2), permit îngrășămîntului să rămînă în suspensie peste 6 zile, timp suficient pentru transport și distribuire pe sol.

Introducerea sulfului în îngrășămînt a ținut cont de faptul că trebuie realizat un raport între sulf și celelalte

elemente nutritive cît mai apropiat de cel optim. Îngrășămîntul în suspensie obținut, în care se introduce sulful, are compoziția 13,55 : 9,25 : 0, sau dacă se adaugă și o sare de potasiu în timpul fazei de amonizare 11,51 :8,95 ; 7,45.

Prin adăugarea sulfului s-au obținut îngrășăminte cu sulf de tipul : NPKS = 13,55 ; 9,25 :0 :3, 13,55 :9,25 :0 :4, 13,55 :9,25 :0 :5 sau NPKS = 11,51 :8,95 :7,45 :3, 11,51 :8,95 :7,45 :4, 11,51 :8,95 :7,45 :5. S-a urmărit la îngrășămintele preparate modul și timpul în care are loc depunerea.

În cazul îngrășămintelor de tipul NPS este asigurată o suspensivi tate corespunzătoare la un timp de depunere pînă la 6 zile (fig. 3).

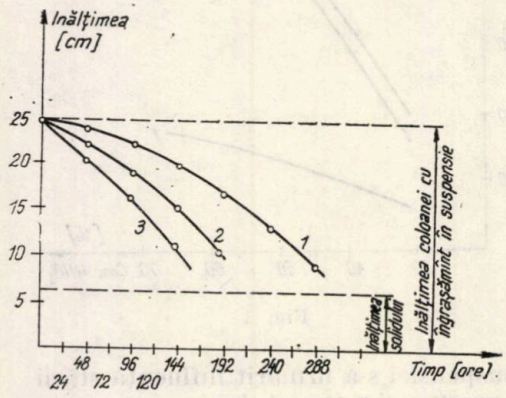


Fig. 3. 1) NPKS—13,55; 9,25; 0; 3
2) NPKS—13,55; 9,25; 0; 4
3) NPKS—13,55; 9,25; 0; 5

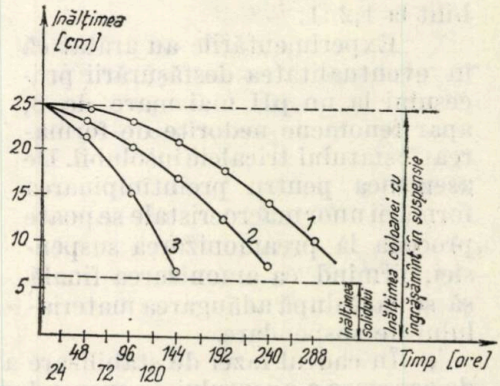
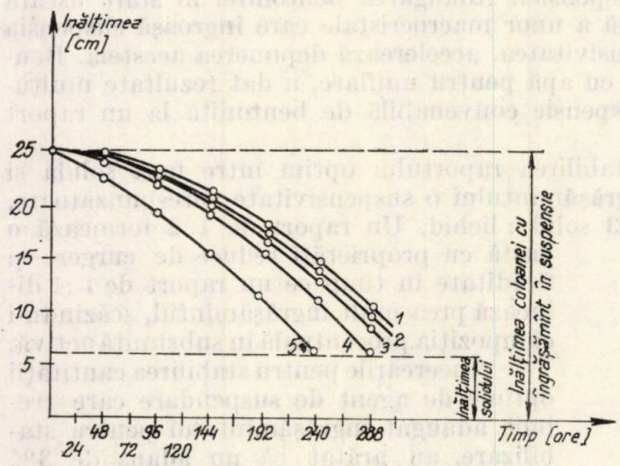


Fig. 4. 1) NPKS—11,51; 8,95; 7,45;
2) NPKS—11,51; 8,95; 7,45; 4
3) NPKS—11,51; 8,95; 7,45; 5



← Fig. 5
1) sulf coloidal: ⌀ 3 microni
2) sulf amorf. ⌀ 3 microni
3) sulf cristalin; ⌀ 3 microni
4) sulf coloidal; ⌀ 10 microni
5) sulf coloidal; ⌀ 20 microni
NPKS-11,52; 8,95; 7,45; 3

În cazul îngrășămintelor de tipul NPKS este asigurată o suspensivitate corespunzătoare la un timp de depunere pînă la 4—5 zile (fig. 4). În cazul în care depozitarea trebuiește asigurată pentru un timp mai îndelungat, rezervoarele de îngrășăminte trebuie prevăzute cu mijloace

de agitare. Cel mai bun grad de suspensivitate în ambele cazuri se realizează pentru raportul în care sulful este 3.

În experimentări s-a urmărit de asemenea cum influențează granulometria sulfului și diferitele sorturi asupra procesului de depunere. S-a stabilit că o granulație de 2—3 microni (fig. 5) asigură menținea suspensiei un timp suficient, în timp ce natura sulfului (sulf coloidal, amorf sau cristalin) nu influențează sensibil procesul.

Utilizarea unui asemenea îngrășământ în cultura plantelor, în afara avantajelor pe care le prezintă utilizarea îngrășămintelor în suspensie va permite administrarea sulfului corelată direct cu celelalte elemente nutritive principale.

Catedra de tehnologie anorganică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Adams W. L.* — Pat. US, 3.006.755; 16 iulie 1957.
2. *Bixby D. W., Rucker D. L.* — Adding Plant Nutrient Sulphur to Fluid Fertilizers Tehnicol Bulletin, nr. 11, 1964.
3. *Constantinescu Gh. I.* — Revista de Fizică și Chimie, Seria A, vol VI, nr. 6, 1969.
4. *Euseminger I., Iordan V.* — Advances in Agronomy, vol 10, nr. 5, 1958.
5. *Groce W. R.* — Pat. U.S. 6414487. 13 Dec. 1963.
6. *Hagnett P. T.* — Farm. Chemicals, 130, nr. 9, sept. 1967.
7. *Homer A.* — Pat. U.S. 3234004, 8 Febr. 1966.
8. *Kuapsock A. G.* — Pat. G. Brit. 1.051.935; 21 decembrie 1966.
9. *Kohn K. G.* — Pat. U.S. 3130039, 21 Apr. 1964.
10. *Nabieu M. N.* — Uzbechist. Kim. Zh., 7, nr. I, 1963.
11. *Sawyer E. W* — Minerals Chemicals Corp. of Am, nr. 1, 1960.
12. *Thomson L. H.* — Pat U.S. 3.155.489, 3 Noe., 1964.
13. *Wilbanks S. A.* — Agricultura Chemicals, 22, nr. 9, 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 5

MECANISME

C.Z.: 621—23

STUDIUL MECANISMELOR CU CAME POLIDINE DE TIPUL 4—5—6—7 APROXIMATE PRIN DOUĂ GRADE DE LIBERTATE PE BAZA DE COEFICIENȚI DE SIMILITUDINE*

CONSTANTIN NIȚĂ

1. Introducere

1. — Studiul aprofundat al mecanismelor cu came pentru viteze mari capătă astăzi o importanță din ce în ce mai mare, mai ales prin faptul că ele sînt folosite în majoritatea cazurilor la motoare cu ardere internă, unde problemele de precizie a distribuției ocupă o pondere deosebită în procesul termic.

De asemenea problemele de vibrații datorită elasticității sistemului camă-tachet-pîrghie, supapă cum și forțelor de inerție care apar în timpul mișcării acestui sistem au format și formează preocupări deosebite, studii și cercetări în această direcție au fost întreprinse atît în țară cît și în străinătate.

Studiind comportarea mecanismelor cu came la viteze ridicate, W. M. Dudley [26, 27] ajunge la concluzia că deformația elastică a lanțului cinematic contribuie la funcționarea defectuoasă a mașinilor.

Mercer S. și Holowenko A. R. [28], au folosit procedeul de măsurare a amplitudinii pe un număr de curbe de bază pe modele cu un grad de libertate. Johnson C. R. [8] și Rothbart H. A. [14, 15], au arătat că în anumite cazuri sînt necesare două sau mai multe grade de libertate pentru a analiza în mod precis un mecanism cu came.

Ulterior N. S. Eiss jr. [2] a extins analiza vibrațiilor la modele cu două grade de libertate și a prezentat concluzii sub forma unor ecuații ale deplasărilor și accelerațiilor indicînd o metodă pentru alegerea parametrilor modelului astfel ca să se obțină o amplitudine minimă a vibrației.

Pornind de la stadiul actual al rezultatelor obținute de diverși autori, în prezenta lucrare se stabilește o metodă de studiu a camelor polidine pe baza a cinci coeficienți adimensionali de similitudine astfel încît obligatoriu capătul superior de lucru al tachetului să execute legea de mișcare polinomială stabilită.

---

* Manuscris predat la redacție la data de 20 iulie 1971

2. Ecuația mișcării cu un grad de libertate a elementelor conduse în funcție de proprietățile lor elastice.

2.1. — *Stabilirea ecuației diferențiale*

Se consideră teoretic axul și cama perfect rigide, iar elementele conduse (tachet, pîrghie, supape, etc.) ca fiind elastice.

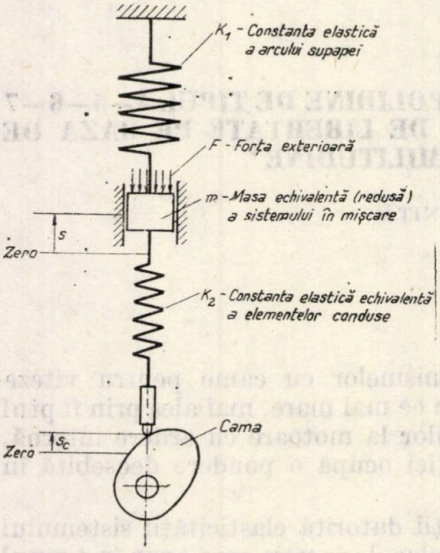


Fig. 1

În acest caz schema sistemului echivalent dinamic este reprezentată în fig. 1.

După cum se vede din fig. 1 modelul mecanic al oricărui mecanism cu came aproximat dinamic cu un grad de libertate, se poate caracteriza prin următorii parametri:

K_1[Kgfcm^{-1}] constanta elastică a arcului, care are rolul de a ține în permanență tachetul în contact cu cama;

K_2[Kgfcm^{-1}] constanta elastică a maselor conduse;

m[Kgfs^{2}cm^{-1}] masa redusă la capătul tachetului.

Această schemă se folosește pentru studiul mișcării masei reduse — m — sub acțiunea forțelor exterioare F.

Considerînd pozitiv sensul forțelor atunci cînd coincid cu direcția de deplasare a masei reduse și notînd cu s_c deplasarea capătului inferior al tachetului și cu s deplasarea capătului superior, ecuația diferențială a mișcării elementelor conduse se exprimă sub forma:

$$-F + K_2 (s_c - s) = m \frac{d_s^2}{d\sigma^2} \tag{1}$$

în care:

$$\text{a)}\quad m = \sum_1^n m_i \left(\frac{V_i}{V}\right)^2 + \sum_1^n I_i \left(\frac{\omega_i}{V}\right)^2 \tag{2}$$

unde V este viteza capătului superior al tachetului, iar m_i, I_i V_i și ω_i reprezintă masa, momentul de inerție în raport cu axa care trece prin centrul maselor, viteza centrului de greutate al maselor și viteza unghiulară a acestora.

$$\text{b)}\quad F = F_e + F_{arc} + F_f \tag{3}$$

unde:

F_e este rezultanta forțelor exterioare potrivit cu destinația mecanismului. Ea este de regulă o funcție de deplasare, viteză sau timp. Întrucît în

timpul funcționării mecanismului în regim normal de lucru, variația forței F_e este foarte mică, s-a considerat prin ipoteză constantă:
F_{arc} — forța dezvoltată de arc și se poate exprima astfel:

$$F_{arc} = F_{si} + K_1 s \tag{4}$$

în care:

F_{si} — forța de strîngere inițială a arcului;
K_1 — constanta elastică a arcului supapei;
s — deplasarea corespunzătoare (fig. 1);
F_f — forța de frecare care se consideră constantă pentru frecarea uscată sau funcție de viteză pentru frecarea lichidă.

Unii cercetători au considerat forța de frecare constantă [10]; [15].
Cu aceste precizări expresia 3 devine:

$$F = F_e + F_{si} + K_1 s + F_f = (F_e + F_f) + F_{si} + K_1 s$$

sau

$$F = Q + F_{si} + K_1 s \tag{5}$$

în care $Q = F_e + F_f$
(în cazul vitezelor mari F_f fiind foarte mică se neglijează).

Ecuația generală de mișcare (1) a sistemului considerat devine astfel:

$$-K_1 s - Q - F_{si} - K_2 (s - s_c) = m \frac{d^2 s}{dt^2} \tag{6}$$

2.2. — *Ecuația de mișcare cu un grad de libertate pe baza coeficienților adimensionali*

Se notează:

$$s = y \cdot h;$$

$$s_c = y_c h;$$

în care h reprezintă cursa tachetului.

Acestea introduse în ecuația diferențială (6) în care împărțind cu $h \cdot K_2$, se obține ecuația diferențială a legii de mișcare a camei reale exprimată sub formă adimensională:

$$y_c = \frac{Q + F_{si}}{hK_2} + \frac{K_1 + K_2}{K_2} y + \frac{m}{K_2} \frac{d^2 y}{dt^2} \tag{7}$$

Exprimînd ecuația în funcție de unghiul de rotație și viteza unghiulară ω a camei și înlocuind $dt = \frac{d\varphi}{\omega}$ rezultă:

$$y_c = \frac{Q + F_{si}}{hK_2} + \frac{K_1 + K_2}{K_2} y + \frac{m\omega^2}{K_2} \frac{d^2 y}{d\varphi^2} \tag{8}$$

Analizînd această ecuație se observă că mișcarea capătului de lucru al tachetului depinde, în afară de mișcarea impusă de camă, de următorii coeficienți adimensionali :

$$A_0 = \frac{Q + F_{ri}}{hK_2} \tag{9}$$

$$A_1 = \frac{m\omega^2}{K_2} \tag{10}$$

$$A_3 = \frac{K_1}{K_2} \tag{11}$$

Cu aceste notații ecuația (8) devine :

$$y_c = A_0 + A_1 \frac{d^2y}{d\varphi^2} + (A_3 + 1)\, y \tag{12}$$

Ecuația generală a camei polidine cuprinde trei coeficienți adimensionali exprimați în funcție de elementele constructive ale camei, de cursa h de ridicare a tachetului și de viteza unghiulară ω a arborelui cu came.

3. Ecuațiile diferențiale de mișcare ale sistemului aproximat prin două grade de libertate, pe bază de coeficienți de similitudine

Folosirea ecuației (6) este valabilă numai în cazul în care se consideră axul împreună cu cama perfect rigide, caz care însă nu concordă cu fenomenul real.

În realitate, axul cu came și toate elementele care alcătuiesc suportul camei se comportă ca niște elemente elastice. Situația impune deci să fie luate în considerație și deformațiile elastice ale camei și ale elementelor suportului camei, mai ales la sistemele cu elasticitate apreciabilă.

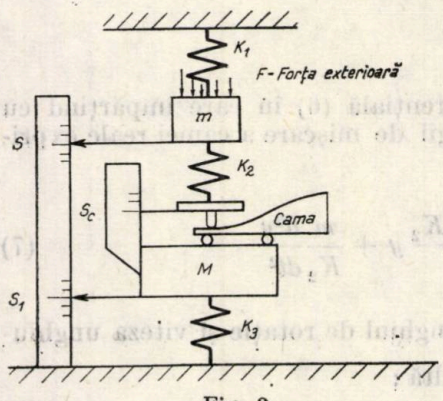


Fig. 2

În momentul în care apar deplasări elastice la arborele cu came este necesar să se introducă în ecuația diferențială a mișcării și efectul masei reduse M a camei și arborelui său sistemul devenind astfel cu două grade de libertate.

Schema model a întregului sistem elastic echivalent dinamic este arătată în fig. 2 în care s-au păstrat notațiile din fig. 1 și s-au notat în plus cu :

M [Kgfs^{2}cm^{-1}] masa redusă a camei și arborelui cu came ;

K_3 [Kgfcm^{-1}] constanta elastică a camei și arborelui său ;

s_1 [cm] deplasarea masei reduse M.

Pe baza schemei din fig. 2, ecuaţiile diferenţiale ale mişcării sînt:

$$-K_1 s - K_2 [s - (s_1 + s_c)] - Q - F_{si} = \frac{m d^2 s}{dt^2} \tag{13}$$

$$-K_3 s_1 - K_2 [(s_1 + s_c) - s] = \frac{M d^2 s_1}{dt^2} \tag{14}$$

Introducînd variabilele adimensionale:

$$s = yh;$$

$$s_c = y_c h;$$

$$s_1 = y_1 h;$$

şi împărţind ambele ecuaţii cu hK_2, punînd $dt = \frac{d\varphi}{\omega}$ ecuaţiile diferenţiale ale mişcării devin:

$$\frac{m\omega^2}{K_2} \frac{d^2 y}{d\varphi^2} + \left(\frac{K_1}{K_2} + 1\right) y - y_c - y_1 + \frac{Q + F_{si}}{hK_2} = 0 \tag{15}$$

$$\frac{M\omega^2}{K_2} \frac{d^2 y_1}{d\varphi^2} + \left(\frac{K_3}{K_2} + 1\right) y_1 + y_c - y = 0 \tag{16}$$

În cele două ecuaţii diferenţiale (15) şi (16) ale mişcării apar cinci coeficienţi adimensionali şi anume:

$$\left.\begin{aligned} A_0 &= \frac{Q + F_{si}}{hK_2} \\ A_1 &= \frac{m\omega^2}{K_2} \\ A_2 &= \frac{M\omega^2}{K_2} \\ A_3 &= \frac{K_1}{K_2} \\ A_4 &= \frac{K_3}{K_2} \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Interpretarea fizică a acestor coeficienți adimensionali este următoarea :

A_0 reprezintă raportul dintre suma forțelor exterioare $Q + F_{si}$ care acționează asupra mecanismului și produsul cursei h a capătului superior al tachetului cu constanta elastică echivalentă K_2 a maselor conduse m.

Se poate considera A_0 și ca un factor care reprezintă un raport între valoarea cu care cama va deforma tachetul înainte ca aceasta să înceapă să se deplaseze și cursa h.

A_1 reprezintă un coeficient adimensional dinamic, care ține seama de valoarea masei reduse m a elementelor conduse, considerată concentrată la capătul superior al tachetului, de viteza unghiulară ω a axului camei, precum și de constanta elastică a elementelor deplasate de camă K_2.

A_2 reprezintă de asemenea un coeficient adimensional dinamic care ține seama de valoarea masei reduse — M — a camei și suportului său, de viteza unghiulară ω a axului cu came, precum și de aceeași constantă elastică K_2.

A_3 reprezintă raportul echivalent între constanta elastică a arcului K_1, și constanta elastică echivalentă a maselor deplasate de camă K_2. Acesta este un raport echivalent deoarece fiecare piesă în mișcare acționează ca un resort cu rigiditate diferită. Atît K_1 cît și K_2 sînt funcții liniare.

A_4 reprezintă raportul dintre constantele elastice K_3 și K_2 ale celor două sisteme și anume, dintre elasticitatea sistemului camei și a suportului său și cea a elementelor deplasate de camă.

Cu valorile acestor coeficienți, ecuațiile diferențiale de mișcare sînt :

$$A_1 \frac{d^2y}{d\varphi^2} + (A_3 + 1)\, y - y_c - y_1 + A_0 = 0 \tag{18}$$

$$A_2 \frac{d^2y}{d\varphi^2} + (A_4 + 1)\, y_1 + y_c - y = 0 \tag{19}$$

Din analiza ecuațiilor (18) și (19) rezultă că proiectarea unui mecanism cu came polidine cu două grade de libertate depinde de 5 (cinci) coeficienți adimensionali care iau în considerație realitatea fizică a sistemului. Acești coeficienți acționează simultan asupra întregului mecanism și importanța fiecăruia apare din rezultatele obținute pe baza calculelor numerice.

Pentru rezolvarea sistemului este necesar a se cunoaște ecuația de deplasare y_c a camei în funcție de deplasarea y impusă capătului superior al tachetului. Pentru aceasta din ecuațiile (18) și (19) se va elimina necunoscuta y_1.

Astfel din (18) se obține :

$$y_1 = A_1 \frac{d^2y}{d\varphi^2} + (A_3 + 1)\, y - y_c + A_0 \tag{20}$$

care derivată dă :

$$\frac{d^2y_1}{d\varphi^2} = A_1 \frac{d^4y}{d\varphi^4} + (A_3 + 1) \frac{d^2y}{d\varphi^2} - \frac{d^2y_c}{d\varphi^2} \tag{21}$$

Introducînd expresiile (20) și (21) în ecuația diferențială (19) rezultă :

$$A_2\left[A_1\frac{d^4y}{d\varphi^4}+(A_3+1)\frac{d^2y}{d\varphi^2}-\frac{d^2y_c}{d\varphi^2}\right]+(A_4+1)\left[A_1\frac{d^2y}{d\varphi^2}+\right.$$

$$\left.+(A_3+1)\,y-y_c+A_0\right]+y_c-y=0 \tag{22}$$

Din (22) se obține în final ecuația diferențială a mișcării camei polidine aproximată prin două grade de libertate :

$$\frac{d^2y_c}{d\varphi^2}+\frac{A_4}{A_2}y_c=A_1\frac{d^4y}{d\varphi^4}+\left[(A_3+1)+\frac{A_1}{A_2}(A_4+1)\right]\frac{d^2y}{d\varphi^2}+$$

$$+\frac{A_3A_4+A_3+A_4}{A_2}y+\frac{A_0}{A_2}(A_4+1) \tag{23}$$

Notînd :

$$A_5=(A_3+1)+\frac{A_1}{A_2}(A_4+1) \tag{24}$$

$$A_6=\frac{A_3A_4+A_3+A_4}{A_2} \tag{25}$$

ecuația diferențială a mișcării sistemului aproximat prin două grade de libertate poate fi scrisă astfel :

$$\frac{d^2y_c}{d\varphi^2}+\frac{A_4}{A_2}y_c=A_1\frac{d^4y}{d\varphi^4}+A_5\frac{d^2y}{d\varphi^2}+A_6y+\frac{A_0}{A_2}(A_4+1) \tag{26}$$

4. Ecuația diferențială a camelor polidine de tipul 4 — 5 — 6 — 7 aproximate dinamic prin două grade de libertate pe baza de coeficienți de similitudine

Ecuația camei polinomiale de tipul 4—5—6—7 este următoarea [13 pag. 233] :

$$y=35\,x^4-84\,x^5+70\,x^6-20\,x^7 \tag{27}$$

Înlocuind variabila adimensională $x=\frac{\varphi}{\varphi_{max}}$ ecuația (27) devine :

$$y=35\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^4-84\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^5+70\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^6-20\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^7 \tag{28}$$

Curba teoretică este reprezentată în figura 3 [13].

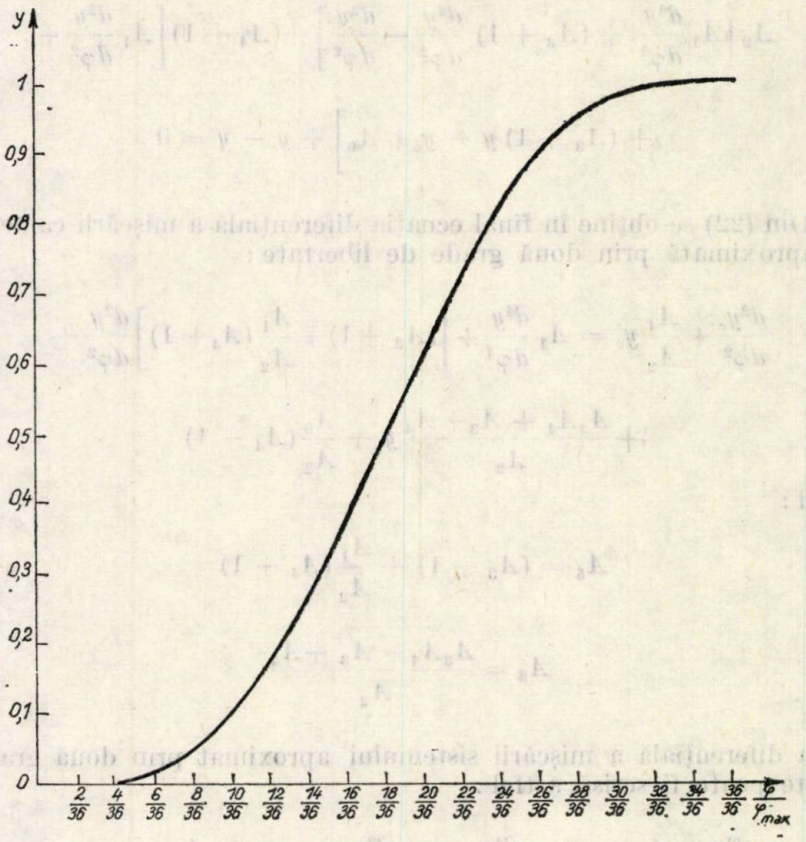


Fig. 3

Diferențiind ecuația (28) pentru a afla $\frac{d^2y}{d\varphi^2}$ și $\frac{d^4y}{d\varphi^4}$ rezultă:

$$\frac{d^2y}{d\varphi^2} = 420\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^2 - 1680\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^3 + 2100\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^4 - 840\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^5 \quad (29)$$

$$\frac{d^4y}{d\varphi^4} = 840 - 10080\frac{\varphi}{\varphi_{max}} + 25200\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^2 - 16800\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^3 \quad (30)$$

Introducînd ecuațiile (28, (29) și (30) în ecuația diferențială (26) a sistemului aproximat prin două grade de libertate, se scrie:

$$\frac{d^2y_c}{d\varphi^2} + \frac{A_4}{A_2}y_c = A_1\left[840 - 10080\frac{\varphi}{\varphi_{max}} + 25200\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^2 -\right.$$

$$-16800\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^3\Big] + A_5\Big[420\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^2 - 1680\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^3 + 2100\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^4 -$$

$$- 840\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^5\Big] + A_6\Big[35\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^4 - 84\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^5 + 70\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^6 -$$

$$- 20\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^7\Big] + \frac{A_0}{A_2}(A_4 + 1) \tag{31}$$

Se notează:

$$C_0 = 840\,A_1 + \frac{A_0}{A_2}(A_4 + 1)$$

$$C_1 = -\,10080\,A_1$$

$$C_2 = 25200\,A_1 + 420\,A_5$$
$$C_3 = -\,16800\,A_1 - 1680\,A_5 \tag{32}$$
$$C_4 = 2100\,A_5 + 35\,A_6$$
$$C_5 = -\,840\,A_5 - 84\,A_6$$
$$C_6 = 70\,A_6$$
$$C_7 = -\,20\,A_6$$

Introducînd acești coeficienți în (31), ecuația generală diferențială a camei de tip 4—5—6—7 devine astfel:

$$\frac{d^2y_c}{d\varphi^2} + \frac{A_4}{A_2}y_c = C_0 + C_1\frac{\varphi}{\varphi_{max}} + C_2\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^2 + C_3\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^3 +$$

$$+ C_4\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^4 + C_5\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^5 + C_6\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^6 + C_7\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^7 \tag{33}$$

Soluția ecuației (33) este de forma:

$$y_c = A\sin\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\sqrt{\frac{A_4}{A_2}} + B\cos\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\sqrt{\frac{A_4}{A_2}} + D_0 + D_1\frac{\varphi}{\varphi_{max}} +$$

$$+ D_2\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^2 + D_3\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^3 + D_4\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^4 + D_5\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^5 +$$

$$+ D_6\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^6 + D_7\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^7 \tag{34}$$

Polinomul avînd coeficienții în D_i reprezintă soluția particulară a ecuației diferențiale de ordinul doi cu membru drept.

Din identificarea coeficienților rezultă :

$$
\begin{aligned}
D_7 &= \frac{C_7}{A_7} \\
D_6 &= \frac{C_6}{A_7} \\
D_5 &= \frac{C_5}{A_7} - \frac{42\,C_7}{(A_7)^2} \\
D_4 &= \frac{C_4}{A_7} - \frac{30\,C_6}{A_7} \\
D_3 &= \frac{C_3}{A_7} - \frac{20}{A_7}\left[\frac{C_5}{A_7} - \frac{42\,C_7}{A_7^2}\right] \\
D_2 &= \frac{C_2}{A_7} - \frac{12}{A_7}\left[\frac{C_4}{A_7} - \frac{30\,C_6}{A_7^2}\right] \\
D_1 &= \frac{C_1}{A_7} - \frac{6}{A_7}\left[\frac{C_3}{A_7} - \frac{20}{A_7}\left(\frac{C_5}{A_7} - \frac{42\,C_7}{A_7^2}\right)\right] \\
D_0 &= \frac{C_0}{A_7} - \frac{2}{A_7}\left[\frac{C_2}{A_7} - \frac{12}{A_7}\left(\frac{C_4}{A_7} - \frac{30\,C_6}{A_7^2}\right)\right]
\end{aligned}
\tag{35}
$$

în care s-a notat $A_7 = \dfrac{A_4}{A_2}$.

Pentru a determina constantele de integrare A și B, în ecuația diferențială (34) se pun condițiile la limită :

$$\text{pentru } \frac{\varphi}{\varphi_{max}} = 0 \Rightarrow y_c = 0$$

$$\text{pentru } \frac{\varphi}{\varphi_{max}} = 1 \Rightarrow y_c = 1$$

Din aceste condiții rezultă :

$$B = -D_0$$

şi

$$A = \frac{D_0(\cos\sqrt{A_7} - 1) - D_1 - D_2 - D_3 - D_4 - D_5 - D_6 - D_7 + 1}{\sin\sqrt{A_7}}$$

Cu aceste constante ecuaţia de deplasare a camei este complet determinată :

$$y_c = [D_0(\cos\sqrt{A_7} - 1) - D_1 - D_2 - D_3 - D_4 - D_5 - D_6 - D_7 + 1] \times$$

$$\times \frac{\sin\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\sqrt{A_7}}{\sin\sqrt{A_7}} - D_0\cos\sqrt{A_7}\,\frac{\varphi}{\varphi_{max}} + D_0 + D_1\frac{\varphi}{\varphi_{max}} + D_2\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^2 +$$

$$+ D_3\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^3 + D_4\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^4 + D_5\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^5 + D_6\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^6 + D_7\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^7 \quad (36)$$

Aceasta este ecuaţia diferenţială a camei polidine de tip 4—5—6—7 aproximată dinamic prin două grade de libertate.

Din (36) prin derivare se obţine expresia y_c'' şi anume :

$$y_c'' = -[D_0(\cos\sqrt{A_7} - 1) - D_1 - D_2 - D_3 - D_4 - D_5 - D_6 - D_7 + 1] \times$$

$$\times A_7 \frac{\sin\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\sqrt{A_7}}{\sin\sqrt{A_7}} + A_7 D_0\cos\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\sqrt{A_7} + 2D_2 + 6\,D_3\frac{\varphi}{\varphi_{max}} +$$

$$+ 12\,D_4\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^2 + 20\,D_5\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^3 + 30\,D_6\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^4 + 42\,D_7\left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^5 \quad (37)$$

5. Influenţa coeficienţilor A_i $(i = 0 \ldots 7)$ asupra profilului real al camei 4—5—6—7 şi efectul acestora asupra lui y_c''

Pentru acest studiu s-a recurs la ajutorul calculatorului electronic, întrucît direct din ecuaţiile (36) şi (37) este dificil de obţinut.

În figura 4 sînt reprezentate curba y a camei teoretice împreună cu patru curbe y_c calculate cu două grade de libertate, conform ecuaţiei 36.

Valorile coeficienţilor adimensionali cu care au fost calculate cele patru came sînt arătate în tabelul 1

Valorile ordonatelor y_c ale profilului real al camei astfel încît capătul superior al tachetului să execute riguros legea de mişcare teoretică impusă, sînt calculate pentru 36 poziţii cu ajutorul maşinii electronice de calcul şi sînt prezentate în tabelul 2. Se constată că pe măsură ce creşte valoarea coeficientului A_0, de la poz. 6, cresc şi ordonatele y_c ale camei reale.

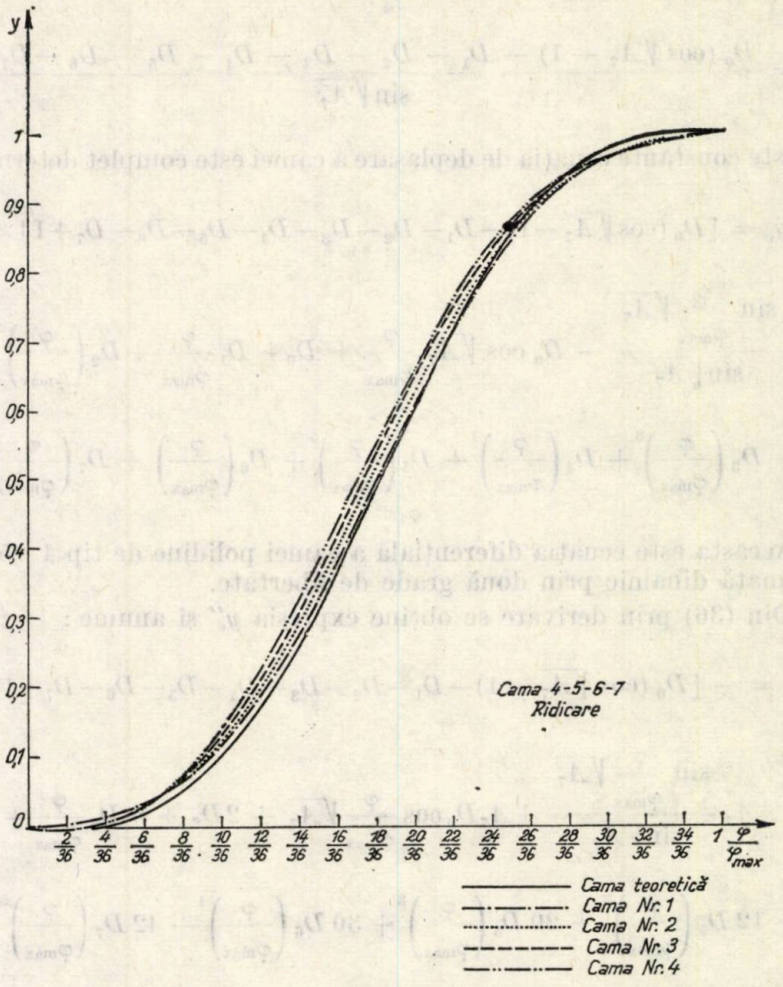


Fig. 4

Tabelul 1

Cama nr	Valoarea coeficienților				
	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4
1	0,001	0,0005	0,01	0,0005	0,6
2	0,004	0,0005	0,01	0,0005	0,6
3	0,007	0,0005	0,01	0,0005	0,6
4	0,01	0,0005	0,01	0,0005	0,6

6. Concluzii

Pe baza valorilor stabilite pentru fiecare coeficient adimensional se poate calcula cu ușurință profilul real al camei, ecuația stabilită permițînd modelarea matematică a sistemului de calcul.

Se poate analiza un număr mai mare de came calculate, stabilindu-se astfel influenţa valorii fiecărui coeficient asupra profilului real al camei, respectiv asupra acceleraţiei acestora.

Pe această bază se pot stabili limite de valori ale coeficienţilor, respectiv relaţii între coeficienţi care să permită proiectarea sigură a oricărui tip de camă polidină.

Din acest punct de vedere metoda are un caracter larg de generalitate, întrucît ea se bazează strict pe valoarea a cinci coeficienţi adimensionali care iau în consideraţie toate elementele constructive ale mecanismului.

Metoda ia în consideraţie deformaţia reală a elementelor conduse cît şi a arborelui cu came şi determină în aceste condiţii profilul real al camei astfel încît capătul superior al tachetului să realizeze legea de mişcare impusă.

Neglijarea deformaţiei reale a arborelui cu came, aşa cum s-a făcut la sistemul aproximat dinamic printr-un grad de libertate, conduce la grave greşeli de proiectare mai ales în cazul camelor care lucrează la turaţii ridicate.

Tabelul 2

Valorile ordonatelor y şi y_c

Nr. crt.	Camateoretică y	Cama 1 y_c	Cama 2 y_c	Cama 3 y_c	Cama 4 y_c
1	0,000019	0,00259	0,00124	−0,00011	−0,00145
2	0,00029	0,00568	0,00341	0,00114	0,00112
3	0,00137	0,00966	0,00694	0,00423	0,00153
4	0,00403	0,01515	0,01249	0,00983	0,00718
5	0,00916	0,02292	0,02080	0,01867	0,01657
6	0,01763	0,03374	0,03262	0,03151	0,03041
7	0,030256	0,04835	0,04866	0,04818	0,04931
8	0,047726	0,06737	0,06946	0,07156	0,07368
9	0,07055	0,09127	0,09542	0,09958	0,10374
10	0,09906	0,12034	0,12672	0,13311	0,13951
11	0,13335	0,15465	0,16334	0,12204	0,18074
12	0,17329	0,19409	0,20505	0,21602	0,22699
13	0,21955	0,23831	0,25141	0,26452	0,22763
14	0,26859	0,28680	0,30180	0,31681	0,33182
15	0,32269	0,33888	0,35545	0,37204	0,38862
16	0,37996	0,39369	0,41146	0,42923	0,44700
17	0,43942	0,45034	0,46885	0,48735	0,50585
18	0,5000	0,50782	0,52657	0,54532	0,56406
19	0,56057	0,56509	0,58359	0,60210	0,62059
20	0,62003	0,62113	0,63890	0,65667	0,67443
21	0,67731	0,67497	0,69155	0,70814	0,72472
22	0,73140	0,72572	0,74073	0,75574	0,77074
23	0,87144	0,77262	0,78573	0,79884	0,81193
24	0,82670	0,81506	0,82603	0,83700	0,84796
25	0,86664	0,85259	0,86129	0,86998	0,87867
26	0,90093	0,88498	0,89137	0,89776	0,90414
27	0,92944	0,91219	0,91634	0,92050	0,92465
28	0,95227	0,93438	0,93648	0,93858	0,94068
29	0,96974	0,95191	0,95223	0,95255	0,95287
30	0,98236	0,96533	0,96422	0,96311	0,96201
31	0,99083	0,97531	0,97319	0,97107	0,96896
32	0,99596	0,98263	0,97997	0,97731	0,97466
33	0,99862	0,98808	0,98537	0,98266	0,97995
34	0,99970	0,99243	0,99017	0,98790	0,98564
35	0,99998	0,99629	0,99494	0,99359	0,99225
36	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

BIBLIOGRAFIE

1. *Cristian Pelecudi* — Bazele analizei mecanismelor Editura Academiei Republicii Socialiste România. București 1967.
2. *Eiss, N. S. Jr.* — Vibrația camelor cu două grade de mobilitate (Vibration of Cams Having two Degrees of Freedom). In : ASME Paper nr. 63 W.A. 16, nov. 1964.
3. *Freudenstein F.* — Dinamica profilelor camelor de mare viteză (On the Dynamics of High Speed Cam Profiles) In : Iut. J. Mech. Sciences, Pergamon Press Ltd. 1960, vol. 1, p. 342.
4. *Griffin R. F.* — Proiectarea camelor cu ajutorul calculatoarelor (Designing Cams with Aid of Computers) In : Mach. Des. vol. 35, dec. 1953, p. 209.
5. *Hrones, J. A.* — Analiza forțelor dinamice din cadrul unui sistem acționat de came Analysis of Dynamic Forces in a Cam Driven System). In : Trans. ASME vol. 70, 1948, p. 473.
6. *Hrones, J. A.* — Forțele dinamice ale mecanismelor cu came (Dynamic Forces in Cam Mechanisms). In : Mach. Des., vol. 20, nr. 1, ian. 1948, p. 135.
7. *Jennings, J.* — Profilele camelor de mare viteză (High Speed Cam Profiles). In : Mach., Londra, vol. 52, 28 iulie 1938, p. 521.
8. *Johnson R. C.* — Mecanismele flexibile cu came (Flexible Cam Mechanisms). In : Mach. Des., vol. 27, nr. 11, nov. 1955, p. 195.
9. *Kobrinski, A. E.* — Socilitările dinamice al mecanismele cu came cu tachet elastic (Dinamiceskie bagru zki v kylacikovîk nehanizmah s uprugum tokatelem). Lucrările seminarului de teoria mașinilor și mecanismelor al Institutului de istoria mainilor. Edit. Acad. de Științe a URSS, ed. a 24-a vol. 6, 1959.
10. *Leviţki, N. I.* — Metode de calcul al mecanismelor cu came (Metodi rasciota kulacikvîk mehanizmok) Mașghiz, 1954.
11. *Manolescu, I. N.* — Teoria mecanismelor și a mașinilor. Ed. Inst. de Căi Ferate, Buc. 1955.
12. *Manolescu, I. N.* și *Maroș, D.* — Teoria mecanismelor și a mașinilor cinetostatica și dinamica. Ed. Tehnic., Buc., 1958.
13. *Manolescu N. I.* — Probleme de Teoria mecanismelor și a mașinilor Vol. II Editura didactică și pedagogică. București 1968.
14. *Rotbart, H. A.* — Mecanismele cu came (Kulacikoviie mehaniznii). Trad. din lb. engleză sub îngrijirea lui N. I. Kelcina, Sudpromghiz, 1960.
15. *Rothbart, H.A.* — Caemele — proiectarea, dinamica și exactitatea lor (Cams, Design, Dynamics and Accuracy). New York, 1956.
16. *Radu C. Bogdan Dan Larionescu* — Analiza armonică complexă și mecano-electrică a mecanismelor plane. Editura Academiei Republicii Socialiste România. București 1968
17. *Stoddart, D. A.* — Proiectarea camelor polidinamice. (Polydyme Cam Design). In : Mach. Des., vol. 25 nr. 1—2—3, 1953.
18. *Tutunaru D.* — Contribuții la analiza și sinteza mecanismelor plane. Teza de doctorat Inst. Pol. Buc. 1971.
19. *Tutunaru, D.* — Perfecționarea mecanismului cu came de ridicare a fonturei la mașinile de tricotat. In : revista „Textile" nr. 1/1951, Buc.
20. *Tutunaru D.* și *Damian, T.* — Construirea profilurilor camelor cosinusoidale și sinusoidale printr-o curbă generatoare. In : Metalurgie și construcții de mașini nr. 10/1958Buc.
21. *Tutunaru D.* — Teoria mecanismelor și mașinilor. Mecanisme cu came. Editura tehnică. București 1959.
22. *Tutunaru D. Lazaride Gh. Demian Tr.* — Teoria mecanismelor și organe de mașini. Vol. I — Teoria mecanismelor .Editura de stat didactică și pedagogică. București 1962.
23. *Traian Demian* — Mecanisme și elemente constructive de mecanică fină. Editura didactică și pedagogică. București 1965.
24. *Traian Demian Vasile Stoica, Dumitru Tudor, Iosif Cuniță* — Mecanisme și elemente constructive de macanică fină Probleme Editura didactică și Pedagogică Buc. 1969.
25. *Boiangiu D., Nicolau E., Niță C.* — Instrumente, dispozitive și mașini matematice.Editura tehnică București 1963.
26. *Dudley, W.M.* New Methods in Valve Came Design Trans. SRE vol 2 ian 1948 p. 19
27. *Dudley, W.M.* A New Approach to Cam Design Mach Design July 1947 p 143.
28. *Mercer, S., Holovenko, A. R.* — Dinamic Characteristics Cam Forms Calculated by the Digital Computer tr. of ASME Paper nr. 57—A—42 New York 1957.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 5

C. Z.: 621.43

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

DETERMINAREA CARACTERISTICII OPTIME A VITEZEI DE INJECȚIE

TRAIAN DUDAȘ

Stabilirea acordului optim între motor și sistemul de injecție a combustibilului, în vederea obținerii unor performanțe superioare, reprezintă o preocupare principală pentru constructorul și cercetătorul motorului cu ardere internă.

Acest acord implică realizarea unei anumite caracteristici a vitezei de injecție care, asociată elementelor constructive ale sistemului de injecție (numărul, orientarea și caracteristicile jeturilor de combustibil etc.) să asigure cele mai favorabile condiții de desfășurare a arderii. Îndeplinirea acestui acord este legată de o multitudine de factori de natură constructivă și funcțională, cu dependențe complexe. Rezolvarea problemei se obține în cea mai mare măsură prin experimentări, a căror amploare influențează sensibil prețul de cost și durata punerii la punct a prototipului.

Stabilirea prin calcul a unei caracteristici a vitezei de injecție care concordă cu o lege optimă de variație a presiunii, ar crea posibilitatea restrîngerii considerabile a volumului experiențelor, prin precizarea datelor ce constituie elementele inițiale de proiectare a sistemului de injecție. Alegerea acestor date inițiale pe bază statistică îndepărtează în mod evident soluția rezultată prin calculul de proiectare față de soluția optimă.

Precizarea teoretică a legăturii dintre caracteristica de injecție și legea optimă de variație a presiunii poate fi făcută luînd în considerare procesele fizico-chimice ale arderii, care se aplică combustibilului introdus succesiv în cilindru. Evoluția acestor procese este caracterizată global prin caracteristica degajării căldurii de reacție care poate fi dedusă în mod univoc pentru o lege dată de variație a presiunii [7].

Problema care se pune deci principial este aceea a definirii unei caracteristici de injecție care concordă cu caracteristica degajării căldurii, corespunzătoare legii optime de variație a presiunii.

1. Cu privire la posibilitatea precizării caracteristicii vitezei de injecție concordante cu caracteristica vitezei degajării căldurii

Legătura existentă dintre viteza degajării căldurii în timpul arderii și viteza de injecție este controlată de mecanismele arderii. Precizarea mecanismelor arderii constituie astfel momentul inițial al analizei posibilității de a deduce caracteristica vitezei de injecție care concordă cu caracteristica vitezei dată de degajare a căldurii.

Pentru perioada arderii violente, la motorul cu injecție directă, sînt specifice mecanismele arderii amestecurilor inflamabile formate în general anterior, în cursul întîrzierii la aprindere. Formarea amestecului în această perioadă este condiționată de procesele vaporizării combustibilului și amestecării vaporilor cu aerul. Cîmpurile de concentrații care rezultă din amestecarea difuzivă a combustibilului cu aerul stabilesc diferențe între cantitatea totală de combustibil vaporizat și cantitatea de combustibil care constituie amestecuri inflamabile. Turbulența intensă a fluidului motor, la motoarele rapide cu aprindere prin comprimare accelerează însă considerabil amestecarea, reducînd în general gradienții de concentrație și atenuînd uneori mult diferența semnalată. Întrucît perioada arderii violente are o durată finită, această diferență este atenuată în plus prin constituirea și apoi arderea unor amestecuri inflamabile care cuprind fracțiuni suplimentare din combustibilul vaporizat în cursul întîrzierii la aprindere.

În concluzie, se poate admite că în perioada arderii violente participă tot combustibilul acumulat sub formă de vapori pînă la finele întîrzierii la aprindere.

Dacă se pornește de la o anumită caracteristică a vitezei degajării căldurii, care definește cantitatea de combustibil q_v ars în perioada arderii violente, se va putea deduce caracteristica corespunzătoare a vitezei de injecție impunîndu-se *condiția acumulării cantității* de combustibil vaporizat q_v în timpul întîrzierii la aprindere (fig. 1). Studiul vitezei de injecție în perioada întîrzierii la aprindere trebuie asociat în consecință studiului vaporizării concomitente a combustibilului.

În perioada care urmează, arde combustibilul prezent la sfîrșitul arderii violente, precum și combustibilul care continuă eventual să fie

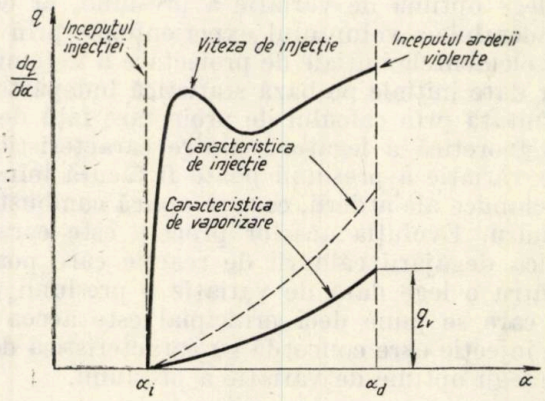


Fig. 1

injectat. Arderea decurge prin mecanismul arderii difuzive, caracterizat prin desfășurarea concomitentă a proceselor amestecării combustibilului cu aerul și a reacțiilor chimice. Viteza de amestecare reprezintă, în condiții normale, componenta principală a vitezei de ardere.

Dintre procesele care asigură formarea amestecului, procesele de amestecare propriu-zisă a vaporilor de combustibil cu aerul capătă, în camera de ardere a motorului diesel, importanța preponderentă. Într-

adevăr, la presiunea și temperatura ridicată a fluidului motor în timpul arderii difuzive în motor, vaporizarea are loc cu viteze înalte, corespunzătoare apropierii de punctul critic al combustibilului (pentru motorină circa 20 Kgf/cm^2 și 720°K). Viteza de amestecare în cursul arderii difuzive din motor va fi determinată practic numai de intensitatea proceselor de difuzie moleculară și turbulentă, care crează cîmpurile de concentrație la periferia norilor de combustibil, formați prin vaporizarea jeturilor.

În fața dificultății de a caracteriza analitic toate procesele care participă la arderea difuzivă din motor, au fost dezvoltate metode de calcul al vitezei degajării căldurii bazate pe simplificări însemnate. Cele mai numeroase metode cunoscute în prezent exprimă viteza degajării căldurii numai în funcție de viteza formării amestecului, neglijînd influența cineticii chimice [4], [8], [1], [14]. O metodă recentă care face notă aparte față de metodele menționate este structurată pe ecuația cunoscută pentru reacțiile bi-moleculare ; pentru exprimarea influenței procesului de amestecare care se suprapune arderii propriu-zise, se introduce un factor care exprimă coeficientul local instantaneu de exces de aer în zona unde au loc reacțiile chimice, variabil în timp [13]. Ambele categorii de metode de calcul menționate exprimă legătura directă dintre viteza degajării căldurii și cantitatea momentană de combustibil injectat, corespunzător vitezei de injecție. Calculul caracteristicii de injecție care concordă cu o viteză dată de degajare a căldurii în perioada arderii difuzive trebuie dezvoltat pas cu pas, începînd cu cantitatea de combustibil acumulat pînă la finele arderii violente.

La motoarele rapide cu aprindere prin comprimare, care fac obiectul acestei lucrări apare însă o particularitate. Întrucît întîrzierea la aprindere are o durată relativ mare, cantitatea de combustibil injectat pînă în momentul aprinderii și în continuare, pînă la finele perioadei arderii rapide, reprezintă de regulă cea mai mare parte din doza de combustibil pe ciclu. Restul de combustibil injectat după începutul arderii difuzive, constituie numai o mică fracțiune, chiar la sarcina plină ; la sarcinile reduse, injecția se termină în general înainte de începutul arderii prin mecanismul difuziv.

În consecință, mecanismul arderii difuzive se aplică în principal cantității de combustibil acumulat în camera de ardere. Forma caracteristicii de injecție pe ultima sa parte, care se suprapune perioadei arderii difuzive, joacă în aceste condiții un rol secundar.

Pentru motoarele rapide cu aprindere prin comprimare, caracteristica de injecție va fi dedusă din condiția discutată a asigurării cantității q_v de vapori de combustibil pînă la sfîrșitul perioadei întîrzierii la aprindere. Ultima parte a caracteristicii de injecție va rezulta pentru o alură nemodificată de variație a vitezei de injecție, din condiția ca pînă la finele procesului de injecție să se introducă doza pe ciclu.

2. Calculul vitezei de injecție a combustibilului la motorul rapid cu aprindere prin comprimare.

Studiul vaporizării combustibilului în camera de ardere a motorului diesel, de care depinde posibilitatea precizării caracteristicii de injecție, are un caracter complex, datorită următoarele împrejurări : a) jetul de

combustibil care se vaporizează cuprinde un ansamblu de particule cu o distribuție dimensională statistică, care se modifică în timp ; b) transferul de căldură la picăturile în curs de vaporizare decurge prin conducție, difuzie moleculară și convecție forțată, procese tipic nestaționare ; c) picăturile de combustibil au o viteză relativă variabilă, rezultată din deplasarea unor corpuri de masă variabilă în curenți de aer cu viteză nestaționară ; d) combustibilul are o structură neomogenă, fiind format din hidrocarburi cu volatilități diferite ; e) parametrii de stare ai aerului sînt variabili.

Metodele de calcul al vaporizării iau în considerare în general picătura izolată, pentru care se admite ipoteza principală a condițiilor izoterme de vaporizare : stratul exterior al picăturii se încălzește instantaneu pînă la temperatura de echilibru, la care căldura transmisă de aerul înconjurător egalează căldura necesară încălzirii lichidului, căldura de vaporizare și căldura necesară încălzirii vaporilor pînă la temperatura ambiantă.

Cunoscuta metodă de calcul a lui Vîrubov [16] se întemeiază pe ipoteza suplimentară a frînării complete a picăturii în perioada vaporizării, ceea ce implică desconsiderarea transferului de căldură prin convecție (cifra $Nu = 2$).

Se obține astfel pentru calculul temperaturii momentane de echilibru a picăturii T_p ecuația

$$\lambda(T - T_p) = k_p \Delta i A e^{-\frac{B}{T_p}}, \tag{1}$$

unde λ este coeficientul de conductivitate a mediului în kcal/mhgrd, k_p — coeficientul de difuzie, redus la gradientul presiunilor parțiale m/h, T, T_p — temperatura aerului și respectiv a picăturii, °K, A, B, — constante ce caracterizează combustibilul, Δi — creșterea conținutului de căldură a picăturii $\Delta i = i_1 + i_2 - i_3$, în care i_1 — conținutul de căldură al vaporilor saturați, i_2 — căldura de supraîncălzire a vaporilor, iar i_3 — conținutul de căldură al combustibilului lichid la temperatura de injecție T_{po} ; Δ_i poate fi exprimat sub forma

$$\Delta i = a_c + b_c T + C_c T_p \tag{2}$$

Coeficientul de conductivitate a fluidului motor variază liniar cu temperatura într-un sistem de coordonate logaritmice, ceea ce demonstrează posibilitatea exprimării sub forma

$$\lambda = B_\lambda T^{b_\lambda} \tag{3}$$

în care $B_\lambda = 7{,}81 \cdot 10^{-5}$ și $b_\lambda = 0{,}962$ în intervalul de temperaturi 700 ... 1500°K, pentru λ în kcal/m.h.grd.

Coeficientul de difuzie k_p poate fi exprimat la rîndul său sub forma

$$k_p = k_{p0} \frac{T_p}{273p}, \tag{4}$$

unde k_{p0} este coeficientul de difuzie, redus la gradientul presiunii parțiale a vaporilor de combustibil, la 0°C și 1 Kgf/cm², iar p este presiunea în kgf/cm².

Dacă se explicitează ecuația (1) pe baza relațiilor (2)...(4) se ajunge la forma

$$T^{0,962}(T - T_p)\,p = 46{,}9\,A k_{p0}\,T_p\,(a_c + b_c T + C_c T_p)\,e^{-\frac{B}{T_p}} \tag{5}$$

Datorită vaporizării, picătura de dimensiune inițială x va ajunge după timpul τ la dimensiunea

$$x_\tau = x - K_s \tau, \tag{6}$$

unde K_s este constanta statică de vaporizare care are, după Vîrubov [14], expresia

$$K_s = 0{,}0813 \cdot 10^{-6} k_{p0} \frac{A}{\gamma_c} \cdot \frac{T_p}{p}\, e^{-\frac{B}{T_p}} \tag{7}$$

unde γ_c este greutatea specifică a combustibilului, în Kg/cm³, A în Kg/m², B în °K.

Viteza relativă a picăturii în cursul vaporizării imprimă în realitate transferului de căldură la picătură caracteristicile convecției forțate, care conduce la valori mai ridicate ale constantei de vaporizare.

În lucrarea [15] se propune, după Frössling, considerarea influenței convecției forțate prin amplificarea constantei de vaporizare K_s determinată în condițiile statice, cu factorul

$$1 + 0{,}276\, S_c^{1/3} Re_e^{1/2}$$

unde S_c este cifra Schmidt, $S_c = \nu/D$, R_e — cifra Reynolds, $R_e = w_p x/\nu$ D — coeficientul de difuzie, w_p — viteza relativă momentană a picăturii.

Utilizarea factorului lui Förssling întîmpină dificultatea că necesită exprimarea vitezei relative momentane w_p a picăturii și a coeficientului de difuzie D.

Pentru simplificarea problemei au fost stabiliți factori de convecție ai coeficientului de vaporizare K_s, definiți pe baza unei anumite legi de variație a vitezei relative a picăturii [6]:

$$K_d = K_s \left[1 + \frac{0{,}3x^2}{m\tau} \ln \left(1 + \frac{m R_{e0}^{0,5}}{x^2} \tau \right) \right], \tag{8}$$

unde Re_0 este valoarea inițială a cifrei Reynolds,

$$Re_0 = \frac{w_p x}{\nu},$$

W_p este viteza inițială a picăturii (viteza de eșire din pulverizator), ν — vîscozitatea cinematică a aerului, x — dimensiunea curentă a picăturii, m este definit de relația

$$m = 4{,}7 \frac{\rho}{\rho_c} \nu,$$

unde ρ, ρ_c sînt densitățile aerului și respectiv combustibilului.

Trecînd de la picătura individuală la ansamblul de picături dintr-un jet, se observă că distribuția dimensională rezultată prin pulverizare poate fi caracterizată în mod satisfăcător de legea

$$\Omega = \exp\left(-\frac{x}{x_0}\right)^{\xi} \tag{9}$$

unde Ω este fracțiunea volumetrică de picături cu diametrul mai mare decît x; x_0 — dimensiunea caracteristică pentru care $\Omega = 1/e = 0{,}368$, iar ξ este „distribuția caracteristică" care indică gradul de uniformitate a pulverizării.

Relația (9) precizează numărul de picături de dimensiune care se formează prin injecția unității de volum de combustibil. Urmărind vaporizarea picăturilor cu ajutorul relației (9), se ajunge la expresia ce precizează cantitatea de combustibil vaporizat după un timp τ dintr-un volum unitar de combustibil

$$\Omega_{vap} = 1 - \int_{\sqrt{K\tau}}^{\infty} (-\xi) \frac{x^{\xi-4}}{x_0^{\xi}} (x^2 - K\tau)^{\frac{3}{2}} \exp\left[-\left(\frac{x}{x_0}\right)^{\xi}\right] dx$$

Pe baza ipotezei simplificatoare că în cursul vaporizării dimensiunea caracteristică x_0 și caracteristica distribuției nu se modifică și introducînd schimbările de variabilă

$$x/x_0 = \varsigma \sec\varphi \text{ și } \varsigma = \sqrt{K\tau}/x_0, \tag{10}$$

Vîrubov a obținut pentru fracțiunea vaporizată expresia

$$\Omega_{vap} = 1 - 3\int_0^{\pi/2} \sin^2\varphi \cos\varphi \exp\left[-(\varsigma \sec\varphi)^{\xi}\right] d\varphi, \tag{11}$$

care poate fi dezvoltată cu o precizie satisfăcătoare sub forma seriei [6]:

$$\Omega_{vap} = 1 - \frac{\pi}{12} 2(0{,}01689\, e^{-(1{,}00863\zeta)^{\xi}} + 0{,}13529\, e^{-(1{,}07853\zeta)^{\xi}} +$$

$$+ 0{,}29401\, e^{-(1{,}26047\zeta)^{\xi}} + 0{,}38315\, e^{-(1{,}64270\zeta)^{\xi}} + 0{,}32664\, e^{-(2{,}66950\zeta)^{\xi}} +$$

$$+ 0{,}12830\, e^{-(7{,}86630\zeta)^{\xi}} + 0{,}06471\, e^{-(1{,}103528\zeta)^{\xi}} + 0{,}21651\, e^{-(1{,}15470\zeta)^{\xi}} +$$

$$+ 0{,}35355\, e^{-(1{,}41420\zeta)^{\xi}} + 0{,}37501\, e^{-(2\zeta)^{\xi}} + 0{,}24148\, e^{-(3{,}86370\zeta)^{\xi}} \qquad (12)$$

Expresia (12) determină fracțiunea curentă vaporizată într-un jet constituit din particule a căror vaporizare începe simultan, în funcție de timp (exprimat sub formă implicită de ξ) distribuția dimensională (x_0 și ξ) și constanta medie de vaporizare K.

Ținînd seama că combustibilul este injectat progresiv în camera de ardere, expresia (15) poate fi aplicată unor jeturi elementare; fiecare jet elementar este constituit dintr-un ansamblu de particule, cărora li se poate atribui o origină de timp comună pentru vaporizare. Se observă că aceste jeturi elementare trebuie să cuprindă o cantitate finită de combustibil, suficient de mare pentru ca să fie aplicabilă legea statistică de distribuție dimensională.

Caracteristicile pulverizării depind la rîndul lor tot de viteza de eșire din pulverizator w_p.

Astfel, pe baza experiențelor lui Podgornîi și Meyer, s-a stabilit pentru x_0 expresia [10]

$$x_0 = \frac{\left(5{,}136 - 0{,}22 \cdot 10^{-5}\, \frac{\rho_c d_p}{\alpha'} w_p^2\right)\left(1 - \frac{0{,}64}{\lg_e \rho_c/\rho_a}\right) d_p}{\left(\frac{d_p w_p}{\nu_c}\right)} \qquad (13)$$

unde ν_c este viscozitatea cinematică a combustibilului, α' — coeficientul de tensiune superficială, d_p — diametrul orificiilor din pulverizator, iar pentru ξ relația

$$\xi = 5 - e^{\xi' w_p^2} \qquad (14)$$

unde

$$\xi' = 0{,}07\, \frac{\rho_c}{k_w}$$

iar k_w coeficientul de viteză.

Constanta de vaporizare în condiții dinamice K_d pentru jetul elementar de combustibil se deduce pe baza relației (8) pentru picătura izolată, în care x se înlocuiește prin diametrul picăturilor cu o viteză de vaporizare egală cu a ansamblului jetului.

$$x = \frac{x_0}{\sqrt{2}}$$

Tot în relația (8), se observă că vîscozitatea aerului poate fi exprimată în funcție de parametrii săi de stare. Astfel, pentru intervalul 650...

1500°K, vîscozitatea dinamică a aerului poate fi exprimată cu o eroare sub 1% de relația

$$\eta_a = 0{,}576\,T^{0.63},\ \text{kgf s/m}^2,$$

iar vîscozitatea cinematică, corespunzător

$$\nu_a = 0{,}0479\,\frac{T^{1{,}63}}{p},\ \text{m}^2/\text{s}.$$

Făcînd aceste înlocuiri în relația (8), se obține după transformări simple

$$K_d = K_s\left[1 + 0{,}2770\,\rho_b \frac{1}{T^{0{,}630}\tau}\ln\left(1 + \frac{2{,}08}{\rho_c}\cdot\frac{w_p^{0.5}p^{0.5}}{T^{0{,}185}x_0^{1.5}}\tau\right)\right], \qquad (15)$$

unde K_s este precizat de relația (7).

Ținînd seama de relațiile (5), (7), (12)...(15), reiese că fracțiunea curentă vaporizată Ω poate fi exprimată în cele din urmă ca o funcțiune de parametrii de stare ai aerului (p, T), viteza de eșire din orificiile pulverizatorului w_p, caracteristicile combustibilului (ρ_c, α'. k_{p0}, A și B) caracteristicile constructive ale orificiului (d_o și k_w) și timpul τ.

$$\Omega = F\,(p,\ T,\ w_p,\ \rho_c,\ \alpha',\ k_{p0},\ A,\ B,\ d,\ k_w,\ \tau).$$

În cadrul studiului legii de injecție a combustibilului, se consideră cunoscuți parametrii de stare ai fluidului motor, precum și caracteristicile fizice ale combustibilului. Dacă se dau și caracteristicile constructive ale orificiilor pulverizatorului, se observă că definirea legii de vaporizare rămîne condiționată de precizarea vitezei inițiale de curgere din orificiu w_p.

Viteza de ieșire din orificiile pulverizatorului w_p, împreună cu caracteristicile pulverizatorului (numărul de orificii, diametrul lor și coeficientul de strictiune a venei) precizează pe de altă parte viteza de injecție a combustibilului.

Prin urmare, *între legea de vaporizare a combustibilului și caracteristica vitezei de injecție există o relație univocă: legea de vaporizare poate fi determinată pentru o lege de injecție dată.*

Posibilitatea univocă de a determina legea de vaporizare pe baza caracteristicii vitezei de injecție este accentuată de necesitatea considerării în calcul a decalajului dintre momentele inițiale ale vaporizării fracțiunilor de combustibil, care au fost injectate succesiv în camera de ardere. Pentru a ține seama de aceste decalaje, este necesar să se cunoască caracteristica vitezei de injecție a combustibilului. Împărțind caracteristica vitezei de injecție în intervale egale $\Delta\alpha$, corespunzător condiției exprimate anterior, va rezulta un număr finit de jeturi elementare formate succesiv cu decalaje.

Legea de vaporizare poate fi determinată dacă se cunoaște viteza de injecție, care permite definirea cantității de combustibil q_i din jeturile elementare, ca și fracțiunile corespunzătoare vaporizate Ω_i.

Se ajunge astfel la concluzia că studiul propus poate fi abordat numai în sensul verificării dacă o anumită caracteristică a vitezei de injecție poate satisface condiția fundamentală de a asigura acumularea în perioada întîrzierii la aprindere a cantității de combustibil vaporizat q_v.

Tipurile fundamentale cunoscute de caracteristici ale vitezei de injecție pot fi schematizate, astfel încît să fie caracterizate, în funcție de complexitatea figurii, prin doi sau mai mulți parametrii : $q'(x, y, z \ldots)$.

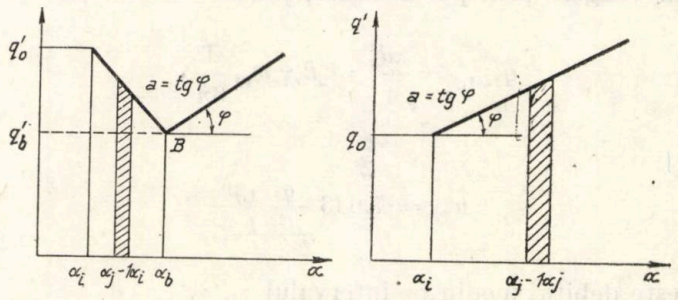
Dacă se exprimă Ω în relația (12) în funcție de debitul de combustibil, se obține deci o relație de tipul

$$q_{vap} = f(x, y, z \ldots \alpha)$$

Condiția fundamentală impusă definește cantitatea de combustibil vaporizată q_v în intervalul $\alpha_i \ldots \alpha_d$ dintre momentul începutului injecției și momentul declanșării arderii violente. Rezultă astfel posibilitatea precizării unuia dintre parametrii care definesc legea de injecție în funcție de ceilalți parametri și de viteza de degajare a căldurii.

3. Studiul caracteristicii vitezei de injecție de tip trapezoidal

În concordanță cu datele experimentale, caracteristica vitezei legii de injecție se schematizează în două variante, denumite în cele ce urmează



a) Fig. 2 b)

caracteristica de tip dublu trapezoidal și caracteristica de tip simplu trapezoidal (fig. 2 a, b).

Caracteristica de tip dublu trapezoidal este definită de patru parametri : debitul inițial q'_0, coordonatele vîrfului intermediar (q'_B, α_b) și panta celui de-al doilea trapez (a). Caracteristica de tip simplu trapezoidal, este definită de numai doi parametrii și se deduce din prima, cu condiția $\alpha_b = \alpha_i$, $q'_b = q'_0$. Asemenea modele schematizează aproximativ toate caracteristicile cunoscute ale vitezei de injecție.

În cele ce urmează se cercetează caracteristica de tip dublu trapezoidal întrucît are un grad mai mare de generalitate și oferă mai multe posibilități de optimizare.

În intervalul α_i, α_b debitul de combustibil q'_j (fig. 2) se exprimă sub forma

$$q'_{j-1} = q'_0 + a_1 (\alpha_{-1} - \alpha_i),$$

iar cantitatea de combustibil injectată într-un interval α_{i-1}, α_j sub forma

$$q_{j-1,j} = q'_{j-1}(\alpha_j - \alpha_{j-1}) + 0{,}5\, a_1 (\alpha_j - \alpha_{j-1})^2$$

sau

$$q_{j-1,j} = [q'_0 + a_1(\alpha_{j-1} - \alpha_0)](\alpha_j - \alpha_{j-1}) + 0{,}5\, a_1 (\alpha_j - \alpha_{j-1})^2, \quad (16)$$

unde q'_{j-1} este debitul în momentul inițial α_{j-1}, iar a_1 precizează panta caracteristicii vitezei de injecție

$$a_1 = \frac{q'_b - q'_0}{\alpha_b - \alpha_i}$$

Se observă că în intervalul $\alpha_j > \alpha_b$, debitul se calculează cu o relație similară

$$q_{j-1,j} = (q'_b + a(\alpha_{j-1} - \alpha_b)](\alpha_j - \alpha_{j-1}) + 0{,}5\, a(\alpha_j - \alpha_{j-1})^2. \quad (16')$$

După cum s-a arătat anterior, calculul vaporizării poate fi aplicat numai unor tranșe de combustibil, formate succesiv în intervale finite de timp α_{j-1}. α_j. Pentru particulele care compun o tranșă j se admite o viteză constantă de curgere prin pulverizator, definită de relația

$$\overline{q}'_{j-1,j} = \frac{\pi d_p^2}{4} \cdot i_p k_v \gamma_c w_{pj} \frac{1}{6n}, \quad (17)$$

respectiv

$$w_{pj} = 7{,}643 \frac{q'_{j-1,j} n}{d_p^2 i_p k_v \gamma_c} \quad (18)$$

unde $\overline{q}'_{j-1,j}$ este debitul mediu pe intervalul α_i, α_b

$$\overline{q}'_{j-1,j} = q'_{j-1} + 0{,}5\, a_1 (\alpha_j - \alpha_{j-1}) \quad (19)$$

respectiv

$$\overline{q}'_{j-1,j} = q'_{j-1} + 0{,}5 a (\alpha_j - \alpha_{j-1}), \quad (19')$$

pentru intervalul $\alpha_j > \alpha_b$, iar k_v este coeficientul de strictiune a venei, n — viteza de rotație.

Pe baza relațiilor (18), (19), (19') se exprimă viteza w_p în expresiile care definesc dimensiunea caracteristică (13) și coeficientul de vaporizare în condiții dinamice (15).

Pentru precizarea duratei curente de vaporizare, a tranșei de combustibil j, se admite că originea de timp coincide cu începutul intervalului în care s-a constituit tranșa respectivă. Astfel, pentru tranșa formată în intervalul α_{j-1}, α_j, durata curentă de vaporizare, exprimată în grade

RAC, va fi $\alpha - \alpha_{j-1}$, și exprimată în secunde

$$\tau = \frac{\alpha - \alpha_{j-1}}{6n} \tag{20}$$

Cantitatea de combustibil vaporizat într-un interval de timp α_{j-1}, α_j va reprezenta suma cantităților vaporizate în cele k jeturi elementare prezente în camera de ardere

$$q_{\text{vap},\Delta\alpha} = \sum_{i=1}^{i=k} \Omega_i \cdot q_i, \tag{21}$$

iar caracteristica de vaporizare va rezulta ca suma cantităților de vapori $q_{\text{vap},\Delta\alpha}$ formate progresiv, din momentul începutului injecției α_i și pînă în momentul curent α.

$$q_{\text{vap}} = \sum_{\alpha=\alpha_i}^{\alpha} q_{\text{vap},\Delta\alpha} = \sum_{\alpha=\alpha_i}^{\alpha} \sum_{i=1}^{i=k} \Omega_i \cdot q_i \tag{22}$$

Condiția finală în punctul α_d va avea forma

$$q_v = \sum_{\alpha=\alpha_i}^{\alpha=\alpha_\alpha} \sum_{i=1}^{i=k} \Omega_i \cdot q_i \tag{13}$$

Întîrzierea la aprindere $\alpha_d - \alpha_i$, care trebuie cunoscută pentru aplicarea relației (23), poate fi determinată cu una dintre relațiile cunoscute (Wolfer, Serbinov, Myers și Uyehara [2]).

Calculul decurge în următoarea succesiune.

1. Se calculează întîrzierea la aprindere cunoscînd momentul începutului arderii violente α_d, se precizează momentul începutului injecției. Intervalul $\alpha_d - \alpha_i$ se împarte într-un număr de intervale egale.

2. Se calculează cantitatea de combustibil injectat pe primul interval cu relația (16) sau (16′) și debitul mediu de combustibil pe primul interval cu relația (19) sau (19′) pentru valoarea aleasă a trei dintre parametrii caracteristici vitezei de injecție și anume : q'_0, q'_o, α_b. Cu relația (18) se determină viteza inițială de ieșire din pulverizator, medie pentru tranșa inițială.

3. Se calculează dimensiunea caracteristică x_0 cu relația (13) și distribuția caracteristică ξ cu relația (14) și (14′).

4. Cu valorile medii ale parametrilor de stare pe interval se calculează temperatura de echilibru a picăturii de combustibil, prin rezolvarea ecuației (5).

5. Se determină constanta de vaporizare statică a combustibilului cu relația (7).

6. Se calculează constanta de vaporizare în condiții dinamice cu relația (15), în care timpul curent se exprimă cu ajutorul relației (20).

7. Se stabileşte factorul ξ pe baza relaţiei (10).

8. Se determină fracţiunea vaporizată, pînă la finele intervalului, cu relaţia (12).

Calculul se reia în intervalul următor de la punctul 4 pentru prima tranşe, care continuă să se vaporizeze şi de la punctul 2 pentru noua tranşe constituită la începutul intervalului. Se determină fracţiunea vaporizată pînă la finele intervalului, în cele două tranşe (punctul 8).

9. Se calculează cantitatea totală de combustibil vaporizat pînă la sfîrşitul intervalului curent, cu relaţia (21).

Calculul se desfăşoară asemănător pentru celelalte intervale, pînă cînd se ajunge în momentul declanşării arderii violente (punctul α_d). În acest moment se rezolvă ecuaţia (23), în funcţie de cel de-al patrulea parametru (panta a) al caracteristicii vitezei de injecţie care se studiază.

Catedra de motoare cu ardere internă
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Apostolescu N.* Contribuţii la modelarea arderii în motorul cu aprindere prin comprimare şi injecţie directă. Teză de doctorat. Bucureşti 1971.
2. *Aramă C. ,şi Grünwald B.* — Motoare cu ardere internă. Procese şi caracteristici. Bucureşti, Ed. Tehnică, 1966.
3. *Anlay Mc. K. J., — Wu Tang, Chen S, Borman G. L., Myers P. S., Uyehara O. A.* — Development and Evaluation of the Simulation of the Compression-ignition Engine. SAE Trans., 1966.
4. *Austen AEW şi Lyn W. T.* — Some Steps Toward Calculating Diesel Engine Behavior. SAE Trans., 1962 (vol. 70).
5. *Bărănescu G.* — Computation of the Real Cycle of four Stroke Engines with Compression Ignition and Direct Injection. Revue d'energ. Acad. RPR Tome III (1958) nr. 2.
6. *Celpan L. K.* — K metodu opredeleniia zakona podaci topliva pri zadannîh znaceniiah davlenii v ţilindre dizolia. In Dvigateli vnutrennego sgorania, vîp. 8, Izd — vo HGU, Harkov, 1969.
7. *Dudaş Tr.* — Contribuţii la optimizarea ciclului termic al motorului cu aprindere prin comprimare. Teză de doctorat, Bucureşti, 1972.
8. *Gee DE şi Karim GA* — Heat Release in a Compression Ignition Engine. The Engineer, 1966, sept.
9. *Mayer Ia M., Groza V. F, Kidina G. N.* — K voprosu o rascete proţessa sgoraniia v dizeliah. In : Novîe traktornîe i kombainovîe dvigateli. Izd-vo HGU, Harkov, 1958·
10. *Mayer Ia M, Podgornîi V. F.* — K voprosu o rascete ispareniia topliva v dizeliah. In : Konstruirovanie i rasciot traktornîh i kombainovîh dvigatelei. Izd. vo i rasciot traktornîh i kombainovîh dvigatelei. Izd-vo HGU, Harkov, 1961.
11. *Mayer Ia. M., Timcenko I. I., Dulifan V. D.* — Metod rasciota krivoi ispareniia topliva v ţilindre dizelia. In : Dvigateli vnut enngo sgoraniia, vîp. 10, Izd-vo HgU, Harkov, 1970.
12. *Podgornîi V. F.* — O raspredelenii kapeli pri raspîlvanii topliva v dizeliah. In : Konstruirovanie i rasciot traktornîh i kombainovîh dvigatelei, Izd.-vo HGU, Harkov, V1961.
13. *Razleiţev N. F.* — Obobşcennoe uravnenie dinamiki proţessa gorenia dlia dvigatelei vnutrenego sgorania : In : Dvigatelei vnutrennego sgorania, vîp. 8 Izd-vo HGU, Harkov 1969.
14. *Shipinski J. Myers P. S., Uyehara O. A.*—A spray droplet model for diesel combustion. Paper 2, Symp on diesel engine combustion. Instn. of Mech. Engrs, London, 1970.
15. *Sitkei G.* — Kraftstoffaufbereitung und Verbrennung. In : Dvigateli vnutrennego sgorania, vîp 25, Moskva, Maşghiz.
16. *Vîrubov D. N.* — O metodike rasciota isparenia topliva. In : Dvigateli vnutrennego sgorania, vîp 25, Moskva, Maşghiz 1954.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 5

TERMOTEHNICĂ

C.Z.: 621·181

CONTRIBUŢII LA DIMENSIONAREA ECONOMICĂ A PREÎNCĂLZITOARELOR DE AER DIN ŢEVI ALE CAZANELOR *

MIRCEA POSTELNICESCU

1. Introducere

Preîncălzitoarele de aer ale cazanelor au o suprafaţă de schimb de căldură mare, care poate ajunge pînă la 150% şi chiar mai mult în raport cu suma suprafeţelor metalice ale tuturor celorlalte schimbătoare de căldură ale unui cazan. Mărimea preîncălzitorului de aer are consecinţe asupra gabaritului cazanului, asupra înzidirii lui ca şi asupra consumului de oţel pentru construcţia scheletului metalic precum şi a preîncălzitorului de aer, deşi ţevile acestuia din urmă nu-s de calitate specială şi au o grosime mică a peretelui.

În cazul în care regimul de temperaturi la preîncălzitorul de aer este fixat, o cale principală pentru micşorarea suprafeţei de schimb de căldură este mărirea vitezelor aerului şi gazelor de ardere. Pe de altă parte, odată cu creşterea vitezei fluidelor pierderile de presiune pe drumul acestora cresc, dar în acelaşi timp scad cu micşorarea suprafeţei de schimb de căldură. Rezultă astfel existenţa unor valori optime ale vitezelor.

În lucrare se stabileşte raportul optim al vitezelor aerului şi gazelor de ardere în preîncălzitoarele de aer cu ţevi ale cazanelor. Acest lucru permite ca uşor, în continuare, să se determine vitezele optime.

2. Principiul metodei de optimizare; condiţiile de calcul

Se consideră că la modificarea vitezelor de curgere ale aerului şi gazelor de ardere prin preîncălzitor variază suprafaţa de schimb de căldură precum şi puterea pentru circulaţia fluidelor; cu alte cuvinte, se face abstracţie de consecinţele asupra gabaritului cazanului, asupra scheletului metalic şi asupra înzidirii lui.

Soluţia optimă din punct de vedere economic va fi aceea pentru care cheltuielile anuale de calcul

$$Z = \varepsilon_n I + C \tag{1}$$

vor fi minime [1], formulă în care:

ε_n este coeficientul normat de eficienţă economică;

* Lucrare comunicată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, 10—11 aprilie 1971.

I — investiţiile în construcţia cazanului, lei;
C — cheltuielile anuale de producţie, lei/an.

Investiţiile, care urmează a fi luate în considerare în cadrul problemei de rezolvat, vor fi

$$I = p_s S + p_c (N_a + N_g), \tag{2}$$

unde: S este suprafaţa de încălzire a preîncălzitorului de aer, m²;
N_a, N_g — puterile în ventilatoare pentru circulaţia aerului de ardere, respectiv gazelor de ardere, prin preîncălzitor, kW;
p_s — investiţia specifică necesară construcţiei preîncălzitorului de aer, lei/m²;
p_c — investiţia specifică în ventilatoare pentru circulaţia aerului de ardere şi gazelor de ardere prin preîncălzitorul de aer al cazanului ,lei/kW.

Cheltuielile anuale de producţie ce urmează a fi luate în considerare pentru rezolvarea problemei sînt

$$C = aI + (N_a + N_g) h p_e, \tag{3}$$

unde: a este cota de amortizare a cheltuielilor de investiţii;
h — durata anuală de utilizare a puterilor N_a şi N_g, h/an;
p_e — preţul energiei electrice consumate, lei/kWh.

Ţinînd seama de formulele (2) şi (3), rezultă că

$$Z = f(S, N),$$

adică Z este o funcţie de S şi $N = N_a + N_g$, variabile care la rîndul lor depind de vitezele w_a şi w_g (m/s) ale aerului şi gazelor de ardere la curgerea prin preîncălzitorul de aer al cazanului.

O condiţie necesară pentru ca funcţia Z să prezinte un punct staţionar este:

$$\frac{\partial Z}{\partial w_a} = \frac{\partial f}{\partial S}\frac{\partial S}{\partial w_a} + \frac{\partial f}{\partial N}\frac{\partial N}{\partial w_a} = 0,$$

$$\frac{\partial Z}{\partial w_g} = \frac{\partial f}{\partial S}\frac{\partial S}{\partial w_g} + \frac{\partial f}{\partial N}\frac{\partial N}{\partial w_g} = 0,$$

din care se deduce relaţia

$$\frac{\partial S}{\partial w_a}\frac{\partial N}{\partial w_g} = \frac{\partial S}{\partial w_g}\frac{\partial N}{\partial w_a}. \tag{4}$$

Aceasta se va folosi în scopul determinării raportului w_a/w_g optim.

Premise de calcul: se consideră că lăţimea canalului de gaze de ardere în care este montat preîncălzitorul de aer este egală cu lăţimea focarului; diametrul ţevilor preîncălzitorului de aer şi pasurile dintre ţevi se presupun

fixate. Ca urmare, variația vitezei gazelor de ardere se va realiza prin modificarea celeilalte dimensiuni a secțiunii orizontale efectuată prin canalul de gaze de ardere în zona preîncălzitorului de aer; în consecință, această dimensiune devine impusă pentru unele schimbătoare de căldură anterioare, lucru justificat de dimensiunile mari ale preîncălzitorului de aer.

3. Formulele de bază ce se vor utiliza

Calculul suprafeței de schimb de căldură a preîncălzitorului de aer se va face cu formula generală

$$S = \frac{Q}{k\Delta t_m}, \tag{5}$$

în care: Q este cantitatea de căldură transmisă aerului de ardere în preîncălzitor, kcal/h;

Δt_m — diferența medie logaritmică de temperaturi dintre fluidul cald și fluidul rece la preîncălzitor, °C;

k — coeficientul total de transfer termic, kcal/m².h.grd. Acesta se va determina cu formula

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{m}\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}\right), \tag{6}$$

în care: m este coeficientul de murdărire și utilizare a suprafeței de schimb de căldură a preîncălzitorului de aer;

α_1 — coeficientul de transfer termic de la gazele de ardere la pereții țevilor și care poate fi considerat ca egal cu coeficientul de convecție termică (avînd în vedere că radiația gazelor de ardere triatomice este neglijabilă la acest schimbător de căldură), kcal/m².h.grd;

α_2 — coeficientul de convecție termică de la pereții țevilor la aerul care se preîncălzește, kcal/m².h.grd.

Coeficienții de convecție termică se vor calcula cu formulele [2]:

$$\alpha_c = 51\lambda^{0,39} c_p^{0,61} f_d f_z f_a \frac{w_0^{0,61}}{d^{0,39}}, \tag{7}$$

$$\alpha_c = 19{,}3\lambda^{0,19} c_p^{0,81} \frac{w_0^{0,75}}{d^{0,25}}, \tag{8}$$

la curgerea transversală printr-un fascicul de țevi, respectiv la curgerea longitudinală. Semnificația notațiilor este următoarea:

λ este conductivitatea termică a gazelor de ardere sau a aerului, la temperatura medie, kcal/m.h.grd;

c_p — căldura specifică medie, la presiune constantă, a gazelor de ardere sau a aerului, kcal/Nm³.grd;

w_0 — viteza gazelor de ardere sau aerului, la 0°C și 760 mmHg, m/s;

d — diametrul ţevilor preîncălzitorului de aer (se consideră diametrul exterior egal cu cel interior, avînd în vedere grosimea mică a pereţilor acestor ţevi), m;

f_a — coeficientul de direcţie, funcţie de unghiul sub care curentul de gaze de ardere sau de aer spală ţevile preîncălzitorului de aer şi care, pentru un unghi de 90° este egal cu 1;

f_z — coeficientul ce ţine seama de numărul de rînduri de ţevi z_2 în sensul curgerii curentului de gaze de ardere sau de aer şi care, pentru $z_2 > 5$ poate fi considerat egal cu 1;

f_a — coeficientul ce ţine seama de aşezarea ţevilor în fascicul. Aceasta se determină cu relaţiile:

$$f_a = 1{,}07 - 0{,}65 \frac{(s_1/d)^{1,5}}{(s_2/d)^4},$$

$$f_a = 0{,}874 + \frac{0{,}286}{(s_2/d)^2} + 0{,}084\,(s_1/d),$$

pentru dispunerea în coloană a ţevilor, respectiv pentru aşezarea lor alternată, formule în care

s_1, s_2 sînt pasurile dintre ţevi perpendicular pe direcţia de curgere, respectiv în sensul curgerii curentului de gaze de ardere sau de aer, m.

Calculul puterii ventilatoarelor pentru circulaţia aerului de ardere şi gazelor de ardere prin preîncălzitorul de aer al cazanului se va face cu formula generală

$$N_{a,g} = \frac{\Delta p D_v T_v}{102 \times 273\, p_v \eta_v}\ [\text{kW}], \tag{9}$$

în care: Δp este pierderea de presiune la curgerea gazelor de ardere sau a aerului de ardere prin preîncălzitorul cazanului, mm H_2O;

D_v — debitul ventilatorului, Nm^3/s;

T_v — temperatura fluidului la ventilator, °K;

p_v — presiunea fluidului la ventilator, atm;

η_v — randamentul ventilatorului.

Pierderile de presiune se vor calcula cu formulele [2]:

$$\Delta p = 0{,}204\, \gamma_0 w_0^2 f z_2 \frac{T}{273\, P}, \tag{10}$$

$$\Delta p = \frac{11{,}7 \times 10^{-4}}{d^{1,269}} w_0^{1,852} \frac{T}{273\, P} L, \tag{11}$$

la curgerea transversală printr-un fascicul de ţevi, respectiv la curgerea longitudinală. Semnificaţia noilor notaţii este următoarea:

γ_0 este greutatea specifică a aerului sau a gazelor de ardere care curg prin preîncălzitorul de aer, kg/Nm^3;

T — temperatura medie absolută a aerului sau a gazelor de ardere la preîncălzitorul de aer, °K;

P — presiunea medie a aerului sau a gazelor de ardere la curgerea prin preîncălzitorul de aer, atm;

L — lungimea țevilor, m;

f — coeficient ce ține sema de așezarea țevilor în fascicul și care are valorile:

$$f = \frac{0{,}08\,(s_2/d)}{(s_1/d)^{1{,}5}}, \quad f = \frac{0{,}10}{\sqrt[3]{(s_1/d)-1}},$$

după cum țevile sînt dispuse în coloană, respectiv alternat.

Observație. La aplicarea formulelor, se va afecta suplimentar la diversele mărimi un indice, a sau g, pentru a evidenția dacă acestea se referă la aerul de ardere, respectiv la gazele de ardere.

4. Stabilirea raportului optim al vitezelor pentru cazul în care aerul curge prin interiorul țevilor preîncălzitorului

Schița preîncălzitorului de aer în situațiile care se analizează este dată în fig. 1 a) și b), în care:

b este dimensiunea canalului de gaze de ardere în care este montat preîncălzitorul de aer, egală cu lățimea focarului, constantă, m;

l — a doua dimensiune a secțiunii orizontale prin canalul de gaze de ardere, variabilă, m.

Soluțiile constructive fig.1a) și b) diferă după latura preîncălzitorului prin care se introduce aerul de ardere.

Calculul suprafeței de schimb de căldură. În baza formulelor (7) și(8) și a condițiilor precizate de calcul, rezultă:

$$\alpha_1 = C_1 w_{0,g}^{0,61}$$

unde

$$C_1 = \frac{51\,\lambda_g^{0,39}\, c_{p,g}^{0,61} f_d f_z f_a}{d^{0,39}} = \text{const},$$

în care $f_d = 1$, iar $f_z \cong 1$;

$$\alpha_2 = C_2\, w_{0,a}^{0,75}$$

unde

$$C_2 = \frac{19{,}3\,\lambda_a^{0,19}\, c_{p,a}^{0,81}}{d^{0,25}} = \text{const}.$$

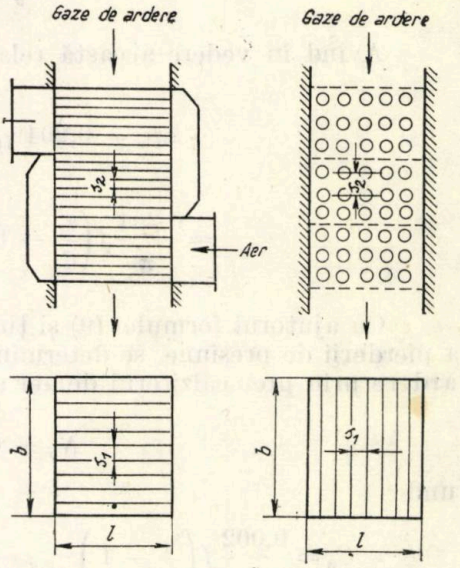


Fig. 1. — Preîncălzitoare de aer cu circulația aerului de ardere prin interiorul țevilor
a) cu introducerea aerului pe latura b
b) cu introducerea aerului pe latura l

Ca urmare, ţinînd seama de formulele (5) şi (6), se deduce

$$S = \frac{Q}{m\Delta t_m}\left(\frac{1}{C_1 w_{0,g}^{0,61}} + \frac{1}{C_2 w_{0,a}^{0,75}}\right). \tag{12}$$

Calculul puterii pentru circulaţia gazelor de ardere. Pentru determinarea, mai întîi, a pierderii de presiune la curgerea gazelor de ardere conform formulei (10), se va calcula z_2. În acest scop, se pleacă de la relaţia

$$z_2 = \frac{S}{\pi d\, l\, b/s_1}. \tag{13}$$

Dacă D_g este debitul mediu de gaze de ardere care străbate preîncălzitorul de aer, Nm³/s, atunci

$$w_{0,g} = \frac{D_g}{lb[1 - (d/s_1)]}.$$

Eliminînd pe l b din formulele anterioare, se deduce

$$z_2 = \frac{S}{\pi D_g}\left(\frac{s_1}{d} - 1\right) w_{0,g}.$$

Avînd în vedere această relaţie, rezultă:

$$\Delta p_g = 0{,}204\, \gamma_{0,g}\, w_{0,g}^2 f z_2 \frac{T_g}{273 P_g} =$$

$$= \frac{0{,}204}{\pi} f\left(\frac{s_1}{d} - 1\right)\frac{\gamma_{0,g}}{D_g}\frac{T_g}{273\, P_g} S w_{0,g}^3.$$

Cu ajutorul formulei (9) şi ţinînd seama de expresia de mai înainte a pierderii de presiune, se determină puterea pentru circulaţia gazelor de ardere prin preîncălzitorul de aer al cazanului

$$N_g = C_3\, S\, w_{0,g}^3, \tag{14}$$

unde

$$C_3 = \frac{0{,}002}{\pi} f\left(\frac{s_1}{d} - 1\right)\gamma_{0,g}\frac{T_g}{273\, P_g}\frac{T_{v,g}}{273 p_{v,g}}\frac{D_{v,g}}{D_g}\frac{1}{\eta_{v,g}} = \text{const.}$$

Calculul puterii pentru circulaţia aerului de ardere. Se va determina mai întîi, cu ajutorul formulei (11), pierderea de presiune la curgerea aerului prin preîncălzitor. Pentru aceasta trebuie precizată lungimea L,

exprimată în cazul de faţă prin relaţiile :

$L = nl$ în condiţiile fig. 1 a/,

$L = nb$ în condiţiile fig. 1 b/,

unde n reprezintă numărul de treceri a curentului de aer de ardere prin preîncălzitor.

Dacă D_a este debitul mediu al curentului de aer prin preîncălzitor, Nm^3/s, atunci

$$w_{0,a} = \frac{D_a}{\frac{\pi d^2}{4}\frac{z_2}{n}\frac{b}{s_1}}, \quad w_{0,a} = \frac{D_a}{\frac{\pi d^2}{4}\frac{z_2}{n}\frac{l}{s_1}},$$

pentru situaţia din fig. 1 a/, respectiv din fig. 1 b/.

Avînd în vedere valoarea lui z_2 dată de formula (13), pentru ambele cazuri se deduce

$$L = \frac{d}{4D_a} S\, w_{0,a}.$$

Rezultă :

$$\Delta p_a = \frac{11{,}7 \times 10^{-4}}{d^{1,269}} w_{0,a}^{1.852} \frac{T_a}{273\ P_a} Lc =$$

$$= 2{,}925 \times 10^{-4} \frac{c}{d^{0,269}} \frac{T}{273\ P_a D_a} S\, w_{0,a}^{2,852},$$

formulă în care c este un coeficient de multiplicare, introdus pentru a ţine seama şi de rezistenţele locale de pe traseul aerului de ardere prin preîncălzitor (cu aproximaţie $c = 1,\ 2$).

În consecinţă

$$N_a = C_4 S w_{0,a}^{2,852}, \tag{15}$$

unde

$$C_4 = \frac{2{,}925 \times 10^{-4}}{102} \frac{c}{d^{0,269}} \frac{T_a}{273\ P_a} \frac{T_{v,a}}{273 p_{v,a}} \frac{D_{v,a}}{D_a} \frac{1}{\eta_{v,a}} = \text{const.}$$

Calculul raportului optim al vitezelor. În baza formulelor (14) şi (15) :

$$N = N_g + N_a = S\,(C_3 w_{0,g}^3 + C_4 w_{0,a}^{2,852}). \tag{16}$$

Condiţia (4), valabilă şi pentru vitezele considerate la 0°C şi 760 mm Hg, conduce la relaţia

$$3\, C_3 w_{0,g}^2 \frac{\partial S}{\partial w_{0,a}} = 2{,}852\, C_4 w_{0,a}^{1,852} \frac{\partial S}{\partial w_{0,g}}.$$

Avînd în vedere formula (12), se ajunge în final la expresia

$$\frac{w_{0,a}^{3,602}}{w_{0,g}^{3,61}} = 1{,}293\,\frac{C_1C_3}{C_2C_4},$$

astfel în cît se poate considera că raportul optim al vitezelor reale este

$$\boxed{\frac{w_a}{w_g} = \frac{T_a}{T_g}\frac{P_g}{P_a}\sqrt[3,6]{1{,}293\,\frac{C_1C_3}{C_2C_4}}}, \tag{17}$$

în care

$$\frac{C_1C_3}{C_2C_4} = 185{,}1\,f_a\,fd^{0,129}\left(\frac{s_1}{d}-1\right)\gamma_{0,g}\,\frac{51\lambda_g^{0,39}\,c_{p,g}^{0,61}}{19{,}3\lambda_a^{0,19}\,c_{p,a}^{0,81}}\times$$

$$\times\,\frac{D_a}{D_{v,a}}\,\frac{D_{v,g}}{D_g}\,\frac{T_g}{T_a}\,\frac{T_{v,g}}{T_{v,a}}\,\frac{P_a}{P_v}\,\frac{p_{v,a}}{p_{v,g}}\,\frac{\eta_{v,a}}{\eta_{v,g}}. \tag{18}$$

Pentru simplificarea calculelor, se ţine seama că:

$$D_a \cong D_{v,a},\quad D_g \cong D_{v,g},\quad \eta_{v,a} \cong \eta_{vg};$$

de asemenea, se poate face înlocuirea [2]

$$19{,}3\lambda_a^{0,19}\,c_{p,a}^{0,81} = 3{,}55 + 0{,}2\left(\frac{t_a}{100}\right) - 0{,}0066\left(\frac{t_a}{100}\right)^2,$$

unde t_a este temperatura medie a aerului în preîncălzitor, °C, precum şi substituţia

$$51\lambda_g^{0,39}\,c_{p,g}^{0,61} = 1{,}46\,T_g^{0,25},$$

rezultînd din prelucrarea formulelor (337) şi (346) din [2].

5. Stabilirea raportului optim al vitezelor pentru cazul în care gazele de ardere curg prin interiorul ţevilor preîncălzitorului

În fig. 2 a/ şi b/ este dată schiţa preîncălzitorului de aer în situaţiile care se analizează, diferenţa dintre acestea rezultînd din poziţia diferită prin care aerul de ardere se introduce în preîncălzitor.

Calculul suprafeţei de schimb de căldură. În baza formulelor (8) şi (7) rezultă:

$$\alpha_1 = C_1'\,w_{0,g}^{0,75} \quad \text{unde} \quad C_1' = \frac{19{,}3\lambda_g^{0,19}\,c_{p,g}^{0,81}}{d^{0,25}} = \text{const};$$

$$\alpha_2 = C_2' w_{0,a}^{0,61} \quad \text{unde} \quad C_2' = \frac{51 \lambda_a^{0,39} c_{p,a}^{0,61} f_d f_z f_a}{d^{0,39}} = \text{const.},$$

în care $f_d = 1$, iar $f_z \cong 1$.

Se deduce

$$S = \frac{Q}{m \Delta t_m} \left(\frac{1}{C_1' w_{0,g}^{0,75}} + \frac{1}{C_2' w_{0,a}^{0,61}} \right). \tag{19}$$

Calculul puterii pentru circulația gazelor de ardere. Se va determina mai întîi, cu ajutorul formulei (11), pierderea de presiune la curgerea gazelor de ardere prin preîncălzitor. În acest scop trebuie calculată lungimea L a țevilor. Aceasta rezultă din relația

$$L = \frac{S}{\pi \, dz},$$

în care z este numărul total de țevi a preîncălzitorului.

Cum

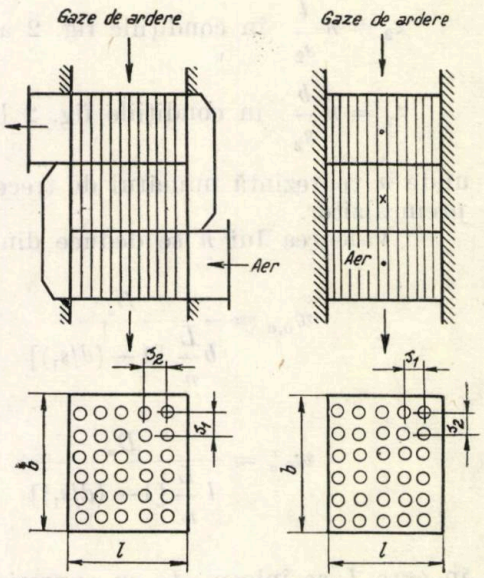


Fig. 2. — Preîncălzitoare de aer cu circulația gazelor de ardere prin interiorul țevilor
a) cu introducerea aerului pe latura b
b) cu introducerea aerului pe latura l

$$w_{0,g} = \frac{D_g}{\frac{\pi d^2}{4} z}, \tag{20}$$

se deduce

$$L = \frac{d}{4 D_g} S w_{0,g}. \tag{21}$$

Rezultă :

$$\Delta p_g = \frac{11{,}7 \times 10^{-4}}{d^{1,269}} w_{0,g}^{1,852} \frac{T_g}{273 \, P_g} L =$$

$$= 2{,}925 \times 10^{-4} \frac{T_g}{273 \, P_g} \frac{S \, w_0^{2852.}}{d^{0,269} D_g}.$$

În consecință

$$N_g = C_3' \, S \, w_{0,g}^{2,852}, \tag{22}$$

unde

$$C_3' = \frac{2{,}925 \times 10^{-4}}{102} \frac{1}{d^{0,269}} \frac{T_g}{273 \, P_g} \frac{T_{v,g}}{273 p_{v,g}} \frac{D_{v,g}}{D_g} \frac{1}{\eta_{v,g}} = \text{const.}$$

Calculul puterii pentru circulația aerului de ardere. Se va determina mai întîi, cu ajutorul formulei (10), pierderea de presiune la curgerea aerului de ardere prin preîncălzitor. Numărul de rînduri de țevi z_2 care intervine în formula respectivă se exprimă, în cazul de față, prin relațiile:

$$z_2 = n\frac{l}{s_2} \quad \text{în condițiile fig. 2 a/,}$$

$$z_2 = n\frac{b}{s_2} \quad \text{în condițiile fig. 2 b/,}$$

unde n reprezintă numărul de treceri a curentului de aer de ardere prin preîncălzitor.

Valoarea lui n se deduce din formulele:

$$w_{0,a} = \frac{D_a}{b\frac{L}{n}\left[1-(d/s_1)\right]} \quad \text{în situația din fig. 2 a/,}$$

$$w_{0,a} = \frac{D_a}{l\frac{L}{n}\left[1-(d/s_1)\right]} \quad \text{în situația din fig. 2 b/,}$$

în care L se înlocuiește cu expresia (21).

Valorile l/s_2 și b/s_2 rezultă din formula (20), care poate fi scrisă și sub forma

$$w_{0,a} = \frac{D_g}{\frac{\pi d^2}{4}\frac{bl}{s_1 s_2}}.$$

Avînd valorile n și l/s_2, b/s_2 se calculează z_2. Pentru ambele cazuri se obține

$$z_2 = \frac{S}{\pi D_a}\left(\frac{s_1}{d}-1\right)w_{0,a}.$$

Rezultă:

$$\Delta p_a = 0{,}204\,\gamma_{0,a}\,w_{0,a}^2\,f\,z_2\frac{T_a}{273\,P_a}\,c =$$

$$= \frac{0{,}204}{\pi}\,c\,f\left(\frac{s_1}{d}-1\right)\frac{\gamma_{0,a}}{D_a}\frac{T_a}{273\,P_a}\,S w_{0,a}^3,$$

în care c este un coeficient de multiplicare, introdus pentru a ține seama de rezistențele locale de pe traseul aerului de ardere prin preîncălzitor (cu aproximație $c = 1{,}2$).

În consecinţă

$$N_a = C_4' S w_{0,a}^3, \tag{23}$$

unde

$$C_4' = \frac{0{,}002}{\pi} c f \left(\frac{s_1}{d} - 1\right) \gamma_{0,a} \frac{T_a}{273 P_a} \frac{T_{v,a}}{273 p_{v,a}} \frac{D_{v,a}}{D_a} \frac{1}{\eta_{v,a}} = \text{const.}$$

Calculul raportului optim al vitezelor. În baza formulelor (22) şi (23):

$$N = N_g + N_a = S (C_3' w_{0,g}^{2,852} + C_4' w_{0,a}^3). \tag{24}$$

Condiţia (4), avînd în vedere formula (19), conduce în final la expresia

$$\frac{w_{0,a}^{3,61}}{w_{0,g}^{3,602}} = 0{,}77 \frac{C_1' C_3'}{C_2' C_4'},$$

astfel în cît se poate considera că raportul optim al vitezelor reale este

$$\boxed{\frac{w_a}{w_g} = \frac{T_a}{T_g} \frac{P_g}{P_a} \sqrt[3,6]{0{,}77 \frac{C_1' C_3'}{C_2' C_4'}},} \tag{25}$$

în care

$$\frac{C_1' C_3'}{C_2' C_4'} = \frac{0{,}375 \times 10^{-2}}{f_a f d^{0,129} \left(\frac{s_1}{d} - 1\right) \gamma_{0,a}} \frac{19{,}3 \lambda_g^{0,19} c_{p,g}^{0,81}}{51 \lambda_a^{0,39} c_{p,a}^{0,61}} \times$$

$$\times \frac{D_a}{D_{v,a}} \frac{D_{v,g}}{D_g} \frac{T_g}{T_a} \frac{T_{v,g}}{T_{v,a}} \frac{P_a}{P_g} \frac{p_{v,a}}{p_{v,g}} \frac{\eta_{v,a}}{\eta_{v,g}}. \tag{26}$$

Pentru simplificarea calculelor, se ţine seama că:

$$D_a \cong D_{v,a}, \quad D_g \cong D_{v,g}, \quad \eta_{v,a} \cong \eta_{v,g};$$

de asemenea, se poate face înlocuirea [2]

$$51 \lambda_a^{0,39} c_{p,a}^{0,61} = 1{,}38 T_a^{0,25},$$

precum şi substituţia

$$19{,}3 \lambda_g^{0,19} c_{p,g}^{0,81} = 3{,}59 + 0{,}243 \left(\frac{t_g}{100}\right) - 0{,}00732 \left(\frac{t_g}{100}\right)^2,$$

rezultînd din prelucrarea formulelor (263) şi (271) din [2], unde t_g este temperatura medie a gazelor de ardere la preîncăzitorul de aer, °C.

6. Concluzii

Avînd stabilit raportul optim al vitezelor aerului de ardere şi gazelor de ardere, mărimile S şi N pot fi scrise în funcţie de acest raport şi de una din viteze. Ca urmare, cheltuielile anuale de calcul Z devin o funcţie de viteza respectivă, ca singură variabilă. Se determină valoarea vitezei pentru care Z este minim şi apoi, prin intermediul raportului cunoscut al vitezelor, se deduce şi cea de a doua viteză.

Catedra de cazane şi turbine cu abur şi gaze
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Postelnicescu, M.* — Indicatorii eficienţei economice în cazul asimilării de noi produse ;Construcţia de maşini, nr. 10/1964.
2. *Schack, A.* — Der Industrielle Wärmeübergang; Verlag Stahleisen, Düsseldorf, 1962.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 5

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIILOR DE MAȘINI

C.Z: 621·9

MECANISMUL FICTIV ȘI PRECIZIA DINAMICĂ A LANȚULUI CINEMATIC DE RULARE*

E. BOTEZ, C. MINCIU

1. Particularități ale generării evolventei pe mașini-unelte. Mecanismul fictiv

Din punct de vedere matematic, evolventa ia naștere ca o curbă trasată de un punct aparținînd unei drepte, numită rulantă, care rulează fără alunecare pe un cerc, numit bază.

În procesul de generare a suprafețelor prin rulare pe mașini-unelte, scula este solidară cu rulanta, iar piesa este solidară cu baza. Dacă rulantei i se atașează o curbă nedeformabilă, în timpul rulării fără alunecare a rulantei peste bază, curba atașată va descrie în planul bazei o curbă denumită ruletă. Curba atașată rulantei reprezintă profilul generator (sau tangenta la muchia sculei), iar ruleta reprezintă profilul generat, care în cazul de față este flancul evolventic al dintelui roții dințate. Cele două curbe sînt curbe conjugate. Cele expuse mai sus sînt valabile pentru ambele moduri de generare a evolventei pe mașinile-unelte : cu dreaptă fixă sau cu dreaptă mobilă, după [1], [2].

Din cele arătate pînă acum rezultă o deosebire principală între cele două moduri de generare a evolventei. În primul caz ea este descrisă de un singur punct aparținînd rulantei (unul și același punct), iar în cel de al doilea caz evolventa rezultă ca înfășurătoare a profilului generator în procesul de rulare fără alunecare a rulantei.

La generarea evolventei prin rulare pe mașinile-unelte, rulanta și baza, solidare sculei respectiv piesei, se găsesc la capătul *lanțului cinematic de rulare*, lanț cinematic care asigură *condiția cinematică a rulării*.

Lanțul cinematic de rulare** este un lanț cinematic închis, noțiune relativ nouă în teoria lanțurilor cinematice, a cărui reprezentare schematică este arătată în figura 1.

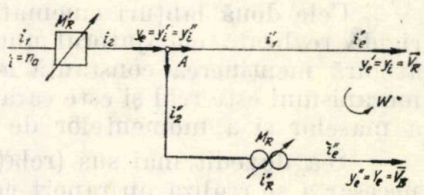


Fig. 1

L.C.R. face parte din categoria lanțurilor cinematice *asociate serie-paralel cu condiționarea cinematică a mări-*

* Manuscris predat la redacție la data de 30 iulie 1971

** — Lanțul cinematic de rulare va fi simbolizat în continuare prin L.C.R.

milor de ieşire. Cele două lanţuri cinematice asociate sînt legate în punctul comun A printr-un mecanism oarecare (fig. 1). În felul acesta, mărimea de ieşire y_e a lanţului cinematic $(y_i y_e)$ este şi mărime de intrare comună.

$$y_i' = y_i'' = y_e = y_i\, i_1\, i_R\, i_2 \tag{1}$$

pentru lanţurile cinematice legate în punctul A; acest lucru se datoreşte legăturii cinematice rigide în acest punct.

Scriind ecuaţiile de transfer ale mărimilor de ieşire din cele două lanţuri cinematice şi făcînd raportul lor, se obţine:

$$\frac{y_e''}{y_e'} = \frac{i_2''' \, i_R''' \, i_e'''}{i_1'' \, i_e''} = K_1 \, i_R''' \tag{2}$$

relaţia care permite să se concluzioneze următoarele:

a) raportul nu depinde de mărimea de intrare y_e;

b) pentru o mărime de intrare y_e variabilă sau nu, raportul mărimilor de ieşire este constant pentru o valoare dată raportului de reglare i_R''' din ramura $(y_i'' \, y_e'')$;

c) raportul mărimilor de ieşire poate fi modificat acţionînd asupra lui i_R''' fără ca această operaţie să fie influenţată de mărimea de intrare y_e din punctul comun A.

Aceste proprietăţi ale lanţurilor cinematice asociate serie-paralel permit realizarea traiectoriilor cinematice care necesită pentru realizarea lor două mişcări cu viteze diferite strict condiţionate între ele. Cele două lanţuri cinematice avînd legătură rigidă comună în punctul A şi o *legătură rigid cinematică* a capetelor de ieşire în punctul W (fig. 1) pot fi considerate ca formînd un singur lanţ cinematic închis.

Alegînd un sens de circulaţie a fluxului cinematic de la punctul A către mecanismul de reglare M_R, vom putea afirma următoarele: mărimea de ieşire y_e' devine mărime de intrare Y_i în lanţul cinematic închis, iar mărimea y_e'' devine mărime de ieşire Y_e din acelaşi lanţ cinematic. Raportul de transfer al acestui lanţ cinematic închis este:

$$\frac{Y_e}{Y_i} = \frac{1}{i_e' i_1''} \, i_2'' \, i_R''' \, i_e''' = K_2 \, i_R''' \tag{3}$$

Cele două lanţuri cinematice asociate au în punctul A o legătură rigidă realizată cu ajutorul unui mecanism (cuplaj, angrenaj, etc) care asigură menţinerea constantă a raportului $y_i'' / y_i' = \text{ct.}$ În acest punct mecanismul este real şi este caracterizat prin existenţa forţelor de frecare, a maselor şi a momentelor de inerţie.

S-a dovedit mai sus (relaţiile 2, 3) că şi la capetele de ieşire este necesar a se realiza un raport constant al mărimilor de ieşire y_e'' / y_e', dar în acest punct notat cu W nu există realmente nici-un astfel de mecanism real care să transmită în sensul de circulaţie a fluxului cinematic mărimea Y_e din ramura AW în ramura WA sub forma mărimii Y_i. Cu toate aces-

tea, fenomenul de transmitere a mişcării prin acest punct trebuie să se producă (şi se produce) fără existenţa unui mecanism real. Datorită condiţionării de mai sus, mărimile y_e'' şi y_e' se comportă ca aparţinînd elementelor unui *mecanism fictiv* W întocmai cum se comportă mărimile y_i' şi y_i'' datorită mecanismului real A. Raportul de transfer al acestui mecanism fictiv va fi:

$$i_w = \frac{y_e'}{y_e''} = \frac{w_e}{w_i} = \frac{Y_i}{Y_e} \tag{4}$$

şi reprezintă caracteristica principală a unui lanţ cinematic închis care se numeşte *condiţia de rigidizare cinematică.*

Prin urmare, în mecanismul fictiv W intră mărimea de intrare $Y_e =$

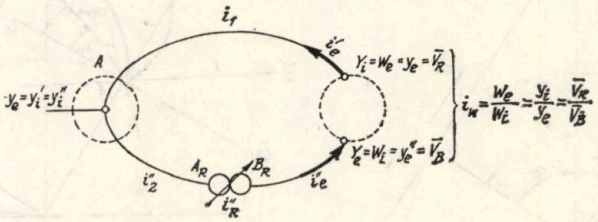


Fig. 2

$= w_i = v_B$ şi iese mărimea de ieşire $Y_i = w_e = v_R$ ca în fig. 2. Pentru a avea o rulare fără alunecare trebuie ca $v_B = v_R$, astfel că raportul de transfer al mecanismului fictiv din L.C.R. trebuie să fie:

$$i_w = \frac{w_e}{w_i} = \frac{v_R}{v_B} = 1 \tag{5}$$

Cum $v_B = R_b\, \omega_B$, raportul i_w care reprezintă condiţia de rigidizare cinematică a L.C.R. va deveni:

$$i_w = \frac{v_R}{R_b\, \omega_B} = 1 \tag{6}$$

Pentru a cerceta precizia unui lanţ cinematic închis (rulare, filetare, detalonare, etc) este necesar şi suficient a cerceta precizia constanţei condiţiei de rigiditate cinematică.

Din punct de vedere cinematic condiţia de rigiditate cinematică poate fi făcută să-şi păstreze valoarea constantă şi egală cu 1. În realitate, datorită unor cauze interne sau externe lanţului cinematic cît şi a unor cauze care au loc chiar în mecanismul fictiv, acest raport nu-şi mai păstrează valoarea unitară. Efectele acestea fac ca rularea între curbele teoretice, rulantă şi cerc de bază, să se producă cu alunecare între elementele teoretice ale mecanismului fictiv.

Influența acestor alunecări asupra preciziei de execuție a flancului evolventic cît și cauzele apariției lor nu fac obiectul acestui studiu, ele fiind tratate în lucrarea [4].

Din punct de vedere matematic (fig. 3) în planul bazei există un cerc bine determinat iar pe rulantă există punctul M, care rămîne unul

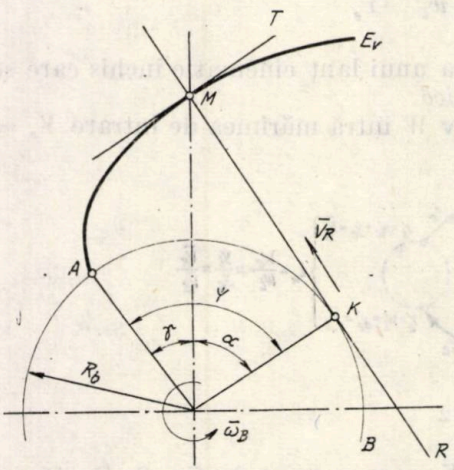


Fig. 3

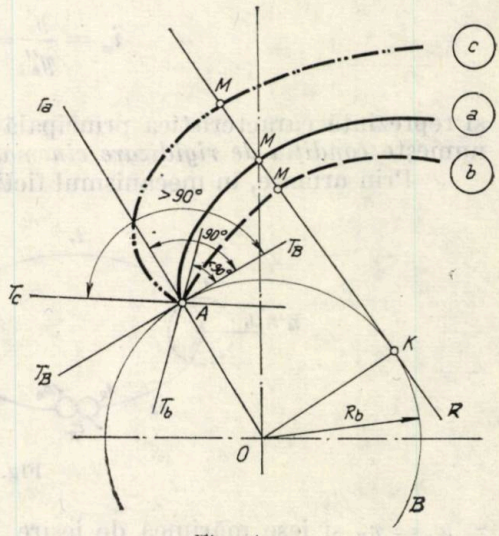


Fig. 4

și același întot timpul rulării. Dacă dintr-o cauză oarecare între cele două curbe în timpul rulării apare o alunecare, curba descrisă de punctul M nu va mai fi *o evolventă, dar ea va fi descrisă de unul și același punct M.*

La generarea matematică a evolventei, la apariția unei alunecări între bază și rulantă raza cercului de bază nu se modifică, punctul generator M rămîne unul și același dar i devine diferit de 1. Curba descrisă de punctul generator M va fi o „*evolventă alungită*" sau „*scurtată*" cum este reprezentată în fig. 4.

Pentru cele trei curbe, condiția de rigidizare cinematică este:

— curba *a* (evolventă)

$$(i_\omega)_a = 1$$

— curba *b* („evolventă scurtată")

$$(i_\omega)_b < 1$$

— curba *c* („evolventă alungită")

$$(i_\omega)_c > 1$$

Generarea evolventei pe maşinile-unelte se realizează în interiorul mecanismului fictiv şi datorită acestuia, este principial diferită de generarea matematică, lucru care reiese din fig. 5.

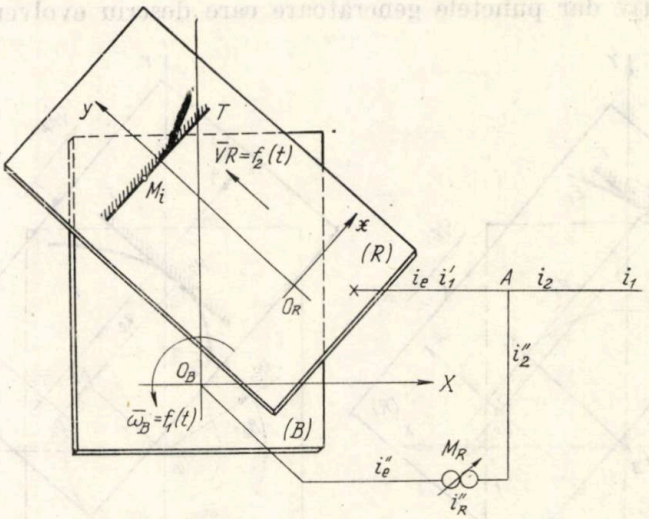


Fig. 5

Planul bazei B are o mişcare de rotaţie cu o viteză unghiulară $\omega_B = f_1(t)$. Planul rulantei (al profilului generator) R se deplasează pe o direcţie rectilinie cu viteza $v_R = f_2(t)$. Planul R constituie planul în care se deplasează cremaliera de referinţă corespunzătoare sculei. În planul R nu se găseşte nici-o dreaptă rulantă materializată ci numai profilul generator T (care reprezintă muchia sau tangenta la muchie sau chiar la flancul cremalierei de referinţă).

Evolventa va lua naştere în planul bazei B ca o curbă înfăşurătoare a poziţiilor succesive ale profilului generator T cînd cele două plane se mişcă după cele două mişcări; evolventa va fi curba conjugată a profilului generator T.

Spre deosebire de cazul matematic, în care punctul generator M este unul şi acelaşi cu cercul de bază nedeformabil şi real, în acest caz în mecanismul fictiv punctul generator poate fi oricare punct M_i de pe dreapta T nominalizarea lui făcîndu-se din condiţiile de rulare fără alunecare, adică depinzînd de mărimile vitezelor $\bar{\omega}_B(t)$ şi $v_R(t)$.

Acest punct M_i va aparţine unei drepte din planul R (perpendiculară pe dreapta T) care la un moment dat se deplasează cu o viteză v_R egală cu viteza tangenţială a unui punct din planul bazei B aflat în mişcare de rotaţie.

Punctul M_i din planul R aparţine *rulantei instantanee* iar punctul din planul bazei va aparţine *cercului de bază instantaneu*, cele două curbe fiind fictive.

Dacă apare o variaţie în timp a celor două viteze, aceasta se va traduce prin schimbarea celor două curbe, rularea fără alunecare se va pro-

duce între o altă dreaptă fictivă şi cercul de bază fictiv dar şi pe noile curbe *condiţia de rigidizare cinematică îşi va păstra valoarea egală cu 1.*

În fig. 6 a şi b s-au reprezentat două situaţii diferite ale unui aceluiaşi mecanism fictiv dar punctele generatoare care descriu evolventele E_1 şi

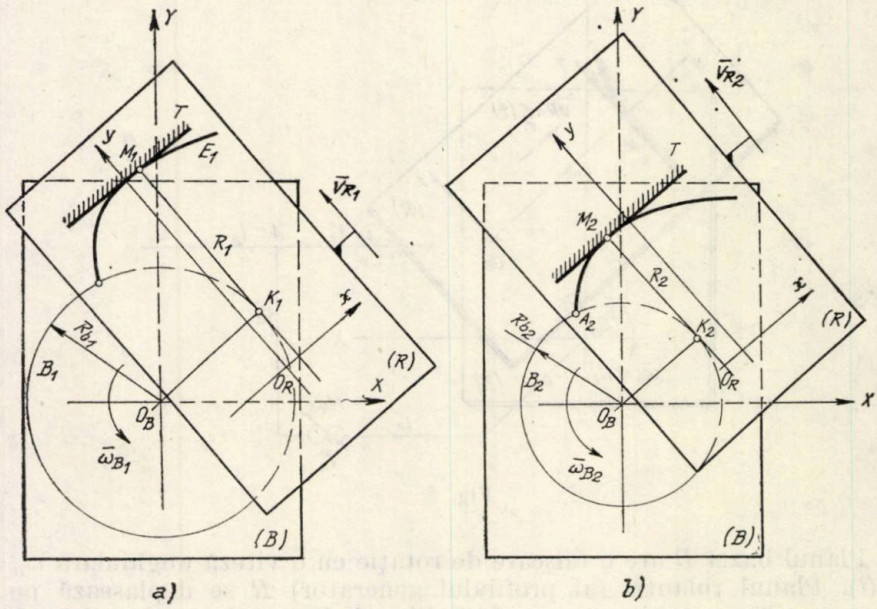


Fig. 6

E_2 sînt M_1 respectiv M_2 nominalizate din condiţia unei rulări fără alunecare

În ambele cazuri $i_{w1} = i_{w2} = 1$.

Datorită existenţei mecanismului fictiv în L.C.R., condiţia de rigidizare cinematică în cazul generării evolventei pe maşini-unelte îşi păstrează valoarea egală cu 1 pentru orice valori ale vitezelor $\omega_B(t)$ şi $v_R(t)$ dar rularea se produce fără alunecare pe alte curbe decît cele teoretice, curbe dictate de mărimile instantanee ale celor două viteze.

2. Precizia L.C.R.

Precizia unui lanţ cinematic este constituită de constanţa raportului de transfer al său măsurată în gol sau în sarcină.

Determinarea preciziei dinamice a L.C.R. este elocventă în a caracteriza calitatea acestuia. În cazul prelucrării prin rulare a roţilor dinţate, a controla produsul realizat nu poate să dea o imagine fidelă asupra calităţii maşinii-unelte sau a L.C.R., deoarece la calitatea produsului mai concură şi alţi factori : alte lanţuri cinematice, rigiditatea maşinii, precizia geometrică, precizia sculei etc.

De precizia L.C.R. sub cele două aspecte ale sale s-au ocupat mulţi cercetători în cadrul unor institute de cercetări din ţări cu o bogată tradiţie în construcţia de maşini-unelte : S.U.A., R.F.G., U.R.S.S., R.S.C., Japonia etc. Marea majoritate a cercetărilor s-au ocupat însă, numai de

precizia cinematică și foarte puțini s-au ocupat de precizia dinamică a L.C.R., dar nici unul dintre cercetători nu au arătat influențe pe care o au acestea asupra evolventei flancului roții dințate.

Considerăm că omisiunile remarcate se datorează neluării în considerare a efectului comun a celor două mișcări și aceasta pentru că noțiunile de lanț cinematic închis, mecanism fictiv și condiție de rigidizare cinematică nu le-au stat la dispoziție.

Raza cercului de bază fiind parametrul unic care caracterizează o evolventă putem spune că, *a determina precizia L.C.R. înseamnă a determina care este abaterea razei cercului de bază de la valoarea sa teoretică impusă prin condițiile inițiale (teoretice) de reglare a elementelor mecanismului fictiv.*

Raza teoretică a cercului de bază R_{b0} este impusă din condițiile inițiale de reglare a L.C.R. pentru care $\omega_B(t)$ și $v_R(t)$ au valorile ideale (teoretice) ω_{OB} și v_{OR} astfel încît:

$$R_{b0} = \frac{v_{OB}}{\omega_{OR}}$$

Dacă peste cele două mișcări se suprapun niște mișcări parazite (cauze de natură cinematică sau dinamică) i_w rămîne egal cu 1 dar raza noului cerc de bază va fi:

$$R_b = \frac{v_R(t)}{\omega_B(t)} \neq R_{b0}$$

Imprecizia L.C.R. va fi dată tocmai de diferența dintre R_b și R_{b0}.

De orice natură ar fi aceste mișcări parazite, ele se pot descompune în serie Fourier în așa fel încît ecuațiile generale ale mișcărilor celor două plane vor fi:

$$\begin{aligned} v_R &= v_{OR} + \sum_{i=1}^{n} A_{v_i} \sin \beta_i t \\ \omega_R &= \omega_{OR} + \sum_{i=1}^{n} A_{\omega_i} \sin (\beta_i t + \varphi_i) \end{aligned} \tag{8}$$

în care:

v_{OR} și ω_{OR} — reprezintă componentele constante ale celor două mișcări, valorile lor fiind cele pentru care se realizează raza cercului de bază teoretic R_{b0};

β_i — pulsația mișcărilor armonice;

φ_i — defazajul ce poate exista între mișcările celor două plane;

A_{v_i} și A_{ω_i} — amplitudinile mișcărilor armonice.

Raza cercului de bază instantaneu va fi:

$$R_b = \frac{v_{OR} + \sum_{i=1}^{n} A_{v_i} \sin \beta_i t}{\omega_{OR} + \sum_{i=1}^{n} A_{\omega_i} \sin (\beta_i t + \varphi_i)} \tag{9}$$

Se poate demonstra că pentru a reveni pe cercul de bază teoretic de rază R_{b0} este necesar ca între elementele celor două mişcări să existe :

$$A_{v_i} = R_{b0} A_{\omega_i}$$
$$\varphi_i = 0 \qquad (10)$$

Numai în condiţiile (10), cele două raze devin $R_b = R_{b0}$.

Cele două mişcări fiind armonice, raza cercului de bază instantaneu variază în jurul unei poziţii de „echilibru" care este chiar R_{b0}, în acest fel şi profilul real va fi o curbă ce va avea ca „linie de mijloc" evolventa teoretică cu raza cercului de bază teoretic R_{b0}.

Profilul real este format din puncte care se găsesc pe evolvente a căror cercuri de bază au razele date de relaţia 9.

3. Măsurarea preciziei dinamice a L.C.R.

Fenomenul de cercetat avînd caracter dinamic, în cadrul catedrei de Maşini-unelte şi scule din I. P. Bucureşti, s-a proiectat şi executat aparatură pentru măsurarea vibraţiilor.

Experimentările au fost făcute pe L.C.R. de la maşina de frezat roţi dinţate cu freză melc FD—320 (Cugir—România). Pentru acest L.C.R. s-au realizat doi captori seismici pentru vibraţii torsionale. Schema de calcul şi de principiu a captorului seismic pentru vibraţii torsionale este reprezentată în fig. 7.

Masa seismică sub forma discului de rază R este legată slab de carcasă prin intermediul resortului de caracteristică K. Carcasa este solidară cu axul căruia i se măsoară modul de vibraţie iar masa seismică este liberă în carcasă. Discul R avînd o masă suficient de mare se consideră că are o mişcare ideală.

Pentru ca aparatul să nu devină un accelerometru este necesar ca $\beta \gg p$, în care β reprezintă pulsaţia fenomenului de studiat iar p pulsaţia proprie a aparatului.

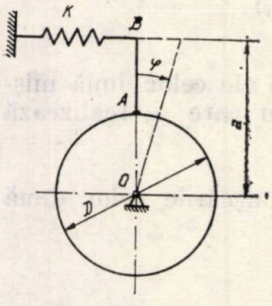


Fig. 7

Frecvenţa fenomenului studiat este chiar frecvenţa procedeului de frezare :

$$f = \frac{n_f z_f}{60} \text{ [Hz]}$$

Pentru cazurile curente de prelucrări cu freză melc, o frecvenţă $f = 10$ Hz poate fi considerată o valoare limită inferioară ($n_f = 60$ rot/min, $z_f = 10$ dinţi). Această frecvenţă corespunde unei pulsaţii $\beta = 62{,}8$ rad/s.

Pentru realizarea condiţiei impuse a fost construită masa seismică sub forma unui disc din oţel cu $2R = 130$ mm, $h = 60$ mm şi $J = 0{,}0133$ kg m^2 iar constanta elastică calculată $K = 185$ N/m.

Cu ajutorul acestor elemente constructive au fost construiți cei doi captori din fig. 8 în care se poate observa și modul de montare a celor doi captori pe axul sculei și al piesei, adică pe axele elementelor mecanismului fictiv.

Măsurarea deplasărilor relative dintre masa seismică și carcasă a fost făcută prin intermediul unor mărci tensometrice lipite pe lamela

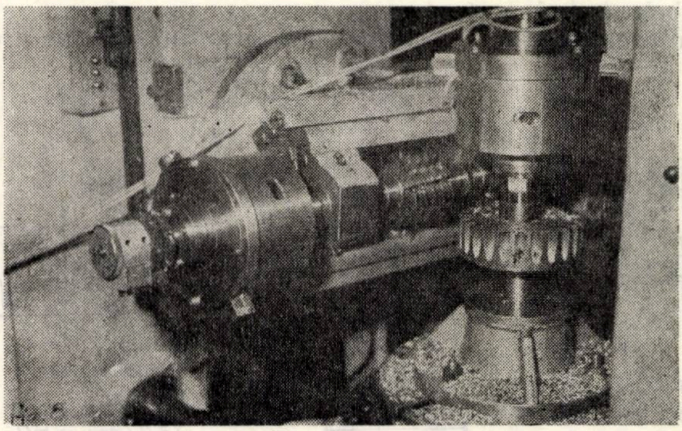


Fig. 8

elastică. Pe axul frezei melc a fost montat un colector de curent rotitor tip Hottinger. Semnalele de la cei doi captori sînt amplificate de o punte RFT și introduse într-un înregistrator pe hîrtie cerată Helco-Scriptor.

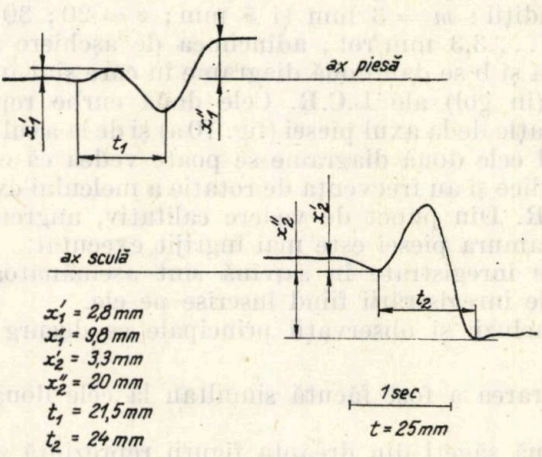


Fig. 9

La verificarea și etalonarea instalației au reieșit următoarele caracteristici proprii ale celor doi captori, diagramele vibrațiilor libere fiind reprezentate în fig. 9.

	Axul piesei	*Axul frezei*
frecvența proprie	$f_1 = 1{,}16$ Hz	$f_2 = 1{,}04$ Hz
pulsația proprie	$p_1 = 7{,}3$ rad/s	$p_2 = 6{,}5$ rad/s
coeficient de amortizare	$n_1 = 1{,}46$ s-1	$n_2 = 1{,}88$ s-1

Cei doi captori au caracteristici proprii apropiate, iar condiția impusă inițial $\beta \gg p$ este îndeplinită, nici amortizarea nu este supărătoare deoarece în ambele cazuri $n \ll p$.

Cu ajutorul instalației descrise s-au făcut înregistrări privind pre-

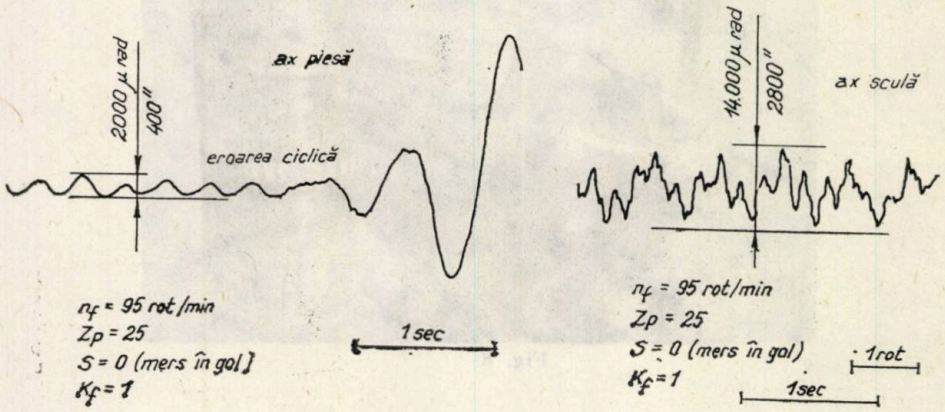


Fig. 10

cizia L.C.R. atît în gol cît și în sarcină. Precizia dinamică a fost măsurată la prelucrarea unor roți dințate confecționate din OLC 45 (laminat), în următoarele condiții: $m = 3$ mm și 5 mm; $z = 20$; 30; 40; 50 dinți; avansul $s = 0{,}7 \ldots 3{,}3$ mm/rot; adîncimea de așchiere $t = 2{,}2$ m.

În fig. 10 a și b se dau două diagrame în care sînt înregistrate precizia cinematică (în gol) ale L.C.R. Cele două curbe reprezintă variația mișcărilor de rotație de la axul piesei (fig. 10 a) și de la axul sculei (fig. 10 b).

Examinînd cele două diagrame se poate vedea că erorile de la cele două axe sînt ciclice și au frecvența de rotație a melcului existent în ambele ramuri ale L.C.R. Din punct de vedere calitativ, angrenajul melc-roată melcată de pe ramura piesei este mai îngrijit executat.

Diagramele înregistrate în sarcină sînt asemănătoare cu cele din fig. 11, condițiile înregistrării fiind înscrise pe ele.

Cîteva concluzii și observații principale ce decurg din aceste diagrame:

a) înregistrarea a fost făcută simultan la cele două axe ale mecanismului fictiv;

b) cele două săgeți din dreapta figurii reprezintă sensul mișcărilor de rulare teoretice;

c) la axul sculei eforturile de așchiere au o puternică influență asupra mișcării acestui ax, astfel că pe intervalul corespunzător unei rotații se regăsesc cei 9 dinți ai frezei-melc;

d) la axul sculei peste sinusoida egală cu frecvența de rotație a sculei se suprapune o sinusoidă cu o frecvență egală cu cea a procedeului de fre-

zare; amplitudinile celor două mişcări sînt comparabile; prima curbă apare datorită eforturilor de aşchiere neuniforme pe o rotaţie a sculei (şi nu datorită bătăii axului sculei sau a axului piesei).

e) la axul piesei frecvenţa mişcării este egală tot cu frecvenţa de rotaţie a frezei peste care se suprapune o mişcare de o frecvenţă foarte

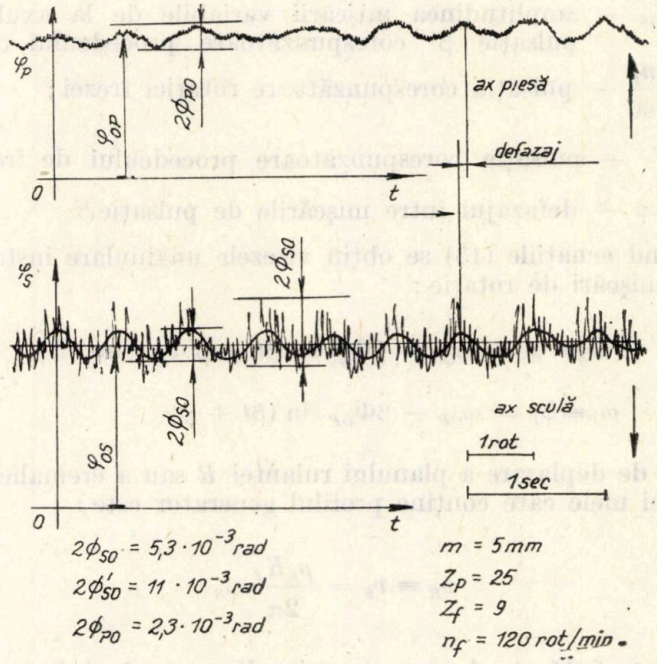


Fig. 11

mare cu o amplitudine foarte mică şi neglijabilă prin urmare şi la axul piesei eforturile de aşchiere sînt cauza principală a impreciziei L.C.R.

f) procesul de aşchiere este cauza principală a impreciziei L.C.R., mai pregnant apărînd pe ramura sculei deoarece aceasta are rigiditatea cea mai scăzută;

g) între mişcările celor două axe apare un defazaj datorat rigidităţii şi amortizării diferite pe cele două ramuri şi în special datorită defazajului existent între momentele forţelor de aşchiere la cele două axe.

Pentru a determina precizia dinamică a L.C.R. este necesar a determina mărimile cinematice instantanee $v_B(t)$ şi $\omega_B(t)$ cu care se mişcă cele două elemente ale mecanismului fictiv. Diagramele ridicate (de tipul celei din fig. 11) au deplasările unghiulare ale celor două elemente ale mecanismului fictiv; deplasări care în sistemele de referinţă alese $\varphi_S Ot$ şi $\varphi_P Ot$ sînt:

$$\varphi_S = \varphi_{OS} + \Phi_{OS} \cos \beta t + \Phi'_{OS} \cos \beta' t$$

$$\varphi_P = \varphi_{OP} + \Phi_{OP} \cos (\beta t + \varphi) \qquad (13)$$

în care:

φ_S și φ_P reprezintă deplasările unghiulare la axul sculei, respectiv piesei;

φ_{OS} și φ_{OP} — componenta teoretică a deplasărilor la cele două axe;

Φ_{OS} și Φ_{OP} — amplitudinile componentelor variabile de pulsație β corespunzătoare rotației frezei;

Φ'_{OS} — amplitudinea mișcării variabile de la axul sculei de pulsație β' corespunzătoare procedeului de frezare;

$\beta = 2\pi \frac{n_f}{60}$ — pulsația corespunzătoare rotației frezei;

$\beta' = 2\pi \frac{n_f z_f}{60}$ — pulsația corespunzătoare procedeului de frezare;

φ — defazajul între mișcările de pulsație β

Derivînd ecuațiile (13) se obțin vitezele unghiulare instantanee ale celor două mișcări de rotație:

$$\omega_S \equiv \dot{\varphi}_S = \omega_{OS} - \beta\Phi_{OS} \sin\beta t - \beta'\Phi'_{OS} \sin\beta' t$$

$$\omega_P \equiv \dot{\varphi}_P = \omega_{OP} - \beta\Phi_{OP} \sin(\beta t + \varphi) \qquad (14)$$

Viteza de deplasare a planului rulantei R sau a cremalierei de referință a frezei melc care conține profilul generator este:

$$v_R \equiv v_S = \frac{p_n K_f}{2\pi} \omega_S \qquad (15)$$

în care p_n reprezintă pasul cremalierei iar K_f — numărul de începuturi ale frezei melc.

Notînd:

$$v_{OR} = \frac{p_n K_f}{2\pi} \omega_{OS}; \quad A_v = -\frac{p_n K_f}{2\pi} \beta\Phi_{OS}; \quad A'_v = -\frac{p_n K_f}{2\pi} \beta'\Phi'_{OS}$$

se obține viteza instantanee a planului rulantei sub forma ecuației (8)

$$v_R = v_{OR} + A_v \sin\beta t + A'_v \sin\beta' t \qquad (16')$$

Viteza unghiulară cu care se rotește planul bazei B este $\omega_B \equiv \omega_P$ și dacă se notează $\omega_{OP} = \omega_{OB}$ și $A_\omega = -\beta\Phi_{OP}$ se obține ecuația:

$$\omega_B = \omega_{OB} + A_\omega \sin(\beta t + \varphi) \qquad (16'')$$

sub forma ecuației (8).

Condițiile în care a fost ridicată diagrama din fig. 11 sînt $m = 5$ mm; $z_p = 25$ dinți; $z_f = 9$ piepteni; $k_f = 1$ început; $n_f = 120$ rot/min; $n_p = 4{,}8$ rot/min; $s = 0{,}83$ mm/rot; $v = 33$ m/min; $t = 11$ mm.

Pe diagramă s-au măsurat și s-au calculat următoarele valori

$2\Phi_{PO} = 2{,}3\ 10^{-3}$ rad

$2\Phi_{SO} = 5{,}3 \cdot 10^{-3}$ rad

$2\Phi'_{SO} = 11 \cdot 10^{-3}$ rad

$\beta = 12{,}6$ rad/s

$\beta' = 114$ rad/s

$\varphi = 1$ mm diagramă $= 0{,}5$ rad$\cong 28°50'$.

Componentele armonice ale unghiurilor de rotire sînt (conform relației 13):

$$\varphi_{fS} = -(2{,}65\ 10^{-3} \cos 12{,}7\ t + 5{,}5\ 10^{-3} \cos 114\ t) \tag{17}$$

$$\varphi_{fP} = 1{,}15\ 10^{-3} \cos (12{,}6\ t + 0{,}5)$$

De remarcat că cele două mișcări sînt de semn contrar conform celor două săgeți indicate în partea dreaptă a fig. 11.

Elementele componente ale vitezelor celor două mișcări calculate conform relațiilor 14, 15 și 16 sînt introduse în relațiile 16′ și 16″ vor da vitezele instantanee ale celor două plane ale mecanismului fictiv:

$$v_R = 29{,}36\ 10^{-3} + 0{,}084\ 10^{-3} \sin 12{,}6\ t + 1{,}56\ 10^{-3} \sin 114\ t$$

$$\omega_B = 0{,}5 - 14{,}5\ 10^{-3} \sin (12{,}6\ t + 0{,}5) \tag{18}$$

Cu aceste valori, raza cercului de bază instantaneu dată de relația (7) va fi:

$$R_b = \frac{29{,}36 \cdot 10^{-3} + 0{,}084 \cdot 10^{-3} \sin 12{,}6\ t + 1{,}56 \cdot 10^{-3} \sin 114t}{0{,}5 - 14{,}5 \cdot 10^{-3} \sin (12{,}6\ t + 0{,}5)} \tag{19}$$

Raza cercului de bază teoretic pentru cazul considerat este $R_{b0} = 58{,}73125$ mm. Raza cercului de bază instantaneu variază în jurul poziției de „zero" a mărimii R_{b0}.

Cunoscînd mărimea razei instantanee a cercului de bază, se pot determina influențele pe care le au variațiile acesteia asupra preciziei de execuție a roților dințate prin rulare: eroarea de profil simetria dintelui, unghi de angrenare etc [4].

Raza cercului de bază reprezintă singura mărime care dă indicații calitative și cantitative asupra preciziei L.C.R.

Studiul prezentat arată importanța pe care o are folosirea noilor noțiuni de: lanț cinematic închis, mecanism fictiv și caracteristică de rigidizare cinematică la determinarea preciziei L.C.R. (de orice fel ar fi

acesta), noțiuni care permit o interpretare mai aproape de realitate a diagramelor înregistrate cu ajutorul aparaturii menționate. Metodica indicată poate fi aplicată oricărui L.C.R. chiar dacă nu aparține unei mașini-unelte.

Catedra de mașini unelte scule
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Botez, E.* — Mașini-unelte. Cinematica. Ed. tehnică 1969.
2. *Botez, E.* — Angrenaje. Editura tehnică 1962.
3. *Botez, E.* — Bazele teoretice ale prelucrării pe mașini-unelte. Editura tehnică 1966.
4. *Minciu, C.* — Alunecarea armonică și influența sa la prelucrarea prin rulare a roților dințate. In : Construcția de Mașini nr. 6/1970.
5. *Minciu, C.* — Măsurarea preciziei dinamice a lanțului cinematic de rulare cu ajutorul captorilor seismici pentru vibrații torsionale. În : Construcția de Mașini nr. 2/1971.
6. *Farber, A. M.* — Tehnologhiceskaia tocinosti zuborezanie stankov i sposobî ee povîșenia. Moskva 1957.
7. *Marquardt, R.* — Capteur d'irregularites de rotation seismiques In : La machine moderne nr. 709/1968.
8. *Schwiegelshohn, K.* — Entwicklung seismischer Drehfehlermessgeräte mit niedrigen Eigenfrequenzen für die Verzahntechnik (Diss) Aachen 1963.
9. *Stepanek, K.* — Appareills nouveaux pour messurer la precision des engrenages et mecanismes de transmission dentées. In : La machine moderne 58, nr. 660/1964.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 5

ELECTRONICĂ

C.Z.: 621·81

A THYRISTOR PRE-REGULATOR DESIGN *

Ș. BÎRCĂ-GĂLĂȚEANU, D. MUNTEANU

1. The Thyristor Pre-Regulator.

To combine the linear voltage regulators and the thyristor regulators advantages, a thyristor pre-regulator is used to precede a series linear regulator, ensuring high efficiency, low power dissipation of the series regulator, therefore enabling large load currents (3—80 A) and load voltage — adjustable in a large range. D. Ophir describes [1] a pre-regulator circuit which eliminates other circuits disadvantages, ensuring high reliability and low ripple (fig. 1).

When the voltage across the main regulator exceeds the preset value, the gated multivibrator (2) turns-off the main thyristor T_1. Whenever the voltage across the regulator is below the lower threshold of the voltage discriminator (V.D.), realized by a Schmitt trigger, the main thyristor

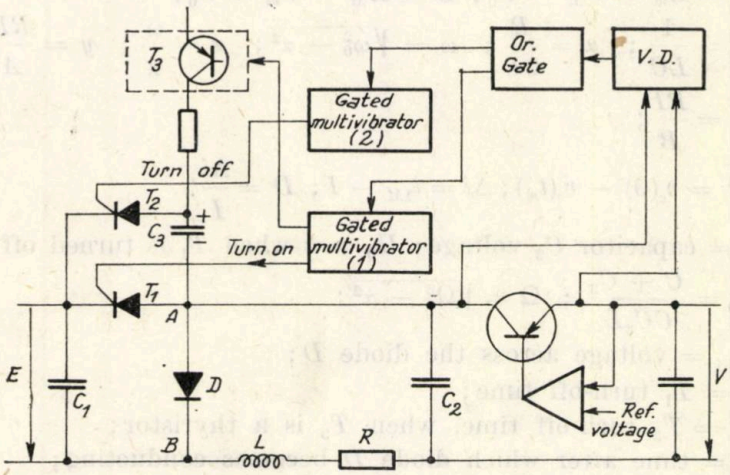


Fig. 1. Power supply diagram, after D. Ophir.

is turned on. The voltage across the main regulator is thus maintained between an upper limit, imposed by the maximum power dissipation, and a lower limit, choosed as to prevent series transistor saturation. When

* Manuscript received December 1970

T_1 conducts, T_2 is off and C_3 recharges via T_3, R_3 with the polarity shown in fig. 1. The rising rate of the T_1 current and its maximum value are limited by L and R.

T_1 is turned off by the reverse voltage applied by C_3 when T_2 is turned on. T_2 turns off when its current becomes smaller than the holding current. The energy stored in L during the conduction time of T_1 is returned into C_2, via diode D.

No design indication is given in [1]. The purpose of this paper is to give a complete, accurate design method.

2. **Symbols.** Indexes $_M$ and $_m$ mean, respectively, maximum and minimum

E = unregulated d.c. supply voltage;

Δ_+, Δ_- = relative deviations, positive and negative, of the voltage E from the nominal value E_0;

V = regulated, d.c. load voltage;

I = maximum load current;

v_c = voltage across the capacitor C_2 (simply called C);

$i_{1,2,3}$ = respectively $T_{1,2,3}$ current;

I_0 = T_1 current when it is turned off;

V_0 = lower Schmitt — trigger threshold

$V_0 - \Delta V_1$ = minimum preset voltage across the series regulator;

$V_0 + \Delta V$ = upper Schmitt-trigger threshold;

$V_0 + \Delta V + \Delta V_2$ = maximum voltage across the series regulator;

$A = E_m - V_M - V_0$; $B = E_M - V_m - V_0$;

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}; \quad \alpha = \frac{R}{2L}; \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}; \quad x = \frac{\omega}{\alpha}; \quad y = \frac{RI}{A};$$

$$y' = \frac{RI}{B};$$

$$\Delta v = v_c(0) - v_c(t_m); \quad \Delta i = i_{1M} - I; \quad D = \frac{\Delta i}{I};$$

u = capacitor C_3 voltage; $U_0 = u$ when T_1 is turned off;

$$\Omega_0 = \frac{C + C_3}{CC_3L}; \quad \Omega = \sqrt{\Omega_0^2 - \alpha^2};$$

u_{BA} = voltage across the diode D;

t_0 = T_1 turn-off time;

t_{03} = T_3 turn-off time, when T_3 is a thyristor;

t_D = time after which diode D becomes conducting;

t_{20} = time after which $i_2 = 0$, if diode D is absent;

t_{cM} = time after which v_c reaches its maximum value, without diode D;

t_b = time after which T_1 is turned off;

$$\beta = \frac{R_D}{R}; \quad \omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2(1+\beta)^2}; \quad \omega_3^2 = \frac{1}{L_3C_3}.$$

3. Circuit analysis when thyristor T_1 conducts.

Using the previous symbols, the relations

$$\left.\begin{aligned} i_1 &= \frac{E-V-2}{L}\left[e^{-\frac{R}{2L}t}\cdot\frac{\sin\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}\,t}{\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}}\right]- \\ &-5\left[e^{-\frac{R}{2L}t}\cdot\cos\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}\,t-1+\frac{\frac{R}{2L}e^{-\frac{R}{2L}t}\cdot\sin\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}\,t}{\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}}\right] \\ v_c &= E-5R+(5R+V+2-E)e^{-\frac{R}{2L}t}\cdot\cos\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}\,t+ \\ &+\left[\frac{5}{2}\cdot\frac{R^2}{L}-\frac{5}{C}+\frac{R}{2L}(V+2-E)\right]\cdot e^{-\frac{R}{2L}t}\cdot\frac{\sin\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}\,t}{\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

demonstrated in [1] for $V_0 = 2V$ and $I = 5A$, become:

$$i_1 = I+\left[\frac{1}{L}(E-V-V_0)-\alpha I\right]e^{-\alpha t}\cdot\frac{\sin\omega t}{\omega}-Ie^{-\alpha t}\cos\omega t \quad (2)$$

$$v_c = E-RI-\left[\alpha(E-V-V_0-RI)+\frac{I}{C}\right]e^{-\alpha t}\cdot\frac{\sin\omega t}{\omega}- \\ -(E-V-V_0-RI)\,e^{-\alpha t}\cos\omega t \quad (3)$$

3.1. *The most unfavourable case for* v_c (the case for which v_c reaches its lower limit and series transistor approaches saturation) occurs when $E = E_m$, $V = V_M$ and T_1 is turned on just when the output current is switched from O to I.

For physical reasons

$$E_m - V_M - V_0 - RI = A - RI > 0 \quad (4)$$

thus (3) becomes

$$v_c = E-RI-\left(\alpha A-\alpha RI+\frac{I}{C}\right)e^{-\alpha t}\cdot\frac{\sin\omega t}{\omega}-(A-RI)e^{-\alpha t}\cos\omega t \quad (5)$$

In order to find the extreme values for v_c, making $\frac{dv_c}{dt} = 0$ we obtain $\mathrm{tg}\omega t_m = \frac{xy}{2-y}$. It can be seen that $v_c(t_m)$ is a minimum (see fig. 8), for which:

$$\frac{\Delta v}{A} = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{1}{x}\operatorname{arc\,tg}\frac{xy}{2-y}\right)\sqrt{(xy)^2+(2-y)^2}+y-1 \qquad (6)$$

Minimum voltage across series regulator, therefore ΔV_1, is imposed. Δv must be at most equal to Δv_1. The curve limiting the allowed region from this point of view is drawn in the x, y normalized eordinates, or in the x, R coordinates as in fig. 2. In order to impose reasonable conditions, we have to choose $\Delta V_1 \approx \Delta V + \Delta V_2$.

3.2. *The most unfavourable case for* i_1 (the case for which i_{1M} is the largest, that is current requirements for T_1 are the most critical) occurs when $E = E_M$; $V = V_m$ and T_1 is turned on just when the output current is switched from 0 to I.

The relation (2) then becomes

$$i_1 = I + \left(\frac{B}{L} - \alpha I\right)e^{-\alpha t}\cdot\frac{\sin\omega t}{\omega} - Ie^{-\alpha t}\cos\omega t \qquad (7)$$

$\frac{d}{dt}i_1 = 0$ leads to $\mathrm{tg}\,\omega t_M \approx x$. It follows:

$$D = \frac{i_{1M}-I}{I} = \frac{\Delta i}{i} = \frac{2}{\sqrt{1+x^2}}\exp\left(-\frac{1}{x}\operatorname{arc\,tg}x\right)\cdot\left(\frac{B}{RI}-1\right) \qquad (8)$$

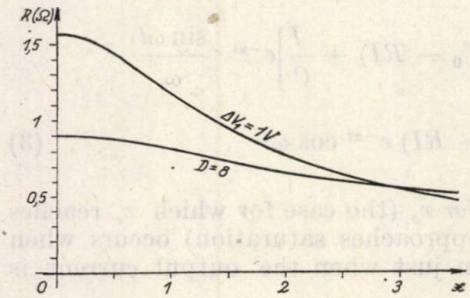


Fig. 2. Δv and Δi curves, for the circuit in [1].

Generally, thyristors allow for less than 10 ms an overload current 8 to 20 times larger than I_{nominal}. For no being compelled to choose a thyristor with $I_{\text{nom}} > I$ only for being able to allow Δi, we have to impose the condition $D \leqslant D_M$ of the available thyristors. The $D = D_M$ curve is drawn on the same figure as the $\Delta v = \Delta V_1$ curve and so, the allowed region, for x and R, in which both conditions are satisfied, is established.

Because of the T_1 current pulse shape, if the condition $D \leqslant D_M$ is satisfied, then the $\int i^2 dt$ limit is certainly not exceeded.

For the example given in [1], where $\Delta V_1 = 1V$ and $D_M = 8$, the Δi and Δv curves are drawn in fig. 2, where the $x = 1$, $R = 1\Omega$ point, choosed by D. Ophir, is also shown.

If the Δi and Δv curves do not cross each other, it means that incompatible requirements were imposed. A design method must be found to exclude this possibility. We can see that, in the (6) and (8) curves calculus E value is arbitrarily choosed. This means that the RI product value is estimated, E_m is choosed larger than $V_M + V_0 + RI$ and A results.

Δ_- and Δ_+ being given, E_0, E_M and B may be easily calculated.

3.3. *Universal curves for choosing parameter A.*

For $x = 0$, Δv and Δi curves have the slope 0 and for $x \neq 0$ Δv curve has higher slope than Δi curve. As a result, in order to have a x, R region in which both conditions are satisfied, R_M — established by Δv curve at $x = 0$ must be larger than R_{0m} — inferred from the Δi curve, for $x = 0$.

From (6), for $x = 0$, an implicite relation between R_M and A results :

$$\left(A - \frac{R_M I}{2}\right) \exp \frac{1}{1 - \frac{2A}{R_M I}} + R_M I - A = \Delta V_1 \qquad (9)$$

From the relation (8), for $x = 0$, we obtain

$$R_{0m} = \frac{B}{I} \cdot \frac{2}{2 + De} = \frac{2}{I(2 + De)} \left(\frac{1 + \Delta_+}{1 - \Delta_-} A + \frac{1 + \Delta_+}{1 - \Delta_-} V_M - V_m + \frac{\Delta_+ + \Delta_-}{1 - \Delta_-} V_0 \right) \qquad (10)$$

The curves (9) and (10) are drawn on the same figure and A is choosed in order to have $R_M > R_{0m}$. A must be as small as possible, for high efficiency.

For Ophir's example, curves are drawn in fig. 3. D. Ophir choosed $A = 10$. $A = 5$ may also be choosed, and a smaller R is obtained. One must not choose A just at the cross point of the two curves, because it would require power resistors with very close tolerances.

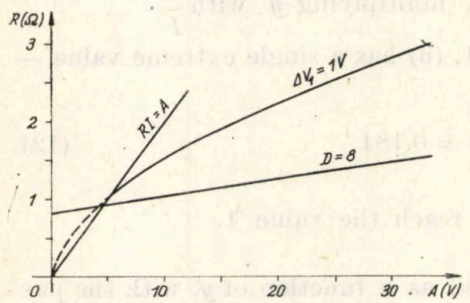


Fig. 3. Curves for choosing A, for the circuit in [1].

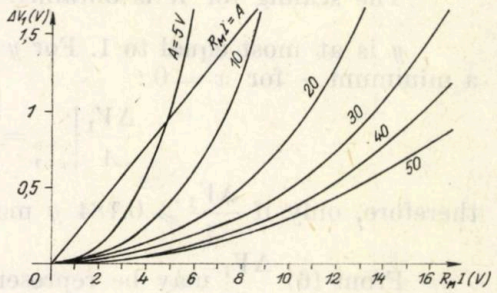


Fig. 4. Universal curves for choosing parameter A.

Universal curves $R_M I$ as a function of A may be drawn. Even more useful are ΔV_1 ($R_M I$) curves with the parameter A (fig. 4). For the calculated ΔV_1 value, a horizontal line crosses the universal curves, giving the points for drawing R_M curve. The (10) straight lines are easy to be drawn on the same figure.

From (4) and for physical reasons $0<y<1$, therefore $R_M I$ curve and ΔV_1 $(R_M I)$ curves are limited at the left side by $R_M I = A$ line.

3.4. *Universal* Δi *and* Δv *curves.* The expression (8) may be written

$$y' = \frac{RI}{B} = \left[1 + \frac{D}{2}\sqrt{1+x^2}\exp\frac{\text{arc tg } x}{x} \right]^{-1} \tag{11}$$

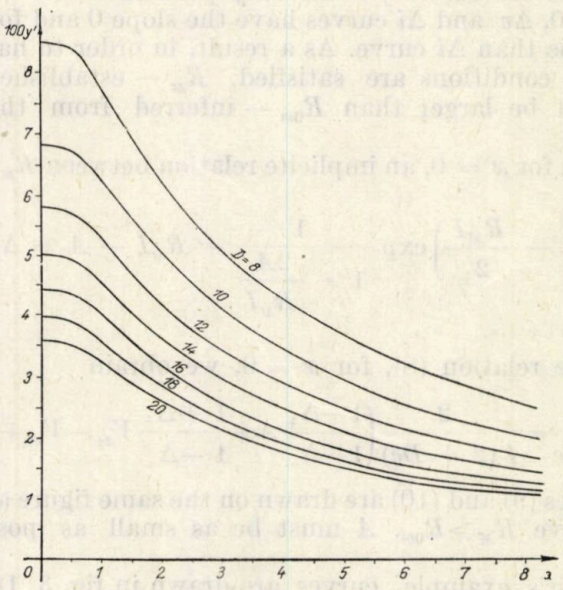


Fig. 5. Universal Δi curves.

The curves $y'(x)$ with the parameter D are drawn in fig. 5.

The scaling for R is obtained by multiplying y' with $\frac{B}{I}$.

y is at most equal to 1. For $y=1$, (6) has a single extreme value — a minimum — for $x = 0$:

$$\left.\frac{\Delta V_1}{A}\right|_{\substack{x=0\\y=1}} = \frac{1}{2e} = 0.184 \tag{12}$$

therefore, only if $\frac{\Delta V_1}{A} \geqslant 0.184$ y may reach the value 1.

From (6) $\frac{\Delta V_1}{A}$ may be represented as a function of y, with the parameter x (fig. 6), All these curves have slope 0 at $y = 0$ and, at $y = 1$ they go all together as the vertical line $y = 1$. $y(x)$ curves with the parameter ΔV_1 are easy to be drawn, crossing the universal curves with a horizontal line at the imposed $\frac{\Delta V_1}{A}$, thus obtaining a sequence of points. When $\frac{\Delta V_1}{A} > 0.184$, the Δv curve is limited at $y = 1$.

3.5. *The value* I_0. When T_2 is triggered, T_1 turns off. This moment is noted $t = 0$ for T_2. Neglecting the rise time of i_2, $I_0 = i_2(0) = i_1$ before the trigger pulse. I_0 is maximum in the most defavourable case for i_1.

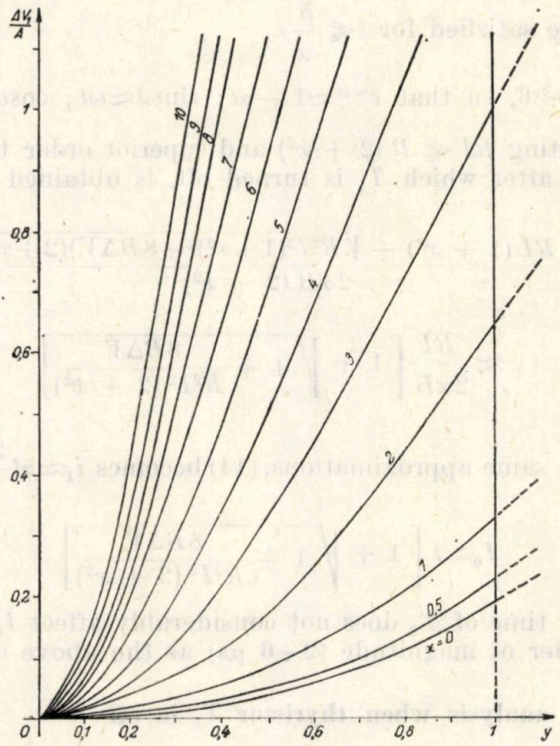


Fig. 6. Universal curves for Δv curves drawing.

Using the given symbols and noting that:

$$\frac{4L}{CR^2} = x^2 + 1, \quad \frac{1}{\omega C} = \frac{R}{2x}(x^2+1), \quad \omega L = \frac{R}{2}x, \text{ (3) and (7) become:}$$

$$v_c = E_M - RI - \frac{1}{x}\left[B + \frac{RI}{2}(x^2-1)\right] e^{-\alpha t}\sin\omega t - (B - RI)\, e^{-\alpha t}\cos\omega t \tag{13}$$

$$i_1 = I + \left(\frac{2B}{Rx} - \frac{I}{x}\right) e^{-\alpha t}\sin\omega t - Ie^{-\alpha t}\cos\omega t \tag{14}$$

T_1 is turned off when $v_c = V_m + V_0 + \Delta V$, therefore when

$$(B - RI)(1 - e^{-\alpha t}\cos\omega t) - \frac{1}{x}\left[B + \frac{RI}{2}(x^2-1)\right] e^{-\alpha t}\sin\omega t = \Delta V \tag{15}$$

For $t = 0$ the left member of the equation equals 0. For $t \geqslant \frac{5}{\alpha}$, the left member equals approximately $B - RI \gg \Delta V$, therefore the equation will be satisfied for $t \ll \frac{5}{\alpha}$.

Usually $x < 6$, so that $e^{-\alpha t} \approx 1 - \alpha t$; $\sin\omega t \approx \omega t$; $\cos\omega t \approx 1 - \frac{1}{2}(\omega t)^2$.

By neglecting $RI \ll B\,(2 + x^2)$ and superior order terms, from (5) the time $t_b > 0$, after which T_1 is turned off, is obtained:

$$t_b = \frac{RI\,(1 + x^2) + \sqrt{R^2I^2(1+x^2)^2 + 8B\Delta V)(2+x^2)}}{2\alpha B\,(2 + x^2)} \approx$$

$$\approx \frac{RI}{2\alpha B}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{8B\Delta V}{R^2I^2\,(2 + x^2)}}\right] \tag{16}$$

Using the same approximations, (14) becomes $i_1 \approx \alpha t \frac{2B}{R}$, therefore

$$I_0 \approx I\left[1 + \sqrt{1 + \frac{8B\Delta V}{R^2I^2\,(2 + x^2)}}\right] \tag{17}$$

The delay time of T_2 does not considerably affect I_0, because it is of the same order of magnitude ($2 \div 6$ μs) as the above approximations.

4. Circuit analysis when thyristor T_1 is off

The equivalent circuit for this sitution is given in fig. 7.

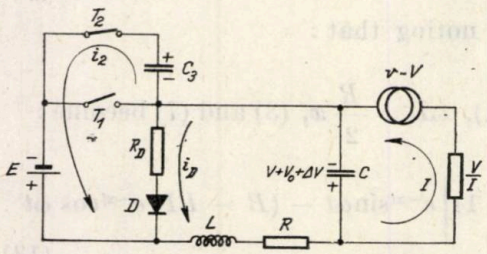


Fig.7. Equivalent circuit, when T_1 is turned off.

In the most defavourable case for i_1, I_0 has its maximum, which one leads to the maximum requirements for T_2, therefore, on the figure, load resistance was given the value $\frac{V}{I}$.

By solving the system of equations in the Laplace transform, we obtain:

$$\left.\begin{aligned} I_2 &= \frac{\omega_0^2 LI + p(B - \Delta V + U_0) + p^2 LI_0}{pL\,(p^2 + 2\alpha p + \Omega_0^2)} \\ V_c &= \frac{V + V_0 + \Delta V}{p} - \frac{I}{p^2 C} + \frac{\omega_0^2 I + pC\omega_0^2(B - \Delta V + U_0) + p^2 I_0}{p^2 C\,(p^2 + 2\alpha p + \Omega_0^2)} \\ U_{BA} &= \frac{E + U_0}{p} - \frac{\omega_0^2 LI + p\,(B - \Delta V + U_0) + p^2 LI_0}{p^2\,LC_3\,(p^2 + 2\alpha p + \Omega_0^2)} \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Then the inverse Laplace transformation is performed. Taking into account that $C_3 \ll C$, therefore

$$\Omega^2 \approx \Omega_0^2 \approx \frac{1}{LC_3} \gg \omega_0^2 \tag{19}$$

i_2, v_c and u_{BA} are given by :

$$i_2 \approx \frac{\alpha}{\Omega'}\left[\frac{2}{R}(B - \Delta V + U_0) - I_0)\right] e^{-\alpha t} \sin\Omega t + I_0 e^{-\alpha t}\cos\Omega t \tag{20}$$

$$v_c \approx E_M - B + \Delta V - \frac{I}{C}\, t + \frac{C_3}{C}(B - \Delta V + U_0)(1 - e^{-\alpha t}\cos\Omega t) + \frac{I_0}{\Omega C} e^{-\alpha t} \sin \Omega t \tag{21}$$

$$u_{BA} \approx E_M + U_0 - \frac{I}{C} t - (B - \Delta V + U_0)\,(1 - e^{-\alpha t}\cos\Omega t) - \frac{I_0}{\Omega C_3} e^{-\alpha t}\sin\Omega t \tag{22}$$

These expressions are correct taking in account that, in the very moment the command is given, T_1 turns off T_2 momentarily assumes the current I_0. Actually $\frac{di}{dt}$ is finite, so that it is not necessary to have a coil in series with T_2 in order to prevent its destruction by $\frac{di}{dt}$ effect [2], [3]. It shall be thought that the opposite sense i_1 during the turn-off time, which also flows through T_2 and C_3, compensates the gradual growth of i_2 both for i_{2M} and for the important moments in u and u_{BA} time variation. This approximation is valid because $\frac{di_1}{dt}$, the reverse-recovery time and the subsequent i_1 evolution are difficult to be exactly established, therefore the laborious calculus taking them into account is not more accurate.

4.1. *Capacitor C value.* C_3 must be large enough to ensure T_1 turn-off and to maintain a reverse blocking voltage across T_1 a time larger than its turn-off time t_0.

C_3 must be at its lower limit, for no requiring a too large recharge current (T_3 mean current) and for its charge causes v growth after T_1 turn-off (see rel. 35).

As above, we shall neglect the voltage across conducting thyristors Then, the reverse voltage across T_1 after its turn-off is u.

$$u = u_{BA} - E_M \tag{23}$$

α is much smaller than Ω, therefore the moment $u = 0$ is established by the oscillation. $e^{-\alpha t} \approx 1$. Taking in account that $\frac{I}{C} t \ll \frac{I_0}{\Omega C_3}$, for $u = 0$ (22) and (23) lead to

$$(B - \Delta V + U_0)(1 - \cos \Omega t) + \frac{I_0}{\Omega C_3} \sin \Omega t = U_0 \tag{24}$$

Obviously in other cases than the most defavourable case for i_1, smaller values appear in the above equation instead of B and I_0, therefore larger t results. Consequently, T_1 reverse polarizing time is the smallest in the most defavourable case for i_1, therefore capacitor C_3 value must be calculated in this very case.

It shall be found $\Omega t \ll 1$, therefore $\sin \Omega t \approx \Omega t$, $\cos \Omega t \approx 1 - \frac{1}{2} (\Omega t)^2$ and from (24) the appropriate solution is obtained:

$$t = \frac{-\frac{I_0}{\Omega C_3} + \sqrt{\frac{I_0^2}{\Omega^2 C_3^2} + 2U_0 (B - \Delta V + U_0)}}{\Omega (B - \Delta V + U_0)} \approx \frac{U_0 C_3}{I_0} \geqslant t_0 \tag{25}$$

I_0 was previously calculated, so that, after having choosed U_0, C_3 may be found:

$$C_3 \geqslant \frac{t_0 I_0}{U_0} \tag{26}$$

4.2. *Diode D conduction.* A calculus quite similar to the one in the previous paragraph shows the moment t_D when $u_{BA} = 0$ and diode D becomes conducting is given by:

$$t_D = \frac{(U_0 + E) C}{I_0} \tag{27}$$

From the relation (20) it results $i_2 = 0$ in the moment t_{20} given by:

$$\operatorname{tg} \Omega t_{20} = -\frac{\Omega}{\alpha} \cdot \frac{I_0}{\frac{2}{R}(B - \Delta V + U_0) - I_0} \approx -\frac{\Omega L I}{B - \Delta V + U_0} \tag{28}$$

For usual values, Ωt_{20} is a little larger than $\frac{\pi}{2}$, therefore $t_{20} > \frac{\pi}{2\Omega} > t_D$, so that diode D opens in the most defavourable case for i_1.

Using the same approximations as in the previous paragraph, i_2 has its maximum when $t = t_{2M}$, where

$$t_{2M} \approx \frac{B - \Delta V + U_0}{\Omega^2 L I_0} < t_D \tag{29}$$

Introducing in the relation (20) it follows

$$i_{2M} \approx I_0 \left[1 + \left(\frac{B - \Delta V + U_0}{\Omega L I_0}\right)^2\right] \tag{30}$$

$$i_2(t_D) \approx C_3 (U_0 + E)\left(\frac{B - \Delta V + U_0}{L I_0} - \alpha\right) + I_0 \tag{31}$$

Without diode D, v_c would reach its maximum in the moment t_{cM} given by the relation

$$\operatorname{tg} \frac{\Omega t_{cM}}{2} \approx 1 + \frac{\Omega C_3 (B - \Delta V + U_0)}{I + I_0} \tag{32}$$

therefore $t_{cM} > \frac{\pi}{2\Omega} > t_D$, therefore when diode D is present, v_c does not reach the value given by the relation (21) for $t = t_{cM}$. Then v_c hasits largest value for $t = t_D$:

$$v_c(t_D) \approx E_M - B + \Delta V + \frac{C_3}{C}(U_0 + E)\left(1 - \frac{I}{I_0}\right) \tag{33}$$

When diode D is conducting, $u_{AB} = i_D R_D > 0$ and C_3 charges at a voltage a little larger than E (R_D being very small) then i_2 cancels, T_2 turns-off and C_3 waits for the next cycle to recharge at the voltage U_0 with the polarity shown in fig. 7, during T_1 conduction.

Without diode D, u would have a minimum value $u_m < -E_M$, therefore the diode D limits voltage requirements for C_3 and for its recharging circuit.

The oscillations may continue in the circuit C_2LRD. Using the symbols given in the chapter 2, the Laplace transforms result:

$$\begin{cases} I_D = \dfrac{\omega_0^2 LI - p v_c(t_D) + p^2 L i_2(t_D)}{pL\,[p^2 + 2\alpha(1+\beta)p + \omega_0^2]} \\ V_c = \dfrac{v_c(t_D)}{p} - \dfrac{I}{p^2 C} + \dfrac{\omega_0^2 I - pC\omega_0^2 \cdot v_c(t_D) + p^2 i_2(t_D)}{p^2 C\,[p^2 + 2\alpha(1+\beta)p + \omega_0^2]} \end{cases} \tag{34}$$

then i_D v_c and u_{BA}^{*} are given by :

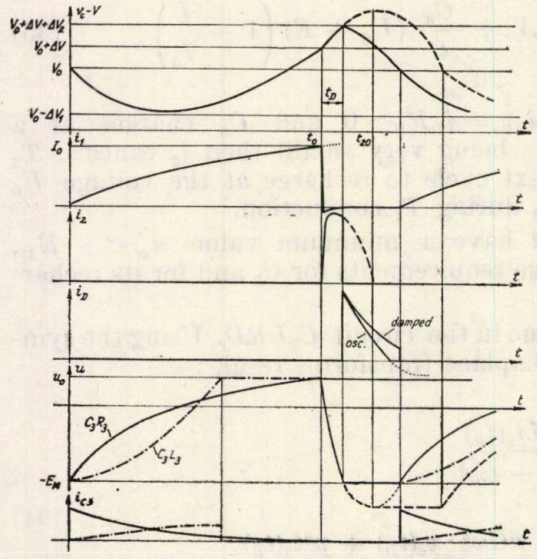
$$\left\{\begin{aligned} i_D &= i_2(t_D) - \frac{\alpha(1+\beta)}{\omega'}\left[\frac{2v_c(t_D)}{R(1+\beta)} + i_2(t_D^{-}) - I\right] e^{-\alpha(1+\beta)t}\sin\omega' t - \\ &\quad - [i_2(t_D) - I]\,[1 - e^{-\alpha(1+\beta)t}\cos\omega' t] \qquad (35) \\ v_c &= v_c(t_D) - [v_c(t_D^{-}) + R(1+\beta)I]\,[1 - e^{-\alpha(1+\beta)t}\cos\omega' t] + \\ &+ \left[\frac{\alpha(1+\beta)}{\omega'} v_c(t_D) + \left(\frac{\alpha(1+\beta)}{\omega'} - \frac{\omega'}{\alpha(1+\beta)}\right)\cdot\frac{R(1+\beta)I}{2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{i_2(t_D)}{\omega' C}\right] e^{-\alpha(1+\beta)t}\sin\omega' t \qquad (36) \\ u_{BA} &= -R_D i_D \qquad (37) \end{aligned}\right.$$

If the circuit is strongly damped (R_D is large or a resistance is mounted in series with D) the oscillations stop when D opens and diode D conducts until T_1 turns on. For high circuit efficiency and smaller requirements for the diode, the oscillating process is more advantageous, because r.m.s. and mean i_D values and power losses in diode D are smaller.

When diode D does no more conduct, until T_1 turns on, C_2 discharges via load by constant current, because $V = ct$, $R_L = ct$, therefore $I_{load} = ct$.

It can easily be seen that for T_2 i_{2M} condition is more severe than $\int i^2\,dt$, i_2 *r.m.s.*, i_2 mean, therefore i_{2M} is the parameter used for choosing T_2.

Diode D is choosed to allow peak current $i_2(t_D)$ — slightly larger than I_0 — and maximum voltage $E_M + U_0 \cdot i_2$ mean value must be calculated for each circuit, but generally i_{2M} condition is more severe.



8. Waveforms in the pre-regulator with and without diode D.

Fig. 8 shows waveforms in the pre-regulator in the most disadvantageous case for i_1, with and without diode D, from which diode advantages are obvious. It must be noticed that, without diode D, initial u value depends on the operating conditions.

5. T_3 ratings.

Control circuits are designed so that C_3 recharging begins only when T_1 turns on, to ensure T_2 turn-off.

Capacitor C_3 must withstand the voltage $E_M + R_D i_2(t_D)$ and, in the opposite sense, the voltage U_0, of the same order of magnitude as E_M, therefore C_3 must not be an electrolytic capacitor

T_3 has to withstand the maximum voltage $E_M + U_0 + R_D i_2 (t_D)$.

C_3 recharges through the resistance R_3 and the insignificant resistance of T_3, so that, in fact, after $t \geqslant 3R_3C_3$ it reaches the final voltage U_0 (with less than 5% error). u must have reached the value U_0 when T_2 turns on. T_2 turn-on command arrives the soonest in the most defavourable case for i_1, in the moment t_0 given by (16). It follows

$$R_3 \leqslant \frac{t_b}{3C_3} = \frac{LI}{3C_3B}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{8\,B\Delta V}{R^2I^2\,(2 + x^2)}}\right], \tag{38}$$

i_3 has its maximum at the beginning of C_3 charging, therefore T_3 must allow i_{3M} given by

$$i_{3M} \geqslant \frac{E_M + U_0}{R_3} = (E_M + U_0)\,\frac{3C_3B}{LI}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{8\,B\Delta V}{R^2I^2(2 + x^2)}}\right]^{-1} \tag{39}$$

The mean value of i_3 is much smaller than i_{3M}, so that, if i_{3M} requires a power transistor, using a thyristor to recharge C_3 is more economical. The thyristor is useful especially for high load voltages, leading to more than 100V across T_3. Another advantage of the thyristor is requiring a control signal of lower power and poorer shape than the transistor; nevertheless, after the time t_b the thyristor must be turned off by i_3 decrease under its holding current, that is $i_3(t_b) \leqslant i_{03}$. The parasite inductances does not ensure $\frac{di_3}{dt}$ limiting, so that for T_3 it is safer to replace R_3 by the coil L_3 and to use an oscillating regime, as in [2]. Waveforms are shown in fig. 8.

u reaches the value U_0 when $\omega_3 t = \frac{\pi}{2}$. In the same moment the voltage across L_3 cancels, so that a diode D_3 in parallel to L_3 stops the oscillation in this very moment, and T_3 turns off. C_3 recharge must finish before T_1 turns on, so that $t = \frac{\pi}{2\omega_3} < t_b - t_{03}$, therefore

$$L_3 < \left[\frac{2(t_b - t_{03})}{\pi}\right]^2 \frac{1}{C_3} \tag{40}$$

$\frac{di}{dt}$ is maximum at the beginning of C_3 charging, namely

$$\left.\frac{di_3}{dt}\right|_{t=0} = \frac{E_M + U_0}{L_3} \tag{41}$$

This $\frac{di_3}{dt}$ value is not dangerous, for any thyristor.

T_3 and D_3 must allow peak current

$$i_{3M} = (E_M + U_0)\sqrt{\frac{C_3}{L_3}} \tag{42}$$

D_3 breakdown voltage must be at least $E_M + U_0$.

6. How to choose x value, C_1, C_2, L and R

For high efficiency, R must be as small as posssible — it shall be choosed near Δi curve (see fig. 2), but not just on this curve, because it would require a power resistor with very close tolerances. To have the smallest R, one must choose in the R, x coordinates (fig. 2) a point near the cross point of the two curves, therefore x — as large as posible.

In order to have not too large (> 800 cps) highest pre-regulator frequency (in the most defavourable case for i_1), which would require high speed thyristors, it results from (16) that L and ΔV must be as large as possible, and x — small. To have small i_{2M}, L must be large.

$C_2(C)$ must be much larger than C_3 for no having too large ω and to have small v_c overgrowth after T_1 turns off.

In order to have little power losses in the diode D, ω_0 must be much larger than $\alpha(1+\beta)$, therefore x — as large as possible. If x is large and ω — small, i_1 pulse in overload conditions may have at 10 ms a value much larger than I, damaging the thyristor T_1.

Conclusions

— In the R, x coordinates plan, the representing point is choosed near the cross point of Δi and Δv curves. Later on it shall be checked if the operating frequency is not too large, and, if it is, x will be choosed smaller,and ΔV — larger. R and a relation between L and C are obtained :

$$\frac{L}{C} = \frac{R^2}{4}(x^2 + 1) \tag{43}$$

— For i_1(10 ms) no being too large, i_{1M} must be reached after $2 \div 4$ ms, so that

$$\omega_0 = \frac{1}{LC} = (0.5 \div 1) \cdot 10^3 \ \frac{\text{rad}}{s} \tag{44}$$

— Using the relations (43) and (44) L and C are found. In order to obtain $C \gg C_3$, C must be $2 \div 20$ mF.

— C_1 was thought to be a voltage generator. C_1 must be at least equal to C_2, but it is better to take

$$C_1 = (2 \div 8)C_2 \tag{45}$$

7. Design steps

a) V_0 is choosed near the middle of the permitted range of the voltage across the main regulator. ΔV_1 results. ΔV is choosed ($\Delta V = 0.1 \div 0.4$V)

b) Using the universal curves in fig. 4 and the relation (10) the curves $R_M(A)$ and $R_{0m}(A)$ are drawn on the same figure and A is choosed near their cross point. E_M, E_m, B and $\frac{\Delta V_1}{A}$ are easily calculated.

c) Δi curve with the adequate D is choosed in fig. 5. Using the curves in fig. 6, Δv curve is drawn on the same figure. The representing point is choosed (see ch. 6). T_1 is choosed with $I_{nom} > I$, the breakover voltage larger than E_M and D value — used to draw the curves.

d) I_0 is found using (17). U_0 is taken between 20 and 40 V, as E is smaller or larger. C_3 is found from (26).

e) L and C_2, then C_1 and ω are calculated using the relations and the reasons in chapter 6.

f) i_{2M} is found using (30) and T_2 is choosed to allow this peak current and to have the breakover voltage higher than $E_M + U_0$. Diode D is choosed to allow the peak current $i_2(t_D)$ (rel. 31) and to withstand the voltage $E_M + U_0$.

g) According to the relations and reasons in chapter 5, it is estimated if a transistor or a thyristor is cheaper to be used as T_3, then R_3 and i_{3M} or L_3 and i_{3M} are calculated. T_3 and D_3 must allow the peak current i_{3M} and withstand the peak voltage $E_M + U_0$.

h) The lowest and the highest operating frequencies are calculated. To conserve all pre-regulator adavantages, the lowest frequency must exceed 200 cps. To use low speed thyristors, the upper frequency must be lower than 1 kcps. If the frequency exceeds these limits, the calculus must be reconsidered, with other values for x and ΔV.

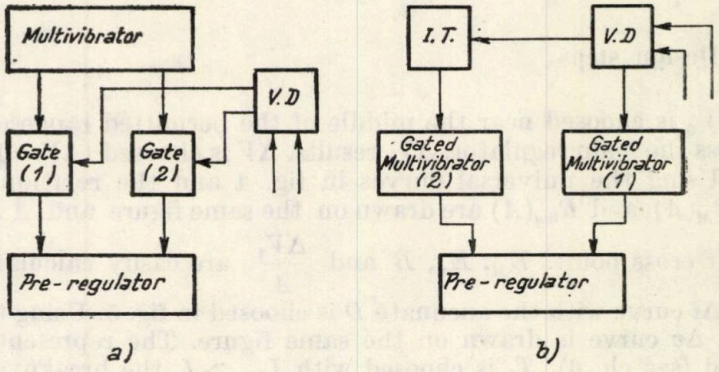
i) Control circuits are designed.

8. Control circuits variants

First alteration of the circuit in [1] — C_3 recharge by a thyristor — was proposed in chapter 5.

Another possible alteration is the use of a single multivibrator with two gates by which T_1 and T_2 respectively may be controlled (fig. 9 a). The circuit is cheaper, but the trigger pulses are not synchronized with the moments the thresholds of the voltage discriminator (V.D.) are exceeded, so that an uncontrollable trigger delay, of at most one period may occur. For this delay not being annoying, multivibrator frequency must be high enough (100÷200 kcps).

Another possibility is to use a polarity-inverter transformer (I.T) whose primar wrapping is a part of the *V.D.* pulse differentiating circuit (fig. 9 b). The time constant of this differentiating circuit is choosed to



9. a), b) The proposed block diagrams of the control circuits.

ensure multivibrator (2) to give 3÷10 pulses (during the command pulse received), then to stop, before T_1 turn-on command, in any operating conditions. Thus T_2 may not accidentally turn on when T_1 does, and gate command pulses are synchronized with V.D. command.

Conclusion. Using this method, the pre-regulator may be accurately designed, starting from power supply ratings and without using iterations. The design method is simple — it uses universal curves and a small number of design relations.

This method also gives the possibility of easy computer programming for pre-regulator design.

Departament of Applied Electronics
Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest

REFERENCES.

1. *Ophir D.* — An S.C.R. Pre-Regulator for a Transistorized Power Supply. Electronic Engineering. Vol. 37, No. 443, Jan 1965 (36—39).
2. *Mazda F. F.* — Design of High-Frequency Thyristor-Chopper Circuits .Electonic Engineering, Vol. 42, No. 504, Feb. 1970 (34—39).
3. *Gentry F. E., Gutzwiller F. W., Holonyak N., Von Zastrow E. E.* — Semiconductor Controlled Rectifiers : Principles and Application of p—n—p—n Devices. Prentice Hall EE Series, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs 1964 (279—287), (343—347).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 5

TRANSPORTURI

C.Z.: 656

CONTRIBUȚII LA OPTIMIZAREA TONAJELOR ȘI VITEZELOR TRENURILOR DE CALĂTORI REMORCATE CU LOCOMOTIVE DIESEL 060 DA

ANDONIE COTORANU

1. Considerații generale

Tonajele și vitezele trenurilor de călători sînt parametri de bază ai organizării traficului de călători și trebuie aleși astfel încît să satisfacă atît volumul de transport în condițiile reducerii duratei călătoriei, respectiv sporirii vitezei de circulație, creșterii frecvenței trenurilor, cît și reducerea cheltuielilor de transport.

Pe de altă parte însă circulația trenurilor de călători se realizează împreună cu circulația trenurilor de marfă și deci între ele există o interdependență reciprocă.

Aceste considerente duc la necesitatea stabilirii unor tonaje și viteze optime și pentru trenurile de călători, care să satisfacă cerințele de transport, dar, în același timp, să corespundă unor cheltuieli de transport minime.

Tonajele și vitezele trenurilor de călători sînt influențate direct de caracteristicile tehnice și energetice ale locomotivelor (puterea instalată, greutatea aderentă, caracteristicile de tracțiune, rezistențele la înaintare etc.), de caracteristicile vagoanelor (tara, construcția vagoanelor, rezistențele la înaintare, capacitatea de încărcare, construcția frînelor etc.), de caracteristicile profilului liniei, cît și de cheltuielile de investiții și de exploatare legate de efectuarea transporturilor de călători.

2. Calculul tonajelor trenurilor de călători

Tonajele trenurilor de călători se determină în ipoteza folosirii complete a puterii locomotivelor avîndu-se în vedere, în general, ca trenurile să atingă viteza maximă de circulație pe profile situate în palier și aliniament.

Viteza maximă este limitată de datele constructive ale locomotivei, de instalația de frînă a vagoanelor, de construcția vagoanelor, de starea suprastructurii căii etc.

Se are în vedere de asemeni stabilirea vitezelor de circulație ale trenurilor pe rampa caracteristică, în funcție de rangul acestora.

Atît viteza maximă, cît şi viteza pe care trenul o realizează pe rampele cu rezistenţă caracteristică influenţează direct asupra vitezei medii de mers a trenului pe întreaga secţie de circulaţie.

Pentru a asigura o anumită viteză medie comercială de secţie trebuie determinat tonajul trenului în funcţie de caracteristicile de tracţiune ale locomotivei şi de rezistenţa la înaintare a trenului.

Acest lucru se face pornind de la ecuaţia de echilibru a forţelor ce acţionează asupra trenului, la circulaţia sa cu viteza constantă pe o rampă fictivă şi uniformă, egală cu rampa echivalentă, avînd lungimea egală cu lungimea secţiei sau liniei.

În acest caz ecuaţia de echilibru a forţelor ce acţionează asupra trenului este :

$$F_e = G_l (r_l + i_e) + G_v (r_v + i_e) \text{ [kgf]}. \tag{1}$$

De unde rezultă tonajul trenurilor de călători, sub forma :

$$G_v = \frac{F_e - G_l (r_l + i_e)}{r_v + i_e} \quad \text{[tf]}, \tag{2}$$

unde :

F_e este forţa de tracţiune la obada roţilor motoare, corespunzătoare vitezei de secţie V_s, în kgf ;

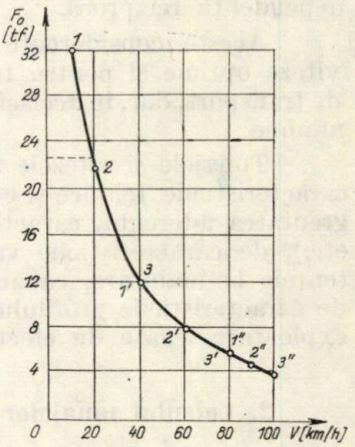
G_l — greutatea locomotivei în stare de serviciu, în tf ;

r_l şi r_v — rezistenţele specifice la mers în palier şi aliniament ale locomotivei şi vagoanelor, corespunzătoare vitezei V_s, în kgf/tf ;

i_e — declivitatea echivalentă a liniei, în ‰ (kgf/tf).

Caracteristica de tracţiune a locomotivei diesel electrice 060 DA (fig. 1) se poate exprima printr-o relaţie de forma :

$$F_0 = A - BV + \frac{C}{V}, \tag{3}$$



iar rezistenţele la înaintare în palier şi aliniament ale locomotivelor şi vagoanelor se determină, la C.F.R., prin relaţii de forma :

— pentru locomotive :

$$r_l = a_l + b_l V + c_l V^2 \tag{4}$$

— pentru vagoane :

$$r_v = a_v + b_v V^2. \tag{5}$$

Avînd în vedere relaţiile (3), (4) şi (5), relaţia (2), devine :

$$G_v = \frac{AV - BV^2 + C - G_l V (a_l + b_l V + c_l V^2 + i_e)}{V (a_v + b_v V^2 + i_e)}; \tag{6}$$

La circulația pe rampa cu rezistența caracteristică, tonajul trenurilor de călători va fi dat de relația :

$$G_{vr} = \frac{AV_{min} - BV^2_{min} + C - G_l V_{min}(a_l + b_l V_{min} + c_l V^2_{min} + i_c)}{V_{min}(a_v + b_v V^2_{min} + i_c)}, \quad (7)$$

unde :

i_c este rezistența caracteristică a liniei, în kgf/tf;

V_{min} — viteza minimă de circulație a trenurilor de călători pe elementele de profil cu rezistența caracteristică, în km/h.

Tonajele trenurilor de călători calculate cu relația (6) vor trebui să îndeplinească condiția :

$$G_v \leqslant G_{vr} \quad (8)$$

În caz contrar se va adopta tonajul G_{vr}.

3. Calculul tonajelor și vitezelor optime în funcție de cheltuielile de exploatare

Calculul variantelor de tonaj și de viteză trebuie făcut astfel ca acestea să corespundă realizării unei bune calități a deservirii călătorilor și unor cheltuieli minime legate de efectuarea transporturilor de călători.

Din acest motiv la determinarea valorilor optime ale tonajelor și vitezelor trenurilor de călători trebuie efectuate calcule tehnico-economice pentru fiecare categorie de trenuri (rapide, accelerate și de persoane), deosebite ca tonaj, ca schemă de formare a garniturii, categorie a vagoanelor.

Aceste calcule trebuie să se facă cu luarea în considerare a cheltuielilor pentru :

— parcul de locomotive necesar deservirii trenurilor de călători;

— parcul vagoanelor de călători;

— retribuirea personalului de locomotivă, de tren și însoțitorilor de vagoane;

— lucrul mecanic efectuat de locomotivă pentru remorcarea trenurilor;

— trecerea trenurilor de călători înaintea celor de marfă și încrucișarea trenurilor de călători cu cele de marfă;

— timpul petrecut de călători în trenuri.

Determinarea tonajelor și vitezelor optime se face pe baza cheltuielilor anuale echivalate, care cuprind cheltuielile anuale de exploatare pentru efectuarea transporturilor și întreținerea mijloacelor tehnice legate de acestea, amortismentele anuale și investițiile echivalate în funcție de termenul de recuperare.

Aceste cheltuieli pot fi : cheltuieli în funcție de timp, care sînt proporționale cu timpul cît trenul se află în mișcare — și cheltuieli energetice, proporționale cu consumul de lucru mecanic al locomotivei pentru tracțiunea trenului.

Cheltuielile proporţionale cu consumul de lucru mecanic cuprind o parte din cheltuielile pentru reparare, ungere şi echipare a locomotivelor, cheltuielile pentru combustibil sau energie electrică, o parte din cheltuielile pentru reparare, ungere şi întreţinere în exploatare a vagoanelor, o parte din cheltuielile cu repararea şi întreţinerea căii.

3.1. *Cheltuieli anuale echivalate cu parcul de locomotive pentru trenuri de călători*

Parcul de locomotive depinde de perioada de reutilizare a locomotivei, care, în cazul locomotivelor diesel, este dată de relaţia:

$$T_{rd} = \frac{c_1 s}{V_c} + c_2 + t_r + t_a = \frac{c_1 s}{\beta_c V_s} + t_l \text{ [h]},$$

unde:

s este lungimea secţiei de remorcare, în km;

V_c — viteza medie comercială pe secţie, în km/h;

t_r — cota parte din timpul în care locomotiva se află în revizii tehnice şi reparaţii periodice, care revine unei perioade de reutilizare, în ore;

t_a — timpul de aşteptare a trenului în staţia de întoarcere şi depinde de numărul de trenuri şi de modul de înscriere al acestora în grafic, în ore;

$c_1 = 2{,}5$; $c_2 = 1{,}83$ pentru cazul cînd locomotivele sînt deservite de echipe titulare şi acestea se odihnesc în punctele de întoarcere;

$c_1 = 2$; $c_2 = 1{,}2$ pentru cazul cînd locomotivele nu sînt deservite de echipe titulare şi deci nu se mai ia în consideraţie timpul de odihnă.

Coeficientul c_2 ţine cont de timpul de aşteptare pe linia depoului de domiciliu şi de timpul cît locomotiva se află pe linia din staţia de întoarcere.

Pentru o direcţie de mers de lungime s_d /km/, parcul inventar necesar de locomotive va fi:

$$M_{\text{inv}} = \frac{1}{24}\left(\frac{c_1 s}{\beta_c V_s} + t_l\right) \cdot \frac{s_d}{s} \cdot \frac{A_c k_{nc} q_{br}}{a_0 G_v} (1 + \gamma_l) \qquad \text{[Locom.]},$$

unde:

$\frac{s_d}{s}$ reprezintă numărul secţiilor de remorcare pe direcţia de mers;

$N_c = \frac{A_c k_{nc} q_{br}}{a_0 G_v}$ — numărul zilnic al trenurilor de călători într-un sens;

A_c — curentul zilnic de călători într-un sens;

k_{nc} — coeficientul de neuniformitate lunară a curentului de călători;

$q_{br} = q_t + q_c$ — greutatea brută a unui vagon, în tf;

q_t — tara vagonului, în tf;
q_c — greutatea călătorilor din vagon (pentru un călător se poate considera greutatea de 0,1 tf);

$\beta_c = \frac{V_c}{V_s}$ — coeficientul vitezei comerciale, egal cu raportul dintre viteza comercială și viteza de secție;

γ_l — cota-parte a parcului de locomotive ce se află în reparații și în rezervă;

a_0 — numărul mediu al călătorilor care revine pe un vagon din compunerea trenului.

Acest număr se obține cu o relație de forma:

$$a_0 = \frac{m_1 a_1 + m_2 a_2 + m_3 a_3 + m_4 a_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_{pb}}, \tag{9}$$

unde:

m_1 și a_1 — reprezintă numărul de vagoane de clasa a II-a compartimentate din garnitură și respectiv numărul călătorilor dintr-un vagon compartimentat;
m_2 și a_2 — numărul vagoanelor necompartimentate și respectiv numărul călătorilor dintr-un vagon necompartimentat;
m_3 și a_3 — numărul vagoanelor de clasa a I-a din garnitură și respectiv numărul călătorilor dintr-un vagon de clasa I-a;
m_4 și a_4 — numărul vagoanelor de dormit din garnitură și respectiv numărul locurilor dintr-un vagon de dormit;
m_{pb} — numărul vagoanelor poștă, de bagaje și restaurant din garnitură.

Cheltuielile anuale echivalate pentru parcul inventar de locomotive se obțin cu relația:

$$E_{la} = \frac{s_d A_c k_{nc} q_{br}}{24 \cdot s \cdot a_0 G_v} \left(\frac{c_1 s}{\beta_c V_s} + t_l\right)(1 + \gamma_l)\left[E_l\left(\frac{1}{t_{rl}} + \frac{1}{t_{il}}\right) + 8760\, e_l P\right] \quad \text{[lei/an]}, \tag{10}$$

în care:

E_l este costul locomotivei, în lei;
t_{rl} — termenul de recuperare a investițiilor, în ani;
t_{il} — viața industrială a locomotivei, în ani;
e_l — cota de cheltuieli de exploatare a locomotivei, în lei/CP;
P — puterea locomotivei, în CP.

3.2. *Cheltuielile cu parcul inventar de vagoane de călători*

Parcul inventar de vagoane de călători poate fi determinat în funcție de rulajul vagonului, cu relația:

$$\Sigma m_{inv} = \left(\frac{2s_d}{\beta_c V_s} + t_{vi} \right) \frac{A_c k_{nc} (1 + \gamma_v)}{24\, a_0} \text{ [vag]},$$

unde:

t_{vi} reprezintă timpul de staționare a vagoanelor în stația de îndrumare și de întoarcere a garniturilor, în ore;

γ_v — cota-parte a parcului inactiv de vagoane.

Cheltuielile anuale echivalate cu parcul inventar de vagoane de călători se pot calcula cu relația:

$$E_{va} = \left(\frac{2s_d}{\beta_c V_s} + t_{vi} \right) \frac{A_c k_{nc} (1 + \gamma_v)}{24\, a_0} \left[E_v \left(\frac{1}{t_{rv}} + \frac{1}{t_{iv}} \right) + 8760\, e_v \right] \text{[lei/an]}, \quad (11)$$

unde:

E_v reprezintă costul vagonului, în lei;

t_{rv} — termenul de recuperare a investițiilor, în ani;

t_{iv} — viața industrială a vagoanelor, în ani;

e_v — cota de cheltuieli pentru întreținerea curentă a vagoanelor, în lei/vag. oră.

3.3. *Cheltuielile anuale de exploatare cu echipele de locomotivă*

Numărul echipelor de locomotivă necesare trenurilor de călători în 24 ore va fi:

$$N_{el} = \frac{s_d}{s} \left(\frac{2s}{\beta_c V_s} + t_{el} \right) \frac{A_c k_{nc} q_{br}}{a_0 G_v} \text{[echipe/zi]}.$$

Cheltuielile anuale de exploatare pentru salarizarea echipelor de locomotivă vor fi:

$$E_{el} = \frac{s_d}{s} \left(\frac{2s}{\beta_c V_s} + t_{el} \right) e_{el} \frac{A_c k_{nc} q_{br}}{a_0 G_v} \cdot 365 \text{ [lei/an]}, \quad (12)$$

unde:

t_{el} reprezintă timpul mediu cît echipele se găsesc în punctele de întoarcere;

e_{el} — salariul mediu pe oră al unei echipe de locomotivă, în lei/oră.

3.4. *Cheltuielile anuale de exploatare cu echipele de tren și însoțitori de vagoane*

Numărul zilnic de echipe de tren este:

$$N_{et} = \frac{s_d}{s} \left(\frac{2s}{\beta_c V_s} + t_{et} \right) \frac{A_c k_{nc} q_{br}}{a_0 G_v},$$

iar numărul zilnic al partidelor de însoțitori de vagoane este dat de relația :

$$N_{ei} = \left(\frac{2s_d}{\beta_c V_s} + t_{ei} \right) \frac{A_c k_{nc} q_{br}}{a_0 G_v}.$$

Cheltuielile anuale cu aceste echipe vor fi :

$$E_{ei} = \left[\frac{s_d}{s} \left(\frac{2s}{\beta_c V_s} + t_{et} \right) e_{et} + \left(\frac{2s_d}{\beta_c V_s} + t_{ei} \right) e_{ei} \right] \cdot \frac{365\, A_c k_{nc} q_{br}}{a_0 G_v} \text{ [lei/an]} \cdot \tag{13}$$

În aceste relații s-a notat :

t_{et} — timpul mediu cît echipa de tren se găsește în punctele de întoarcere, în ore ;

t_{ei} — timpul mediu de staționare a partidei de însoțitori de vagoane în punctele de întoarcere, în ore ;

e_{et} — salariul mediu pe oră al partidei de însoțitori, ce revine unui tren, în lei/oră ;

e_{et} — salariu mediu pe oră al echipei de tren, în lei/oră.

3.5. *Cheltuielile anuale legate de consumul de energie*

Aceste cheltuieli sînt date de expresia :

$$E_{en} = 2\, L \cdot e_{en} \frac{A_c k_{nc} q_{br}}{a_0 G_v} \cdot 365 \text{ [lei/an]}, \tag{14}$$

în care :

e_{en} este cota de cheltuieli pentru consumurile energetice, în lei/tfkm ;

L — lucru mecanic efectuat pentru deplasarea trenului, care se poate calcula cu aproximație, folosind relația :

$$L = [G_l(r_l + i_e) + G_v(r_v + i_e)]10^{-3} \cdot s + k_c \frac{4{,}17\, V_{fc}^2 (G_l + G_v)}{10^6} \text{ [tfkm]}, \tag{15}$$

unde :

V_{fc} — viteza de început de frînare a trenurilor de călători a cărei valoare se poate lua $V_{fc} = V_s$;

k_c — numărul de frînări.

3.6. *Cheltuielile anuale de exploatare legate de timpul petrecut de călători în trenuri*

Aceste cheltuieli țin seama de scopul călătoriei și deci și de costul unei călător-ore și se exprimă prin relația :

$$E_{ca} = e_{ch} \frac{2\, s_d A_c k_{nc}}{\beta_c V_s} \cdot 365 \text{ [lei/an]}, \tag{17}$$

unde :

e_{ch} reprezintă costul mediu a unei călător-ore, în lei/căl.oră.

3.7. *Cheltuielile legate de depășirea trenurilor de marfă și încrucișarea acestora cu trenurile de călători*

Cheltuielile anuale de exploatare legate de aceste operații, depind de numărul de opriri ale trenurilor de marfă pentru trecerea înainte și încrucișarea cu trenurile de călători, în ambele sensuri de circulație, de timpul necesar acestor operații, de pierderea de energie cinetică a unui tren de marfă în caz de oprire prin frînare.

Aceste cheltuieli pot fi exprimate cu relația :

$$E_{ti} = 365\, N_{opr}(t_{opr} \cdot e_{th} + L_{en} \cdot e_{en}) \text{ [lei/an]}, \tag{18}$$

unde :

N_{opr} și t_{opr} reprezintă numărul de opriri ale trenurilor de marfă pentru trecere înainte și pentru încrucișare cu trenurile de călători și timpul mediu de staționare în vederea acestor operații și sînt date de relațiile :

— pentru circulația pe cale dublă :

$$N_{opr \cdot d} = \frac{2\, s_d}{24} \cdot \frac{G_{an} k_{nmf}}{365\, \varphi G_{vmf}} \cdot \frac{A_c k_{nc} q_{br}}{a_0 G_v V_{cmf}} \left(1 - \frac{V_{cmf}}{\beta_c V_s}\right), \tag{19}$$

unde s-a ținut cont de numărul zilnic al trenurilor de marfă, care se determină cu relația :

$$N_{mf} = \frac{G_{an} k_{nmf}}{365\, \varphi G_{vmf}};$$

G_{an} — curentul anual de mărfuri pe direcția de mers considerată, în tf ;

$k_{n\,mf}$ — coeficient de neuniformitate a transporturilor de marfă ;

$\varphi = \dfrac{G_n}{G_{vmf}}$ — coeficientul care caracterizează raportul dintre tonajul net G_n și tonajul brut al trenului de marfă G_{vmf} ;

V_{cmf} — viteza comercială a trenurilor de marfă, în km/h ;

$$t_{opr} = t_{ti} = I_{sos} + I_{exp} + \frac{l_{dd}}{2\, V_{cmf}} \left(1 - \frac{V_{cmf}}{\beta_c V_s}\right); \tag{20}$$

I_{sos}, I_{exp} — intervalele de sosire și de expediere a trenurilor în ore ;

l_{ds}, l_{dd} — lungimea distanței de circulație pentru cale simplă respectiv dublă, în km ;

— pentru circulaţia pe cale simplă :

$$N_{opr \cdot s} = \frac{2\, s_d}{24} N_{mf} \cdot N_c \left(\frac{1{,}1}{V_{cmf}} + \frac{0{,}9}{V_c} \right);$$

$$t_{opr} = t_{d \cdot inc} \simeq \frac{l_{ds}}{2\, V_{mf}} + t_{sn} + t_{inc} + t_{df} \text{ [h]}; \tag{21}$$

$V_{mf} = \dfrac{V_{cmf}}{\beta_m}$ — viteza medie de secţie a trenurilor de marfă, în km/h ;

t_{sn}, t_{inc} — valoarea medie a intervalelor de sosire nesimultană şi încrucişare ;

t_{df} — timpul pentru accelerare şi încetinire, în ore ;

e_{th} — costul unui tren-ore de marfă pe secţie, în lei/ /tren-oră ;

L_{en} — pierderea de energie cinetică a unui tren de marfă în caz de oprire prin frînare, care este dată de relaţia :

$$L_{en} = \frac{4{,}17\, V^2_{fmf}(G_l + G_{vmf})}{10^6} \text{ [tf.km]}.$$

Luînd în considerare relaţiile (19), (20) şi (21) expresia (18) va căpăta forma :

— pentru cale simplă :

$$E_{tl} = \frac{K_7}{G_v} \left(1{,}1 + \frac{0{,}9\, V_{cmf}}{\beta_c V_s} \right);$$

— pentru cale dublă :

$$E_{tl} = \frac{K'8}{G_v} \left(1 - \frac{V_{cmf}}{\beta_c V_s} \right) + \frac{K''8}{G_v} \left(1 - \frac{V_{cmf}}{\beta_l V_s} \right)^2. \tag{23}$$

Cheltuielile totale anuale echivalate vor rezulta din însumarea tuturor cheltuielilor menţionate, adică :

$$E_a = E_{la} + E_{va} + E_{el} + E_{elt} + E_{en} + E_{ca} + E_{tl}.$$

Ţinînd cont de expresiile acestor cheltuieli, expresia cheltuielilor totale, după o serie de transformări, va căpăta forma :

— pentru cale simplă :

$$E_a = \left[(K_1 c_1 s + 2K_3 s + 2K'_4 s + 2K''_4 s_d + 0{,}9\, K_7 V_{cmf}) \frac{1}{G_v} + 2K_2 s_d + \right.$$

$$\left. + K_6 \right] \cdot \frac{1}{\beta_c V_s} + \left[(K_1 t_l + K_3 t_{,l} + K'_4 t_{el} + K''_4 t_{el} + K_5 G_l s_d (a_l + i_e) + \right.$$

$$+ 1{,}1K_7)\frac{1}{G_v} + K_2 t_{vi} + K_5 s_d (a_v + i_e)\Big] + \frac{K_5 G_l b_l s_d}{G_v} V_s + K_5 \Big[(c_l s_d +$$

$$+ 0{,}00417 k_c)\frac{G_l}{G_v} + b_v s_d + 4{,}17 \cdot 10^{-3} k_c\Big] V_s^2 \text{ [lei/an]}; \qquad (24)$$

— pentru cale dublă:

$$E_a = \frac{K_8'' V_{cmf}^2}{\beta_c^2 \cdot G_v}\frac{1}{V_s^2} + \Big[(K_1 c_1 s + 2K_3 s + 2K_4' s + 2K_4'' s_d - V_{cmf}(K_8' +$$

$$+ 2K_8'')\frac{1}{G_v} + 2K_2 s_d + K_6\Big]\frac{1}{\beta_c V_s} + \Big[(K_1 t_l + K_3 t_{el} + K_4' t_{el} + K_4'' t_{el} +$$

$$+ K_5 G_l s_d (a_l + i_e) + K_8' + K_8'')\frac{1}{G_v} + K_2 t_{vi} + K_5 s_d (a_v + i_e)\Big] +$$

$$+ \frac{K_5 G_l b_l s_d}{G_v} V_s + K_5\Big[(c_l s_d + 4{,}17 \cdot 10^{-3} k_c)\frac{G_l}{G_v} + b_v s_d + 4{,}17 \cdot 10^{-3} k_c\Big] V_s^2. \qquad (25)$$

În aceste relaţii s-a notat:

$$K_1 = \frac{s_d A_c k_{nc} q_{br}}{24\, s a_0}(1 + \gamma_l)\Big[E_l\Big(\frac{1}{t_{rl}} + \frac{1}{t_{il}}\Big) + 8760\ e_l P\Big];$$

$$K_2 = \frac{A_c k_{nc}}{24\, a_0}(1 + \gamma_v)\Big[E_v\Big(\frac{1}{t_{rv}} + \frac{1}{t_{iv}}\Big) + 8760\ e_v\Big];$$

$$K_3 = \frac{365\, s_d A_c k_{nc} q_{br} e_{el}}{s\, a_0};$$

$$K_4' = \frac{365\, s_d A_c k_{nc} q_{br} e_{el}}{s\, a_0};$$

$$K_{4\hat{n}}'' = \frac{365\ A_c k_{nc} q_{br} e_{el}}{a_0};$$

$$K_5 = \frac{2 \cdot 365 \cdot 10^{-3}\, A_c k_{nc} q_{br} e_{en}}{a_0};$$

$$K_6 = 2 \cdot 365\, A_c k_{nc} s_d e_{ch};$$

$$K_7 = \frac{s_d G_{an} k_{nmf}}{12\varphi G_{vmf}} \cdot \frac{A_c k_{nc} q_{br}}{a_0 V_{cmk}} (t_{opr} e_{th} + L_{en} e_{en});$$

$$K'_8 = \frac{s_d G_{an} k_{nmf}}{12\varphi G_{vmf}} \cdot \frac{A_c k_{nc} q_{br}}{a_0 V_{cmf}} [e_{th}(I_{sos} + I_{exp}) + L_{en} e_{en}];$$

$$K''_8 = \frac{s_d G_{an} k_{nmf}}{12\varphi G_{vmf}} \cdot \frac{A_c k_{nc} q_{br}}{a_0 V^2_{cmf}} \cdot l_{dd} \cdot e_{th}$$

După cum se observă relațiile (24) și (25) sînt funcții de forma $E_a = f(G_v, V_s)$. Dacă se consideră viteza constantă și tonajul variabil, relațiile (24) și (25) vor căpăta forma:

$$E^*_a = \frac{K_{G0}}{G_v} + K_{Gl}$$

Această funcție arată că cheltuielile totale anuale variază cu tonajul după o hiperbolă, deci nu are un minim. În aceste condiții pentru determinarea tonajului și vitezei optime trebuie studiată variația cheltuielilor cu viteza de circulație a trenului.

Considerînd tonajul trenului de călători constant, relațiile (24) și (25) fiind funcții de viteza medie de circulație vor avea o valoare maximă sau minimă în punctele în care derivata $\frac{dE_a}{dV_s}$ se anulează $\left(\frac{dE_a}{dV_s} = 0\right)$:

— pentru cale simplă:

$$\frac{dE_a}{dV_s} = -[(K_1 c_1 s + 2K_3 s + 2K'_4 s + 2K''_4 s_d + 0{,}9\ K_7 V_{cmf}) \frac{1}{G_v} + 2K_2 s_d +$$

$$+ K_6] \frac{1}{\beta_c V^2_s} + \frac{K_5 G_l b_l s_d}{G_v} + 2K_5 [(c_l s_d + 4{,}17 \cdot 10^{-3} k_c) \frac{G_l}{G_v} + b_v s_d +$$

$$+ 4{,}17 \cdot 10^{-3} k_c] V_s. \qquad (26)$$

Viteza optimă va fi dată de soluția ecuației:

$$K_{v3} V^3_s + K_{v2} V^2_s + K_{v0} = 0, \qquad (27)$$

unde s-a notat:

$$K_{v3} = 2K_5[(c_l s_d + 4{,}17 \cdot 10^{-3} k_c) \frac{G_l}{G_v} + b_v s_d + 4{,}17 \cdot 10^{-3} k_c];$$

$$K_{v2} = \frac{K_5 G_l b_l s_d}{G_v};$$

$$K_{v0} = -\frac{1}{\beta_c}\Big[(K_1 c_1 s + 2K_3 s + 2K'_4 s + 2K''_4 s_d + 0{,}9\, K_7 V_{cmf})\frac{1}{G_v} + 2K_2 s_d + K_6\Big];$$

— pentru cale dublă:

$$\frac{dE_a}{dV_s} = -2\frac{K''_8 V^2_{cmf}}{\beta^2_c G_v}\frac{1}{V^3_s} - \Big[(K_1 c_1 s + 2K_3 s + 2K'_4 s + 2K''_4 s_d - V_{cmf}(K'_8 + 2K''_8))\frac{1}{G_v} + 2K_2 s_d + K_6\Big]\frac{1}{\beta_c V^2_s} + \frac{K_5 G_l b_l s_d}{G_v} + 2K_5\Big[(c_l s_d + 4{,}17\cdot 10^{-3} k_c)\frac{G_l}{G_v} + b_v s_d + 4{,}17\cdot 10^{-3} k_c\Big]V_s. \quad (28)$$

În acest caz viteza optimă va fi dată de soluţia ecuaţiei:

$$K'_{v4} V^4_s + K'_{v3} V^3_s + K'_{v1} V_s + K'_{v0} = 0, \quad (29)$$

unde s-a notat:

$$K'_{v4} = 2K_5\Big[(c_l s_d + 4{,}17\cdot 10^{-3} k_c)\frac{G_l}{G_v} + b_v s_d + 4{,}17\cdot 10^{-3} k_c\Big];$$

$$K'_{v3} = \frac{K_5 G_l b_l s_d}{G_v};$$

$$K'_{v1} = -\frac{1}{\beta_c}\Big[(K_1 c_1 s + 2K_3 s + 2K'_4 s + 2K''_4 s_d - V_{cmf}(K'_8 + 2K''_8))\frac{1}{G_v} + 2K_2 s_d + K_6\Big];$$

$$K'_{v0} = -2\frac{K''_8 V^2_{cmf}}{\beta^2_c G_v}.$$

Rezolvînd ecuaţiile (27) sau (29) se obţine viteza medie optimă de circulaţie $V_{s.opt}$ a trenurilor de călători, atît la circulaţia pe cale simplă, cît şi la circulaţia pe cale dublă, pentru diverse tonaje adoptate şi diverse declivităţi echivalente ale profilului liniei.

Viteza comercială optimă se obţine cu relaţia:

$$V_{c.opt} = \beta_c V_{s.opt}.$$

Pentru a stabili viteza optimă de circulaţie pe o secţie de circulaţie dată, pentru trenurile de călători remorcate cu locomotive diesel-electrice 060 DA trebuie determinaţi toţi parametrii care sînt cuprinşi în coeficienţii ecuaţiilor (26) şi (27).

Coeficienții a_l, b_l, c_l și a_v, b_v, se pot stabili pe baza formulelor de calcul ale rezistențelor specifice la înaintare în palier și aliniament.

Pentru locomotiva diesel 060 DA această relație este :

$$r_l = 3{,}5 + 0{,}0403\left(\frac{V+\Delta V}{10}\right)^2 = 3{,}558 + 0{,}00967\ V + 0{,}000403\ V^2\ [\text{kgf/tf}],$$

unde s-a considerat sporul de viteză datorită vîntului $\Delta V = 12$ km/h.

Pentru vagoanele de călători cu 4 osii, relația de calcul a rezistenței specifice este :

$$r_v = 1{,}5 + \frac{V^2}{4500}\ [\text{kgf/tf}].$$

Valorile celorlalți parametri sînt considerate corespunzător anilor 1970—1971 și sînt prezentate în tabela 1.

Tabela 1

Indicatorul	Unitatea de măsură	Valoarea	Indicatorul	unitate de măs	Valoarea
1	2	3	1	2	3
s_d	km	600	G_{an}	tf	5.000.000
s	km	200	G_{vmf}	tf	1250
k_{nc}	—	1,2	k_{nmf}	—	1,15
q_{br}	tf	45	φ	—	0,6
a_o	căl	61	V_{cmf}	km/h	35
γ_l	—	0,15	G_l	tf	114
γ_v	—	0,10	P	CP	2.100
E_l	lei	6.000.000	t_{inc}	h	0,3
E_v	lei	1.400.000	e_{th}	lei/tren. h	311
e_l	lei/CPh	0,010	L_{en}	tf/km	14,2
e_v	lei/vag. h	2,00	$I_{sos} + I_{exp}$	h	0,3
e_{el}	lei/h	25,00	β_c	—	0,8
e_{et}	lei/h	50,00	t_l	h	4
e_{ei}	lei/h	10,00	t_{el}	h	4
e_{en}	lei/tfkm	1,502	t_{vi}	h	6
e_{ch}	lei/căl.h	1,00	t_{et}	h	6
t_{rl}	ani	10	t_{ei}	h	6
t_{il}	ani	30	k_c	—	75
t_{rv}	ani	10	c_1	—	2
t_{iv}	ani	30	—	—	—

S-a considerat că echipa de locomotivă este compusă din 2 membri, care primesc un salariu mediu pe oră de 25 lei. Echipa de tren s-a considerat că este compusă, în medie, din 4—6 membri în funcție de rangul trenului ceea ce duce la un salariu mediu pe oră de 50 lei iar pentru echipa de însoțitori de vagoane (la vagoanele de dormit, restaurant, poștă și de bagaje) revine un salariu mediu pe echipă de însoțitori și tren de 10 lei pe oră.

Cu datele de mai sus s-au calculat cheltuielile totale anuale echivalate pentru diverse tonaje pe tren, diverse valori ale declivității echivalente și pentru diverse valori ale curentului zilnic de călători (tabela 2).

Curbele de variație a cheltuielilor totale anuale cu tonajul trenului, pentru o viteză de secție constantă, sînt reprezentate în fig. 2, iar curbele de variație ale cheltuielilor totale anuale cu viteza de circulație, pentru diverse tonaje și declivități, sînt reprezentate de fig. 3, 4, 5 și 6.

Vitezele optime corespunzătoare cheltuielilor totale anuale minime s-au calculat cu relația (26), folosind o metodă grafo-analitică (fig. 7) și cu relația (27). Rezultatele acestui calcul sînt trecute în tabela 3, iar curba $G_v = f(V_{opt})$ este reprezentată în fig. 6. Tonajele trenurilor de călători, pentru rampele echivalente ale secțiilor de circulație, s-au calculat cu relația (6) în care coeficienții A, B și C au valorile din tabela 4.

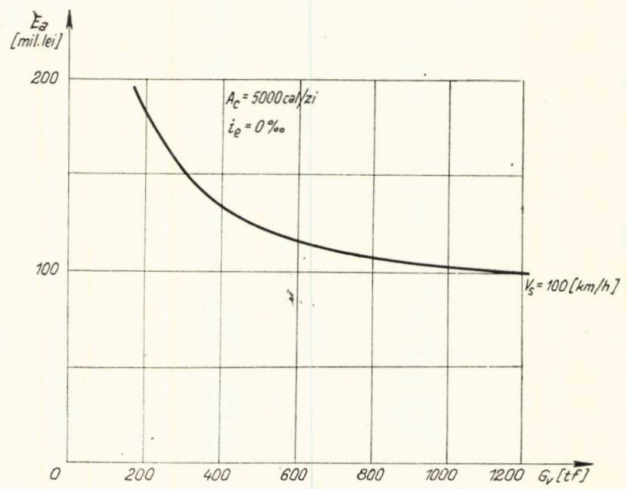


Fig. 2

Stabilirea acestor coeficienți s-a făcut pe baza caracteristicilor de tracțiune din fig. 1 [2] pentru curba $F_0 = f(V)$ corespunzătoare poziției 24 a controlerului.

Rezultatul acestor calcule s-au reprezentat în tabela 5, iar pe baza acestor rezultate s-au trasat curbele $G_v = f(V, i_e)$ (fig. 8).

Punctele de intersecție ale acestor curbe cu curba $G_v = f(V_{opt})$ determină tonajele trenurilor și vitezele optime în funcție de rampa echivalentă a secției.

Tabela 2

G_v [tf]	i [‰]	A_c [căl/zi]	V [km/h]									
			30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
200	0	5000	338,3	273,5	236,6	213,8	199,4	190,7	185,9	184,0	184,7	187,2
	3	5000	368,5	303,8	268,1	244,0	229,7	221,0	216,2	214,3	215,0	217,5
	6	5000	398,8	334,0	297,1	274,3	259,9	251,2	246,4	244,5	245,2	247,7
400	0	5000	254,4	203,3	174,1	156,1	144,7	137,8	134,0	132,5	133,0	135,0
	3	5000	282,1	231,0	201,8	183,8	172,4	165,5	161,7	160,2	160,7	162,7
	6	5000	309,9	258,8	229,6	211,6	200,2	193,3	189,5	188,0	188,5	190,5
600	0	5000	226,0	179,4	152,9	136,5	126,1	119,8	116,4	115,1	114,5	117,3
	3	5000	253,2	206,6	180,1	163,7	153,3	147,0	143,6	142,2	141,7	144,5
	6	5000	280,2	233,6	206,1	190,7	180,3	174,0	170,6	169,3	168,7	171,5
800	0	5000	212,4	168,8	142,8	127,2	117,4	114,4	108,1	106,7	107,1	108,9
	3	5000	238,6	194,5	169,1	153,5	143,6	137,6	134,2	132,8	133,2	134,9
	6	5000	265,3	221,0	195,6	180,0	170,1	164,1	160,7	159,3	159,7	161,4
1000	0	5000	204,0	161,1	136,6	121,4	111,9	106,1	102,9	101,6	102,0	103,8
	3	5000	230,3	187,4	162,9	147,7	138,2	132,4	129,2	127,9	128,3	130,1
	6	5000	256,6	213,7	189,2	174,0	164,5	158,7	155,5	154,2	154,6	156,4
1200	0	5000	198,4	156,4	132,4	117,6	108,3	102,6	99,4	98,2	98,6	100,2
	3	5000	224,5	182,5	158,5	143,7	134,4	128,7	125,6	124,3	124,7	126,3
	6	5000	250,6	208,6	184,6	169,8	160,5	154,8	151,6	150,4	150,8	152,4
500	0	5000	237,5	191,3	161,7	144,5	133,8	127,3	123,6	122,2	122,7	124,5
		7000	332,6	267,5	226,5	202,5	187,5	178,3	173,0	171,1	171,8	174,4

În tabelă, cheltuielile totale anuale au fost exprimate în milioane lei.

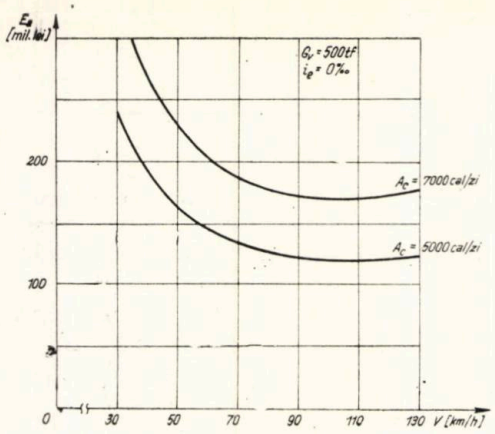


Fig. 3

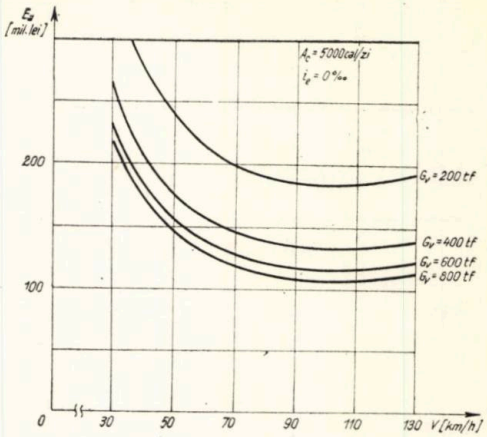


Fig. 4

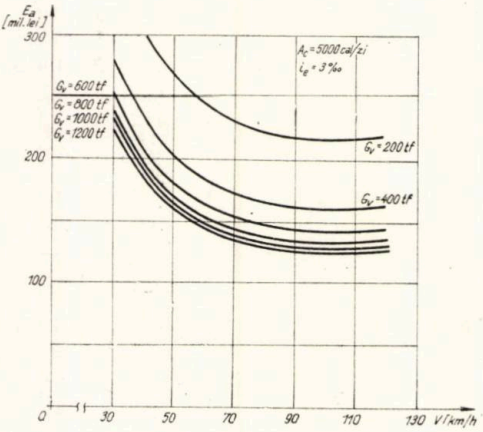


Fig. 5

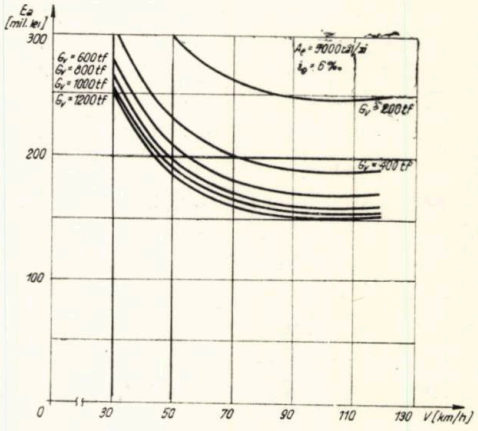


Fig. 6

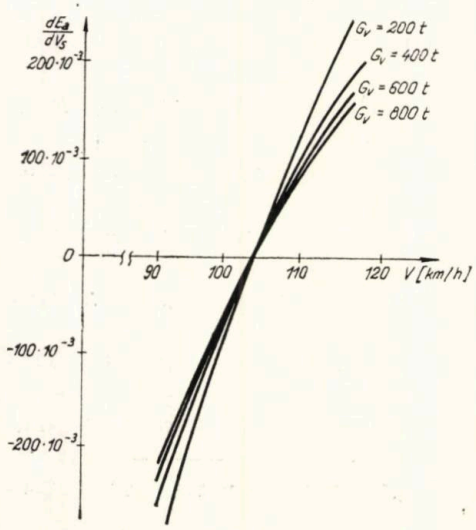


Fig. 7

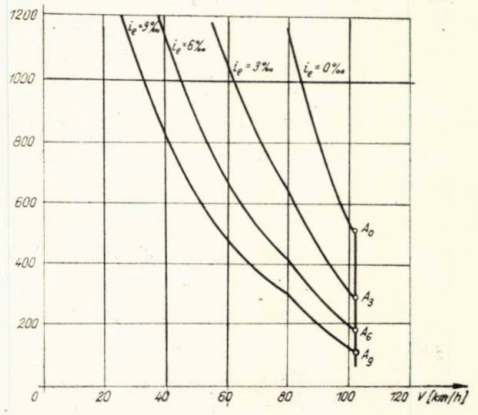


Fig. 8

4. Concluzii

La stabilirea tonajelor trenurilor de călători remorcate cu locomotiva diesel electrică 060 DA trebuie să se aibă în vedere satisfacerea necesităţilor traficului de călători în condiţiile sporite de confort şi cu un preţ de cost minim.

Pentru situaţia considerată în această lucrare (un tren de călători cu 75 opriri pe o distanţă de circulaţie de 600 km şi un curent de călători de 5000 căl/zi) viteza optimă are valoarea de 102,5 km/h.

Această viteză corespunde cheltuielilor totale anuale minime dar nu depinde de declivitatea echivalentă a secţiei de circulaţie şi de curentul mediu de călători pe zi iar tonajul trenului de călători influenţează foarte puţin mărimea vitezei optime.

Odată cu micşorarea numărului de opriri în staţii se reduc cheltuielile energetice şi viteza optimă creşte.

Tonajele trenurilor de călători corespunzătoare unor viteze optime de circulaţie sînt cele determinate de posibilităţile de remorcare ale locomotivei la această viteză.

Deoarece, viteza optimă de circulaţie pentru locomotivele diesel electrice 060 DA este mai mare decît viteza constructivă a locomotivei, viteza optimă de circulaţie pentru trenurile de călători remorcate de aceste locomotive nu poate fi atinsă.

Pentru ca preţul de cost al transportului de călători să fie cît mai apropiat de cel minim este necesar ca trenurile de călători remorcate cu locomotive diesel 060 DA să circule cu viteze medii cît mai apropiate de viteza maximă constructivă a locomotivei, sau să se folosească pentru remorcarea acestor trenuri locomotivele diesel electrice 060 DA1 care au viteza maximă constructivă de 120 km/h.

Catedra de material rulant
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

Tabela 3

G_v [tf]	200	4000	600	800	1000	1200
$V_{s.\ opt}$ [km/h]	102,5	102,5	102,5	102,5	102,5	102,5
$V^*_{s.\ opt}$ [km/h]	103,3	103,1	103,0	102,8	102,7	102,6

*$V_{s.opt}$ a fost calculat cu relaţia (27), în care s-a considerat $K_{v2}=0$.

Tabela 4

Intervalul de viteză în km/h	*A*	*B*	*C*
10÷40	21 500	350	140 000
40÷80	1 400	10	400 000
80÷100	— 2 900	5	720 000

Tabela 5

i_e [‰] \ V [km/h]	40	50	60	70	80	90	100
0	5191	3000	2189	1615	1205	833	550
3	1880	1380	1055	822	640	465	304
6	1150	868	673	527	413	290	194
9	822	622	473	374	300	243	128

BIBLIOGRAFIE

1. *Popa A., Chimu N., Neagu A.* — Tracţiunea trenurilor. Editura didactică şi pedagogică Bucureşti, 1965.
2. *Popa A.* — Cu privire la determinarea tonajelor şi vitezelor optime ale trenurilor de marfă remorcate cu locomotiva Diesel 060 DA. Buletinul Institutului politehnic Gh. Gheorghiu-Dej, Bucureşti, nr. 6/1966.
3. *Popa A.* — Utilizarea calculatoarelor electronice în transportul feroviar. Editura Tehnică, Bucureşti, 1971.
4. *Kocinev F. P., Maksimovici B. M., Tihonov K. K., Cernomordik G. I.* — Organizarea circulaţiei la căile ferate (traducere din limba rusă), Bucureşti, M.C.F., Centrul de documentare şi publicaţii tehnice, 1969.
5. *Kocinev F. P.* — Tonajul şi viteza trenurilor de călători (traducere din limba rusă), Bucureşti, M.C.F., Centrul de documentare şi publicaţii tehnice, 1967.
6. *Tomescu C.* — Exploatarea tehnică a reţelei feroviare, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti — 1966.
7. *Lawyier, D.* — Vitesse et capacité optimales des trains. Bulletin Mensuel de l'Association Internationale du Congres des Chemins de Fer, nr. 3/1969.
8. *Tihonov K. K.* — Optimalnie hodovie scorosti gruzovîh poezdov. Trudi vsesoiuznogo naucino isledovatelscogo-instituta jeleznodorojnogo transporta. Vîpusc 172, Moscva, 1964.
9. *Peisahzon* B. E. — Ves i scorosti gruzovîh poezdov. Trudi vsesoiuznogo naucino isloedovatelscogo instituta jeleznodorojnogo transporta. Vîpusc 141, Moscva, 1957.

INDICAŢII REDACŢIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri şi colaţionate de autor. Relaţiile matematice şi formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele şi graficele vor fi executate în tuş negru pe hîrtie de calc, numerotate şi prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent şi legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referinţă şi, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană şi engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele şi iniţialele de prenume ale autorului, titlul şi volumul lucrării, editura, locul şi anul apariţiei, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina iniţială şi finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text şi se va numerota curent. Referinţele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experienţelor şi afirmaţiilor ştiinţifice revine numai autorilor. Conducerea revistei îşi rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40 820

Tiparul executat la Intreprinderea Poligrafică „Informaţia" c. 1723

1973 APR 12

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXIV NUMĂRUL 6 ANUL 1972,
NOIEMBRIE – DECEMBRIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVITEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

БЮЛЛЕТЕНЬ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА „ГЕОРГЕ ГЕОРГИУ-ДЕЖ" БУХАРЕСТ

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVITEI 132
(„pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE-GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Buletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflete en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les changes de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVITEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRES DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1888

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

TOMUL XXXIV—NUMĂRUL 6

NOIEMBRIE — DECEMBRIE

1972

COMITETUL DE REDACŢIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Conf. dr. *Ion Grădişteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar ştiinţific); Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ştefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing. *Mihai Renert*; Conf. dr. ing. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*.

Redactor responsabil

Rector

Prof. dr. docent *Radu Voinea*

membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

MATEMATICĂ

Lucia Drăgușin
Un model elasto-plastic pentru comportarea mecanică a pămîntului saturat 21

Z. Stoian
Asupra momentelor unor variabile aleatoare independente 27

FIZICĂ

S. Constantinescu, H. Dumitrescu
Determinarea unor caracteristici de structură a unui acid ribonucleic și a unei proteine prin metoda relaxării dielectrice 29

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

Th. Bădescu, T. D. Ionescu
Considerații asupra unor aspecte ale corelației dintre condițiile de sinteză, structură și proprietățile cristalelor mixte de galben de crom 35

Gh. C. Constantinescu
Uber die technische Humifizierung von Einjahrpflanzen 47

REZISTENȚA MATERIALELOR

I. Constantinescu
Contribuții la calculul și construcția unei clase de vibratoare mecanice unidirecționale 55

ELECTROTEHNICĂ

M. Preda, Ioana Dorobanțu
O nouă metodă de determinare a ecuațiilor de stare ale circuitelor electrice 61

ENERGETICĂ

H. Lazăr
Modelul matematic al unui sistem electric reglat 69

AVIAȚIE

St. Staicu
Scurgerea supersonică în jurul aripii delta considerînd separația curentului la bordurile de atac 83

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIILOR DE MAȘINI

P. Sonea, I. Sonea
Noi proprietăți ale arcului electric de sudură sub influența cîmpului perturbator ultrasonor transversal 101

I. Gavrilaș, Georgeta Cuculeanu
Accuracy of Electrochemical Boring of Long Holes 113

METALURGIE

Maria Petrescu
Metoda pentru determinarea coeficienților de interdifuzie în siluminuri prin analiza fotocolorimetrică a siliciului 123

TRANSPORTURI

Al. Popa, Gh. Nichita, Șt. Tregubleac
Funcționarea în comun a motorului diesel cu transformatorul hidraulic și vehiculul de cale ferată 129

Резюме

Д.К. 517

Л. Дрегушин

Один упруго-пласзический модель для механическая поведение насыщенных грунтов.

Эта работа прелагает один упруго-пластический модель для поведения насышенных грунтов, который, с расхождением классической теории, включает пластическае обёмае деформацие.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

Д.К. 517

З. Стоян

О независимых алеаторных переменных

После введения понятия (почти определено несимметричных алеаторных переменных, даются простые формулы расчета для момента суммы и призведения двух почти определенных несимметричных переменных алеаторных, указывается что семейство этих алеаторных переменных довольно богатое.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

Д.К. 537.226

С. Константинеску, Х. Думитреску.

Определение некоторых структурны характеристик — кислоты протеина методом диэлектрической релаксации.

Статья приводит результаты изучения некоторых биополимеров рибонуклеиновой кислоты и протеина-овальбумина методом диэлектрической реалаксации. Получают информации относительно метода статистического расположения, момента диполя, молекулярного веса и т.д. для биополимеров изучаемых в разведенных растворах.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

Д.К. 661.876

Тх. Бэдеску, Т. Д. Ионеску

Соображения относительно некоторых аспектов увязки между условиями синтеза, структурой и свойствами смешанных кристаллов желтого хрома.

Для охарактеризования пигментов состоящих из смешанных кристалов необходимо наиболее избирательное изучение.

Посредством увязки полученных информаций в отношении структуры пигментов и их свойств, можно получить основные предпосылки по направлению синтезных параметров, в целях осуществления пигментов с заранее установленными свойствами, а следовательно и воспроизводимости этих свойств. И.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

Summary

D.C. 517

Lucia Drăgușin

An Elasto-plastic Model for the Mechanical Behaviour of Wets Soil

On propose an elasto-plastic model for the behaviour of the wets soils, which, not as in the classical theory, includes plastic strain of volume.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.C. 517

Z. Stoian

On the Moments of Some Independent Random Variables

After introducing the notion of random variables almost surely non-symmetric, simple calculation formulae are given for the sum and product moment of two aleatory variables almost surely non-symmetric; it is shown that the family of these aleatory variables is quite rich.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.C. 537.226

S. Constantinescu, H. Dumitrescu

Determination of Some Structure Characteristic Data of a Ribonuclei Acid and of a Protein Through the Dielectric Relaxation Method

The paper shows the results of the study on some biopolymers (a ribonucleic acid and a protein — ovalbumin) through the dielectric relaxation method. Information is obtained concerning the mode of statistic arrangement, the dipole moment, molecular weight, etc. of the studied biopolymers in dilute solutions.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.C. 661.876

Th. Bădescu, T. D. Ionescu

Considerations on Some Aspects of the Correlation Between the Synthesis Conditions, Structure and Properties of the Chrome Yellow Mixed Crystals

A study as much as possible exhaustive is necessary for characterizing the pigments built up of mixed crystals.

Through the correlation of the obtained information on the pigment structure with their properties, the main premises of the synthesis parameters controlling with a view to obtaining some pigments of pre-set properties, may be obtained and, as a consequence, the repeatibility of these properties.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

Д.К. 66.093.2

Г. Константинесиу

О техники облажания годовых растений, V

В настоящей работе исследуется нобый метод обработк соломы смесья $KHSO_4$ и переиси водорода для получения ломплексных органо-минеральных удобрений.

Аналитическим путем исследуются и разбираются изменения главных групп органических веществ, смесей азота и фосфора ва время пронзведения реакции, а также и свойства пнлученных продуктов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

Д.К. 620.1

И. Константинеску

Вклад в расчет и конструкцию класса механических вибраторов одного направления

В работе даны основные принципы конструкции механических вибраторов одного направлениа с добавочными эксцентрично разположенными массами предназначенного для созгония гармонических сил, для определения расчетных отношения, небходимых при проектированим. Основные применяемые принципы позволяют осуществление механических вибраторов одного направления. Также, даны некоторые функциональные характеристики и характеристики изготовления такового вибратора, реализированной кафедрой сопротивления материалов По- литехнического Института в Бухаресте.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

Д.К. 621.316

М. Преда Иоан а Доробанцу

Новый метод определения уравнений состояния электричwских цепей.

Предлагается новый метод определения уравнений состояния электрических цепей в которых не имеются завитков образованных только конденсаторами и идеальными источниками напряжения или же разрезы образованных только катушками и источниками тока.

Употребляются теоремы источников нулевого действим которые обобщают теорему Ваши, при выражении передаваний кочорые имеют место и уравнениях состоянии в зависимости от передач сокращенной цепи.

Таким образом получается более простой и систематичный метод иснислений зказывая несомненные преимущества в случае цепей с относительной большим числом конденсаторов и катушек.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV Nr. 6/1972

D.C. 66.093.2

Gh. Constantinescu

About the Annual Plant Humification Technique, V

The present paper deals with a new method of treating straw with a mitxure of potassium disulphide and hydrogen peroxide, with the aim of obtaining complex organo-mineral fertilizers. The modifications ofthe main organic matter groups are analitically studied and discussed, as well as the humin substance formation, the nitrogen and phosphorus formation dring reactions, and the obtaining products properties of the obtained products.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.C. 620.1

I. Constantinescu

Contributions to the Calculation and Building of a Class of Unidirectional Mechanical Vibrators

The paper shows the basic principles of building an unidirectional mechanical vibrator with eccentric supplementary masses, designed to produce harmonic forces, the computation relations required for designing, as well as some engineering details. The basic principles used allow to achieve a class of unidirectional mechanical vibrators. Some execution and functional characteristics of such a vibrator achieved within the Strenght of Materials Laboratory of the Bucharest Polytechnical Institute are also exhibited.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.C. 621.316

M. Preda, Ioana Dorobanţu

A New Method for Determining the Equations of State of the Electric Circuits

A new method for determining the state equations of electrical circuits without either loops of capacitors and ideal voltage sources only, or cutsets of inductors and ideal current sources only.

The transmittances in the state equations are expressed in terms of transmittances of a reduced circuit using the theorems of the zero action sources that generalize Vaschy's theorem.

A more simple and systematical computation method results,with o svious advantages for circuits with a large number of capacitors and inductors.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

Д.К. 621.316.052

Х. Лазэр

Математическая модель автоматически регулируемой электрическ ойсистемы

В работе определяется математическая модель электрической системы, в которой выявлены те параметры системы регулирования возбуждения генератора, влияющие на динамические режимы электрической системы, изменения которых не представляет особенных технических и экономических затруднений.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

Д.К. 626.136

Щт. Стайку

Сверхзуковае утечка вокруг дельты крыла, считая отделение тока на инфразвуковом крае атаки.

Изучается утечка на инфразвуковом крае втаки принимвя во внимание отрыв потока от атаки инфразвукового края. Отрывом тока вокруг края образуется две сердцевины завухрений вокруг крыла. Распределение вертикальных скоростей добавочных созданных зввихрепием приводит к системе фиктивных крыльтв наслоением которых на крыло дельта без виррей получают результирующие крыло, равное с динамической точки зрения реальному крылу.

Утечка остается конической, при этом появляется возможность чпределения напряжений с внешней и внутренней поверхности крыла и аэродинамических характеристик.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

Д.К. 621.3.014.31

П. Соня; И. Соня

Новые свойства сварочнсй электрической Дуги

В работе определяется оригинальным методом колебантельное движение оси проводящей колонны сварочной электрической дуги при применении ультразвуковых колебаний. Работа содержит разъяснения в связи с общей стабильностью, с соответствующими формулами эквивалентности с классической сварочной электрической дугой.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.C. 621.316.052

H. Lazăr

Mathematical Model of an Adjusted Eleetric System

The paper determines the mathematical model of an electric system where are emphasized those parameters of the generator excitation adjusting system exerting an influence on the electric system dynamic regimes and whose modification in value is not accompanied by significant technical and economic difficulties,.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.C. 629.136

Şt. Staicu

Supersonic Flow Around the Delta Wing when Considering the Current Separation at the Leading Edges

The supersonic flow around the thin delta wing is studied by taking into consideration the current detachment at the subsonic leading edges. Therough the current separation around the boards two vortex nuclei are forming over the wing. The distribution of the additional vertical velocities created by the vortices leads to a system of fictitious wings, through whose superposition on the delta wing without vortices a resultant wing is obtained, which is equivalent from the aerodynamical point of view, with the actual wing.

As the flow remains cone-shaped, the possibility occurs to determine the pressures on the wing upper and lower sides and the aerodynamic characteristic data.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.C. 621.3.014.31

P. Sonea, I. Sonea

New Properties of the Welding Arc

The paper determines through an original method the oscillatory motion of the axis of the welding arc driving column under the influence of the treatment with ultrasonic oscillations. Reports are made on the whole stability, adequate equivalence formulas with the convention a welding arc being found.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti × Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

Д.К. 621

И. Гаврилаш, Г. Кукулеану

Точность электрохимического расширения длинных отверстий

Электрохи́мическое расширение небольших и больших отверстий пии повышенной твердости и малой степенью обрабатываемости материалов чаще употребляется в мвшиностроении благодаря высоким технико-экономическим показателям.

Настоящая рабчта показывает способ реализации с исполнением точного расширения некоторых длинных атверстий, пчлучаемых как источник питания генераторов сварки ЧС-350 при переменном напряжении.

Предстввлены некоторые конструкции электродов-инструментов которые влияют на точность обработки и на тщательность в сравнепии испробованием рабочим и кинематическим движениям инструмент-деталь параметров электрического режима работы и скорость проттчки электролита.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

Д.К. 669.782

М. Петреску

Метод для определения конэффициентов интербифузии в сплавах при фотоцветовом анализе, кремния.

Цель настоящей работы — установление физико-химического метода определения кремния в сплавах + 10: 15/%5; удовлетворя-/щего требованиям измерений коэффициентов интердиффузии в расплавленном состоянии. Образцы для анализа были получены из диффузионных измерений методом капиляр-резервуар. Проапализированы условия которые должны ыбть удовлетворены аналитическим методом оценки массового транспорта в капилярных образцах чтобы полученные коэффициенты диффузии представлены: принятый метод основанный на растворении капилярных диффузионных образцов и фотометрировании кремниево-молибденового омплекса, экспериментальные градуированные кривые и так же новый способ получения кремниево-стандартного раствора.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

Д.К. 621.436

А. Попа, Г. Никита, С. Трегубляк

Совместное деистие дизельного двигателя с гидравгическим преобразователем и средства передвижения по ж. д.

В етой работе предстваляется аналитическое исследование совместного действия дизельного двигателя с гидравлическим преобразавателем и средство передвижения по ж. д. как в постоянном режиме так и в преходных,

Исследование велось с предположением что группа дизельный двигатель—гидравлический преобразователь и средство передвиженна по ж. д. считаются как двоиная спстема.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.C. 621

I. Gavrilaş, Georgeta Cuculeanu

The Accuracy of Electrochemical Boring of Long Holes

The electrochemical boring of small and big holes in materials with a raised hardness, and low degree of processing, is more and more largely used in the construction of machines, owing to the high technic-economical indices.

Thus, the work shows the way how the accuracy of electrochemical boring of long holes has been realized when the welding generators C.S. 350 with variable voltage were utilized as source of supply.

There are shown some constructions of electrodes which influence the accuracy of working up, and the rugosity of the surface proportionally to the interstice (the space between the electrodes) of the work as well as from the kinematics of the movements, tool-spiece, the parameters of the electric working conditions and the flowing speed of the electrolyte.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.C. 669.782

M. Petrescu

Method for Determining the Silumin Interdiffusion Factor Through the Silicon Photocolourimetric Analysis

It has been followed up to establish a physico-chemical method for determining the silicon in Al + (10—15) % Si alloys which satisfies the exigencies of the measurements of interdiffusion factors for the melted condition. The samples to be analysed resulted from diffusion determinings through the capillary-reservoir method. The conditions that should be fulfilled by the evaluation analytic method of mass transfer in the capillary samples so that the diffusion obtained factors are significant, are analysed. The adopted method based on bringing into solution of the diffusion capillary samples and the photometry of the silico-molybdenic compound are exhibited, as well as a new means of obtaining standard silicon solutions.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.C. 621.436

Al. Popa, Gh. Nichita, St. Tregubleac

The Fonctionement in Commun if the Diesel-motor with the Hydraulic Transformer and with the Railways Engine

In the work is presented an anylytive study of the fonctionement in common of diesel motor with the hydraulic transformer both in the stational regime and two transit regimes.

The study is made on the basis of some simplifying hypothesis, for the groups diesel-motor-hidraulic transformer and railways engine, considered as a double system.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

Résumé

C.D. 517

Lucia Drăgușin

Une modèle élasto-plastique pour le comportement mécanique aux sols saturés

On propose un modèle élasto-plastique pour le comportement aux sols saturés, qui, à la différence de la théorie classique, inclut une deformation plastique de volume.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

C.D. 517

Z. Stoian

Au sujet des moments de certaines variables aléatoires indépendantes

Après l'introduction de la notion de variables aléatoires, qui est presque toujours asymetrique, on donne des formules simples de calcul pour le moment de la somme et du produit de deux variables aléatoires, presque toujours asymétriques, on indique que la famille de ces variables aléatoires est assez abondante.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

C.D. 537.226

S. Constantinescu, H. Dumitrescu

Détermination de quelques caracteristiques de structure d'un acide ribonucleïque et d'une protéine par la méthode de la relaxation diélectrique

Cet article présente les résultats d'une étude de biopolymères (un acide ribonucléique et une protéine-ovalbumine) par la méthode de la relaxation diélectrique. On obtient des informations concernant le mode de disposition statistique, le moment de dipôle le poids moléculaire, etc. des biopolymerès étudiés en solutions diluées.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

C.D. 661.886

Th. Bădescu, T. D. Ionescu

Considerations sur certains aspects de la correlation entre les conditions de synthese, la structure et les propriétés des cristaux mixtes de jaune de chrome

Pour caractériser les pigments formés de cristaux mixtes il faut une étude tant que possible exhaustive.

Par la corrélation des informations obtenues sur la structure des pigments avec leurs propriétés, on peut obtenir les prémisses principales de la direction des paramètres de synthèse en vue d'obtenir des pigments à propriétés prétablies, et, par conséquant, de la reproductibilité de ces propriétés.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

Zusammenfassung

D.K. 517

Lucia Drăguşin

Ein elasto-plastisches Modell für das mechanische Verhalten der gesättigten Erde

In der Arbeit wird ein elasto-plastisches Modell für das Verhalten der gesättigten Erde vorgeschlagen, die zum Unterschied von der klassischen Theorie eine plastische Raumveränderung voraussetzt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.K. 517

Z. Stoian

Uber die Momente einiger unabhängigen Zufallsvariablen

Nach Einführung des Begriffs der fast sicher asymetrischen Zufallsvariablen, werden einfache Rechnungsformeln für das Summen- und Produktmoment zweier fast sicher asymetrischen Zufallsvariablen angegeben; ferner wird gezeigt dass die Familie dieser Zufallsvariablen ziemlich umfangreich ist.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.K. 537.226

S. Constantinescu, H. Dumitrescu

Bestimmung einiger Kennzeichen der Struktur einer RN-Säure und eines Proteins durch dielektrisches Relaxations-Verfahren.

Im Artikel werden die Ergebnisse eines Studium mancher Biopolymeren (Rn- Säure und Eialbumin-Protein) durch das dielektrische Relaxations-Verfahren, erortert. Neue Informationen über die Art der statistichen Anordnung, über das Dipolmoment, Molargewicht u.s.w. der untersuchten Polymeren, in Form wässeriger Lösungen, werden geliefert.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.K. 661.876

Th. Bădescu, T. D. Ionescu

Erwägungen über einige Ansichten einer wechselseitigenBeziehung zwischen Synthesebedingungen, Aufbau und Eigenschaften der Chromgelb-Mischkristalle

Ein womöglich erschöpftes Studium zur Kennzeichnung von aus Mischkristallen zusammengesetzten Pigmenten, ist die Vorausbedingung.

Die im Laufe der Wechselbeziehungen gewonnenen Informationen, über den Aufbau von Pigmenten und deren Eigenschaften, können die wichtigsten Voraussetzungen für die Bestimmung von Syntheseparametern erkundet werden, um dadurch Pigmenten mit worgewählten Eigenschaften zu erlangen und,als Folge solche zu erzeugen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXIX, Nr. 6/1972

C.D. 66.093.2

Gh. Constantinescu

Sur la technique de l'humification des plantes annuelles V

Dans cet ouvrage on examine une nouvelle méthode de traitement des pailles avec un mélange de bisulfate de potassium et eau oxygénée, dans le but d'obtenir des engrais complexes organominéraux. On poursuit analytiquement et on discute les modifications des principaux groupes de substances organiques, la formation des substances des combinaisons avec de l'azote et du phosphore durant le développement des reactions, et les propriétés des produits obtenus.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

C.D. 620.1

I. Constantinescu

Contributions pour le calcul et la construction d'une classe de vibrateurs mécaniques unidirectionneles

On présente dans l'ouvrage les principes de base de la construction d'un vibrateur mécanique unidirectionnel à masse additionnelles excentriques destiné à la production des forces harmoniques, les rapports de calcul nécessaires à la projection, ainsi que certains détails constructifs. Les principes de base utilisés permettent la réalisation d'une classe de vibrateurs mécaniques unidirectionnels. On présente aussi certaines caractéristiques d'exécution et de fonctionnement d'un tel vibrateur, qui a été réalisé dans le cadre de la chaire de la Résistance des matériaux, de l'Institut Polytechnique de Bucarest.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

C.D. 621.316

M. Preda, Ioana Dorobanţu

Une nouvelle méthode pour déterminer les équations caractéristiques des circuits électriques

On propose une nouvelle méthode pour determiner les équations d'état des circuits électriques n'ayant pas de boucles formées seulement par des condensateurs et des sources idéales de tension, ni de sections a bobines et sources idéales de courant.

On utilise les théorèmes des sources a action nulle, qui generalisent le théorème de Vaschy, pour exprimer les transmittances intervenant dans les équations d'état en fonction des transmittances d'un circuit réduit.

Il en résulte une méthode de calcul plus simple et plus systématique avec des avantages évidents dans le cas des circuits avec un grand nombre de condensateurs et de bobines.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.K. 66.093.2

Gh. Constantinescu

Uber die technische Humifizierung von Einjahrpflanzen 5. Mitt

Es wird eine neue Methode der Strohaufbereitung mit KHSO und H_2O_2 zum Zwecke der Gewinnung von Nährstoffträgern oder organo-mineralischen Komplexdüngern geprüft. Die Veränderungen der wichtigsten organischen Stoffgruppen, die Bildung der Huminstoffe, der Einbau von Stickstoff und Phosphor sowie die Eigenschaften der hergestellten Präparate werden während des Reaktionsablaufes verfolgt und diskutiert.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.K. 620.1

I. Constantinescu

Beiträge zur Berechnung und Konstruktion einer Klasse von einseitiggerichteten mechanischen Rüttlern

Es werden die Grundprinzipien der Konstruktion eines zur Erzeugung von harmonischen Kräften bestimmten einseitiggerichteten mechanichen Rüttlers, die für dessen Planung notwendigen Berechnungsverhältnisse, sowie einige konstruktive Einzelheiten dargelegt. Die benützten Grundprinzipien gestatten den Bau einer Klasse von einseitiggerichteten mechanischen Rüttleren. Es werden ebenfalls einige Ausführungs und Arbeitscharakteristiken eines derartigen Rüttlers angegeben, welcher im Rahmen des Katheders für Werkstofflehre des Polytechnischen Institutes — Bukarest hergestellt wurde.

Bul. Inst. Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.K. 621.316

M. Preda, Ioana Dorobanţu

Neues Bestimmungsverfahren für die Zustandsgleichnungen der elektrischen Stromkreise

Es wird ein neues Bestimmungsverfahren für die Zustandsgleichungen der elektrischen Stromkreise vorgeschlagen bei denen keine Schleifen, die nur aus Kondensatoren und idealen Spannungquellen und auch nicht Querschnitte, die nur aus Spulen und idealen Stromquellen bestehen, verwendet werden.

Hierzu werden die das Vaschys-Theorem verallgemeinernden Theoreme der Nullwirkungs-Quellen zum Ausdruck der Reintransmissionsgrade verwendet die in den Zustandsgleichungen in Abhängigkeit von den Reintransmissionsgraden eines begrenzten Stromkreises auftreten.

Derart ergibt sich ein einfacheres und übersichtlicheres Rechnungsverfahren welches im Falle der Stromkreise mit verhältnismässig grosser Kondensatoren—und Spulenanzahl offenbare Vorteile bietet.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

C.D. 621.316.052

H. Lazăr

Modele mathematique d'un systeme electrique regle

En ce travail on établit le modèle mathématique d'un système électrique ou l'on a mis en évidence ces paramètres du système de réglage de l'excitation du générateur qui exercent une influence sur les régimes dynamiques du système électrique et dont la modification en valeur n'est pas accompagnée des difficultés techniques et économiques significatives.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

C.D. 629.136

St. Staicu

Ecoulement supersonique autor de l'aille delta, en considérant la séparation du courant aux bords d'attaque

On étudie l'écoulement supersonique autour de l'aile delta mince, en prenant en considération le détachement du courant aux bords d'attaque sous-soniques. Par la séparation du courant autor des bords, on réalise deux noyaux de tourbillons au dessus de l'aile. La distribution des vitesses verticales additionnelles, créées par les tourbillons, mène à un système d'ailes fictives, dont la superposition à l'aile delta sans tourbillons donne une aile résultante, qui est équivalente au point de vue aérodynamique à l'aile réelle.

L'écoulement restant conique, surgit la possibilité de la détermination des pressions sur l'extrados et l'intrados de l'aile et des caractéristiques aérodynamiques.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

C.D. 621.3.014.31

P. Sonea, I. Sonea

Nouvelles proprietes de l'arc electrique de soudure

Dans l'ouvrage on établit, par une méthode originale, le mouvement oscillatoire de l'axe de la colonne conductive de l'arc électrique de soudure sous l'influence du traitement à oscillations ultra-soniques. On se rapporte à la stabilité globale en trouvant des formules adéquates d'équivalence avec l'arc électrique classique de soudure.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.K. 621.316.052

H. Lazăr

Das mathematische Modell eines geregelten elektrischen Systems

Die Arbeit stellt das mathematische Modell eines elektrischen Systems dar, in welchen die Kennwerte des Regelungssystems des Erregers hervorgehoben werden, die einen Einfluss auf das dynamischen Verhalten des elektrischen Systems ausüben und deren Wertveränderung von keinen technisch und wirtschaftilich bedeutenden Schwierigkeiten begleitet ist.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.K. 629.136

St. Staicu

Die Überschallströmung um den Delta-Flügel, unter Berücksichtigung der Anströmungstrennung an den Agriffkanten

Es wird die Überschallanströmung um den dünnen Delta-Flügel unter Beachtung der Anströmungstrennung an den Unterschall-Angriffskanten studiert. Durch Abtrennen der Antrömung um die Kanten, bilden sich zwei Wirbelzöpfe über den Flügeln. Die Verteilung der zusätzlichen, vertikalen, von den Wirbeln erzeugten Geschwindigkeiten, führt zu einem System von fiktiven Flügeln, aus denen Überlagerung mit dem wirbellosen Delta-Flügel sich ein resultierender Flügel ergibt, der aus aerodynamischen Standpunckt dem realen gleichwertig ist.

Weil die Anströmung kegelfirmig bleibt, können die Drücke an der Flügeloberseite und -unterseite und die aerodynamischen Charakteristiken bestimmt werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.K. 621.3.014.31

P. Sonea, I. Sonea

Neue Eigenschaften des elektrishen Schweissbogens

In der Arbeit werden durch eine originelle Methode die schwankende Bewegung der Achse der konduktiven Säule des Schweissbogens, unter den Einfluss der Behandlung mit Ultraschallschwankungen, festgestellt. Es werden Angaben über die globale Stabilität gemacht und entsprechende Equivalenzformeln mit dem klassischen Schweissbogen gefunden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

C.D. 621

I. Gavrilaș, Georgeta Cuculeanu

La précision d'alésage électrochimique des trous longs

L'alésage électrochimique des trous grands et petits dans les matériels à dureté élevée et degré réduit d'usinage est utilisé, de plus en plus fréquement, dans la construction des machines, grâce aux indices technologiques et économiques élévés.

Ainsi, l'ouvrage présent démontre la modalité de réalisation de l'alésage électrochimique de précision de certains trous longs, en utilisant, comme source d'alimentation, les générateurs de soudure CS-350 à tension variable.

On présente certaines constructions d'électrodes-outils, qui influencent la précision d'usinage et la rugosité par rapport à l'interstice de travail, ainsi que la cinématique des mouvements outil-pièce, les paramètres du régime électrique de travail et la vitesse d'écoulement de l'électrolyte.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

C.D. 669.782

M. Petrescu

Méthode pour la détermination des coefficients d'interdiffusion dans les silumins par l'analyse photocolorimétreique du silicium

Dans cet ouvrage on a poursuivi le but d'établir une méthode physico-chimique pour la détermination du silicium dans les alliages Al + (10 — 15) % Si et qui puisse satisfaire les exigences des déterminations des coefficients d'interdiffusion á état fondu. Les éprouvettes à analyser ont résulté es des déterminations de diffusion par la méthode capillaire-réservoir. On analyse les conditions que doit remplir la méthode analytique d'évaluation du transport de masse dans les épreuves capillaires, pour que les coefficients de diffusion obtenus soient significatifs. On présente la méthode adoptée, qui est fondée sur la transformation, en solution, des épreuves capillaires de diffusion, et sur le photométrage du complexe silico-molibdénique, sur les courbes de calibrage établies de manière expérimentale, ainsi que sur une nouvelle modalité d'obtenir les solutions — standard de silice.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

C.D. 621.436

Al. Popa, Gh. Nichita, St. Tregubleac

Le fonctionnement en commun du moteur diesel avec le transformateur hydraulique et le vehicule de chemin de fer

Dans cet ouvrage on présente une étude analytique du fonctionement en commun du moteurs diesel avec le transformateur hydraulique et le vehicule de C.F. tant en regime stable qu'en regimes transistoires.

L'etude est fait en se basant sur les ipotheses sur la group moteur — Diesel — transformateur hydraulique et vehicule de C.F., considéré comme un système double.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.K. 621

I. Gavrilaş, Georgeta Cuculeanu

Elektrochemische Ausdrehungsgenauigkeit der Langlöcher

Die elektrochemische Ausdrehung kleiner und grosser Bohrungen bei Materialien hoher Härte und niedrieger Bearbeitungsfähigkeit, wird immer mehr im Maschinenbau benützt, infolge der hohen technisch-ökonomischen Zahlen die dadurch erzielt werden.

Derart, wird in dieser Veröffentlichung die Durchführung der elektrochemischen Präzisionsausdrehungen einiger Langlöcher beschrieben; dabei wurden CS-350-Wechselspannungsschweissgeneratoren als Speisequellen benützt.

Es werden einige Ausführungen von Werkzeug-Elektroden, die die Bearbeitungsgenauigkeit und die Rauheit in Abhängigkeit vom Bearbeitungsspalt und von der Kinematik der Bewegungen Werkzeug — Werkstük beeinflussen, die Kenngrössen des elektrischen Betriebzustandes sowie die Strömungsgeschwindigkeit des Elektrolytes, angegeben.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucuresti × Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.K. 669.782

M. Petrescu

Methode zur Bestimmung der Interdiffusionskoeffizienten in Silu minen durch photokolorimetrische Analyse des Siliziums

Es wurde eine physikalisch-chemische Methode zur Bestimmung des Siliciums in Al + (10—15) % Si Legierungen ausgearbeitet, welche den Forderungen die Bestimmung der Interdiffusionskoeffizienten in flussigen Metallen stellt entspricht. Die zu analysierenden Proben wurden auf Grund der Diffusionsmessungen nach der Kapillar-Reservoirmethode erhalten. Es sind die Bedingungen erwogen welche eine derartige analytische Methode zur Bestimmung des Massentransportes in Kapillarproben erfüllen muss, damit die erhaltenen Diffusionskoeffizienten bezeichnend sind. Es wurden besprochen: die analytische Methode — die auf der Auflösung der Diffusionskapillaren und Photometrierung des erhaltenen Silicium — Molibdenkomplexes beruht —, die experimentell erhaltenen Eichkurven, wie auch eine neue Möglichkeit zum Vorbereiten der Standardlösungen für Silicium.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucuresti Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

D.K. 621.436

Al. Popa, Gh. Nichita, St. Tregubleac

Zusammenarbeit des Dieselmotors mit dem Drehmomentwandler und dem Schienenfahrzeug

Im Artikel wird ein analytisches Studium der Zusammenarbeit des dieselmotors mit dem Drehmomentwandler im stabilen sowie im ubergangsregime untersucht.

Das Studium beruht, auf einer vereinfachten Hypothese der Einheit: Dieselmotor-Drehmomentwandler — Schienenfahrzeug, dass als ein Doppelsystem betrachtet wird.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucuresti, Tom. XXXIV, Nr. 6/1972

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 6

MATEMATICĂ

C.Z.: 517

UN MODEL ELASTO-PLATIC PENTRU COMPORTAREA MECANICĂ A PĂMÎNTULUI SATURAT*

LUCIA DRĂGUŞIN

Pămîntul saturat, materialul pentru care se caută un model matematic cît mai apropiat de proprietăţile sale mecanice, este format dintr-o parte solidă şi una lichidă. Partea solidă este alcătuită din granule minerale de diferite compoziţii chimice, dimensiuni şi forme supuse gravităţii şi forţelor moleculare de suprafaţă ce apar în cursul sedimentării. Faza lichidă este compusă din : apa de constituţie inclusă în structura chimică a granulei, apa de adsorbţie care învelește cu un film subţire de apă de anumită rigiditate şi structură cristalină suprafaţa granulelor şi apa interstiţială sau apa din pori care poate circula prin golurile dintre particulele solide.

Acest sistem bifazic rezistă solicitărilor ca un corp continuu, distribuţia tensiunilor fiind determinată de frecările dintre suprafeţele de contact ale granulelor influenţate de pelicula de apă adsorbită de pe suprafaţa lor.

Experienţele drenate de compresiune efectuate asupra pămînturilor saturate au arătat că deformarea lor, la descărcare, are o parte recuperabilă şi una irecuperabilă.

În această lucrare s-a propus o teorie elasto-plastică aplicabilă acestui gen de material, conţinînd ca un caz particular teoria clasică a plasticităţii, în cazul în care se neglijează componenta ireversibilă a deformării volumului corpului.

§ 1

Modelul matematic s-a dezvoltat în următoarele ipoteze :

1) Granulele minerale se presupun indestructibile iar faza lichidă incompresibilă. Se neglijează antrenarea particulelor solide de curgerea apei prin pori.

2) Pămîntul saturat se consideră un corp continuu, omogen şi izotrop, ipoteză admisibilă atunci cînd tensiunile sînt mult mai mici decît cele de rupere.

* Manuscris predat redacţiei la data de 25 septembrie 1971.

3) Un volum se află în echilibru dacă şi numai dacă forţele care acţionează asupra sa formează un sistem static echivalent cu zero.

4) Tensorul tensiune σ' este definit prin relaţia :

$$\sigma' = \lim_{d(S)\to 0} \frac{(R\,(S)}{\text{măs S}}$$

dacă limita există şi este finită (s-a notat cu S o porţiune dintr-o suprafaţă ce desparte volumul V în două regiuni, cu $R\,(S)$ rezultanta forţelor ce acţionează pe porţiunea S iar cu $c\,(S)$ maximul distanţei dintre două puncte ce aparţin lui (S).

5) Forţele care acţionează pe suprafaţa unei particule solide sînt de două feluri : pe suprafeţele de contact dintre două granule apar tensiuni preluate de structura solidă, pe porţiunile libere acţionează presiunea apei din pori. De aceea se presupune că tensorul tensiune σ' este o sumă între aşa numitul tensor de tensiune efectivă σ şi tensorul presiunii apei din pori UI adică :

$$\sigma' = \sigma + UI,$$

unde I este matricea unitate.

Deoarece din ipotezele de pînă acum rezultă că presiunea apei din pori nu influenţează deformabilitatea scheletului solid, se poate considera că comportarea mecanică a corpului nu depinde decît de componentele tensorului de tensiune efectivă.

Starea iniţială a corpului se raportează la un sistem de coordonate carteziene (X_K), iar stările următoare din timpul deformării la un sistem de coordonate carteziene (x_k).

Deformarea corpului va fi descrisă prin relaţiile :

$$x_k = x_k\,(X_K, t)$$

unde x_k sînt funcţii continui cu derivate parţiale continui şi

$$\det\left[\frac{\partial x_k}{\partial X_k}\right] \neq 0$$

eliminînd astfel fenomenul de rupere.

Componentele tensorului deformaţie se vor considera pozitive pentru experienţele de compresiune.

Dacă se notează cu u_k componentele vectorului deplasare în sistemul (x_k), atunci derivata tensorului deformaţie în raport cu timpul are componentele :

$$\dot{d}_{kl} = \frac{1}{2}\,(\dot{u}_{k,l} + \dot{u}_{l,k})$$

iar tensorul spin :

$$w_{kl} = \frac{1}{2}(\dot{u}_{k,l} - \dot{u}_{l,k}),$$

unde

$$\dot{w}_{k,l} = \frac{\partial\left(\frac{\partial u_k}{\partial t}\right)}{\partial x_l}.$$

Pentru derivata în raport cu timpul a tensorului tensiune se consideră derivata Jaumann-Noll :

$$\dot{\sigma}_{kl} = \frac{D\sigma_{kl}}{Dt} = \frac{\partial \sigma_{kl}}{\partial t} + \sigma_{kl,m}\dot{u}_m + \sigma_{km}w_{ml} - \sigma_{ml}w_{lm}.$$

Pământul saturat în condiţii de drenaj se presupune a fi un material elasto-plastic neliniar.

Ecuaţia constitutivă este propusă sub forma unei funcţionale neliniare :

$$\dot{\sigma}_{kl} = \alpha_0 d_{mm}\delta_{kl} + \alpha_1 d_{kl} + \alpha_2 d_{mm}\sigma_{kl} + \alpha_3 d_{mm}\sigma_{kr}\sigma_{rl} + M(\alpha_4\delta_{kl} + \alpha_5\sigma_{kl}) \quad (1)$$

unde :

$$M = \sigma_{kr}d_{rk} = \sigma_{k1}d_{1k} + \sigma_{k2}d_{2k} + \sigma_{k3}d_{3k}$$

$M \geqslant 0$ la încărcare

$M \leqslant 0$ la descărcare.

Ea satisface principiile de invarianţă materială (izomorfism material), de invarianţă spaţială (invarianţă faţă de o mişcare rigidă a coordonatelor spaţiale) şi de invarianţă dimensională (ecuaţia este determinată de modulele unor invarianţi dimensionali sau de constante materiale).

Pentru tensorii d_{kl}, σ_{kl}, $\dot{\sigma}_{kl}$ se vor folosi expresiile invariante :

$$J_d^{(1)} = d_{ll} \qquad J_d^{(2)} = \frac{1}{2}d_{lk}d_{kl} \qquad J_d^{(3)} = \frac{1}{3}d_{lk}d_{km}d_{ml}$$

$$J_\sigma^{(1)} = \sigma_{ll} \qquad J_\sigma^{(2)} = \frac{1}{2}\sigma_{lk}\sigma_{kl} \qquad J_\sigma^{(3)} = \frac{1}{3}\sigma_{lk}\sigma_{km}\sigma_{ml}$$

$$\dot{J}_\sigma^{(1)} = \dot{\sigma}_{ll} \qquad \dot{J}_\sigma^{(2)} = \sigma_{lk}\dot{\sigma}_{kl} \qquad \dot{J}_\sigma^{(3)} = \sigma_{lk}\sigma_{km}\dot{\sigma}_{ml}$$

Pentru tensorii deviatori se introduc notaţiile :

$$\overline{d}_{kl} = d_{kl} - \frac{1}{3}J_d^{(1)}\delta_{kl} \qquad \overline{\sigma}_{kl} = \sigma_{kl} - \frac{1}{3}J_\sigma^{(1)}\delta_{kl}$$

și expresiile invariante :

$$J_{\bar{d}}^{(1)} = \bar{d}_{lk}\dot{\bar{d}}_{kl} \qquad J_{\bar{\sigma}}^{(2)} = \bar{\sigma}_{kl}\dot{\bar{\sigma}}_{kl} \qquad J_{\bar{\sigma}}^{(3)} = \bar{\sigma}_{lk}\bar{\sigma}_{km}\dot{\bar{\sigma}}_{ml}$$

În ecuația constitutivă parametrii α_0, α_1, α_2, α_3, α_4, α_5, sînt funcții de cei trei invarianți ai tensorului tensiune și de anumite constante materiale.

Plecînd de la relația (1) se găsește o primă relație între invarianți :

$$\dot{J}_{\sigma}^{(1)} = (3\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 J_{\sigma}^{(1)} + 2\alpha_3 J_{\bar{\sigma}}^{(2)})\, J_{\bar{d}}^{(1)} + M\,(3\alpha_4 + \alpha_5 J_{\sigma}^{(1)}) \qquad (2)$$

sau, deoarece :

$$2J_{\sigma}^{(2)} = 2J_{\bar{\sigma}}^{(2)} + \frac{1}{3}(J_{\sigma}^{(1)})^2$$

$$M = \overline{M} + \frac{1}{3} J_{\sigma}^{(1)} J_{\bar{d}}^{(1)}$$

unde :

$$\overline{M} = \bar{\sigma}_{kr}\bar{d}_{rk}$$

relația (2) devine :

$$\dot{J}_{\sigma}^{(1)} = \left[3\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 J_{\sigma}^{(1)} + \frac{\alpha_3}{3}(J_{\sigma}^{(1)})^2 + 2\alpha_3 J_{\bar{\sigma}}^{(2)}\right] J_{\bar{d}}^{(1)} +$$

$$+ \left(\overline{M} + \frac{1}{3} J_{\sigma}^{(1)} J_{\bar{d}}^{(1)}\right)(3\alpha_4 + \alpha_5 J_{\sigma}^{(1)}) \qquad (3)$$

Dacă în această expresie se face $\sigma_{kl} = 0$ pentru $k \neq l$, atunci se obține o relație numai între invarianții $J_{\bar{d}}^{(1)} J_{\sigma}^{(1)} \dot{J}_{\sigma}^{(1)}$:

În experiențele de compresiune ale pămîntului saturat supus unui tensor sferic, s-a pus în evidență relația :

$$J_E^{(1)} = \frac{K_1 J_{\sigma}^{(1)}}{K_2 + J_{\sigma}^{(1)}}$$

n care K_1, K_2 sînt constante materiale, iar $J_E^{(1)}$ este deformația volumetrică.

Derivînd în raport cu timpul se obține :

$$\dot{J}_{\sigma}^{(1)} = \left[\frac{K_2}{K_1} + \frac{2}{K_1} J_{\sigma}^{(1)} + \frac{1}{K_1 K_2}(J_{\sigma}^{(1)})^2\right] \dot{J}_E^{(1)}$$

Se observă că dacă variația volumului elementar se consideră egală cu $J_d^{(1)}$, se poate face aproximarea:

$$3\alpha_0 + \alpha_1 \approx \frac{K_2}{K_1}$$

$$\alpha_2 + \alpha_4 \approx \frac{2}{K_1}$$

$$\alpha_3 + \alpha_5 \approx \frac{3}{K_1 K_2}$$

Din relațiile (1) și (2) rezultă expresia derivatei în raport cu timpul a tensorului deviator al tensiunii:

$$\dot{\bar{\sigma}}_{kl} = \alpha_1 \bar{d}_{kl} + \left[\left(\alpha_2 + \frac{2}{3}\alpha_3 \sigma_{mm}\right)\bar{\sigma}_{kl} + \alpha_3\left(\bar{\sigma}_{kr}\bar{\sigma}_{rl} - \frac{1}{3}\bar{\sigma}_{kr}\bar{\sigma}_{rk}\delta_{kl}\right)\right] d_{mm} +$$

$$+ \alpha_5 \bar{\sigma}_{kl}\left(\overline{M} + \frac{1}{3} d_{mm}\sigma_{nn}\right). \qquad (4)$$

În ipotezele teoriei clasice a plasticității ($d_{mm} = 0$ și $\alpha_1 = 2\mu$, μ fiind o constantă materială numită modul de forfecare) din relația (4) se obține expresia ce leagă tensorii deviatori în teoria Prandtl-Reuss.

Din relațiile (1) și (4) se pot deduce expresiile:

$$\dot{J}_\sigma^{(2)} = (\alpha_0 J_\sigma^{(1)} + 2\alpha_2 J_\sigma^{(2)} + 3\alpha_3 J_\sigma^{(3)}) J_d^{(1)} + M(\alpha_1 + \alpha_4 J_\sigma^{(1)} + 2\alpha_5 J_\sigma^{(2)})$$

$$\dot{J}_\sigma^{(3)} = \left\{2\alpha_0 J_\sigma^{(2)} + 3\alpha_2 J_\sigma^{(3)} + \alpha_3\left[4J_\sigma^{(1)}J_\sigma^{(3)} + 2(J_\sigma^{(2)})^2 - 2(J_\sigma^{(1)})^2 J_\sigma^{(2)} - \frac{1}{18}(J_\sigma^{(1)})^4\right]\right\} J_d^{(1)} +$$

$$+ \alpha_1 \sigma_{lm}\sigma_{mk} d_{kl} + M(2\alpha_4 J_\sigma^{(2)} + 3\alpha_5 J_\sigma^{(3)})$$

$$\dot{J}_{\bar{\sigma}}^{(2)} = \left[2\left(\alpha_2 + \frac{2\alpha_3 + \alpha_5}{3} J_\sigma^{(1)}\right) J_{\bar{\sigma}}^{(2)} + 3\alpha_3 J_{\bar{\sigma}}^{(3)}\right] J_d^{(1)} + \overline{M}(\alpha_1 + 2\alpha_5 J_{\bar{\sigma}}^{(2)})$$

$$\dot{J}_{\bar{\sigma}}^{(3)} = \left[3\left(\alpha_2 + \frac{2\alpha_3 + 3\alpha_5}{3} J_\sigma^{(1)}\right) J_{\bar{\sigma}}^{(3)} - \frac{2}{3}\alpha_3 (J_{\bar{\sigma}}^{(2)})^2\right] J_d^{(1)} + \alpha_1 \bar{\sigma}_{lm}\bar{\sigma}_{mk}\bar{d}_{kl} + 3\alpha_5 J_{\bar{\sigma}}^{(3)}\overline{M}$$

În cazul pămîntului saturat experiențele au arătat că plastificarea de formă apare înaintea celei de volum. În consecință, spre deosebire de teoria clasică, sînt necesare două condiții de plasticitate care să pună în evidență regimul de deformabilitate a formei și volumului.

Atît timp cît deformaţia de volum este reversibilă se poate folosi o condiţie de plasticitate de forma :

$$F_1(J_\sigma^{(2)}, J_\sigma^{(3)}, \overline{M}) = 0$$

care ar permite determinarea lui α_5 din relaţia obţinută în α_5, α_1, α_2, α_3 ultimii trei fiind parametri din teoria neliniară a elasticităţii.

Pentru aflarea lui α_4 este necesară o condiţie de plasticitate de forma :

$$F_2(J_\sigma^{(1)}, J_\sigma^{(2)}, J_\sigma^{(3)}, M) = 0.$$

Sistemul care determină starea de tensiune şi de deformare este format din :

ecuaţia de conservare a masei : $\dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \dfrac{\partial (\rho \dot{u}_k)}{\partial x_k} = 0$

ecuaţia de echilibru : $\sigma_{lk,l} + \rho (f_k - \ddot{u}_k) = 0$

ecuaţia constitutivă :

pentru încărcare $\dot{\sigma}_{kl} = \alpha_0 d_{mm} \delta_{kl} + \alpha_1 d_{kl} + \alpha_2 d_{mm} \sigma_{kl} + \alpha_3 d_{mm} \sigma_{kr} \sigma_{rl} + M (\alpha_4 \delta_{kl} + \alpha_5 \sigma_{kl})$

pentru descărcare : $\dot{\sigma}_{kl} = \alpha_0 d_{mm} \delta_{kl} + \alpha_1 d_{kl} + \alpha_2 d_{mm} \sigma_{kl} + \alpha_3 d_{mm} \sigma_{kr} \sigma_r$

El are zece ecuaţii cu zece necunoscute : densitatea ρ, şase componente ale tensorului tensiune σ_{kl} şi trei ale vectorului deplasare uk

În cazul cînd se adaugă condiţii iniţiale şi pe frontieră corect puse acest sistem are soluţie unică.

Catedra de matematici
Institutul politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej,
Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Caquot, J. Kerisel*, Traité de mécanique des sols, Paris, Gauthier-Villars, 1966.
2. *N. Cristescu*, Dynamic plasticity, North Holland Publ. Comp., Amsterdam, 1967.
3. *A. C. Eringen*, Nonlinear theory of continuous media, McGraw-Hill Book Comp., New York — San Francisco — Toronto — London, 1962.
4. *K. H. Roscol, J. B. Burland*, On the generalized stress-strain behaviour of wet clay, Engineering plasticity, Cambridge university press, 1968.
5. *A. Schonfield, P. Wroth*, Critical state s mechanics, McGraw-Hill Book Comp., 1968.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 6

NOTĂ

C. Z.: 517

ASUPRA MOMENTELOR UNOR VARIABILE ALEATOARE INDEPENDENTE*

ZAHARIA STOIAN

În această notă urmărim găsirea unor formule pentru aflarea momentului de ordinul n al sumei și produsului a două variabile aleatoare independente.

Vom considera $\{E, K, P\}$ cîmp de probabilitate și $\mathcal{V}(E, K)$ variabilele aleatoare ale lui $\{E, K\}$.

În tratarea problemei este important ca $x, y \in f(E)$ și $x \neq y$ să rezulte $x^p = y^p$ pentru $p \in N$, de aceia introducem o noțiune după cum urmează:

Definiție. Vom numi variabila $f \in \mathcal{V}(E, K)$ nesimetrică aproape sigur dacă este satisfăcută condiția: orice $x, y \in f(E)$ astfel că $x \neq y$ și $|x| = |y|$ rezultă $P(A_x \cup A_y) = 0$ unde $A_x = \{\xi \mid f(\xi) = x\}$, $A_y = \{\xi \mid f(\xi) = y\}$.

Observația 1. Dacă $f \in \mathcal{V}(E, K)$ este pozitivă (negativă) rezultă că f este aproape sigur nesimetrică și clasa acestor variabile aleatoare este destul de bogată.

Lemă. Fie $f, g \in \mathcal{V}(E, K)$ independente, nesimetrice aproape sigur și $p, q \in N$.

Atunci f^p și g^q sînt independente.

Demonstrație: Întrucît o variabilă aleatoare este limita unui șir de variabile aleatoare simple este suficient să demonstrăm lema pentru f și g variabile aleatoare simple, ceea ce vom face.

Fie $\mathcal{D}_f = \{A_1, A_2, \ldots, A_r\}$ desfacerea corespunzătoare lui f $\mathcal{D}_g = \{B_1, B_2, \ldots, B_s\}$ desfacerea corespunzătoare lui g, f și g independente $\Leftrightarrow$ $\mathcal{D}_f$ și $\mathcal{D}_g$ sînt independente.

Însă

$$f^p : E \to R_p$$
$$\xi \to f^p(\xi) = (f(\xi))^p$$

Dacă $a_i \in f(E)$ atunci $P(\{\xi \mid f(\xi) = a_i\}) = P(\{\xi \mid f^p(\xi) = a_i^p\})$ deoarece f este nesimetrică aproape sigur. Analog pentru g; ținînd seamă de independența desfacerilor lui f și g și de nesimetrie rezultă independența desfacerilor lui f^p și g^q adică independența lui f^p și g^q.

* Manuscris predat redacției la data de 9 februarie 1971.

Consecință. Fie $f, g \in \mathcal{F}(E, K)$ independente, nesimetrice aproape sigur.

Atunci $|f|$ și $|g|$ sînt independente. Evidentă.

În baza lemei și a consecinței avem cîteva rezultate legate de problema anunțată.

Propoziția 1. Fie $f, g \in \mathcal{F}(E, K)$ independente, nesimetrice aproape sigur și fie $M_n[f]$, $M_n[g]$, $M_n[f+g]$, $M_n[fg]$ momente de ordinul n.

Atunci:

$$M_n[f+g] = M_n[f] + C_n^1 M_{n-1}[f] M_1[g] + \ldots + C_n^k M_{n-k}[f] M_k[g] + \\ + \ldots + M_n[g].$$

Demonstrație.

$$M_n[f+g] = M[(f+g)^n] = M[f^n + C_n^1 f^{n-1} g + \ldots + C_n^k f^{n-k} g^k + \ldots + g] =$$

$$= M[f^n] + C_n^1 M[f^{n-1}] M[g] + \ldots + C_n^k M[f^{n-k}] M[g^k] + \ldots + M[g^n] =$$

$$= M^n[f] + C_n^1 M_{n-1}[f] M_1[g] + \ldots + C_n^k M_{n-k}[f] M_k[g] + \ldots + M_n[g].$$

Propoziția 2. Fie $f, g \in \mathcal{F}(E, K)$ independente, nesimetrice aproape sigur și $p, q \in M$.

Atunci:

$$M_n[f^p \cdot h^q] = M_{np}[f] \cdot M_{nq}[g].$$

Demonstrație.

$$M_n[f^p \cdot g^q] = M[(f^p \cdot g^q)^n] = M[f^{np} \cdot g^{nq}] = M[f^{np}] M[g^{nq}] = M_{np}[f] M_{nq}[g].$$

Observația 2. Propoziția 2 rămîne valabilă dacă vom considera momentele absolute de ordinul n în locul momentelor obișnuite.

Observația 3. Rezultatele se pot extinde la un număr finit de variabile aleatoare independente nesimetrice cu unele modificări.

Concluzie. În cazul variabilelor aleatoare independente, nesimetrice aproape sigur momentele celor două variabile aleatoare și formulele demonstrate ne permit aflarea momentelor sumei și produsului.

Catedra de matematici II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej
București

BIBLIOGRAFIE

Loève M. Probability theory ed 2-a New York, 1960.
Neveu I., Bases mathematiques du calcul des probabilities. Masson et Cie, Paris, 1964.
Onicescu O., Mihoc Ghe., C. T. Ionescu-Tulcea, Calculul probabilităților și aplicații. Edit. Acad. R.P.R., 1956.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 6

FIZICĂ

C.Z.: 537. 226

DETERMINAREA UNOR CARACTERISTICI DE STRUCTURĂ A UNUI ACID RIBONUCLEIC ȘI A UNEI PROTEINE PRIN METODA RELAXĂRII DIELECTRICE *

S. CONSTANTINESCU, H. DUMITRESCU

În acest articol încercăm să folosim metoda relaxării dielectrice ca un mijloc de obținere a unor informații cu privire la structura, momentul de dipol precum și dispunerea statistică a unor biopolimeri (un acid ribonucleic și o proteină-ovalbumină) în soluție.

Teoria fenomenului de relaxare dielectrică (Debyc) arată că urmărindu-se comportarea unităților cinetice macromoleculare în cîmpuri electrice de înaltă frecvență se poate determina cu ușurință experimental timpul de relaxare τ necesar trecerii de la starea ordonată datorită cîmpului, la o stare de dezordine. utilizîndu-se relația $\tau = \frac{1}{\omega_c}$, unde ω_c este abscisa corespunzătoare mijlocului palierului curbei $\varepsilon = f(\omega)$.

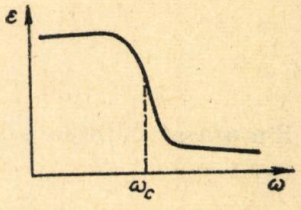


Diagrama 1

Cum în expresia timpilor de relaxare intervin o serie de parametri geometrici și fizici caracteristici unităților cinetice macromoleculare aflarea lor este extrem de utilă în scopul obținerii unor prețioase indicații de structură.

Din cele spuse pînă aici rezultă deci necesitatea trasării curbei $\varepsilon = f(\omega)$ sau $\varepsilon = f(\nu)$, $\omega = 2\pi\nu$, pe o gamă cît mai largă de frecvențe capabilă să cuprindă frecvența critică ν_c corespunzătoare timpului de relaxare dielectrică.

În acest scop s-a folosit un Q-metru Ferisol care funcționează într-un interval de frecvență convenabil, cuprins în domeniul 5.10^4 H_z — $7.10^7 H_z$ avînd o cuvă de măsurători de formă cilindrică cu o secțiune de 26cm² și cu o distanță între electrozi reglabilă cu ajutorul unui șurub micrometric cu o precizie de 0,001 cm. Încercările preliminare pentru determinarea permitivității apei distilate și a soluțiilor au arătat că realizarea acordului de rezonanță este dificilă întrucît conductivitatea apei este prea

* Manuscris predat redacției la data de 20 ianuarie 1971.

ridicată față de caracteristicile circuitului. Pentru a învinge această dificultate era necesară introducerea în serie cu cuva de măsurări a încă unui condensator cu factor de calitate mult mai bun (conductivitate mică). Pentru a evita modificări în construcția aparatului s-a introdus, între electrodul inferior și fundul metalic al cuvei o placă de polistiren cu grosimea de 0,08 cm.

S-a căutat însă ca mărimile legate de introducerea celui de al doilea condensator să nu intervină în calculul permitivității soluției polimere și pentru asta s-a procedat astfel: capacitatea unui condensator plan cu n dielectrici între armături este:

$$C = \frac{S}{\sum_{i=1}^{n} \frac{l_i}{\varepsilon_i}}$$

S = aria armăturii condensatorului

l_i = grosimea dielectricului i

ε_i = permitivitatea dielectricului i.

Dacă se variază grosimea unuia dintre dielectrici obținem:

$$\frac{\Delta c}{\Delta l_j} = -\frac{\frac{S}{\varepsilon_j}}{\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{l_i}{\varepsilon_i}\right)^2}$$

S-a atașat indicele j dielectricului a cărui grosime o variem; sau:

$$\frac{1}{C^2}\frac{\Delta c}{\Delta l_i} = -\frac{1}{S\varepsilon_j}$$

de unde:

$$\varepsilon_j = -\frac{C^2}{S\frac{\Delta c}{\Delta l_j}}$$

Acceptînd că C este o funcție monotonă de l_j capacitatea C se aproximează pe intervalul de variație Δl_j ca fiind valoarea medie pe acest interval.

În cazul nostru fiind doar doi dielectrici: $j = 2$

$$\varepsilon_2 = -\frac{C^2}{S\frac{\Delta c}{\Delta l_2}}$$

ΔC este diferența capacităților citite la aparat pentru o variație a distanței dintre armăturile condensatorului care are ca dielectric soluția, $\Delta l_2 = 0{,}2$ cm $\Delta C = C_1 - C_2$ iar $C = \frac{C_1 + C_2}{2}$ adică media valorilor citite la începutul și la sfîrșitul intervalului de 0,2 cm.

Verificarea acestei relații s-a făcut pentru apă obținîndu-se rezultatele arătate de tabela 1.

Tabela 1

$\nu \cdot 10^5$	$l_1 = 4{,}74$ mm / $C_1 pF$	$l_2 = 2{,}74$ mm / $C_2 pF$	ε_r
1	378,6	669,7	82
2	373,9	661,5	81
4	350,8	620,6	76
8	373,9	661,5	81
16	364,6	645,1	79
32	369,2	653,2	80
64	382,9	677,6	83

Acidul ribonucleic studiat este un preparat comercial Merck extras din drojdie cu caracteristici spectrale care indică o puritate foarte avansată. Datele de viscozitate au arătat că produsul este parțial depolimerizat cu greutate moleculară între $10^5 - 10^6$. În prezența streptomicinei acest acid ribonucleic nu precipită decît într-o măsură foarte mică ceea ce confirmă rezultatele viscozimetrice adică o greutate moleculară mai apropiată de 10^5.

Soluțiile în apă distilată au fost dializate înainte de întrebuințare pentru îndepărtarea urmelor de electroliți. Prezența electroliților s-a dovedit a influența defavorabil determinările de permitivitate a acestor soluții. Concentrația A.R.N. în soluție a fost de 1 mg/ml.

Pentru compararea rezultatelor obținute s-au determinat permitivitățile în același domeniu de frecvență pentru o soluție de ovalbumină (concentrație de 1 mg/ml) preparată din produs NBC_0 dublu recristalizat deci foarte pur, a cărui viscozitate intrinsecă este de 0,43 $\frac{g}{ml}$.

În tabela 2 sînt arătate valorile experimentale găsite și calculul permitivităților corespunzătoare.

Tabela 2

$\nu.10^5$	Proteină			A.R.N.		
	$l_1 = 4{,}74$mm C_1 pF	$l_2 = 2{,}74$ mm C_2pF	ε_r	$l_1 = 4{,}74$mm C_1pF	$l_2 = 2{,}74$mm C_2pF	ε_r
1	1218	2152	264	835,4	1478	181
2	1288	2278,5	279	826,2	1461,7	179
4	857,8	1518,1	186	784,2	1387,7	170
8	720	1273,8	156	609,2	1077,8	132
16	635	1167,5	150	452,1	800	98
32	586,1	1037	127	410,8	726,8	89
64	609,2	1078	132	295,4	522,6	64

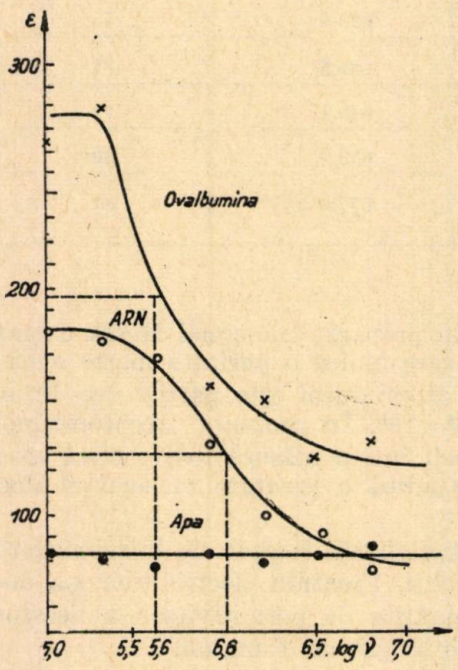


Diagrama 2

Diagrama 2 reprezintă $\varepsilon = f(\log \nu)$. Alura curbei permite următoarele observaţii:

a) pentru proteină $\Delta\varepsilon$ este aproximativ de două ori mai mare decît pentru ARN;

b) Timpul de relaxare calculat după relaţia $\tau = \frac{1}{2\pi\nu_c}$ conduce pentru ovalbumină la o valoare de $\tau = 0{,}039.10^{-5}$ s;

c) timpul de relaxare calculat din curba A.R.N. este de $\tau = 0{,}159.10^{-6}$ s.

Aceste observaţii permit următoarele concluzii în legătură cu sistemele studiate:

Variaţia permitivităţii A.R.N. fiind mult mai mică decît cea a proteinei, putem presupune că polarizabilitatea moleculei de acid ribonucleic este mai mică decît cea a moleculei de proteină, cu alte cuvinte momentul mediu de dipol este mai mic la A.R.N.

Pe de altă parte, catena de A.R.N. fiind mult mai lungă decît molecula de ovalbumină, care este de formă elipsoidală, ipotezac ea mai plauzibilă pentru explicarea existenţei unui moment mediu de dipol mai mic la A.R.N. decît la proteină pare a fi aceea de a atribui catenei acidului nucleic o dispunere cît mai izometrică (sferică).

Presupunînd că masa unui mol de A.R.N. se poate exprima conform relaţiei :

$$M = N \frac{4\pi a^3}{3} \rho$$

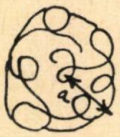


Fig. 1

în care :

a = raza sferei rezultate prin înfăşurarea catenei
N = nr. Avogadro
ρ = densitatea moleculelor de A.R.N.

putem evalua M din timpul de relaxare al A.R.N.

$$\tau = \frac{4\pi\eta a^3}{KT} = \frac{\eta}{KT} 4\pi a^3 = \frac{\eta}{KT} \frac{3M}{M\rho}.$$

De unde

$$M = \frac{KNT\rho\tau}{3\eta} = \frac{RT\rho\tau}{3\eta} = \frac{8{,}31 \cdot 3 \cdot 10^2 \cdot 0{,}159 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 2{,}3 \cdot 10} \approx 5 \cdot 10^2 \text{ kg/mol}$$

η = vîscozitatea $\left(2{,}3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}\right)$
K = constanta lui Boltzmann
T = temperatura ($3 \cdot 10^2$ °K)
R = constanta gazelor perfecte $\left(8{,}31 \ \frac{\text{Joule}}{\text{mol.grad}}\right)$
$\rho = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Valoarea găsită este în bună concordanţă cu rezultatele viscozimetrice şi de precipitare cu sulfat de streptomicină. Deci ipoteza unei dispuneri sferice a catenei de A.R.N. este justificată şi explică momentul mediu de dipol electric mai mic.

Menţionăm că numărul lucrărilor în care se foloseşte metoda de relaxare dielectrică pentru investigaţii de structură a biopolimerilor este foarte redus, iar cele existente îşi îndreaptă atenţia în exclusivitate asupra acizilor dezoxiribonucleici (A.D.N.) şi a dezoxiribonucleoproteidelor.

A.N.R.-urile nu au constituit pînă acum obiect de investigaţie prin această metodă.

Catedra de fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

Shiro Takashima, J. Mol. Biol., **7** (1963); J. Polymer Sci., **62** (1962).
L. G. Allgen, Biochim. et Biophis. Acta, **13**, 446–447 (1954).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 6
BUCUREŞTI

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z.: 661.876

CONSIDERAŢII ASUPRA UNOR ASPECTE ALE CORELAŢIEI DINTRE CONDIŢIILE DE SINTEZĂ, STRUCTURA ŞI PROPRIETĂŢILE CRISTALELOR MIXTE DE GALBEN DE CROM*

TH. BĂDESCU, T. D. IONESCU

I. Introducere

Utilizările industriale ale pigmenţilor minerali necesită cunoaşterea amănunţită a caracteristicilor cu care aceştia participă în procesele respective şi valorile optime ale acestor caracteristici. Atingerea acestor valori se face prin obţinerea de structuri chimice şi fizice bine determinate, în urma unor condiţii de sinteză şi prelucrare stăpînite în cele mai mici amănunte, pe baza elementelor teoretice şi a practicii industriale.

Influenţele reciproce sau coexistenţa, în anumite faze de fabricaţie, a factorilor specifici din fabricarea pigmenţilor, face uneori foarte dificilă diferenţierea riguroasă a rolului pe care îl poate juca fiecare în parte. Prezenţa unei multitudini de factori care condiţionează fiecare element al corelaţiei dintre condiţiile de sinteză, structură şi proprietăţi, conduce, în consecinţă, la necesitatea ca abordarea studiului transformărilor de structură ce pot avea loc în timpul sintezei şi prelucrării pigmenţilor, precum şi analizarea produselor finite, să se facă prin metode de investigaţie multiple, atît chimice, cît şi fizice sau fizico-chimice.

La pigmenţii pe bază de cromaţi, necesitatea utilizării unor metode combinate de studiu asupra structurii şi proprietăţilor se pune în mod deosebit, datorită echilibrelor labile care pot exista între ionii participanţi în procesul de sinteză, datorită uşurinţei de a se forma săruri bazice, precum şi datorită polimorfismului pigmenţilor alcătuiţi din cristale mixte, care imprimă proprietăţi distincte produsului finit:

$$2CrO_4^{2-} + 2H^+ \rightleftarrows 2HCrO_4^- \rightleftarrows Cr_2O_7^{2-} + H_2O$$

$$2PbCrO_4 + 2Na_2CO_3 + H_2O \rightleftarrows PbO \cdot PbCrO_4 + 2NaHCO_3 + Na_2CrO_4$$

$$12PbO + 8CH_3COOH + 3Na_2Cr_2O_7 + 6H_2SO_4 \rightarrow 6[PbCrO_4 \cdot PbSO_4] + \underset{\text{(rombic sau monoclinic)}}{}$$

$$+ 2CH_3COOH + 6CH_3COONa + 9H_2O.$$

*Manuscris predat la redacţie la data 9 februarie 1971.

Într-o lucrare anterioară [1], în urma studiului efectuat cu ajutorul spectroscopiei de absorbție în infraroșu asupra unor pigmenți indigeni din clasa galbenului, oranjului și roșului de crom, am stabilit frecvențele vibraționale $\nu_1 (A_1)$, $\nu_3 (F_2)$ și $\nu_4 (F_2)$, caracteristice tetraedrelor $[CrO_4]$ și $[SO_4]$ din compoziția pigmenților de mai sus, obținînd, de asemenea, o serie de informații structurale prin folosirea spectroscopiei de absorbție în ultraviolet și vizibil.

Un alt studiu [2], utilizînd aceleași metode fizice de analiză, se referă la obținerea de informații asupra transformărilor structurale care au loc în timpul sintezei și prelucrării în stadiile de semifabricat, a sortimentului galben de crom-mijlociu, mult utilizat în industrie.

În lucrarea de față sînt prezentate rezultatele obținute în urma extinderii studiului corelativ și asupra altor sortimente de galben de crom (indigen, import, laborator), utilizînd, în afara unora dintre metodele amintite, în scopul stabilirii structurii pigmenților, următoarele metode: analiza chimică, difracția razelor X, sedimentometria gravitațională, analiza microfotografică și analiza porozimetrică. Elementele dimensionale ale particulelor au fost considerate drept caracteristici structurale, reflectare a structurii lor interne. Pentru determinarea unor proprietăți mai importante s-au utilizat metodele specifice de studiu: colorimetria (măsurarea culorii), absorbția de ulei și criptometrul (puterea de acoperire).

Lucrarea intenționează să demonstreze că, în cazul pigmenților alcătuiți din cristale mixte, cercetarea univocă este neconcludentă, pentru caracterizarea completă a lor fiind necesar un studiu pe cît posibil exhaustiv, a unui număr cît mai ridicat de probe (sortimente) de diverse compoziții și proveniențe, obținute prin metode variate de sinteză, probe care să acopere întreaga paletă coloristică dată de acești pigmenți, între limitele de existență a soluțiilor solide respective.

Prin corelarea informațiilor obținute asupra structurii pigmenților, cu proprietățile lor, se pot obține premizele principale ale dirijării parametrilor de sinteză, în scopul fabricării unor pigmenți cu proprietăți prestabilite, și în consecință, a reproductibilității acestor proprietăți.

II. Rezultate experimentale — Discuții, concluzii

Am selectat, din cele două serii izomorfe (rombică și monoclinică) a sistemului izodimorf $xPbCrO_4.yPbSO_4$, probele din tabelul 1, reprezentative pentru aspectele propuse discuției.

După cum se observă din tabelul prezentat, nu există o corelație directă între compoziție și nuanța pigmentului, aceasta fiind determinată, în același timp, de structura cristalină (cu consecințe asupra formei și dimensiunii particulelor), precum și de metoda de sinteză, factori care imprimă caracteristici coloristice distincte produsului finit. După cum se va vedea, din același motiv sînt afectate și celelalte proprietăți.

În cazul absenței unor informații asupra metodei de sinteză folosite, la pigmenții de diferite proveniențe, explicarea proprietăților pigmenților va putea fi dată urmărindu-se rezultatele analizelor efectuate pentru determinarea structurilor fizico-chimice ale acestora, din care se pot

trage concluzii asupra procedeului folosit. Cele mai reprezentative metode de sinteză pentru galbenul de crom utilizează, pentru precipitarea pigmentului din soluțiile de bicromat, acidulate cu acid sulfuric : acetați bazici de plumb, azotat de plumb, oxiclorură de plumb și ceruză [3, 4].

Caracterizarea pigmenților din clasa galbenului de crom luați în studiu

Tabel 1

Proba	Nuanța galbenului	Cr_2O_3 %	Compoziția	Structura cristalină	Forma partic.	Metoda de sinteză
1	deschisă	6,06	$PbCrO_4.3PbSO_4$	rombică	granule	acetați
2	mijlocie	11,30	$7PbCrO_4.8PbSO_4$	rombică	granule	acetați
3	deschisă	12,84	$9PbCrO_4.8PbSO_4$	rombică	granule	acetați
4	lămîie	13,40	$5PbCrO_4.4PbSO_4$	rombică	granule	azotat
5	mijlocie	12,95	$8PbCrP_4.7PbSO_4$	monoclinică	ace medii	acetați
6	mijlocie	13,14	$6PbCrO_4.5PbSO_4$	monoclinică	ace medii	acetați
7	lămîie	13,15	$6PbCrO_4.5PbSO_4$	monoclinică	ace scurte	azotat
8	aurie	13,52	$9PbCrO_4.7PbSO_4$	monoclinică	ace medii	acetați
9	lămîie	18,60	$7PbCrO_4.2PbSO_4$	monoclinică	ace lungi	azotat
10	aurie	21,55	$10PbCrO_4.PbSO_4$	monoclinică	ace scurte	acetați
11	aurie	22,29	$17PbCrO_4.PbSO_4$	monoclinică	ace scurte	acetați
12	închisă	23,42	$PbCrO_4$	monoclinică	ace medii	azotat

Din tabelul 1, care centralizează unele rezultate analitice, precum și din alte rezultate care vor fi prezentate, se pot obține o serie de constatări, care vor fi detailate în continuare.

1) Există posibilitatea ca nuanțe apropiate să corespundă unor compoziții destul de diferite.

Spre exemplu, referindu-ne la probele 1 și 3, probele 7 și 9 și probele 8 și 10, se va constata că, deși ele, comparate două cîte două, au fost obținute după aceiași tehnologie și au structuri cristaline identice, apropierea dimensiunilor particulelor unor probe, obținută prin dirijarea adecvată a condițiilor de precipitare sau prin micronizare (respectiv, probele 10 și 3), va compensa diferența de nuanță care se datorește compoziției, respectiv, creșterii conținutului în cromat de plumb a pigmentului.

Spectrele de absorbție în infraroșu ale probelor 1, 3, 7, 9, 8, 10, 11 și 12, prezentate în această ordine în figurile 1—8, ilustrează diferențierile în structura chimico-moleculară a pigmenților, obținute în urma variației condițiilor și metodei de sinteză. Spectrele au fost realizate cu ajutorul spectrofotometrului Leitz-Wetzlar IIIG, în domeniul 2,5—19 μm (4000—526 cm^{-1}), utilizînd pastilarea în bromură de potasiu (0,2% pigment în KBr), la o viteză de înregistrare de 2,4 min/μm, cu fanta 3, amplificarea 3 și rețea III.

Din spectrele prezentate se pot desprinde cîteva observații :

a) Concordanța dintre compoziție și variația intensității benzilor corespunzătoare frecvențelor vibraționale ν_3 (855 cm^{-1} și 1063 cm^{-1}) ale tetraedrelor $[CrO_4]$ și $[SO_4]$, intensitatea dubletului corespunzător frecvenței ν_4 (629 cm^{-1} și 598 cm^{-1}) a tetraedrului $[SO_4]$ rămînînd aproape neschimbată la modificarea compoziției (deci și a nuanței), pînă la o anumită limită ;

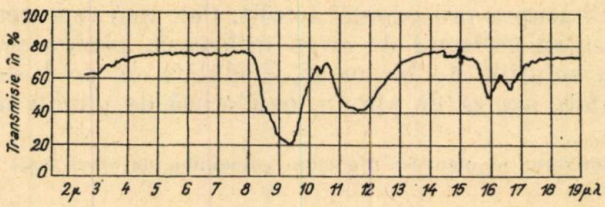


Fig. 1

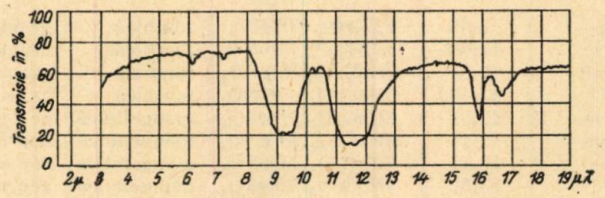


Fig. 2

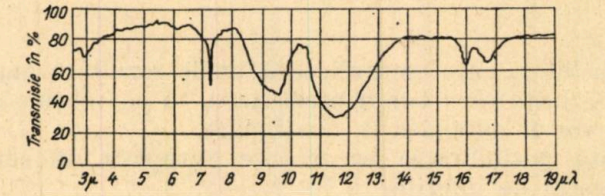


Fig. 3

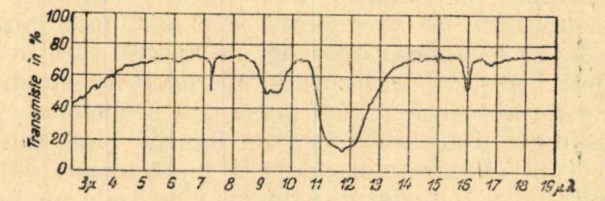


Fig. 4

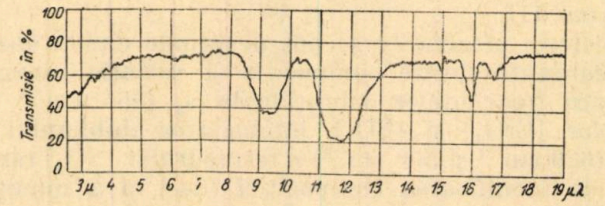


Fig. 5

b) La cantități relativ ridicate în cromat de plumb din compoziția pigmentului (ex. proba 9), intensitatea dubletului respectiv se atenuează, iar la un conținut în cromat și mai ridicat, care depășește aproximativ 21% Cr_2O_3 (ex. probele 10 și 11), în spectrul de absorbție în infraroșu

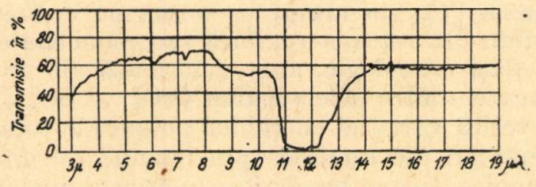


Fig. 6

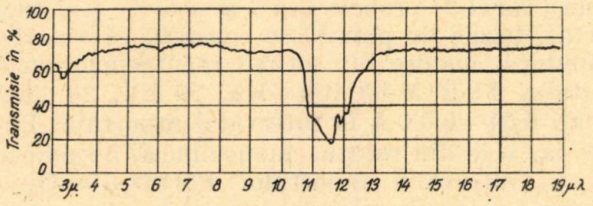


Fig. 7

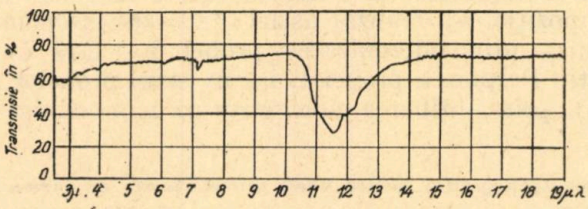


Fig. 8

intervine o slabă diferențiere a benzii corespunzătoare frecvenței vibrații onale ν_3 a tetraedrului sulfat și dispariția benzii corespunzătoare frecvenței ν_4 a acestui tetraedru. Această observație trebuie analizată ținînd seama că precizia analizei iodometrice (cu ajutorul căreia s-a obținut % Cr_2O_3) scade progresiv odată cu creșterea conținutului în cromat. De asemenea, de faptul că, din calcul, la creșteri mici ale procentului de Cr_2O_3 se obțin salturi mari pentru raportul $PbCrO_4/PbSO_4$, odată cu creșterea conținutului în cromat de plumb pînă la limita posibilă a exista (teoretic), ca amestec izomorf (23,53% Cr_2O_3) cu sulfatul de plumb, adică limita peste care pigmentul prezintă numai compoziția cromatului de plumb (proba 12).

c) Existența, la proba 7, a benzii de absorbție ascuțite de la 1389 cm^{-1} atribuită ionului NO_3^- [5,6], justifică ipoteza obținerii pigmentului industrial de mai sus prin metoda cu azotat de plumb. Această ipoteză este întărită de prezența nuanței galbenă-verzuie a pigmentului (la un conținut în cromat de plumb practic identic cu al probei 6, obținută din acetați bazici, de nuanță galbenă mijlocie), nuanță favorizată de folosirea metodei cu azotat. De asemenea, de obținerea în laborator a probei 9, tot cu nuanță verzuie (închisă), utilizînd aceiași metodă, probă care de

asemenea prezintă banda ascuțită menționată și la care conținutul mai ridicat în cromat de plumb nu modifică nuanța de bază a pigmentului;

d) Spre deosebire de alți pigmenți (bioxid de titan, diverși silicați etc.), la galbenul de crom nu se observă diferențieri ale poziției maximelor benzilor de absorbție în infraroșu, în raport cu structura lui cristalină.

Cu altă ocazie [7], am arătat că odată cu creșterea conținutului în cromat de plumb din rețeaua rombică sau monoclinică, a pigmenților obținuți după aceiași tehnologie, apar deformații ale rețelelor respective [8] datorită diferenței dintre razele ionilor CrO_4^{2-} și SO_4^{2-} [9]; aceste deformații conduc, datorită variației energiilor potențiale totale ale sistemelor respective, la deplasări ale remisiei spre lungimi de undă mai mari, în cazul rețelelor rombice, și spre lungimi de undă mai mici, în cazul rețelelor monoclinice.

Comparînd (Tabel 2) probele 1 și 3 și probele 8 și 10, obținute după metoda cu acetați bazici de plumb, se constată că valorile deformațiilor din rețeaua rombică, deduse din citirea roentgenogramelor obținute cu ajutorul aparatului TUR M-60 (Cu—Kα, 30 kV, 20 mA), sînt aproximativ de ordinul 0,01—0,03 Å în intervalul raportului $PbCrO_4/PbSO_4$ = = 1 : 3 — 9 : 8, iar cele din rețeaua monoclinică, aproximativ de ordinul 0,01—0,05 Å, în intervalul raportului $PbCrO_4/PbSO_4$ = 9 : 7 — 10 : 1 (mai mari, pentru unghiurile mici de difracție).

Asemănarea nuanțelor probelor discutate mai sus, care se diferențiază prin compoziție, s-a realizat astfel: în cazul probelor 1 și 3 (galben de crom-deschis), prin micronizarea probei 3 — față de măcinarea în dezintegrator tip Perplex a probei 1, iar în cazul probelor 8 și 10 (galben de crom-auriu), prin obținerea unei struturi monoclinice cu ace scurte

Tabel 2

Valori roentgenografice pentru unele cristale mixte de galben de crom

Franja	$PbSO_4$ (tabele)		Parametrii reticulari *d* ai rețelelor pigmenților cu compoziții diferite (raport molar $PbCrO_4/PbSO_4$)				$PbCrO_4$ (tabele)	
	d	Int.	1 : 3 (proba 1)	9 : 8 (proba 3)	9 : 7 (proba 8)	10 : 1 (proba 10)	d	Int.
1	4,26	80	4,297	4,28		4,845	4,97	23
2	3,80	28	3,797	3,808	4,23	4,366	4,38	46
3	3,33	60	3,32	3,342	3,718	3,74	3,75	11
4	3,21	40	3,195	3,215	3,396	3,437	3,48	40
5	3,00	100	2,995	3,009	3,208	3,269	3,28	100
6	2,75	32	2,74	2,772	2,97	3,02	3,01	86
7	2,68	32	2,785	2,717	2,71	2,72	2,71	11
8	2,40	12	2,39	2,41	2,51	2,53	2,53	11
9	2,27	12	2,257	2,281		2,309	2,32	11
10	2,16	16	2,158		2,238	2,247	2,25	34
11	2,06	100	2,056	2,074	2,055	2,09	2,08	17
12	2,02	40	2,03	2,048	1,95	1,96	1,97	40
13	1,97	20	1,98	1,97	1,823	1,84	1,85	34
14	1,87	4	1,87				1,74	6
15	1,78	12	1,779	1,808	1,68	1,682	1,69	11
16	1,70	12	1,694	1,712	1,619	1,618	1,61	6
17	1,61	20	1,61		1,532		1,54	6
18	1,49	16	1,50	1,512	1,415		1,42	9

la proba 10 (cu particule foarte asemănătoare cu cele rombice, de formă granulată), utilizînd un exces de bicromat de sodiu și ridicînd temperatura de precipitare de la 35° C la 50° C, la o agitare puternică a soluțiilor. În ambele cazuri, creșterea conținutului în cromat a urmărit creșterea rezistenței la lumină a pigmenților și o saturație ridicată a nuanței.

În ceea ce privește comparația dintre probele 7 și 9 (galben de crom-lămîie) se constată că, obținerea prin metoda cu azotat de plumb a unei structuri monoclinice cu ace lungi și la un conținut ridicat în cromat de plumb la proba 9, a condus la închiderea sensibilă a nuanței verzui a pigmentului, după cum se poate observa din valoarea luminozității (Tabel 4) și din poziția punctului culorii în diagrama colorimetrică CIE

Distribuția granulometrică a pigmenților, care are un rol bine definit asupra nuanței și proprietăților tehnologice ale acestora, a fost stabilită folosindu-se metoda pipetelor, obținîndu-se fracțiuni corespunzătoare intervalelor (diametre echivalente Stokes): $<0,5$ μ, 0,5—1,5 μ, 1,5—2,5 μ, 2,5—3 5 μ și $>3,5$ μ. În acest scop, pigmenții au fost dispersați prin agitare, timp de 2 ore, într-o soluție 0,005 molară de pirofosfat de sodiu, cu ajutorul unui agitator mecanic tip leagăn. Pentru pipetări s-a utilizat pipeta Kubiena [10], ele fiind efectuate după un grafic de timp obținut din legea lui Stokes (masa specifică a pigmentului = 6,25 g/cm³).

În tabelul 3 sînt prezentate rezultatele analizei granulometrice pentru probele la care ne-am referit (1, 3, 8, 10, 7, 9) precum și pentru unele probe care vor fi discutate în continuare (2, 4, 6).

Distribuția dimensiunilor particulelor de pigmenți, obținută în urma analizei granulometrice tehnice (% greutate)

Tabel 3

Proba / Fracțiunea, μ	Galben de crom deschis (proba 1)	Galben de crom mijlociu (proba 2)	Galben de crom deschis (proba 3)	Galben de crom lămînie (proba 4)	Galben de crom mijlociu (proba 6)
$<0,5$	38,75	51,85	57,14	64,40	38,10
0,5—1,5	26,70	22,15	28,56	22,50	22,85
1,5—2,5	1,45	10,20	2,75	1,10	11,50
2,5—3,5	10,30	4,80	3,39	5,55	6,85
$>3,5$	22,80	11,20	8,16	6,45	20,70

Proba / Fracțiunea μ	Galben de crom lămîie (proba 7)	Galben de crom auriu (proba 8)	Galben de crom lămîie (proba 9)	Galben de crom auriu (proba 10)
$<0,5$	52,80	32,55	2,42	40,35
0,5—1,5	18,75	19,60	6,39	27,87
1,5—2,5	2,75	10,99	17,16	11,78
2,5—3,5	3,85	8,72	27,29	4,58
$>3,5$	21,85	28,14	46,74	15,42

Din tabel se poate observa, pentru toţi pigmenţii, în afara probei 9, un procent ridicat de particule mici (sub 1,5 μ), care corespund particulelor primare de pigment. De asemenea, de la caz la caz, se poate observa un procent mai mult sau mai puţin ridicat de particule cu dimensiuni mai mari (peste aproximativ 3,5 μ) ce corespund agregatelor de pigment, care prin simpla dispersare în electrolitul ce a servit pentru pipetare nu au putut fi desfăcute în particule primare (se realizează în procesul industrial de frecare cu liantul, pe maşinile cu valţuri). Astfel încît, în interpretările care se dau rezultatelor analizei granulometrice prin metoda pipetelor trebuie să se ţină seama de limitele şi particularităţile ei.

Microfotografiile prezentate, în ordine, pentru probele 1, 3, 8, 10, 7 şi 9 (fig. 9—14) confirmă totuşi diferenţierile observate din determinările efectuate prin metoda pipetelor şi permit, totodată, distingerea formei particulelor probei respective (1 div = 5 microni).

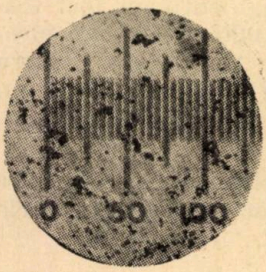


Fig. 9

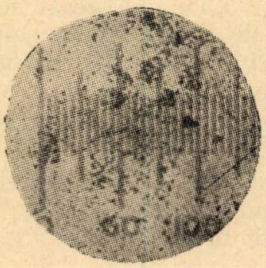


Fig. 10

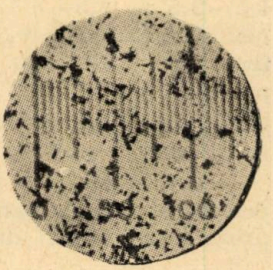


Fig. 11

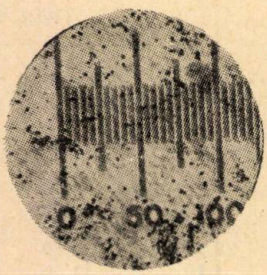


Fig. 12

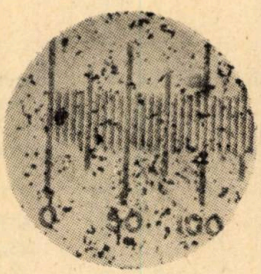


Fig. 13

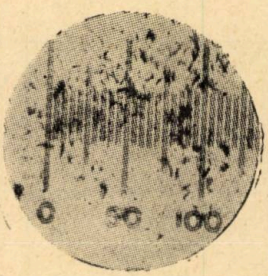


Fig. 14

2) Din aceleaşi considerente, menţionate pentru probele exemplificate mai sus, parcurgînd din nou tabelul 1, se constată că există posibilitatea ca nuanţe diferite (uneori îndepărtate) ale galbenului de crom, corespunzătoare unor pigmenţi cu aceiaşi structură cristalină, să corespundă unor compoziţii mai mult sau mai puţin apropiate.

Exemple concludente ne dau compararea probelor 2, 3 şi 4 (rombice) sau a probelor 6, 7 şi 8 (monoclinice). Şi în această situaţie, metoda de sinteză şi distribuţiile granulometrice determină proprietăţile pigmenţilor respectivi.

3) În sfîrşit, compoziţii nu prea îndepărtate, dar care se află în apropierea intervalului de discontinuitate caracteristic sistemului izo-

dimorf studiat, pot da naștere, în urma dirijării convenabile a parametrilor de sinteză (care să provoace sau să inhibe saltul calitativ al transformării rețelei cristaline din sistem rombic în sistem monoclinic) la particule cu structuri cristaline diferite, dar cu nuanțe totuși asemănătoare.

În cazul de mai sus, ca de exemplu la probele 2 și 5 (din acetați bazici) și 4 și 7 (din azotat) procesul de transformare a pigmentului din structura rombică în cea monoclinică se supune corelației lui Grimm [11] referitoare la raportul dintre temperatura de transformare și conținutul în $PbSO_4$, la care se adaogă și influența celorlalți factori principali de sinteză (pH, excesul anumitor ioni la sfîrșitul precipitării, durata agitării diluția etc.), care, împreună cu efectul temperaturii, pot da naștere la dimensiuni și forme convenabile ale particulelor, corespunzătoare nuanțelor care urmează să se obțină. Este locul să amintim, cu această ocazie, că o caracterizare completă a culorii pigmenților trebuie să se facă atît prin lungimea de undă dominantă (corespunzătoare punctului culorii în diagrama colorimetrică), cît și prin saturația (dedusă de asemenea din reprezentarea punctului culorii) și luminozitatea nuanței respective [12] și că deci, utilizarea termenilor care definesc nuanța pigmenților studiați corespunde, în fapt, unor denumiri comerciale.

Trebuie să se menționeze că folosirea unor materii prime cu grad ridicat de impurificare conduce la modificări de nuanță. În consecință, se va evita folosirea litargei roșcate (cu conținut ridicat de miniu), care dă pigmentului nuanțe murdare, iar acidul acetic, în care se disolvă litarga în scopul obținerii acetatului bazic de plumb trebuie să conțină o cantitate minimă de substanțe reducătoare, pentru a se împiedeca virarea culorii spre nuanțe verzui, datorită reducerii parțiale a bicromatului de sodiu. Din același motiv, litarga, bicromatul de sodiu și acidul sulfuric trebuie să conțină o cantitate cît mai mică de fier (sub 0,05% Fe în pigment). În sfîrșit, nu se va utiliza bicromat de sodiu cu un conținut mai ridicat de 5% sulfați, deoarece se produce o deschidere sesizabilă a nuanței, datorită modificării raportului $PbCrO_4/PbSO_4$, care corespunde unei nuanțe bine determinate.

Rolul microelementelor (As, Se, Zn, Bi, Sn etc.) asupra modificărilor de nuanță este practic neglijabil [1, 2] dacă ele provin din impuritățile aflate în limite admise în materiile prime.

Porozitatea unor probe mai reprezentative, (probele 2, 4, 5, 8 și 10) s-a determinat cu ajutorul unui porozimetru cu mercur, între limitele 75—75000 Å. Din reprezentarea diferențială a distribuției porometrice (fig. 15) se constată că pigmenții studiați prezintă o distribuție „anormală" a porilor, fiind alcătuiți din micropori (între 75—600 Å), care corespund porozității de matrice a particulelor primare de pigment, și din pori intermediari (600—5000 Å), corespunzători agregatelor, lipsind macroporii.

Porozitatea (volumul total al porilor) este cuprinsă, la probele menționate, între 0,0772 cm^3/g și 0,1257 cm^3/g. Ea nu urmează o regularitate în raport cu nuanța pigmenților (aceasta depinzînd, după cum s-a văzut, de un număr ridicat de factori), de asemenea nici distribuția porilor, deși în general, pentru pigmenții obținuți după aceiași tehnologie de fabricație, la cei care au un procent mai ridicat de particule fine predomină porii de dimensiuni reduse.

În tabelul 4 sînt prezentate caracteristicile de culoare ale probelor studiate, obținute cu ajutorul colorimetrului Colormaster — model V. Unii coeficienți tricromatici servesc la reprezentarea punctelor culorii pigmenților care se diferențiază net prin nuanță (pentru a nu încărca figura), în diagrama colorimetrică CIE (fig. 16).

Valorile și reprezentările obținute confirmă discuția purtată asupra corelațiilor dintre condițiile de sinteză, structura și nuanța pigmenților

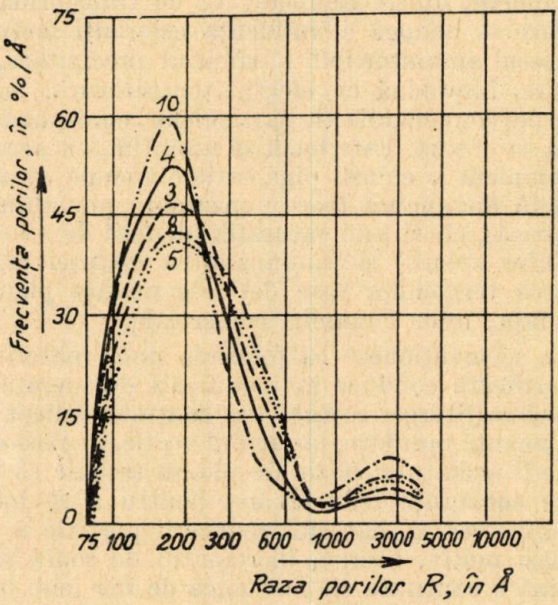


Fig. 15

cu cristale mixte. Structura determină și proprietățile tehnologice ale pigmenților, așa după cum rezultă și din valorile prezentate în tabelul 5, pentru unele proprietăți mai importante.

Tabel 4

Caracteristicile de culoare ale pigmenților

Proba	Coeficienți tricromatici		Luminozitatea (Y_C)
	x_C	y_C	
1	0,409	0,459	77,2
2	0,473	0,446	66,3
3	0,395	0,498	77,0
4	0,417	0,484	76,8
5	0,453	0,483	64,4
6	0,460	0,487	70,4
7	0,425	0,485	73,6
8	0,451	0,488	69,5
9	0,444	0,518	56,2
10	0,485	0,476	67,5
11	0,480	0,478	65,5
12	0,490	0,455	63,2

Micșorarea dimensiunilor particulelor conduce, după cum s-a arătat, la deschiderea nuanței și la creșterea luminozității pigmenților cu conținut mai ridicat în cromat de plumb; de asemenea, la creșterea puterii de acoperire, dar totodată face să crească, în unele cazuri, indicele de ulei. Totuși, efectul dimensiunilor particulelor nu constituie factorul exclusiv care determină proprietățile optice sau tehnologice, acestea fiind influențate în același timp și de alți factori, printre care, compoziția și metoda de sinteză, prelucrarea ulterioară, forma particulelor, porozitatea

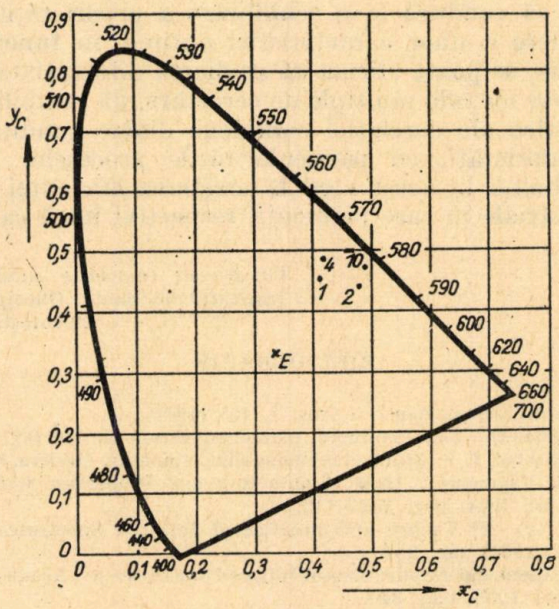


Fig. 16

Tabel 5

Caracteristici tehnologice ale pigmeoților

Proba	Indice de ulei (%)	Puterea de acoperire (g/m^2)
1	19,26	19,02
2	18,50	22,80
3	20,10	15,56
4	23,56	19,54
5	15,72	24,22
6	20,14	15,32
7	21,10	26,18
8	15,67	27,07
9	11,35	86,52
10	18,52	11,14
11	16,21	13,22
12	20,65	18,32

şi intensitatea de colorare joacă un anumit rol, ceea ce poate constata, de exemplu, din compararea proprietăţilor probelor 5 şi 6, cu compoziţii apropiate, însă de provenienţe diferite.

Corelaţiile principale dintre structura şi proprietăţile cristalelor mixte de galben de crom conduc, deci, la concluzia că, particulele fine cu conţinut ridicat în $PbCrO_4$ prezintă calităţi superioare, coloristice şi tehnologice. Unele caracteristici ale pigmenţilor fiind într-o anumită măsură antagoniste (suprafaţa specifică-indice de ulei, saturaţie-luminozitate) este necesar ca procesele de sinteză a pigmenţilor să se realizeze în condiţii care să conducă la o echilibrare a proprietăţilor sau la obţinerea cu precădere a unor caracteristici optime, în funcţie de utilizări.

În concluzie, se poate afirma că studierea diferenţiată a pigmenţilor, prin folosirea unor metode multiple de cercetare, dă posibilitatea îmbinării aspectelor teoretice ale corelaţiei complexe dintre condiţiile de sinteză, structură şi proprietăţi, cu particularităţile proceselor tehnologice de utilizare, contribuind în acest mod la creşterea eficienţei şi specificităţii produselor industriale în care pigmenţii respectivi intră ca materie primă de bază.

Catedra de tehnologia substanţelor anorganice,
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Bădescu Th.*, Peintures, pigments, vernis, 3, 151 (1971).
2. *Ionescu T. D., Bădescu, Th.*, Peintures, pigments, vernis, 9, 440 (1971).
3. *Belenkii, E. F., Rîschin, I. V.*, Himiia i tehnologhiia pigmentov. Moskva, 1960, pag. 307—345.
4. *Remington, I. S.*, Pigments — their Manufacture and Properties. Cambridge, Hefferand Sons, L.T.D., 1961, pag. 102—112.
5. *Szymanschki, H. A.*, IR Theory and Practice of Infrared Spectroscopy. Plenum Press, New York, 1964, pag. 297.
6. *Rao, C. N. R.*, Chemical Applications of Infrared Spectroscopy. Academic Press, New York and London, 1963, pag. 340.
7. *Ionescu, T. D., Bădescu, Th.*, Corelaţii între structurile fizice şi culoarea unor pigmenţi pe bază de cromaţi. Comunicare la a XIV-a Ses. şt. a Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Buc., 1971.
8. *Mirkin, L. I.*, Spravocinik po rentgenostrukturnomu analizu polikristallov. Izd. fiz.-mat. lit., Moskva, 1961, pag. 529 şi pag. 532.
9. *Wells, A. F.*, Structural Inorganic Chemistry. Oxford, At the Clarendon Press, 1962, pag. 435 şi pag. 422.
10. *Obrejanu, Gr.*, Metode de cercetare a solului. Ed. Acad. R.S.R., 1964, pag. 71—90.
11. *Grimm, H. G.*, Österr. P. 135676.
12. * * * STAS 4524-54, Colorimetrie (măsurarea culorii).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 6
BUCUREŞTI

C. Z.: 66.093.2

ÜBER DIE TECHNISCHE HUMIFIZIERUNG VON EINJAHRPFLANZEN

GH. C. CONSTANTINESCU

5. Mitt. Die Behandlung des Strohes mit Kaliumbisulfat und Wasserstoffperoxyd

Über die Wirkung der Schwefelsäure oder Phosphorsäure allein bzw. im Gemisch mit Wasserstoffperoxyd auf das Stroh nach der von uns erarbeitete Methode haben wir in den anderen Mitteilungen berichtet (1, 2, 3, 4). Die Hydrolyse der Strohkohlenhydrate können aber auch von sauren Salzen der Mineralsäuren hervorgerufen werden (5). Es wurde erst Kaliumbisulfat statt anderer Salze auserwählt, weil dabei in das Endprodukt das Nährstoffelement Kalium eingeführt wird; die gewonnenen Präparate enthalten also außer der organischen Substanz mit Stickstoff und Kalium auch zwei Nährstoffe. Sie können als organomineralische Komplexdünger angesehen werden.

Es wurde ein Gemisch von Kaliumbisulfat und Wasserstoffperoxyd in 10 %iger Lösung mit demselben Hydromodul wir im Fall der Aufbereitung mit Mineralsäuren benutzt, die Temperaturen lagen bei 110° C, 130° und 150° C. Die Behandlungsmethode blieb dabei unverändert: 20 g zerkleinetes Roggenstroh mit einer Teichengröße von 0,8 mm wurde mit 120 cm^3 10 %iger $KHSO_4$—H_2O_2-Lösung behandelt. Vom Antreten der Dunkelfärbung an gerechnet (Beginn der infolgenden erwähnten Reaktionszeit) wurde die Reaktion zu verschiedenen Zeiten in regelmäßigen Interwallen unterbrochen. 5 Min. nach der Unterbrechung erfolgte jeweils die Neutralisation mit NH_4OH und das Troknen an der Luft. Die getrockneten Präparate wurden dann einer thermischen Behandlung im Trockenschrank bei 185° C unterworfen.

Die Ergebnisse der Analysen sind in der Tabelle 1 eingeordnet.

Ergebnisse

Die Hydrolyse der Strohbestandteile verläuft in Gegenwart von 10 %iger Kaliumbisulfatlösung und 10 %igen Wasserstoffperoxyd unterschiedlich im Vergleich zur Hydrolyse mit Kaliumbisulfat allein. Zur Darstellung dieses Sachverhaltes wird in der folgenden Tabelle die durr

* Manuscript am 13 Juli 1971 eingegangen.

schnittliche Zusammensetzung der mit Kaliumbisulfat gewonnenen Hydroyseprodukte im Vergleich zu den mit einem Gemisch von Kaliumbisulfat- und Wasserstoffperoxyd bei 150° C erhaltenen und zu der des Ausgangsmaterials wiedergegeben:

Tabelle 2

	Temp °C	Ges. org. Subst. %	Lignin %	Cellulose %	leicht hydrol. organ. Subst. %	wasserlösl. organ. Subst. %	unlös. Bestandteile %	Huminsubstanz %
Stroh	150	95,66	15,90	43,24	28,85	7,76	87,99	—
Nr. 19 ($KHSO_4$ (10%)	150	64,50	22,91	11,13	14,36	16,24	48,40	5,44
Nr. 1 $KHSO_4+H_2O_2$)	150	56,90	10,03	16,82	0,53	31,60	27,48	2,58

Als ein wesentlicher Unterschied zwischen diesen zwei Behandlungen ergibt sich zuerst die viel höhere Wasserlöslichkeit der Produkte der oxydativen Hydrolyse gegenüber jenen der einfachen Hydrolyse. Einerseits ist es auf den Übergang eines Teils des Lignins in die Lösung und anderseits auf die völlige Hydrolyse der Hemicellulose zurückzuführen (6). Die Cellulose scheint unter diesen Bedingungen weniger hydrolisiert zu werden. Da aber das Lignin stark hydrolysiert wurde, vermuten wir, daß auch die zwischen der Ligninmolekülen gelagerte Cellulose mit hydrolysiert wurde. Gleichzeitig werden Reversions- und Inkohlungsprodukte gebildet, die als Cellulose bestimmt werden (5).

Wenn die unter diesen Bedingungen bei Temperaturen von 130 und 150° C dargestellten Produkte einer thermischer Behandlung bei 185—190° C ausgesetzt werden, so werden Änderungen sowohl hinsichtlich der gesammten Löslichkeit der Präparate als auch der prozentualen Zusammensetzung der analysierten Substanzgruppen festgestellt. Diese Änderungen sind in der folgenden Tabelle deutlich zu verfolgen. — Die Angaben in der Tabelle 3 stellen die Durschnittswerte der bei 150° C mit und ohne wasserstoffperoxyd hergestellten Präparate vor und nach der thermischen Bhandelung, dar, bezogen auf *TS*:

Charakteristisch für die thermische Behandlung ist in diesem Fall, daß die wasserlöslichen organischen Substanzen unlöslich werden infolge von Polykondensations- und Polymerisationsprozessen. Diese führen aber bei Vergleich von mit und ohne Wasserstoffperoxyd, zur Bildung von Verbindungen, die in verschiedenen Stoffgruppen aufträten. So kommt es im Falle der Anwendung des Kaliumbisulfates ohne Wasserstoffperoxyd zu einer Verminderung der Wasserlöslichen Substanz, die als Cellulose und Lignin wiederzufinden ist. Diese Erscheinung ist analog der bei der Aufbereitung des Strohes mit Schwefelsäure festgestellten (1). Mit Wasser-

Tabelle 1

Nummer der Variante Präp.	Reagenz	Tem. der °C	Zeit der min.	Tem. thermische Berndl. °C	Zeit thermische Berndl. min	Feuchtigkeitsgehalt vor %	Feuchtigkeitsgehalt nach %	Gesamte org. Sunstanz vor %	Gesamte org. Sunstanz nach %	Gesamte org. Sunstanz Werluste währ. d. therm. Bendl.	Lignin vor %	Lignin nach %	Cellulose vor %	Cellulose nach %	Leicht hydrolysierbare org. Substanz vor %	Leicht hydrolysierbare org. Substanz nach %	Wasserlösliche org. Substanz vor %	Wasserlösliche org. Substanz nach %	Huminstoffe vor %	Huminstoffe nach %	FQ vor %	FQ nach %	Kationenaustausch-Kapazität mval/100g vor mval/ 100 g	Kationenaustausch-Kapazität mval/100g nach mval/ 100 g	Stickstoffgehalt bez auf d. TS vor Ges. N %	Stickstoffgehalt bez auf d. TS vor Wass. lösl. N %	Stickstoffgehalt bez auf d. TS vor Aust. bar N %	Stickstoffgehalt bez auf d. TS vor Org. geb. N %	Stickstoffgehalt bez auf d. TS nach Ges. N %	Stickstoffgehalt bez auf d. TS nach Wass. lösl. N %	Stickstoffgehalt bez auf d. TS nach Aust. bar N %	Stickstoffgehalt bez auf d. TS nach Org. geb. N %	P_2O_5-Gehalt nach Ges. %	P_2O_5-Gehalt nach lösl. %	P_2O_5-Gehalt nach org. geb. %	Gesamt K_2O vor	Gesamt K_2O nach	pN Wert (Wasserextrakt) vor	pN Wert (Wasserextrakt) nach
A	$KHSO_4$ 10%	110	610	185	90		2,48		55,15	−12,17		15,79		15,62		16,99		6,75	1,05	12,3	10,46	4,75	65,36	87,2	4,51	4,11			4,43	3,26						11,7	11,0	6,9	4,0
B	H_2O_2 10%	,,	640	,,	,,		2,56		55,1	12,32		15,9		15,70		17,66		5,84	1,05	12,21	9,56	4,75	63,35	88,8	4,38	4,11			4,43	3,26						11,7	11,0	6,7	4,0
2 *C*	,,	,,	670	,,	,,		2,64		54,9	−11,75		15,61		16,68		18,42		4,19	1,05	12,2	9,2	4,7	63,02	87,0	4,33	4,08			4,39	3,23						11,7	11,0	6,5	4,0
D	,,	,,	700	,,	,,		2,52		54,82	−12,75		15,42		17,6		17,43		4,35	1,0	12,0	10,2	4,8	60,86	88,9	4,38	4,08			4,39	3,23						11,7	11,0	6,5	3,95
E	,,	,,	730	,,	,,		2,4		54,78	−12,63		15,24		18,58		16,38		4,58	1,04	11,64	10,4	4,8	65,07	92,6	4,38	4,2			4,35	3,22						11,7	11,0	6,7	4,0
F	,,	,,	760	,,	,,		2,52		54,41	−12,51		15,17		19,32		15,51		4,41	0,95	11,42	11,0	4,8	70,36	94,2	4,5	4,31			4,36	3,2						11,7	11,0	6,7	3,95
							2,52		54,8	−12,4		15,52		17,25		17,13		4,9	1,02	11,96	10,13	4,76	64,6	89,8	4,42	4,74	0,25	0,03	4,39	3,23	0,25	0,97				11,7	11,0	6,7	3,98
A	$KHSO_5$ 10%	130	495	185	90		2,88		56,8			17,95		17,05		19,11		2,69	1,24	17,49	9,82	5,51		66,43					4,43	2,79							12,8		3,9
B	H_2O_2 10%	,,	525	,,	,,		2,7		56,9			17,8		17,53		16,21		5,35	1,82	17,26	9,64	4,6		71,15					4,52	2,75							12,5		3,5
3 *C*	,,	,,	555	,,	,,		2,04		56,0			17,35		17,39		15,41		5,84	2,14	21,62	9,37	4,6		73,12					4,49	2,84							12,5		3,3
D	,,	,,	615	,,	,,		2,8		55,8			17,32		17,57		16,31		4,59	2,62	18,06	9,2	4,72		72,70					4,48	3,03							12,5		3,3
E	,,	,,	675	,,	,,		2,76		56,2			17,17		17,74		16,04		5,24	3,05	18,83	9,1	4,73		71,97					4,42	2,64							12,4		3,4
F	,,	,,	735	,,	,,		2,82		56,8			16,91		18,06		16,45		5,35	3,82	19,49	8,98	4,63		69,83					4,51	2,61							12,2		3,5
							2,66		56,4			17,41		17,55		16,59		4,80	2,44	18,7	9,35	4,63		70,8					4,47	2,71	0,34	1,42					12,5		3,5
A	$KHSO_4$ 10%	150	315	185	90	4,3	2,20	50,43	54,64	−11,89	5,52	19,82	22,17	12,67	1,32	16,16	23,52	5,65	2,0	14,97	7,85	4,85	75,77	111,0	4,86	4,48			5,19	3,06			0,3		0,3	11,54	10,56	6,7	3,85
B	H_2O_2 10%	,,	330	,,	,,	4,36	2,40	51,3	55,28	−11,51	6,57	19,53	20,74	12,96	0,82	16,13	25,27	6,31	2,1	15,28	1,45	4,84	84,28	111,2	4,17	3,00			5,21	3,07			0,34		0,34	11,54	10,9	6,9	3,8
4 *C*	,,	,,	345	,,	,,	4,68	2,48	54,8	57,4	− 8,54	7,34	19,36	20,12	11,68	0,23	17,54	29,21	8,10	2,42	15,21	7,05	4,9	96,35	112,1	5,05	3,56			5,12	2,97			0,39		0,39	11,54	10,56	7,3	3,8
D	,,	,,	360	,,	,,	4,58	2,36	59,98	58,26	−11,37	8,89	19,11	17,82	11,38	0,44	17,97	34,94	9,43	2,86	14,98	7,7	4,9	99,04	112,6	5,09	3,67			5,17	3,07			0,34		0,34	11,54	10,9	7,1	3,85
E	,,	,,	375	,,	,,	4,6	2,42	62,4	58,6	−10,64	14,97	19,14	11,45	10,58	0,19	18,75	37,6	9,7	3,0	13,68	7,25	5,0	102,53	109,9	5,44	3,97			5,14	3,23			0,3		0,3	11,54	10,56	6,8	3,8
F	,,	,,	390	,,	,,	4,62	2,40	63,0	59,5	−10,14	16,94	19,33	8,64	10,31	0,17	18,76	39,65	10,65	3,14	13,07	7,1	5,2	108,32	111,0	5,66	4,27			5,19	3,18			0,35		0,25	11,54	10,56	6,7	3,85
						4,52	2,37	56,9	57,2	−10,77	10,03	19,38	16,82	11,59	0,53	17,5	31,6	8,3	2,58	14,53	7,3	4,94	94,3	111,3	5,15	4,0	0,3	0,85	5,18	3,16	0,30	1,72	0,32		0,32	11,54	10,74	6,9	3,83

stoffperoxyd steigt der Gehalt an Lignin im gleichen Maß — 8 bis 9% —, dagegen deutet die intensive Zunahme der leicht hydrolysierbaren organischen Substanzen — von 0,53% auf 17,50% — auf eine weitgehende Verwandlung der wasserlöslichen Fraktion in Verbindungen mit niedrigen Polymerisationsgrad im Vergleich zum obengenannten Fall hin. Neben diesen Prozessen, denen zufolge die wasserlösliche organische Substanz

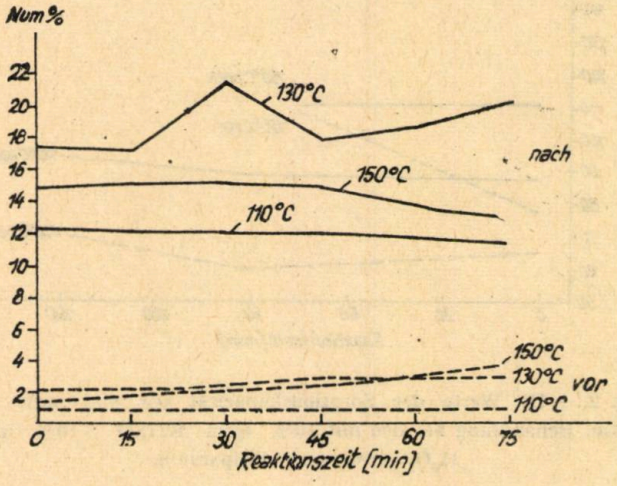


Fig. 1. — Der Gehalt an Huminstoffen vor und nach der therm. Behandl. bei den mit 10% igem KHSO und 10% igem H_2O_2 gewonnenen Präparaten (bez. auf die TS).

unlöslich wird, kommt noch die Herabsetzung des prozentualen Gehaltes an Cellulose hinzu, die auf einen Abbau der Cellulose in Substanzen mit einem niedrigeren Polymerisationsgrad oder die Bildung von Verharzungsprodukten, an der die Cellulose auch beteiligt sein kann, hindeutet (9).

Verfolgen wir jetzt die Entwicklung der wichtigeten Eigenschaften der Präparate im Verlauf der Reaktionen.

Der Gehalt an Huminsubstanzen

Gebraucht man in der Hydrolysephase Kaliumbisulfat und Wasserstoffperoxyd so werden Produkte mit einem niedrigen Gehalt an Huminsubstanzen dargestellt, die in unseren Versuchen 4% erreichten und deren *FQ* sehr hoch war, er lag im Durschnitt zwischen 7 und 10. Diese Substanzen, die sich in 5 %iger Natronlauge lösen, stellen in Wirclichkeit Abbauprodukte der Cellulose und des Lignins dar, die in dem bei der Extraktion verwendeten Reagens löslich sind oder werden.

Während der thermischen Behandlung werden noch wichtige Gehalte an Huminsubstanzen — zwischen 10 und 16% — gebildet, deren *FQ* eine

Stellung zwischen 4, 6 unde 4,9 einnimmt, also den wahren Huminsubstanzen näher liegt. Es wird keine enge Abhängigkeit zwischen dem Gehalt an vor und während der thermischen Behandlung gebildeten Huminstoffen festgestellt — Darstellung 1 —.

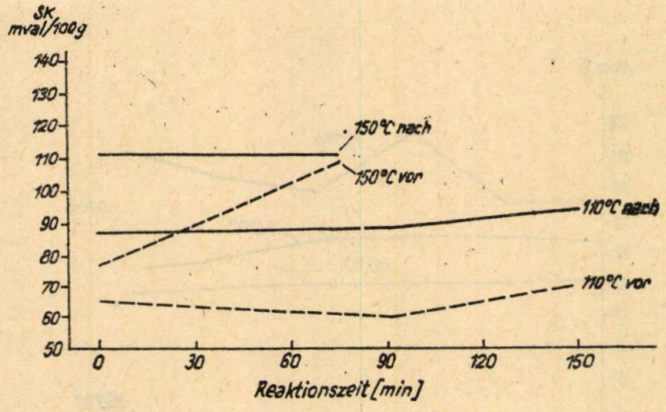


Fig. 2. — Die Werte der Sorptionskapazität vor und nach der therm. Behandlung bei den mit 10% igem KHSO +10% igem H_2O_2 gewonnenen Präparaten.

Die Sorptionskapazität

Die Präparate weisen eine Sorptionskapazität um 130 mval/100 g auf. Die Werte sind von der Hydrolysetemperatur abhängig (10). Bei 150° C hängt das Sortionsvermögen der Präparate direct proportional von der Reaktionszeit ab (Darstellung 2). Dieses Phänomen wurde bei der Durchführung der Reaktion bei Temperaturen unter 150° C nicht beobachtet.

Nach thermischer Behandlung der Produkte der oxydativen Hydrolyse bei 185—190° C weisen alle Präparate nahezu gleiche Werte der Sortionskapazität auf. Mit anderen Worten, während der thermischer Behandlung steigt die Sortionskapazität der Präparate umgekehrt proportional zu den Werten, die sie vor dieser Behandlung aufwiesen und erreichen einen Maximalwert um etwa 110 mval/100 g (Darstellung 3).

Die Darstellung 4 zeigt die Austauschgeschwindigkeit der vor und nach der thermischer Behandlung dargestellten Präparate, und das Diagram Nr. 5 läßt die Eigenschaften der neu gebildeten Verbindungen erkennen (8).

Die ohne thermischer Behandlung aber mit Wasserstoffperoxyd bei 150° C dargestellten Präparate weisen bessere Eigenschaften auf, nicht nur, weil in einer einzigen Reaktionsphase gleiche Werte für die Sorp-

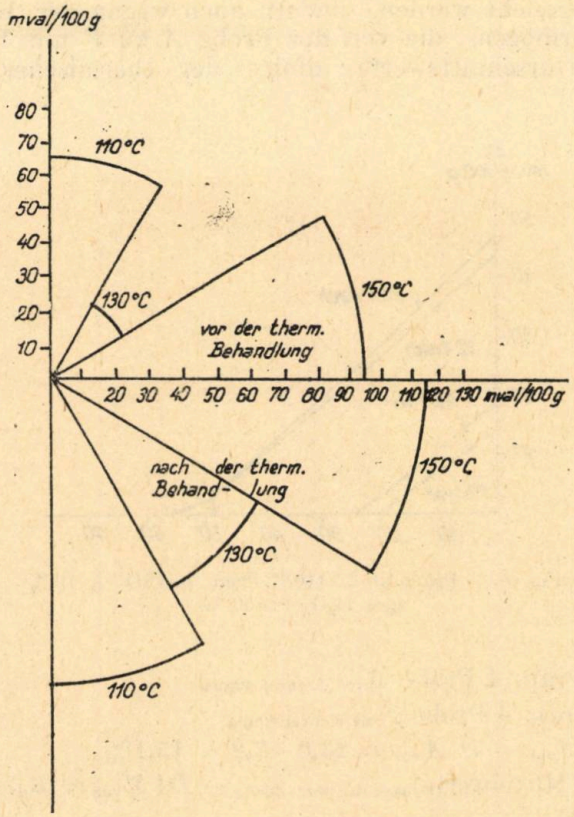


Fig. 3. — Die Mittelwerte der Austauschkapazität Aufbereitung $KHSO_4$ + H_2 O_2 bei verschidene Temperaturen.

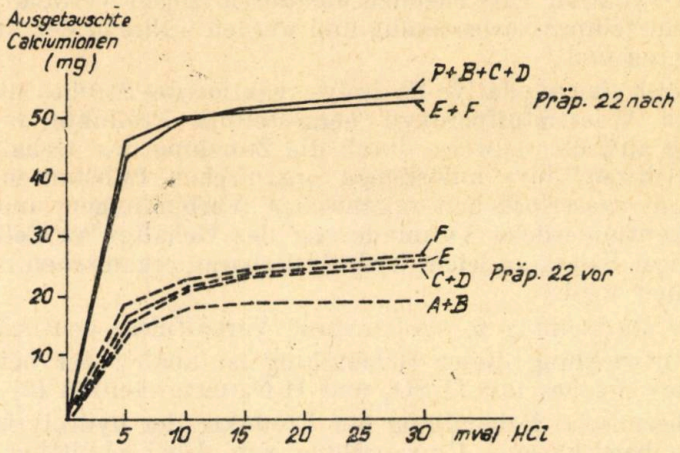


Fig. 4. — Die Austauschgeschwindigkeit bei den mit 10% igem $KHSO_4$ u. 10% igem H_2O_2 gewonnen. Präp.

tionskapazität erreicht werden, sondern auch wegen der Komponente *D* des Sorptionsvermögens, die von der Probe *A* zu *F* mit 15,10% steigt, während die Durschnittswerte infolge der thermischer Behandlung absinken :

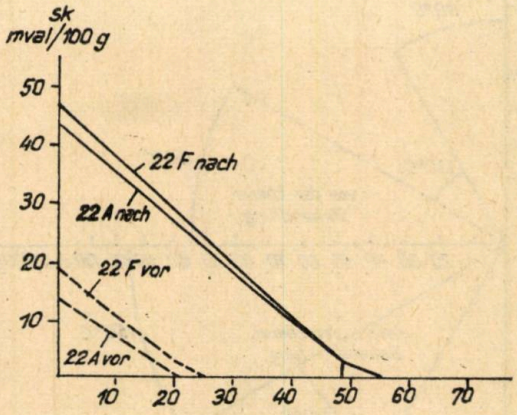


Fig. 5. — Präparat 22 (10% igem KHSO + 10% iges H_2O_2 — 150° C).

Komp. *D* der Präp. 4 Probe $A_{\text{vor d. thrm Bhdlg}}$ = 7,2%
Komp. *D* der Präp. 4 Probe $F_{\text{vor d thrm Bhdlg}}$ = 23,0%
Differenz *D* 4 $F_{\text{vor}} - D\ A_{\text{vor}} = 23{,}0 - 7{,}2 = 15{,}1\%$
Differenz *D* 4 $(\text{Mittelwerte})_{\text{nach der thrm Bhdlg}} - D4\ M_{\text{vor}} = 13{,}5 - 15{,}1 = -1{,}6$

Die organische Substanz

Die durch Oxydation entstehenden austauschfähigen Verbindungen sind teilweise nicht temperaturbeständig und werden während der thermischer Behandlung zersetzt.

Die durch eine oxydative Hydrolysereaktion des Strohes mit Kaliumdisulfat und Wasserstoffperoxyd hergestellten Produkte weisen eine Entwicklung auf, die teilweise durch die Zunahme des Gehaltes an in 80 %iger Schwefelsäure unlöslichen organischen Substanzen und insbesondere an wasserlöslichen organischen Verbindungen und teilweise durch die kontinuierliche Verminderung des Gehaltes an Cellulose und an mit 2 %iger Salzsäure leicht hydrolysierbaren organischen Substanzen gekennzeichnet wird.

In der Darstellung 6 werden diese Verhältnisse deutlich sichtbar.

Die Entwicklung dieser Behandlung ist analog der bei der Aufbereitung des Strohes mit H_2SO_4 und H_2O_2 festgestellten (2).

Die thermische Behandlung der Produkte der hydrolytisch-oxydativen Phase bewirkt eine Umwandlung von druchschnittlich 75% der wasserlöslichen in die wasserunlösslichen organischen Substanzen. Zugleich wird eine weitere thermo-hydrloytische Zersetzung der Cellulose beo-

bachtet. Infolge dieser zwei Prozesse steigt der Gehalt an organischen Substanzen mit einem niedrigen Polymerisationsgrad (die mit 2 %iger Salzsäure leicht hydrolysierbar sind) von 0,53 auf 17,5% und der Gehalt an Lignin von 10,0 auf 19,38%. Der wesentliche Unterschied zwischen der Aufbereitung des Strohes mit $KHSO_4$ und H_2O_2 und der mit H_2SO_4 und H_2O_2 beruht auf dem intensieveren Abbau der Cellulose bei der Verwendung von Kaliumbisulfat, da dieser Abbau auch während der thermischen Behandlung fortdauert.

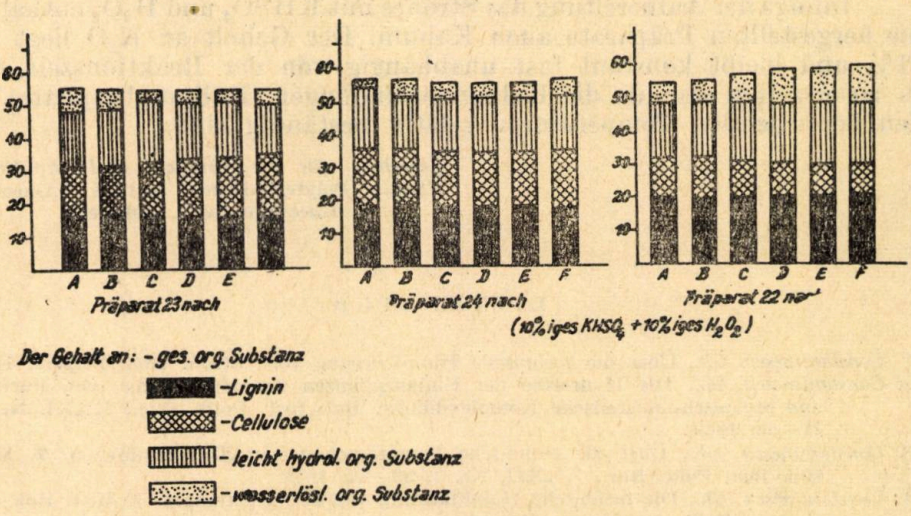


Fig. 6

Vom Standpunkt det praktischen Durchführung der Reaktion aus ist es wichtig, daß alle sich auf die organische Substanz beziehenden Veränderungen stetige und kleine Reaktionsgeschwindigkeiten aufweisen. Die Reaktion ist somit leicht zu beherrschen und zum gewünschten Zeitpunkt zu unterbrechen.

Der Nährstoffgehalt

Der Nährstoffgehalt dieser Präparate, besonders der Stickstoffanteil, ist im allgemeinen klein. Er liegt zwischen 4 und 5% (bez. auf die *TS*) unde ändert sich mit der temperatur und Reaktionszeit sehr wenig. Vor der thermischer Behandlung wird der in den Präparaten Nr. 4 enthaltene Stickstoff folgendermaßen eingeteilt:

5,15% Gesamtszickstoff (bezogen auf die *TS*)
davon 77,00% wasserlöslicher Stickstoff
7,00% sorbierter Stickstoff
16,00% organisch gebundener Stickstoff;

nach der thermischer Behandlung ändern sich diese Verhältnisse wie folgt:

5,18% Gesamtstickstoff (bezogen auf *TS*)
davon 61,00% wasserlöslicher Stickstoff

7,00% sortierter Stickstoff
32,00% organisch gebundener Stickstoff.

Es wird ein bedeutender Umwandlungsprozeß des wasserlöslichen Stickstoff in organisch gebundenen festgestellt. Diese Feststellung stimmt mit der vorher erwähnten, nämlich der starken Umwandlung der wasserlöslichen organischen Substanzen in die wasserunlöslichen, überein. Nicht ohne Bedeutung ist auch der Tatbestand daß der Gehalt an organisch gebundenen Stickstoff um so höher ist, je höher die Temperatur war, bei der die Hydrolysereaktion durchgeführt wurde (6, 7).

Infolge der Aufbereitung des Strohes mit $KHSO_4$ und H_2O_2 enthalten die hergestellten Präparate auch Kalium. Der Gehalt an K_2O liegt um 11% und bleibt konstant fast unabhängig von der Reaktionszeit, wie es zu erwarten war, da die Kaliumverbindungen (Kaliumphosphate) bei den herrschenden Temperaturen relativ beständig sind.

Lehrstuhl für Anorganische und Analitishe Chemie Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bukarest

LITTERATUR

1. *Constantinescu, Gh.*, Über die technische Humifizierung von Stroh. Diss. Leipzig, 1966.
2. *Constantinescu, Gh.*, Die Hydrolyse der Einjahrpflanzen zur Herstellung von Furfurol und organisch-mineralische Komplexdünger. Bul. Inst. Polit. Buc., XXXL Nr. 3, 41—50, 1969.
3. *Constantinescu, Gh.*, Über die technische Humifizierung von Einjahrpflanzen. 2. Mitt. Bul. Inst. Polit. Buc., XXXII, Nr. 3, 55—64, 1970.
4. *Constantinescu, Gh.*, Die technische Humifizierung von Einjahrpflanzen. 4. Mitt. Bul. St. Inst. Polit. Iaşi, (unter Druck).
5. *Nikitin, N. I.*, Die Chemie des Holzes. Akademie Verlag, Berlin, 1955.
6. *Dorée, Ch.*, Les Methodes de la chimie de la Cellulose. Dunod, Paris, 1949.
7. *Remy, H.*, Grundriß der anorganischen Chemie. Verlag Geest u. Porzig, Leipzig, 1960.
8. *Pavlovschi, Gh.*, O nouă interpretare grafică a rezultatelor ce se obţin la extracţiile repetate ale cationilor ce permitut. Anal. Inst. Cerc. Agr. Rom., Vol. VI, Buc., 1931.
9. *Eikner, W. H., K. W. Tang*, Grundlegende Forschungen über die Pyrolyse und Verbrennungsreaktionen von Holz im U.S. Forest Produkts Lab. Proc. Meeting, Sect. 41, Forest Produkts int. Union Forestry Res. Organisat., 1963.
10. *Wise, E. L., C. E. Jahn*, Chemistry of Wood. Second Edition. Vol. I, Vol. II, Reinhold publish. corporat. Aew York, 1952.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 6

REZISTENȚA MATERIALELOR

C. Z.: 620.1

CONTRIBUȚII LA CALCULUL ȘI CONSTRUCȚIA UNEI CLASE DE VIBRATOARE MECANICE UNIDIRECȚIONALE *

IOAN CONSTANTINESCU

1. Introducere

Vibratoarele mecanice, denumite și excitatoare sau generatoare de vibrații, intră ca subansamble componente în construcția mașinilor de încercat la vibrații [1], a mașinilor de încercat la oboseală [2] și a altor tipuri de mașini, sau sînt folosite pentru aplicarea de forțe sau cupluri excitatoare, de obicei armonice, unei structuri date. Pentru producerea de forțe relativ mari la frecvențe cuprinse între 1 și 100 Hz, vibratoarele mecanice cu una sau mai multe mase neechilibrate aflate în mișcare de rotație, oferă posibilitatea realizării unor construcții relativ simple.

În lucrările [3] și [4] se prezintă detalii ale unor vibratoare cu patru mase excentrice, iar în [5] se descrie un vibrator similar realizat la Institutul politehnic București, care permit realizarea de forțe și cupluri armonice.

Pentru obținerea unei forțe excitatoare armonice a cărei direcție să poată fi modificată după dorință, se utilizează sisteme cu trei mase neechilibrate în rotație, montate pe arbori paraleli [1] sau colineari [6]. În lucrare se prezintă soluția originală a unui astfel de vibrator, care are doar două mase neechilibrate în mișcare de rotație, față de arbori colineari. Vibratorul a fost brevetat (invenția nr. 53302).

2. Dimensionarea maselor neechilibrate

Două mase neechilibrate de mărimi M_1, M_2 se rotesc în sensuri opuse, cu aceeași viteză unghiulară ω, pe două cercuri concentrice de raze ρ_1, respectiv ρ_2 (fig. 1). Dacă A_1 și A_2 sînt pozițiile inițiale (la timpul $t = 0$) ale maselor M_1, M_2 proiecțiile forței rezultante $\mathcal{F}$ pe sistemul de axe $0\zeta\eta$ vor fi

$$\mathcal{F}_\eta = (M_1\rho_1\omega^2 + M_2\rho_2\omega^2)\cos\omega t,$$

$$\mathcal{F}_\zeta = (M_2\rho_2\omega^2 - M_1\rho_1\omega^2)\sin\omega t.$$

* Manuscris predat redacției la data de 5 mai 1971.

Dacă

$$M_1\rho_1\omega^2 = M_2\rho_2\omega^2, \tag{1}$$

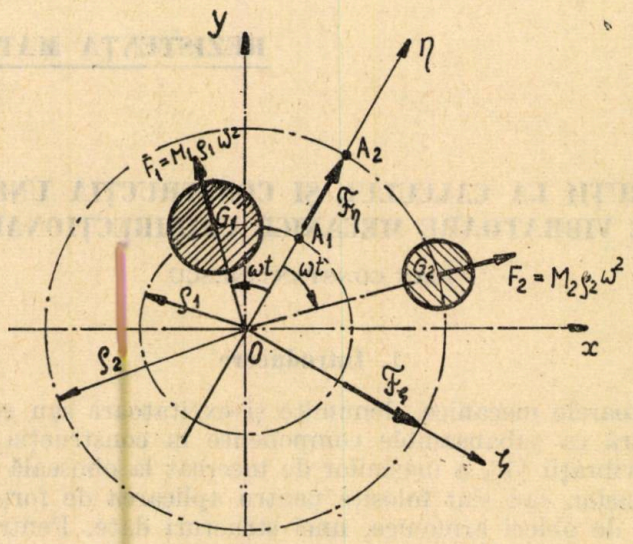


Fig. 1

se obţine $\mathcal{F}_\zeta = 0$ şi sistemul se reduce la o forţă armonică $\mathcal{F}_\eta$, a cărei direcţie poate fi modificată prin schimbarea poziţiilor iniţiale A_1 şi A_2 ale maselor, în raport cu un sistem de coordonate *oxy* fix, ataşat vibratorului. Masele neechilibrate M_1, M_2 au formă tronconică şi sînt montate pe două discuri 1 şi 2 (fig. 2) care sînt antrenate în mişcare de o aceeaşi roată dinţată conică. Cu G_1 şi G_2 s-au notat centrele de greutate ale maselor iar cu F_1 şi F_2 forţele de inerţie, rotitoare.

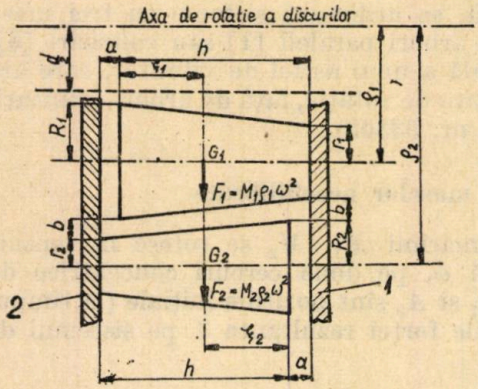


Fig. 2

Condiţia (1) se va scrie sub forma

$$F_1 = F_2 = F = \frac{\pi h}{3}(R_1^2 + r_1R_1 + r_1^2) \times$$

$$\times \frac{\gamma}{g}\rho_1\omega^2 = \frac{\pi h}{3}(R_2^2 + r_2R_2 + r_2^2) \times$$

$$\times \frac{\gamma}{g}\rho_2\omega^2 \tag{1'}$$

sau

$$F = \frac{\pi h\gamma\rho_1\omega^2 r_1^2}{3g}(\lambda_1^2 + \lambda_1 + 1); \tag{2}$$

și (ultima din condițiile 1')

$$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \cdot \frac{\lambda_1^2+\lambda_1+1}{\lambda_2^2+\lambda_2+1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \tag{3}$$

cu notațiile din figura 2 și

γ — greutatea specifică a materialului maselor;
ω — viteza unghiulară;
$\lambda_1 = \frac{R_1}{r_1}$; $\lambda_2 = \frac{R_2}{r_2}$;
g — accelerația gravitației.

Pentru ca forțele F_1 și F_2 să nu producă un cuplu, vor trebui să se rotească în același plan. Condiția este

$$\xi_1 = \xi_2 = \frac{h-a}{2}$$

sau

$$\frac{h-a}{2} = \frac{h}{4} \cdot \frac{R_1^2+2R_1r_1+3r_1^2}{R_1^2+R_1r_1+r_1^2} = \frac{h}{4} \cdot \frac{R_2^2+2R_2r_2+3r_2^2}{R_2^2+R_2r_2+r_2^2}.$$

Se obțin, în final, condițiile

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda; \tag{4}$$

$$\lambda = \frac{\frac{a}{h}+\sqrt{1-3\left(\frac{a}{h}\right)^2}}{1-2\frac{a}{h}}. \tag{5}$$

Condiția de rezistență la încovoiere a masei neechilibrate M_2, considerînd secțiune periculoasă cercul de rază r_2, duce la

$$r_2 = \sqrt[3]{\frac{2(h+a)}{\pi\sigma_a}F}, \tag{6}$$

în care σ_a este rezistența admisibilă a materialului masei neechilibrate Dacă masa M_1 va fi confecționată din același material, ea nu va trebui verificată la încovoiere deoarece h, a, F sînt aceleași, iar $r_1 > r_2$.

Ca sistemul să poată funcționa este necesar ca (fig. 2)

— să existe un spațiu, de rază $\frac{d}{2}$ de la marginea interioară a masei M_1 la axa de rotație, spațiu necesar arborelui și lagărelor de susținere a discurilor 1 și 2

$$\rho_1 - R_1 > \frac{d}{2}; \tag{7}$$

— să existe un joc minim b, între masele neechilibrate

$$\rho_2 - \rho_1 - b > R_2 + r_1; \tag{8}$$

$$\rho_2 - \rho_1 - b > R_1 + r_2. \tag{9}$$

Pentru a putea modifica mărimea forței rezultante produse și a realiza o construcție cît mai compactă se vor folosi mai multe perechi de mase neechilibrate M_1, M_2.

Forța excitatoare armonică totală $\mathfrak{F}$ produsă de un sistem de n

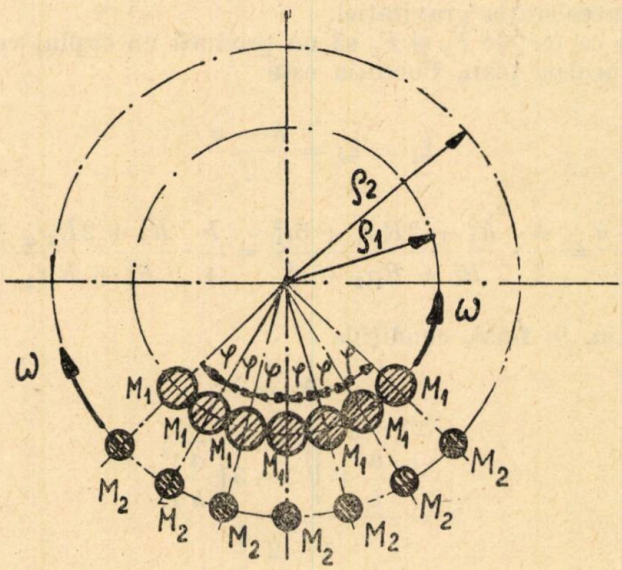


Fig. 3

mase neechilibrate M_1 și n mase M_2, situate pe cercurile de rază ρ_1, respectiv ρ_2 în poziții cărora le corespunde unghiul la centru φ, va fi (fig. 3)

— pentru n impar

$$\mathfrak{F}=2\omega^2(M_1\rho_1+M_2\rho_2)\left(\frac{1}{2}+\cos\varphi+\cos 2\varphi+\ldots+\cos\frac{n-1}{2}\varphi\right); \tag{10}$$

— pentru n par

$$\mathfrak{F}=2\omega^2(M_1\rho_1+M_2\rho_2)\left(\cos\frac{\varphi}{2}+\cos\frac{3\varphi}{2}+\cos\frac{5\varphi}{2}+\ldots+\cos\frac{n-1}{2}\varphi\right). \tag{10'}$$

Va trebui ca

$$(n-1)\,\varphi < \pi \tag{11}$$

deoarece, în caz contrar, masele se echilibrează între ele.

Relaţiile (2)—(11) permit dimensionarea sistemului de mase neechilibrate. Calculul se va face eventual prin încercări, pentru satisfacerea cît mai avantajoasă a tuturor condiţiilor enunţate. Celelalte organe se vor dimensiona conform indicaţiilor curente din literatură. Batiul se va face cît mai rigid, pentru asigurarea prinderii vibratorului şi a transmiterii forţei excitatoare structurii care se încearcă.

3. Elemente constructive

Pe baza principiilor expuse mai sus se poate realiza o gamă foarte variată de vibratoare, care să corespundă cît mai bine necesităţilor. Cu titlu de exemplu, în figura 4 sînt redate unele detalii constructive ale vibratorului realizat în laboratorul de Rezistenţa materialelor al Institutului politehnic Bucureşti.

Acţionarea s-a făcut cu un motor electric de curent continuu cu turaţie variabilă, care permite modificarea frecvenţei forţei armonice produse. Batiul este în construcţie sudată, cu un sistem de nervuri de rigidizare. Un sistem de orificii practicate în cele două discuri portmase, permite montarea şi demontarea maselor neechilibrate în vederea modificării mărimii şi direcţiei forţei armonice produse, fără să fie necesare demontarea sau reglajul altor elemente. Angrenajul conic este cu dinţi drepţi şi are raportul de transmisie 1/2.

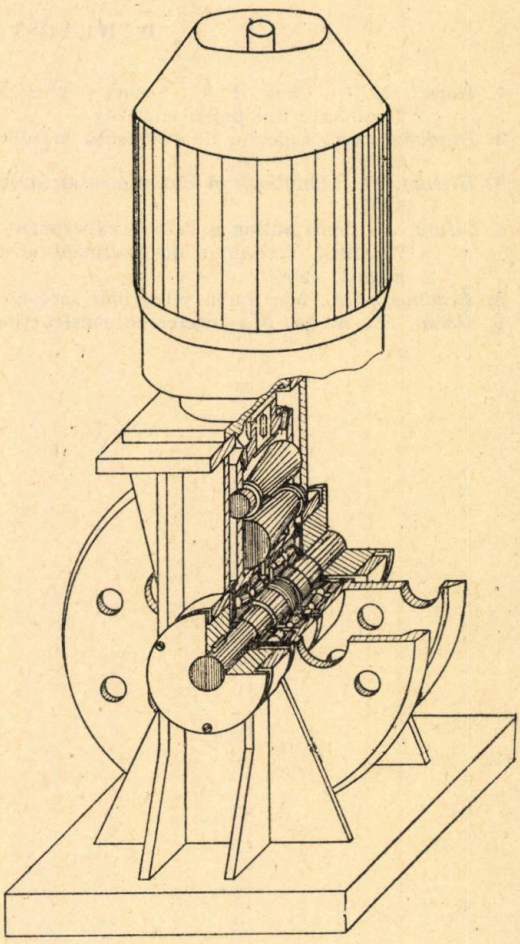


Fig. 4

Caracteristici tehnice :

— puterea : 1 kW ;
— frecvenţa : 10—50 Hz ;
— forţa maximă (la 50 Hz) : 5300 N ;
— numărul maselor neechilibrate : 2 × 5 ;
— dimensiuni de gabarit : 180 × 260 × 510 mm ;
— greutate : 335 N.

4. Concluzii

Pentru producerea de forţe armonice unidirecţionale, se pot realiza vibratoare mecanice cu două sisteme de mase neechilibrate tronconice,

antrenate în mişcare de rotaţie de un angrenaj conic. Construcţia ce se realizează pe baza acestui principiu este simplă, compactă, cu un număr mic de piese în mişcare, ceea ce o face aptă atît pentru scopuri de cercetare, cît şi pentru uz industrial.

Catedra de rezistenţa materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Harris, M. C., Crede, E. C.*, Şocuri şi vibraţii, vol. II, Editura Tehnică, Bucureşti, 1968 (traducere din limba engleză).
2. *Buzdugan, Gh.*, Calculul de rezistenţă la solicitări variabile, Editura Tehnică, Bucureşti, 1963.
3. *Hetényi, M.*, Handbook of Experimental Stress Analysis, John Wiley et Sons, New York, 1957.
4. *Girard, J.*, Contribution a l'étude expérimentale des matériaux antivibratiles, Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics, nr. 223—224, iulie—august, 1966.
5. *Buzdugan, Gh.*, Măsurarea vibraţiilor mecanice, Editura Tehnică, Bucureşti, 1964.
6. *Bălan, Şt., Arcan, M.*, Încercarea construcţiilor, Editura Tehnică, Bucureşti, 1965.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 6

ELECTROTEHNICĂ

C. Z. 621.316

O NOUĂ METODĂ DE DETERMINARE A ECUAȚIILOR DE STARE ALE CIRCUITELOR ELECTRICE *

M. PREDA, IOANA DOROBANȚU

Se cunosc [1, 2] relații care exprimă elementele matricelor $[a]$ și $[b]$ ale ecuațiilor de stare ale unui circuit electric de prima speță, la care nu există bucle formate numai din condensatoare și eventuale surse ideale de tensiune și nici secțiuni formate numai din bobine și eventuale surse ideale de curent, în funcție de transmitanțele $T_{\mu\nu}$ dintre laturile circuitului cu surse echivalente care înlocuiesc condensatoarele și bobinele (fig. 1 a respectiv 1 b).

Calculul direct al acestor transmitanțe necesită pentru fiecare tansmitanță pasivizări diferite sau considerarea unor accesuri diferite, respectiv, considerarea unui număr de circuite diferite și în raport cu accesuri diferite. Acesta corespunde considerării unui multipol cu un

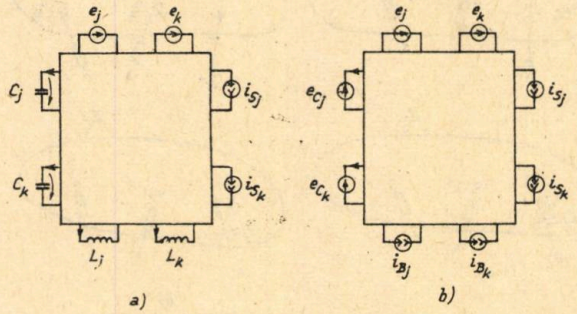


Fig. 1. — Circuit cu bobine și condensatoare (a). Circuitul cu surse echivalente (b).

număr de accesuri egal cu numărul de bobine plus numărul de condensatoare și calculului unui număr corespunzător de regimuri de funcționare diferite.

În cele ce urmează se prezintă o metodă de calcul mai sistematică și mai simplă decît metoda calculului direct al transmitanțelor $T_{\mu\nu}$, care prezintă avantaje evidente în cazul unor circuite cu un număr relativ mare de condensatoare și bobine. În metoda propusă se exprimă transmitanțele circuitului cu surse echivalente în funcție de transmitanțele

* Manuscris predat redacției la data de 16 noembrie 1971.

laturilor unui circuit rezistiv redus în care sursele se pasivizează iar laturile corespunzătoare condensatoarelor și bobinelor se suprimă, suprapunînd bornele între care erau legate condensatoare și lăsînd în gol bornele între care erau legate bobine. Pentru aceasta se observă că mărimea de ieșire a unei laturi μ se poate exprima în funcție de mărimile de aceeași natură ale unor laturi ale circuitului rezistiv redus în regimul care definește transmitanța $T_{\mu\nu}$. Se mai observă că mărimea de ieșire și mărimile de aceeași natură considerate nu se modifică dacă se înlocuiește în circuitul rezistiv redus mărimea de intrare cu mărimi de aceeași natură introduse pe baza teoremelor surselor cu acțiune nulă [3].

Pentru transmitanța de la o latură condensator C_k la o latură condensator C_j corespunde circuitul indicat în fig. 2a, care se obține prin pasivizarea circuitului dat, eliminarea bobinelor (întreruperea laturilor bobină) și eliminarea laturilor condensator diferite de C_k și C_j (suprapunerea bornelor lor). Sursa e_{Ck} poate fi deplasată din latura condensator într-o latură rezistor, pe baza teoremei surselor de tensiune cu acțiune nulă, introducînd cîte o t.e.m. e_{Ck} în toate laturile rezistor care împreună cu latura e_{Ck} intersectează o suprafață închisă Σ_{Ck} (fig. 2b).

Intensitatea curentului i_{Cj} din condensatorul C_j se poate exprima în funcție de intensitățile curenților din laturile rezistor care împreună cu latura C_j taie o suprafață închisă Σ_{Cj} (fig. 2b).

Laturile rezistor care în circuitul rezistiv redus taie suprafețele închise Σ_{Ck}, Σ_{Cj} formează secțiuni de laturi rezistor notate $\mathcal{S}_{Ck}$ respectiv

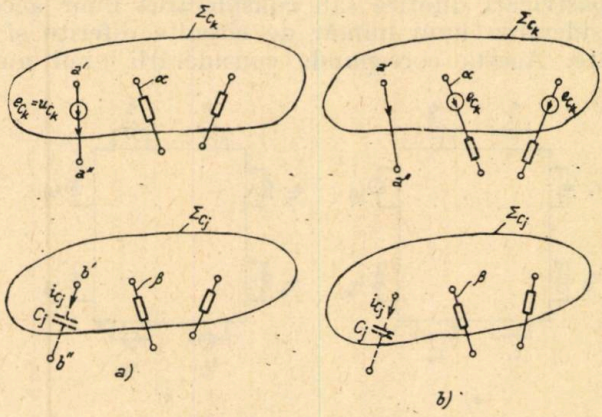


Fig. 2. — Circuite utilizate pentru calculul transmitanței dintre două laturi condensator.

$\mathcal{S}_{Cj}$. Ca urmare transmitanța dintre două laturi corespunzătoare condensatoarelor C_k și C_j în circuite cu surse echivalente (fig. 1b) se poate exprima :

$$T_{C_kC_j} = -\sum_{\alpha\in\varphi_{C_k}}\sum_{\beta\in\varphi_{C_j}} s_{\alpha C_k}\, s_{\beta C_j}\, G_{\alpha\beta} \qquad (1)$$

unde sumele se fac pentru toți indicii α, β ai laturilor care formează secțiunile considerate $\mathcal{S}_{Ck}$ respectiv $\mathcal{S}_{Cj}$ ale laturilor circuitului rezistiv redus, iar factorii de semn au valorile $+1$, -1, după cum laturile α, C_k,

respectiv β, C_j sînt orientate în același sens, sau în sens opus față de suprafețele închise Σ_{C_k} respectiv Σ_{C_j} care determină secțiunile respective. Suprafețele închise Σ_{C_k} respectiv Σ_{C_j} au sensul corespunzător laturilor C_k respectiv C_j.

Pentru determinarea transmitanței de la o latură condensator C_j la o latură bobină B_k se consideră circuitul pasivizat, condensatoarele cu excepția condensatorului C_j eliminate și bobinele cu excepția bobinei B_k eliminate.

În circuitul astfel obținut fig. 3a, se consideră laturi care formează o cale $\mathcal{C}_{Bk}$ în derivație cu latura B_k și apoi pe baza teoremei surselor cu

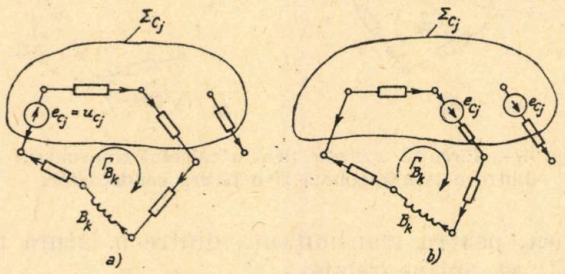


Fig. 3. — Circuite utilizate pentru calculul transmitanței dintre o latură condensator și o latură bobină.

acțiune nulă, se elimină sursa e_{C_j} din latura condensator. Ca și în cazul precedent, fig. 3b, rezultă:

$$T_{B_kC_j} = -\sigma_{B_kC_j} + \sum_{\alpha \in \mathcal{C}_{Bk}} \sum_{\beta \in \mathcal{S}_{C_j}} s_{\alpha B_k} s_{\beta C_j} A_{U,\alpha\beta} \tag{2}$$

unde $\sigma_{B_kC_j}$ este egal cu 0, +1, −1 după cum latura C_j nu aparține căii $\mathcal{C}_{Bk}$ sau aparține acestei căi avînd același sens respectiv sens opus cu latura B_k de-a lungul curbei închise $\mathcal{C}_{Bk} \cup B_k$ din fig. 3a; coeficientul de semn $s_{\alpha B_k}$ are valoarea + 1, respectiv −1 după cum latura α și latura B_k au același sens, sau sensuri opuse de-a lungul buclei $\mathcal{C}_{Bk} \cup B_k$, coeficientul de semn $s_{\beta C_j}$ are valoarea +1, respectiv −1 după cum latura B_k și latura C_j au același sens sau sensuri opuse față de suprafața închisă Σ_{C_j} care determină secțiunea $\mathcal{S}_{C_j}$; mărimea $A_{U,\alpha\beta}$ este factorul de transfer al tensiunii de la latura rezistor β la latura rezistor α, în circuitul rezistiv redus.

În cazul transmitanțelor dintre o latură bobină B_j și o latură condensator C_k se obține analog:

$$T_{C_kB_j} = -\sigma_{C_kB_j} + \sum_{\alpha \in \mathcal{S}_{Ck}} \sum_{\beta \in \mathcal{C}_{Bj}} s_{\alpha C_k} s_{\beta B_j} A_{I,\alpha\beta} \tag{3}$$

unde $\sigma_{C_kB_j}$ este egal cu 0, +1, −1 după cum latura B_j nu aparține secțiunii $\mathcal{S}_{C_k}$ sau aparține acesteia avînd același sens, respectiv sens opus

cu latura C_k față de suprafața închisă Σ_{C_k} care determină secțiunea $\mathcal{S}_{C_k} \cup C_k$, fig. 4a; factorii de semn au aceleași valori ca și în cazul precedent; mărimea $A_{I,\alpha\beta}$ este factorul de transfer în curent între latura rezistivă β și latura rezistivă α din circuitul rezistiv redus.

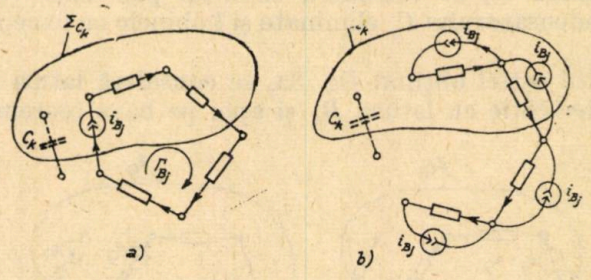


Fig. 4. — Circuite utilizate pentru calculul transmitanței dintre o latură bobină și o latură condensator.

De asemenea, pentru transmitanța dintre o latură bobină B_j și o latură bobină B_k se obține relația:

$$T_{B_kB_j} = \sum_{\alpha \in \mathcal{C}_{Bk}} \sum_{\beta \in \mathcal{C}_{Bj}} s_{\alpha B_k} s_{\beta B_j} R_{\alpha\beta}. \tag{4}$$

în care sumele se fac pentru toți indicii α, β corespunzători laturilor rezistive care fac parte din căile $\mathcal{C}_{B_k}$ respectiv $\mathcal{C}_{B_j}$, care împreună cu laturile B_k respectiv B_j formează cîte o curbă închisă în schema din figura

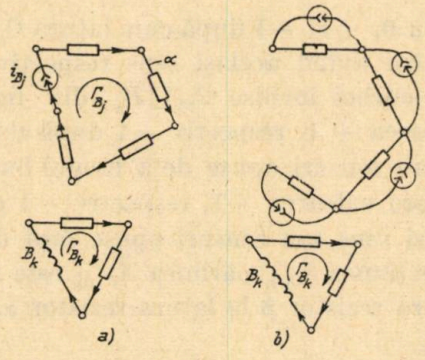


Fig. 5. — Circuite utilizate pentru calculul transmitanței dintre două laturi bobine.

corespunzătoare 5 a; factorii de semn au valorile indicate anterior. Rezistența de transfer $R_{\alpha\beta}$ reprezintă rezistența de transfer între laturile α și β ale circuitului rezistiv redus, fig. 5.

Transmitanțele $T_{C_k e_j}$, $T_{C_k i_{sj}}$, $T_{B_k e_j}$, $T_{B_k i_{sj}}$ se determină analog, folosind respectiv relațiile (1), (2), (3), (4) care corespund respectiv unor transmitanțe de aceeași natură. Apare ca o deosebire doar faptul că

pentru sursele de t.e.m. e_j, sensul de referință nu este opus sensului de referință al laturii ca în cazul t.e.m e_{C_j} care aveau un sens de referință opus sensului de referință al laturii C_j. De aici rezultă schimbarea semnului minus din relațiile (1), (2), obținîndu-se :

$$T_{C_k e_j} = \sum_{\beta \in \mathfrak{S}_{C_k}} \sum_{\beta \in \mathfrak{S}_{e_j}} s_{\alpha C_k} s_{\beta e_j} G_{\alpha\beta}. \tag{5}$$

$$T_{C_k i_{s_j}} = -\sigma_{C_k i_{s_j}} + \sum_{\alpha \in \mathfrak{S}_{e_k}} \sum_{\beta \in \mathcal{C}_{i_{s_j}}} s_{\alpha C_k} s_{\beta i_{s_j}} A_{I,\alpha\beta} \tag{6}$$

$$T_{B_k e_j} = \sigma_{B_k e_j} + \sum_{\alpha \in \mathcal{C}B_k} \sum_{\beta \in \varphi \mathfrak{S}_j} s_{\alpha B_k} s_{\beta e_j} A_{U,\alpha\beta}. \tag{7}$$

$$T_{B_k i_{s_j}} = \sum_{\alpha \in \mathcal{C}B_k} \sum_{\beta \in \mathcal{C}_{i_{s_j}}} s_{\alpha\beta_k} s_{\beta i_{s_j}} R_{\alpha\beta}. \tag{8}$$

în care semnificația mărimilor este aceeași ca și în relațiile stabilite mai sus.

Factorul de semn $\sigma_{B_k e_j}$ are valoarea 0, $+1$, -1, după cum sursa e_j nu aparține căii C_{B_j} sau aparține cu același sens, respectiv sens opus, de-a lungul buclei B_{B_k} UB_k ca și latura B_k.

Este util și important de observat că relațiile care exprimă transmitanțele $T_{\mu\nu}$ se pot grupa într-o formulă unică.

$$T_{\mu\nu} = \pm\, \sigma_{\mu\nu} \pm \sum_{\alpha \in (\mu)} \sum_{\beta \in (\nu)} s_{\alpha\mu} s_{\beta\nu} A_{\alpha\beta} \tag{9}$$

în care :

— sumele se fac pentru indicii α, β ai laturilor rezistor ale secțiunii (μ) respectiv căii (μ) după cum latura μ este o latură corespunzătoare unui condensator sau surse de tensiune, respectiv corespunzătoare unei bobine sau surse de curent ; similar pentru β ;

— factorii de semn $s_{\alpha\mu}$, $s_{\beta\nu}$ au valorile indicate mai sus ;

— coeficienții $A_{\alpha\beta}$ sînt mărimile de transfer de aceeași natură ca și transmitanțele $T_{\mu\nu}$ (conductanțe de transfer, rezistențe de transfer, și coeficienți de transfer în tensiune respectiv curent) dintre laturile α și β ;

— coeficienții de semn $\sigma_{\mu\nu}$ au valori diferite de zero numai dacă secțiunea unui condensator μ conține latura ν a unei bobine sau surse de curent și anume $+1$, -1 după cum cele două laturi au același sens respectiv sensuri opuse față de suprafața închisă care determină secțiunea, sau dacă calea unei bobine ν conține latura μ a unui condensator sau a unei surse de tensiune și anume valorile $+1$, -1, după cum laturile μ, ν au același sens sau sensuri opuse de-a lungul căii respective ;

— semnul dinaintea lui $\sigma_{\mu\nu}$ este $-$ dacă unul din indicii μ, ν corespunde unui condensator ; în caz contrar el este $+$.

— semnul dinaintea sumei este — dacă al doilea indice al transmitanței $T_{\mu\nu}$, (adică ν), corespunde unui condensator, în caz contrar acest semn este +.

Utilizarea formulei generale (9) este eficientă în special datorită faptului că secțiunile și căile considerate în diferitele circuite de calcul pot fi stabilite direct în circuitul dat și alese astfel încît să se simplifice cît mai mult formulele utilizate, respectiv calculele necesare determinării transmitanțelor căutate.

Astfel metoda propusă, bazată pe alegerea independentă a secțiunilor și căilor într-un circuit simplificat conținînd numai laturi rezistive și cu transmitanțe relativ ușor de determinat, este mai generală și mai eficientă decît metodele [3,4] bazate pe utilizarea unui arbore propriu ales inițial în circuitul dat.

Determinarea transmitanțelor între laturile unui circuit se poate face sistematic parcurgînd următoarele etape:

1. Se numerotează elementele circuitului dat de la 1 la l, începînd cu rezistoarele, trecînd apoi la condensatoare, bobine și surse, alegîndu-se în același timp cîte un sens de referință arbitrar pentru fiecare element.

2. Se asociază fiecărui condensator cîte o suprafață închisă care să nu intersecteze alte condensatoare (ceea ce este totdeauna posibil la circuitele de speța 1) și fiecărei bobine cîte o curbă închisă care să nu conțină alte bobine (ceea ce este, de asemenea, totdeauna posibil pentru circuitele de speța 1).

Alegerea acestor suprafețe închise respectiv curbe închise se face astfel încît ele să intersecteze, respectiv să conțină cît mai puține laturi și în special cît mai puține laturi rezistor diferite. Indicarea secțiunilor și căilor corespunzătoare se poate face sistematic și simplu cu ajutorul unui tablou care să indice semnele coeficienților nenuli de incidență a laturilor la aceste secțiuni și căi în circuitul dat. Un astfel de tablou este indicat în exemplele 1 și 2.

3. Se formează schema rezistivă redusă și se calculează mărimile de transfer dintre laturile incidente la secțiunile și căile considerate.

4. Se calculează transmitanțele $T_{\mu\nu}$ cu ajutorul relațiilor respective (1, 8) sau al relației 9.

Aplicația 1.

Circuitul rezistiv redus corespunzător circuitului din fig. 6a este

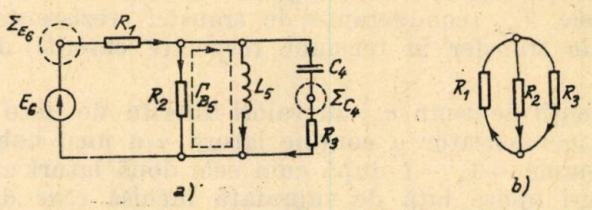


Fig. 6. — Exemplu de circuit cu bobine și condensatoare (a). Circuitul redus (b).

reprezentat în fig. 6b.

Se dau: $R_1 = R_2 = R_3 = R$; $C_4 = C$; $L_5 = L$; $E_6 = E$.

Pentru circuitul din fig. 6a se alcătuiește tabelul coeficienților de incidență s și τ la căi, respectiv secțiuni,

	R_1	R_2	R_3	C_4	L_5	E_6
$\mathfrak{S}_{C_4}$			-1			
$\mathfrak{C}_{B_5}$		-1				
$\mathfrak{S}_{E_6}$	-1					

În continuare pe baza transmitanțelor din circuitul rezistiv redus se calculează folosind formulele (1, 4), transmitanțele căutate

$$T_{C_4C_4} = -(G_{33}) = -\frac{2}{3R}\ ;\ T_{B_5C_4} = -(A_{U_{23}}) = +\frac{1}{2}$$

$$T_{C_4,\,E_6} = G_{31} = \frac{1}{3R}\ ;\ T_{B_5B_5} = R_{22} = -\frac{R}{3}$$

$$T_{C_4B_5} = A_{I_{32}} = -\frac{1}{3};\ T_{B_5,\,E_6} = A_{U_{21}} = \frac{1}{3}.$$

Ecuația matricială de stare a circuitului din fig. 6a este deci:

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_4 \\ \dot{i}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3RC} & -\frac{1}{3C} \\ \frac{1}{2L} & -\frac{R}{3L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_4 \\ i_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{3RC} \\ \frac{1}{3L} \end{bmatrix} E_6.$$

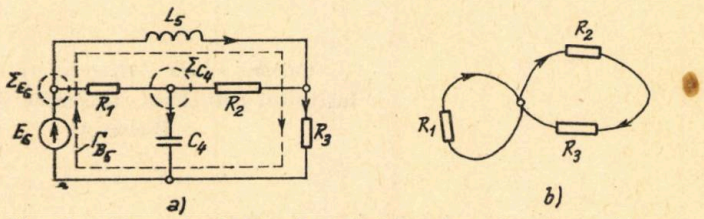


Fig. 7. — Exemplu de circuit cu bobine și condensatoare (a). Circuitul redus (b).

Aplicația 2

Schema (circuitul) redus pentru circuitul din fig. 7a este dat în fig. 7b. Pentru circuitul din fig. 7a se alcătuiește tabelul:

	R_1	R_2	R_3	C_4	L_5	E_6
$\mathfrak{S}_{C_4}$	-1	$+1$				
$\mathfrak{C}_{B_5}$			$+1$			$+1$
$\mathfrak{S}_{E_6}$	-1					

Se calculează :

$$T_{C_4 C_4} = -(G_{11} + G_{22} - G_{12} - G_{21}) = -\frac{R_2 + R_3 + R_1}{R_1 (R_2 + R_3)}$$

$$T_{B_5 B_5} = R_{33} = -\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$T_{C_4 B_5} = (-A_{I_{13}} + A_{I_{23}}) = \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

$$T_{B_5 C_4} = -(-A_{U_{31}} + A_{U32}) = -\frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

$$T_{B_5 E_6} = 1 + (-A_{U_{31}}) = 1$$

$$T_{C_4 E_6} = (G_{11} - G_{21}) = \frac{1}{R_1}.$$

Ecuaţiile de stare ale circuitului din fig. 7a sînt deci :

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_4 \\ \dot{i}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{T_{C_4 C_4}}{C_4} & \frac{T_{C_4 B_5}}{C_4} \\ \frac{T_{B_5 C_4}}{L_5} & \frac{T_{B_5 B_5}}{L_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_4 \\ i_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{T_{C_4 E_6}}{C_4} \\ \frac{T_{B_5 E_6}}{L_5} \end{bmatrix} E_6$$

Catedra bazele electrotehnicii II.
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Zadeh A. L., Desoer C. A.*, Linear System Theory. The State Space Approach, New-York, Mc. Graw-Hill, 1963.
2. *Derusso M. P., Roy R. Y.*, State Variables for Engineers New-York, John Wiley, 1968.
3. *Preda Marius*, Bazele electrotehnicii. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1969.
4. *Bashkow T. R.*, The „A" Matrix, New-Network Description, Trans I.R.E., Vol. CT 4, September, 1959.
5. *Bryant P. R.*, The Explicit Formof Bashkow's A Matrix, Trans. I.R.E. Vol. CT-9, September, 1962.
6. *Kuo F. F., Kaiser J. F.*, System Analysis by Digital Computer New-York, John Wiley, 1966.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 6

ENERGETICĂ

C.Z.: 621·316. 052

MODELUL MATEMATIC AL UNUI SISTEM ELECTRIC REGLAT

HASCAL LAZĂR

Introducere

Problema stabilității în funcționare a generatorului sincron a fost abordată de numeroși autori. Cum este vorba de o problemă complexă, concluziile obținute și soluțiile propuse sînt mai apropiate sau mai îndepărtate de realitate, funcție de numărul și corectitudinea ipotezelor simplificatoare luate în considerație.

Evident că reducerea numărului de ipoteze simplificatoare conduce la obținerea unor ecuații care caracterizează mai real fenomenele studiate. Totodată, ecuațiile obținute — în acest caz — vor fi mai complexe, mai greu de rezolvat.

Însă auxiliarele de calcul moderne, puse la dispoziția cercetătorilor, justifică reducerea numărului de ipoteze simplificatoare în favoarea obținerii unor rezultate mai concludente chiar cu prețul creșterii, într-o oarecare măsură, a complexității ecuațiilor care descriu fenomenele studiate.

În această ordine de idei, se impune cu necesitate punerea în valoare a posibilităților potențiale pe care le prezintă dispozitivele de reglare automată, în direcția îmbunătățirii calității regimurilor dinamice ale grupurilor de construcție curentă. În particular este necesar ca în studiul stabilității statice să se țină seama într-o măsură mai mare de influență pe care o are sistemul de reglare a excitației generatorului sincron asupra creșterii capacității acestuia de a reveni la un regim staționar convenabil după ce asupra lui a acționat o perturbație de mică intensitate.

Lucrarea are drept obiect perfecționarea modelului matematic al unui sistem electric în care au fost scoși în evidență acei parametri ai sistemului de reglare a excitației generatorului, care exercită o influență hotărîtoare asupra lărgirii domeniului de stabilitate al lui, și a căror modificare — în valoare — nu este însoțită de dificultăți tehnice și economice semnificative.

I. — Ecuațiile elementelor componente ale sistemului.

În calcule, s-a luat în considerare un sistem electric în care un generator livrează energia la barele unui sistem de putere incomparabil mai mare ca a generatorului (s-a considerat sistemul de putere infinită) prin

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București 10—11 aprilie 1971

intermediul unui transformator şi a unei linii electrice.* Prin înglobarea rezistenţelor şi reactanţelor transformatorului şi liniei de legătură în rezistenţa, respectiv reactanţa generatorului, ansamblul analizat se simplifică şi mai mult şi se prezintă sub forma unui generator legat direct la barele sistemului receptor.

De menţionat că procesele mecanice care au loc în turbina care antrenează generatorul vor fi prinse, cu unele aproximaţii, în ecuaţiile care descriu procesele electromecanice în generator.

În concordanţă cu cele arătate mai sus, schema bloc simplificată a sistemului de reglare a excitaţiei generatorului considerat poate fi reprezentată sub forma din fig. I—1.

În continuare se prezintă ecuaţiile care descriu comportarea în regim dinamic a elementelor componente ale sistemului analizat.

Fie punctul 0, punctul de pe diagramă (fig. I—2) care caracterizează regimul staţionar al generatorului înainte de apariţia perturbaţiei.

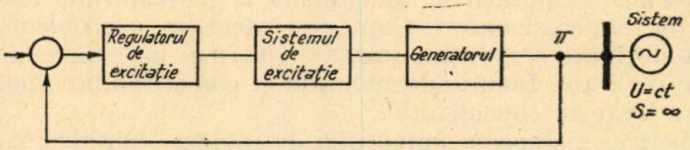


Fig. I. 1

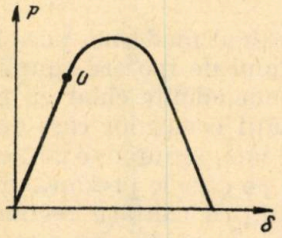


Fig. I. 2

Deoarece lucrarea are drept obiect studiul stabilităţii statice a generatorului considerat, trebuie admis că la scoaterea sa din echilibru de către o perturbaţie, toate mărimile variabile ale sistemului îşi vor modifica valoarea, *rămînînd însă în vecinătatea valorilor avute în regimul staţionar anterior, caracterizat prin punctul 0.* Aceasta permite ca în expresiile obţinute prin dezvoltarea în serie Taylor a lor în jurul punctului de funcţionare 0, să se neglijeze infiniţii mici de ordin superior şi să se reţină numai primul termen al dezvoltării. Este procedeul de liniarizare cunoscut care constă în a înlocui, în jurul punctului de regim permanent 0, curbele prin tangentele lor şi suprafeţele prin planul tangent la ele.

Rezultă că în toate ecuaţiile diferenţiale linearizate :

— diferenţialele d vor fi înlocuite cu Δ;

— mărimile care nu figurează sub semnul diferenţial vor fi consi-

* Sistemul considerat poate reprezenta şi o centrală care debitează într-un sistem de putere mult superioară puterii centralei în care caz în schemă se introduc elemente echivalente (generator echivalent, transformator echivalent etc.).

derate ca fiind egale cu valoarea lor de regim permanent, adică cu unitatea, dacă aceste mărimi sînt exprimate în valori relative.

În lucrare se va utiliza operatorul s ca simbol al diferenţierii funcţiilor de timp — în domeniul funcţiilor originale — şi ca mărime algebrică — în domeniul funcţiilor imagine.

I. 1. *Generatorul*

Pentru a reflecta cît mai veridic comportarea generatorului în regim dinamic, la o perturbaţie de intensitate redusă — caracteristică pentru aprecierea stabilităţii statice a sistemului — se ţine seama de acele fenomene care exercită o influenţă sensibilă asupra regimului considerat şi anume :

— procesele electromagnetice în înfăşurările statorică şi rotorică ;

— procesele electromecanice în maşină ;

Totodată, la stabilirea ecuaţiilor care descriu regimul dinamic al generatorului se admite că maşina se caracterizează prin simetria înfăşurărilor statorice şi prin repartiţia sinusoidală a cîmpului magnetic în întrefier ; de asemeni se neglijează fenomenele de histerezis iar înfăşurările de amortizare se omit pe considerentul că la analiza stabilităţii statice, variaţiile mărimilor sînt foarte mici.

I. 1a. *Ecuaţiile proceselor electromagnetice în înfăşurarea statorică*

Pentru simplificare la elaborarea ecuaţiilor s-a ţinut cont de teoria celor două reacţii ; s-au evitat astfel coeficienţii cu o variaţie periodică.

Sistemul de axe utilizat a fost cel din figura I.3.

Pornind de la ipotezele de mai sus, ecuaţiile proceselor electromagnetice au forma [B—15]

$$u_d + (1 + T_d s) r i_d + s e_q + X_q i_q (1 + s\delta) = 0 \qquad (I-1)$$

$$u_q + (1 + T_q s) r i_q - (X_d i_d + e_q)(1 + s\delta) = 0 \qquad (I-2)$$

în care :

$$T_q = \frac{X_q}{r} \text{ şi } T_d = \frac{X_d}{r}$$

r — rezistenţa înfăşurărilor statorice ale generatorului

δ — unghiul care defineşte poziţia rotorului maşinii analizate în raport cu poziţia rotorului maşinii echivalente sistemului electric şi reprezintă — în regim staţionar — decalajul între vectorul tensiunii U de la bara sistemului de putere infinită şi vectorul tensiunii electromotoare e_q[B—2]

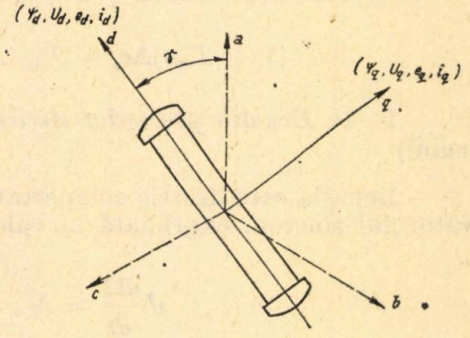


Fig. I. 3

Deoarece $u_d = u \sin \delta$ şi $u_q = u \cos \delta$ ecuaţiile (I—1) şi (I—2) mai pot fi scrise şi sub forma:

$$u \sin\delta + (1 + T_d s)\, r i_d + s e_q + X_q i_q (1 + s\delta) = 0 \qquad \text{(I—3)}$$

$$u \cos \delta + (1 + T_q s)\, r i_q - (X_d i_d + e_q)(1 + s\delta) = 0 \qquad \text{(I—4)}$$

Înlocuind variabilele cu creşterile lor ecuaţiile (I—3) şi (I—4) devin:

$$(u \cos \delta + X_q i_q s)\, \Delta\delta + s\Delta e_q + r (1 + T_d s)\, \Delta i_d + X_q \Delta i_q = 0 \qquad \text{(I—5)}$$

$$(u \sin \delta + X_d i_d + e_q s)\, \Delta\delta + \Delta e_q + X_d \Delta i_d - r (1 + T_q s)\, \Delta i_q = 0 \qquad \text{(I—6)}$$

I—1b. *Ecuaţia proceselor electromagnetice în înfăşurarea rotorică*

Exprimînd reactanţa tranzitorie a maşinii [B—2] în funcţie de parametrii ei obţineau:

$$X'_d = X_d - \frac{X^2_{afd}}{X_{ffd}} \qquad \text{(I—7)}$$

X_{afd}—reactanta mutuală între înfăşurarea rotorică; şi statorică
X_{cfd}—reactanta înfăşurării rotorice;

şi notînd cu $$T_{d0} = \frac{X_{ffd}}{r_f} \text{ şi } K_f = \frac{X_{afd}}{r} \qquad \text{(I—8)}$$

ecuaţia proceselor electromagnetice în înfăşurarea rotorică a maşinii considerate poate fi pusă sub forma [B—15]

$$(1 + T_{d0} s)\, e_q + T_{d0} (X_d - X'_d)\, s i_d = K_f U_f \qquad \text{(I—9)}$$

Aproximaţia lineară a acestei ecuaţii se prezintă astfel:

$$(1 + T_{d0} s)\Delta e_q + T_{d0} (X_d - X'_d)\, s\Delta i_d = K\Delta U_f \qquad \text{(I—10)}$$

I—1c *Ecuaţia proceselor electromecanice* (ecuaţia de mişcare a rotorului)

Ecuaţia care descrie comportarea în regim dinamic a rotorului generatorului sincron, exprimată în valori denumite (reale) are forma:

$$J \frac{d\Omega}{dt} = M_m - M_e = \Delta M \qquad \text{(I—11)}$$

în care:

J — momentul de inerţie al rotorului agregatului;

M_m — cuplul dezvoltat de maşina primară;
M_e — cuplul electric rezistent;
Ω — viteza rotorului agregatului.

Pornind de la ecuaţiile lui Park-Gorev, şi neglijînd în expresia cuplului rezultant variaţia vitezei grupului, ca urmare a perturbaţiei, pulsaţia fluxului magnetic precum şi pierderile în înfăşurările statorice, se poate obţine ecuaţia de mişcare a rotorului exprimată în valori relative sub forma [B—15]

$$T_j s^2 \delta + (X_d i_d + e_q)\, i_q - X_q i_q i_d = p_m \qquad \text{(I—12)}$$

în care:

T_j — constanta care ţine seama de inerţia grupului
p_m — puterea dezvoltată de maşina primară

Aproximaţia liniară a ecuaţiei (I—12) se poate exprima astfel:

$$T_j s^2 \Delta\delta + i_q \Delta e_q + (X_d - X_q) i_q \Delta i_d + [e_q + (X_d - X_q) i_d]\, \Delta i_q = \Delta p_m \qquad \text{(I—13)}$$

I—2 *Sistemul de excitaţie*

Ecuaţia care descrie comportarea în regim dinamic a sistemului de excitaţie poate avea forme diferite, în funcţie de tipul de sistem de excitaţie adoptat.

În cazul în care curentul continuu necesar pentru excitaţia generatorului este furnizat de o maşină de curent continuu, sistemul de excitaţie poate fi asimilat cu un element aperiodic [B—5] a cărui ecuaţie este

$$(1 + T_f s)\, U_f = K_f U_f \qquad \text{(I—14)}$$

în care:

U_f — tensiunea la bornele excitatoarei;
T_f — constanta de timp a excitatoarei;
U_f — mărimea la ieşire a excitatoarei, respectiv mărimea la intrarea regulatorului.
k_f — factorul de amplificare al excitatoarei

În cazul în care se utilizează un sistem de excitaţie static, el poate fi considerat ca fiind lipsit de inerţie. Comportarea lui este aceea a unui element proporţional, a cărui ecuaţie are forma:

$$U_f = K_f U_f \qquad \text{(I—15)}$$

Înlocuind variabilele prin creşterile lor se obţin ecuaţiile sistemelor de excitaţie sub forma:

$$(1 + T_f s)\, \Delta U_f = K_f \Delta U_r \qquad \text{(I—16)}$$

$$\Delta U_f = K_f \Delta U_r \qquad \text{(I—17)}$$

I—3. *Ecuația regulatorului de excitație*

În cazul general în care se consideră că regulatorul de excitație realizează reglarea excitației funcție de mai mulți parametri de regim (de ex. tensiune, curent, unghiul δ etc.) precum și de derivatele de ordinul I și II ale acestora, ecuația lui se prezintă sub forma:

$$\rho_0(s)\,K_{R_0}R_0 + \rho_1(s)K_{R_1}sR_1 + \rho_2(s)K_{R_2}s^2R_2 = U_r \qquad (I-18)$$

în care
$\rho_0(s)$, $\rho_1(s)$ și $\rho_2(s)$ sînt coeficienți operaționali, forma cărora depinde de structura regulatorului;
K_{R_0}, K_{R_1}, și K_{R_2} sînt factorii de amplificare ai regulatorului;
R_0, R_1 și R_2 sînt funcție de mărimile de regim în raport cu care se realizează reglarea;
U_r este mărimea la ieșire a regulatorului.

Exprimînd relația dintre creșterile variabilelor obținem:

$$\rho(s)K_{R_0}\Delta R_0+\rho_1(s)\,K_{R_1}s\Delta R_1 + \rho_2(s)K_{R_2}s^2\Delta R_2 = \Delta U_r \qquad (I-19)$$

Exprimînd R_0, R_1 și R_2 în funcție de variabilele de regim δ, e_q, i_d, i_q care apar și în celelalte relații, putem scrie:

$$\begin{aligned}
\Delta R_0 &= \frac{\partial R_0}{\partial\delta}\Delta\delta + \frac{\partial R_0}{\partial e_q}\Delta e_q + \frac{\partial R_0}{\partial i_d}\Delta i_d + \frac{\partial R_0}{\partial i_q}\Delta i_q \\
\Delta R_1 &= \frac{\partial R_1}{\partial\delta}\Delta\delta + \frac{\partial R_1}{\partial e_q}\Delta e_q + \frac{\partial R_1}{\partial i_d}\Delta i_d + \frac{\partial R_1}{\partial i_q}\Delta i_q \qquad (I-20)\\
\Delta R_2 &= \frac{\partial R_2}{\partial\delta}\Delta\delta + \frac{\partial R_2}{\partial e_q}\Delta e_q + \frac{\partial R_2}{\partial i_d}\Delta i_d + \frac{\partial R_2}{\partial i_q}\Delta i_q
\end{aligned}$$

Introducînd expresiile creșterilor din (I—20) în relația (I—19) se obține ecuația regulatorului sub forma:

$$\begin{aligned}
&\left[\rho_0(s)K_{R_0}\frac{\partial R_0}{\partial\delta} + \rho_1(s)K_{R_1}\frac{\partial R_1}{\partial\delta}s + \rho_2(s)K_{R_2}\frac{\partial R_2}{\partial\delta}s^2\right]\Delta\delta + \\
&+\left[\rho_0(s)K_{R_0}\frac{\partial R_0}{\partial e_q} + \rho_1(s)K_{R_1}\frac{\partial R_1}{\partial e_q}s + \rho_2(s)K_{R_2}\frac{\partial R_2}{\partial e_q}s^2\right]\Delta e_q + \\
&+\left[\rho_0(s)K_{R_0}\frac{\partial R_0}{\partial i_d} + \rho_1(s)K_{R_1}\frac{\partial R_1}{\partial i_d}s + \rho_2(s)K_{R_2}\frac{\partial R_2}{\partial i_d}s^2\right]\Delta i_d + \\
&+\left[\rho_0(s)K_{R_0}\frac{\partial R_0}{\partial i_q} + \rho_1(s)K_{R_1}\frac{\partial R_1}{\partial i_q}s + \rho_2(s)K_{R_2}\frac{\partial R_2}{\partial i_q}s^2\right]\Delta i_q = \Delta U_r
\end{aligned} \qquad (I-21)$$

De menţionat că aceasta este forma generală a ecuaţiei regulatorului de excitaţie. În cazuri concrete, ecuaţia se simplifică substanţial.

II. — Sistemul de ecuaţii diferenţiale de bază

II.1. *Sistemul de ecuaţii dezvoltat*

Comportarea în regim dinamic a sistemului electric considerat este caracterizată de sistemul de ecuaţii :

$$T_j s^2 \Delta\delta + i_q \Delta e_q + (X_q - X_q) i_q \Delta i_d + [e_q + (X_d - X_q) i_d] \Delta i_q = \Delta p_m \quad (I-13)$$

$$(u \cos \delta + X_q i_q s)\, \Delta\delta + s \Delta e_q + r (1 + T_d s)\, \Delta i_d + X_q \Delta i_q = 0 \quad (I-5)$$

$$(u \sin \delta + X_d i_d + e_q s)\, \Delta\delta + \Delta e_q + X_d \Delta i_d - r (1 + T_q s)\, \Delta i_q = 0 \quad (I-6)$$

$$(1 + T_{d_0} s)\, \Delta e_q + T_{d_0} (X_d - X'_d)\, s \Delta i_d = K \Delta U \quad (I-10)$$

$$(1 + T_f s)\, \Delta U_f = K_f \Delta U_r \quad (I-16)$$

$$\begin{aligned}
&\left[\rho_0(s) K_{R_0} \frac{\partial R_0}{\partial \delta} + \rho_1(s) K_{R_1} \frac{\partial R_1}{\partial \delta} s + \rho_2(s) K_{R_2} \frac{\partial R_2}{\partial \delta} s^2\right] \Delta\delta + \\
&+ \left[\rho_0(s) K_{R_0} \frac{\partial R_0}{\partial e_q} + \rho_1(s) K_{R_1} \frac{\partial R_1}{\partial e_q} s + \rho_2(s) K_{R_2} \frac{\partial R_2}{\partial e_q} s^2\right] \Delta e_q + \\
&+ \left[\rho_0(s) K_{R_0} \frac{\partial R_0}{\partial i_d} + \rho_1(s) K_{R0} \frac{\partial R_1}{\partial i_d} s + \rho_2(s) K_{R_2} \frac{\partial R_2}{\partial i_d} s^2\right] \Delta i_d + \\
&+ \left[\rho_0(s) K_{R_0} \frac{\partial R_0}{\partial i_q} + \rho_1(s) K_{R_1} \frac{\partial R_1}{\partial i_q} s + \rho_2(s) K_{R_1} \frac{\partial R_2}{\partial i_q} s^2\right] \Delta i_q = \Delta U_r
\end{aligned} \quad (I-21)$$

S-a obţinut astfel un sistem format din şase ecuaţii diferenţiale, lineare, cu coeficienţi constanţi, în care cele şase variabile sînt : în valori relative, creşterile următoarelor mărimi :

— unghiul δ ;
— t.e.m.pe axa transversală ; e_q
— curentul în înfăşurarea statorică pe axa longitudinală i_d ;
— curentul în înfăşurarea statorică pe axa transversală i_q ;
— tensiunea la bornele excitatoarei U_f ;
— mărimea la ieşirea regulatorului U_r.

Toţi coeficienţii figurînd în sistemul considerat, se deduc din :
— caracteristicile generatorului ;
— caracteristicile sistemului de putere infinită (tensiunea U) ;
— caracteristicile sistemului de excitaţie ;
— caracteristicile regulatorului de excitaţie.

Mărimea liberă a cărei variaţie poate trece sistemul într-un nou regim staţionar este puterea activă impusă de maşina motoare (Δp_m). Modificarea valorii de consemn impusă regulatorului, duce la variaţia mărimii de ieşire a regulatorului U_r şi, ca urmare, la intrarea în funcţiune a sistemului de reglare în scopul obţinerii unui nou regim staţionar.

Ecuaţiile obţinute mai sus au un caracter de generalitate, deoarece ele sînt valabile oricare ar fi regimul staţionar de la care se porneşte.

Sistemul de ecuaţii obţinut permite — utilizînd auxiliare de calcul adecvate — să se obţină informaţii asupra calităţii proceselor tranzitorii care au loc în sistemul electric studiat, procese datorate unor perturbaţii de mică intensitate. Informaţiile astfel obţinute permit să se aprecieze dacă sistemul studiat este sau nu static stabil.

Însă sistemul de ecuaţii obţinut este prea complex pentru a stabili relaţii care să permită scoaterea în evidenţă, cu suficientă claritate, a influenţei pe care o exercită tipul de regulator şi parametrii reglabili asupra stabilităţii sistemului electric. Apar deci dificultăţi în depistarea direcţiilor de urmat pentru obţinerea stabilităţii şi a rezervei de stabilitate.

Pentru a putea da un răspuns convenabil la această din urmă problemă, se micşorează numărul de ecuaţii de bază şi de variabile independente prin introducerea unui număr minim de ipoteze simplificatoare. Se obţine în acest mod un sistem de ecuaţii redus. Evident că acesta va reflecta într-o măsură mai mică fenomenele reale care au loc în sistemul electric, în schimb va permite stabilirea unor corelaţii cantitative mai simple între parametrii sistemului, pentru diferite tipuri de regulatoare, corelaţii care vor permite la rîndul lor atingerea ţelurilor propuse. Se poate merge pe această cale cunoscînd că rezultatele obţinute pe baza studierii sistemului de ecuaţii redus vor trebui verificate cu ajutorul sistemului de ecuaţii dezvoltat.

În acest mod, cele două sisteme de ecuaţii se vor completa reciproc, permiţînd o utilizare eficientă a auxiliarelor moderne de calcul pentru atingerea obiectivelor propuse. Totodată împreună vor permite verificarea justeţei introducerii ipotezelor simplificatoare cu toate consecinţele care decurg din aceasta, pentru simplificarea calculelor în abordarea unor cazuri similare.

II.2. *Sistemul de ecuaţii redus*

Pentru a obţine sistemul de ecuaţii redus, se introduc următoarele simplificări:

— nu se iau în consideraţie procesele tranzitorii în înfăşurările statorice, ceea ce conduce la neglijarea fenomenelor oscilatorii cu frecvenţă apropiată de frecvenţa sincronă [B—8]. În acest scop, în ecuaţiile proceselor electromagnetice din înfăşurările statorice (I—1) şi (I—2) se ia $s = 0$

— se va lua în consideraţie rezistenţa activă a înfăşurărilor statorice numai la stabilirea coeficienţilor ecuaţiilor diferenţiale, presupunînd astfel [B—3] că apariţia autopendulărilor ca urmare a existenţei rezistenţei înfăşurărilor statorice e puţin probabilă în sistemele energetice moderne automatizate.

Ipotezele simplificatoare propuse permit ca sistemul de ecuații (I—1) și (I—2) să devină

$$U_d + x_q i_q = 0 \qquad \text{(II—1)}$$

$$U_q - e_q - x_d i_d = 0 \qquad \text{(II—2)}$$

Se obțin astfel ecuațiile proceselor staționare în înfășurările respective.

Neglijarea proceselor tranzitorii în înfășurările statorice permite reducerea numărului parametrilor de regim independenți la doi, trecerea la valori efective ale mărimilor de regim, reprezentarea lor în complex, și ceea ce este foarte important, dă posibilitatea să se utilizeze diagrama vectorială a mașinii sincrone la analizarea proceselor tranzitorii.

În continuare se trece la un alt sistem de coordonate care, prin convenție, seva numi „cel de al doilea sistem de coordonate" spre deosebire de cel utilizat pînă în prezent care, tot prin convenție se va numi „primul sistem de axe de coordonate".

Corelația între cele două sisteme rezultă din figura (II—1), în care este reprezentat punctat cel de al doilea sistem de coordonate. Din figură rezultă, că în cazul celui de al doilea sistem de coordonate, componentele longitudinale ale tensiunii sînt plasate pe axa perpendiculară pe axa rotorului iar componentele transversale ale aceloraşi mărimi pe axa rotorului însă în așa fel încît axa q (2) devansează axa d (2). Componentele curenților, în acest sistem de coordonate, se plasează pe axele corespunzătoare : $I_{d(2)}$ pe axa d_2 și $I_{q(2)}$ pe axa q_2.

Din figura (II—1) rezultă relațiile cu ajutorul cărora se trece dintr-un sistem de axe de coordonate în celălalt sistem de axe de coordonate (și anume, în mărimi efective) :

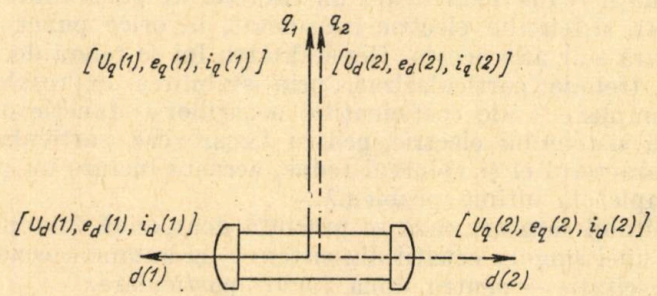


Fig. II. 1

a) $I_{d(1)} = -I_{d(2)} \quad U_{d(1)} = -U_{q(2)}$ (II—3)

b) $I_{q(1)} = I_{q(2)} \quad U_{q(1)} = U_{d(2)}$

$\delta_{(1)} = \delta_{(2)}$

Luînd în considerație relațiile de echivalență (II—3); ecuațiile (II—1) și (II—2) se pot scrie sub forma:

$$\text{a)}\ U_{q(2)} = X_q I_{q(2)}$$

$$\text{b)}\ U_{d(2)} = E_{d(2)} - X_d I_{d(2)} \qquad \text{(II—4)}$$

Ținînd cont de toate cele arătate anterior și alegînd drept parametri de regim independenți t.e.m. E_d și unghiul δ (unul electric și altul mecanic) se obține sistemul de ecuații redus, sub forma:

$$\text{a)}\ T_j s^2 \Delta\delta + \frac{\partial P_e}{\partial \delta}\Delta\delta + \frac{\partial P_e}{\partial E_d}\Delta E_d = \Delta P_{mec}$$

$$\text{b)}\ (1 + T_{d_0} s)\,\Delta E_d - T_{d_0}(X_d - X'_d)\left[\frac{\partial I_d}{\partial \delta} s\,\Delta\delta + \frac{\partial T_d}{\partial E_d} s \Delta E_d\right] = K \Delta U_f$$

$$\text{c)}\ (1 + T_f s)\,\Delta U_f = K_f \Delta U_r \qquad \text{(II—5)}$$

$$\text{d)}\ \left[\frac{A(s)}{B(s)} K_R \frac{\partial R}{\partial \delta} + \frac{A_1(s)}{B(s)} K'_R \frac{\partial R_1}{\partial \delta} s + \frac{A_2(s)}{B(s)} K''_R \frac{\partial R_2}{\partial \delta} s^2\right]\Delta\delta +$$

$$+ \left[\frac{A(s)}{B(s)} K_R \frac{\partial R}{\partial E_d} + \frac{A_1(s)}{B(s)} K'_R \frac{\partial R_1}{\partial E_d} s + \frac{A_2(s)}{B(s)} K''_R \frac{\partial R_2}{\partial E_d}\right]\Delta E_d = \Delta U_r$$

În sistemul de ecuații de mai sus, s-a renunțat la scrierea indicelui (2), cu toate că s-a trecut la cel de al doilea sistem de coordonate. iar sistemul de ecuații redus obținut are un caracter de generalitate, el permițînd studierea sistemului electric considerat, în orice punct de funcționare staționară s-ar afla acesta. Generalitatea lui se referă doar la formă, deoarece el trebuie particularizat, prin stabilirea expresiilor — uneori destul de complexe — ale coeficienților ecuațiilor — funcție de structura și parametrii sistemului electric - pentru fiecare caz particular în parte.

Prin caracterul ei și volumul redus, această lucrare nu poate da un răspuns complet la ultima problemă.

În capitolul care urmează se prezintă doar două exemple de particularizare a unei singure ecuații din sistem — și anume a ecuației regulatorului de excitație — pentru două cazuri particulare.

III. — Ecuațiile a două tipuri de regulatoare de excitație

Relația (II—5 d) reprezintă forma generală a ecuației regulatorului de excitație, indiferent care sînt parametrii de regim controlați.

Pentru ca această ecuație să poată fi utilizată în calcule concrete, ea trebuie particularizată pentru diferite tipuri de regulatoare. Deoarece există o multitudine de tipuri de regulatoare de excitație, în cele ce urmează va fi stabilită ecuația doar pentru două din ele.

III.1. *Regulatorul proporţional (P) care reglează excitaţia funcţie de variaţia curentului statoric (ΔI) şi a tensiunii la borne (ΔU_G)*

Acesta este unul din tipurile de regulatoare mult utilizate, în literatura de specialitate apărînd sub denumirea de regulator de tensiune prin compoundare cu corector de tensiune. Deoarece regulatorul în discuţie este un regulator proporţional, ecuaţia lui se obţine din (II—5), prin omiterea în parantezele pătrate a termenilor care se referă la derivatele de ordinul I şi II ale parametrilor controlaţi. În acest mod, ea devine :

$$\frac{A(s)}{B(s)} K_R \frac{\partial R}{\partial \delta} \Delta\delta + \frac{A(s)}{B(s)} K_R \frac{\partial R}{\partial E_d} \Delta E_a = \Delta U_r \qquad \text{(III—1)}$$

La calcularea coeficienţilor acestei ecuaţii se porneşte de la schema bloc simplificată a regulatorului considerat (fig. III—1), în care semnul (+) care însoţeşte legătura la ieşirea traductorului de curent indică că la

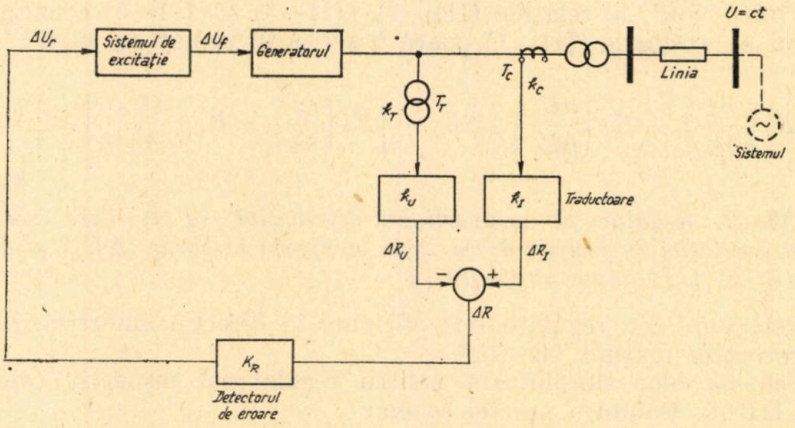


Fig. III. 1

o creştere a curentului are loc o întărire a excitaţiei şi invers. Semnul (—) care însoţeşte legătura la ieşirea traductorului de tensiune indică că o creştere a tensiunii trebuie urmată de slăbirea excitaţiei şi invers.

Din schemă rezultă că :

$$R = R_I - R_U = K_I I - K_u U_G \qquad \text{(III—2)}$$

în care $K_I = k_I \cdot k_c$ şi $K_u = k_U \cdot k_T$ şi unde :

k_T şi k_c — rapoartele de transformare ale transformatorului de tensiune, respectiv de curent.

k_U şi k_I — sînt funcţiile de transfer ale traductoarelor de tensiune, respectiv de curent.

Mărimea de ieşire R poate să fie o tensiune sau un curent a cărui valoare este funcţie de variaţia curentului şi a tensiunii la bornele generatorului, cota de participare a lor fiind prestabilită prin ajustarea în mod corespunzător a mărimilor k_U şi k_I.

Regulatorul fiind de tip proporţional, funcţia de transfer a detectorului de eroare este :

$$\frac{A(s)}{B(s)}K_R=K_R \qquad \text{(III—3)}$$

Odată stabilită expresia funcţiei R (III—3), se pot obţine expresiile coeficienţilor ecuaţiei regulatorului (III—1).

Astfel, din relaţia (III—2) rezultă :

$$\text{a)}\quad \frac{\partial R}{\partial E_d}=K_I\frac{\partial I}{\partial E_d}-K_U\frac{\partial U_G}{\partial E_d} \qquad \text{(III—4)}$$

$$\text{b)}\quad \frac{\partial R}{\partial \delta}=K_I\frac{\partial I}{\partial \delta}-K_U\frac{\partial U_G}{\partial \delta}$$

Ţinînd cont de relaţiile (III—1), (III—3) şi (III—5) ecuaţia regulatorului de excitaţie (III—1) poate fi scrisă în următorul mod :

$$K_R\left\{\left[K_I\left(\frac{\partial I}{\partial E_d}\right)_0-K_U\left(\frac{\partial U_G}{\partial E_d}\right)_0\right]\Delta E_d+\left[K_I\left(\frac{\partial I}{\partial \delta}\right)_0-K_U\left(\frac{\partial U_G}{\partial \delta}\right)_0\right]\Delta\delta\right\}=\Delta U_R \qquad \text{(III—5)}$$

III—2. *Regulatorul proporţional-diferenţial (PD) care realizează reglarea excitaţiei în funcţie de variaţia tensiunii la borne* (ΔU_G) *şi de derivatele I-a şi a II-a ale unghiului* δ

Este unul din regulatoarele eficiente în direcţia amortizării oscilaţiilor rotorului maşinii [B—14].

Schema bloc simplificată pentru regulatorul respectiv este dată în fig. III—2. Conform acestei scheme

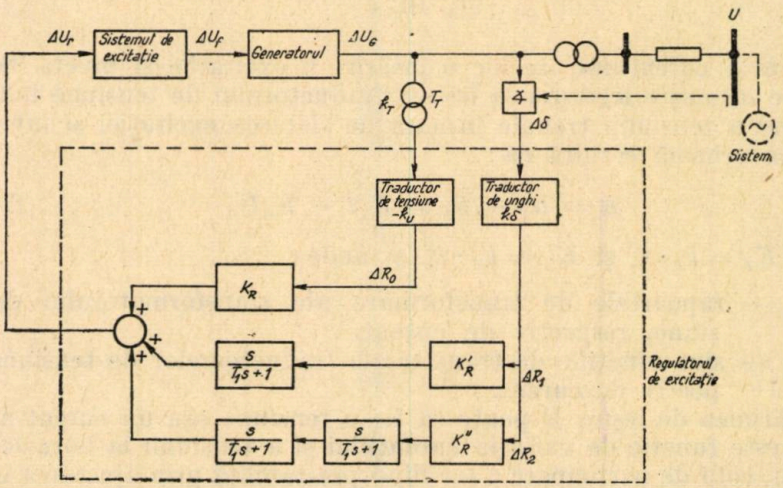


Fig. III. 2

$$R_0 = -k_T k_U U_G = -K_U U_G \qquad \text{(III—6)}$$

$$R_1 = R_2 = K_\delta \delta \qquad \text{(III—7)}$$

în care :

R_0, R_1 și R_2 pot să fie tensiuni sau curenți, care variază proporțional cu abaterile tensiunii U_G, respectiv a unghiului δ

k_T — este raportul de transformare al transformatorului de tensiune ;

k_U — este funcția de transfer a traductorului de tensiune (considerat un element proporțional* ;

k_δ — este funcția de transfer a traductorului de unghi (deasemeni considerat un element proporțional)* .

Luînd în considerare schema (fig. III—2) și relațiile (III—6) și (III—7), ecuația regulatorului (II—5 d) ia forma

$$\left[-K_R K_U \left(\frac{\partial U_G}{\partial \delta}\right)_0 + \frac{K_r' k_\delta s}{T_1 s + 1} + \frac{K_R'' k_\delta s^2}{(T_2 s + 1)^2}\right] \Delta\delta - K_R K_U \left(\frac{\partial U_G}{\partial E_d}\right)_0 \Delta E_d = \Delta U_r \qquad \text{(III—8)}$$

Procedînd în modul arătat se poate obține ecuația pentru oricare din regulatoarele luate în considerație.

Catedra de centrale electrice.
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Venikov V. A.* — Matematiceskie osnovi teorii avtomaticeskovo regulirovania rejimami electrosistem Izdatelstvo „Visşaia Scola" Moskva 1964.
2. *Venikov V. A.* — Perehodnie electromehaniceskie proţesi v electriceskih sistemah Izdaţelstvo „Energhia" 1964.
3. *Mihnevici G. V.* — Sintez structură sistema avtomaticeskovo regulirovania vozbujdenia sinhronih maşin Moskva — 1964.
4. *Jdanov P. S.* — Ustoicivosti electriceskih sistem Gosenergoizdat — 1948.
5. *Pedescu C.* — Automatica şi telemecanica sistemelor energetice — Vol. 1. Editura Academiei 1959.
6. *Lucien Borel* — Stabilité de réglage des installations hydroelectriques. Payot Lausanne — Dunod Paris 1960.
7. *Aizerman M. A.* — Teoria avtomaticescovo regulirovania Izdatelstvo „Nauka" — 1966.
8. *Gorev A. A.* — Perehodnie proţeşi v sinhronnoi maşine Gosenergoizdat 1950
9. *Kimbark E. W.* — Power System Stability v. III. Synchronous machines 1956.
10. *Laibe Th.* — Die Theorie der Sinchronmachine im nichtstationären betriebe.
11. *Venikov V. A.* — Perehodnie proţeşi v electriceskih sistemah Gosenergoizdat 1953.
12. *Walda V. Lyon* Transient Analysis of Alternating-Current Machinery, and Application of the Method of Symmetrical Components.
13. *Charles Concordia* — Synchronous Machines, Theory and Performance, 1951.
14. *Venikov V. A., Gerţenberg G. R., Sovalov S. A., Sokolov N. I.* — Silnoe regulirovanie vozbujdenia Gosenergoizdat 1963.
15. *Lazăr H.* — Studiu privind alegerea sistemului de reglare a excitației generatorului sincron (manuscris).

* Se neglijează întîrzierea acestor traductoare

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 6

AVIAȚIE

C.Z.: 629, 136

SCURGEREA SUPERSONICĂ ÎN JURUL ARIPII DELTA CONSIDERÎND SEPARAȚIA CURENTULUI LA BORDURILE DE ATAC*

ȘTEFAN STAICU

În cele ce urmează ne propunem să studiem scurgerea supersonică în jurul unei aripi delta, ținînd seama de separația curentului la borduri.

Pentru rezolvarea acestei probleme în cele ce urmează se va utiliza metoda analogiei hidrodinamice [2] pentru studiul aripilor în scurgeri conice și conice de ordin superior.

Notații

U_∞ viteza curentului supersonic neperturbat

a_∞ viteza sunetului în condițiile curentului neperturbat

$M_\infty = \frac{U_\infty}{a_\infty}$ numărul Mach

$B = \sqrt{M_\infty^2 - 1} = \frac{1}{\operatorname{tg} \mu}$ unde μ este unghiul Mach

$Ox_1x_2x_3$ sistem triortogonal de coordonate, avînd axa Ox_1 paralelă cu viteza curentului neperturbat U_∞

$x = \eta + i\varkappa$ plan complex obținut printr-o transformare geometrică a planului fizic Oyz în planul auxiliar $O\eta\varkappa$

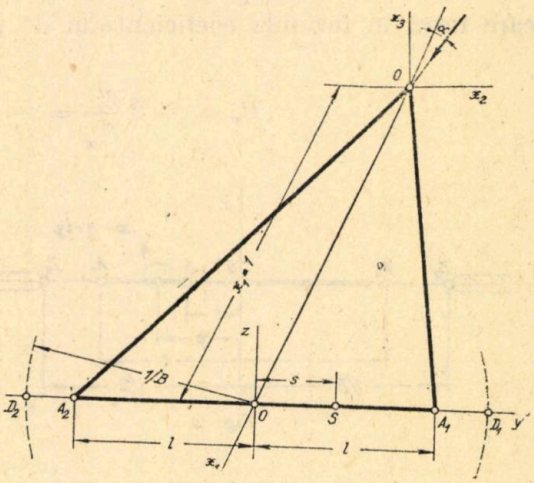


Fig. 1

u, v, w, vitezele de perturbație după axele Ox_1, Ox_2, Ox_3

c, t coordonatele centrului nucleului de vîrtej în planul Oyz

C_p coeficientul de presiune

C_l coeficientul de portanță.

2. Aripa delta subțire, fără a considera desprinderile curentului la borduri

Vom determina distribuția de presiuni pe o aripă delta subțire situată în curent supersonic sub incidența α.

Să considerăm aripa raportată la un sistem de referință $Ox_1x_2x_3$, cu origina în vîrful aripii.

* Manuscris predat redacției la data de 28 decembrie 1970.

Înainte de a prezenta calculul, vom indica variabilele curente și planele utilizate. Astfel, raportîndu-ne la fig. 1, vom considera planul fizic *Oyz* avînd coordonatele

$$y = \frac{x_2}{x_1}, z = \frac{x_3}{x_1}, \tag{1}$$

planul auxiliar $$x = \eta + i\mathfrak{z}, \tag{2}$$

dedus prin transformarea $\eta = \dfrac{y}{1 - B^2 z^2}, \mathfrak{z} = \dfrac{z\sqrt{1 - B^2(y^2 + z^2)}}{1 - B^2 z^2}$, $(B =$

$$= \sqrt{M_\infty^2 - 1}). \tag{3}$$

În acest ultim plan se determină viteza axială de perturbație u, care intră în formula coeficientului de presiune

$$C_p = -2\frac{u}{U_\infty} = -\frac{2}{U_\infty} Re\, U. \tag{4}$$

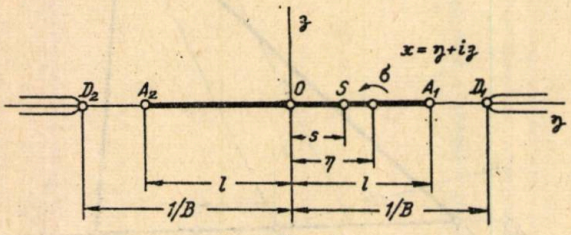


Fig. 2

Vitezele de perturbație u, v, w, sînt funcții armonice și li se pot asocia funcțiile conjugate u', v', w', astfel încît să se obțină funcțiile analitice

$$U(x) = u + iu', V(x) = v + iv', W(x) = w + iw' \tag{5}$$

care sînt legate prin relații de compatibilitate:

$$dU = -xdV = \frac{ix}{\sqrt{1 - B^2 x^2}} dW. \tag{6}$$

Pentru determinarea vitezei axiale vom utiliza metoda analogiei hidrodinamice [2].

Aplicarea acestei metode o vom face în planul complex χ (fig. 3), obținut prin transformarea conformă

$$\chi^2 = \frac{l - x}{l + x}. \tag{7}$$

Contribuţia bordului subsonic A_1 în expresia vitezei axiale de perturbaţie se scrie

$$U_{v1} = \frac{a_{10}}{\chi} = a_{10}\sqrt{\frac{l+x}{l-x}}, \tag{8}$$

iar a unei muchii situată în punctul $y = s$ va fi dată de două surse în punctele de afixe

$$\chi'_s = \pm\sqrt{\frac{l-s}{l+s}}, \tag{9}$$

sub formele

$$U_{s1} = q_{10}\ln\frac{\chi-\chi'_s}{\chi+\chi'_s} = -2q_{10}\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(l+s)(l-x)}{2l(s-x)}}. \tag{10}$$

Considerînd celălalt bord A_2 şi muchia din punctul $y = -s$, vom face transformarea analoagă

$$\chi^2 = \frac{l+x}{l-x}, \left(\chi''_s = \pm\sqrt{\frac{l-s}{l+s}}\right), \tag{11}$$

şi vom obţine

$$U_{v2} = \frac{a_{10}}{\chi} = a_{10}\sqrt{\frac{l-x}{l+x}}, \tag{12a}$$

$$U_{s2} = q_{10}\ln\frac{\chi-\chi''_s}{\chi+\chi''_s} = -2\,q_{10}\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(l+s)(l+x)}{2\,l\,(s+x).}} \tag{12b}$$

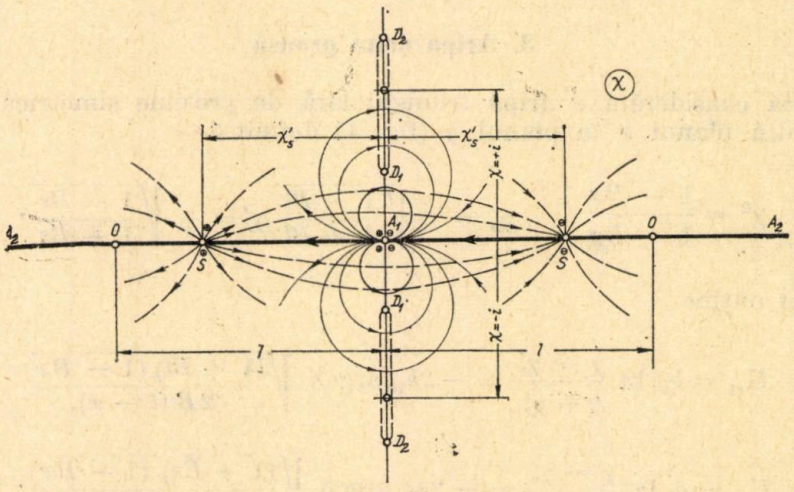


Fig. 3

Viteza axială de perturbație, se scrie

$$U(x) = \frac{A_{10}}{\sqrt{l^2 - x^2}} + Q_{10}\left[\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(l+s)(l-x)}{2l(s-x)}} + \operatorname{argch}\sqrt{\frac{(l+s)(l+x)}{2l(s+x)}}\right]; \tag{13}$$

care în cazul aripii delta devine

$$U = \frac{A_{10}}{\sqrt{l^2 - x^2}}. \tag{14}$$

Din condiția la limită

$$Re\, i \int_{\text{aripă}}^{\text{cercul Mach}} \frac{\sqrt{1 - B^2x^2}}{x}\, dU = -\alpha U_\infty \tag{15}$$

se deduce constanta A_{10}. Se obține formula distribuției de viteze axiale

$$U(x) = \frac{\alpha U_\infty l^2}{E(k)\sqrt{l^2 - x^2}}, \quad (U(l) = \pm\infty), \tag{16}$$

în care $E(k)$ reprezintă integrala eliptică completă de speța a doua cu modulul

$$k = \sqrt{1 - B^2l^2}. \tag{17}$$

3. Aripa delta groasă

Să considerăm o aripă triunghiulară de grosime simetrică. Vom trece din planul x în planul χ (fig. 4) definit de

$$\chi^2 = \frac{1 - Bx}{1 + Bx} \qquad \chi_b' = \pm\sqrt{\frac{1 - Bl}{1 + Bl}}\ \chi_s' = \pm\sqrt{\frac{1 - Bs}{1 + Bs}}, \tag{18}$$

și vom obține

$$U_{b1} = b_{10} \ln\frac{\chi - \chi_b'}{\chi + \chi_b'} = -2b_{10}\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+Bl)(1-Bx)}{2B(l-x)}}, \tag{19 a}$$

$$U_{s1} = q_{10} ln\frac{\chi - \chi_s'}{\chi + \chi_s'} = -2q_{10}\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+Bs)(1-Bx)}{2B(s-x)}}. \tag{19b}$$

Viteza axială, se scrie

$$U(x) = B_{10}\left[\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+Bl)(1-Bx)}{2B(l-x)}} + \operatorname{arch}\sqrt{\frac{(1+Bl)(1+Bx)}{2B(l+x)}}\right] +$$

$$+ Q_{10}\left[\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+Bs)(1-Bx)}{2B(s-x)}} + \operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+Bs)(1+Bx)}{2B(s+x)}}\right], \quad (20)$$

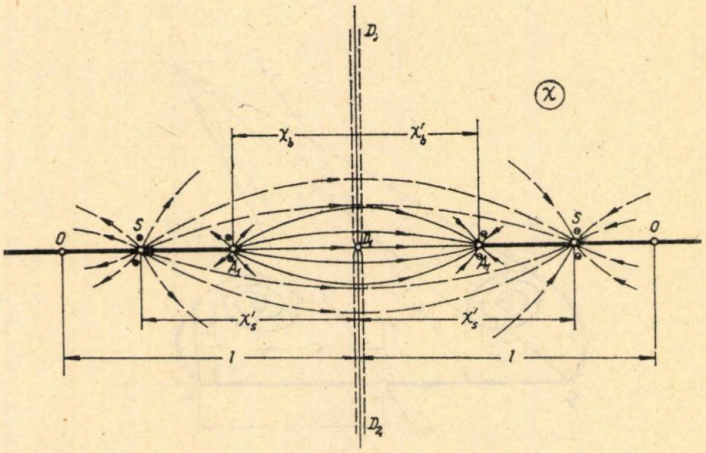


Fig. 4

care devine

$$U(x) = B_{10}\left[\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+Bl)(1-Bx)}{2B(l-x)}} + \operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+Bl)(1+Bx)}{2B(l+x)}}\right] =$$

$$= B_{10}\operatorname{argch}\sqrt{\frac{1-B^2x^2}{B^2(l^2-x^2)}}. \quad (21)$$

Constantele B_{10} și Q_{10} se determină pornind de la ecuația

$$Im\int_{\sigma}\frac{\sqrt{1-B^2x^2}}{x}\frac{d}{dx}\left(\frac{dU_l}{d\eta}\right)dx = \frac{dw'}{d\eta}. \quad (22)$$

Efectuînd calculele rezultă intensitățile surselor

$$B_{10} = \frac{2\gamma U_\infty l}{\pi\sqrt{1-B^2l^2}}, \quad Q_{10} = \frac{2\Delta\alpha\, U_\infty s}{\pi\sqrt{1-B^2s^2}}. \quad (23)$$

4. Aripa delta subțire considerînd desprinderile de curent la borduri

Vom studia scurgerea supersonică în jurul aripii delta subțiri, luînd în considerație separația curentului la bordurile de atac subsonice.

Separația este însoțită de apariția unui sistem de vîrtejuri care se localizează deasupra aripii. Cîmpul scurgerii va fi modificat de existența a două nuclee de vîrtejuri situate simetric (fig. 5) la abscisa c și ordonata t.

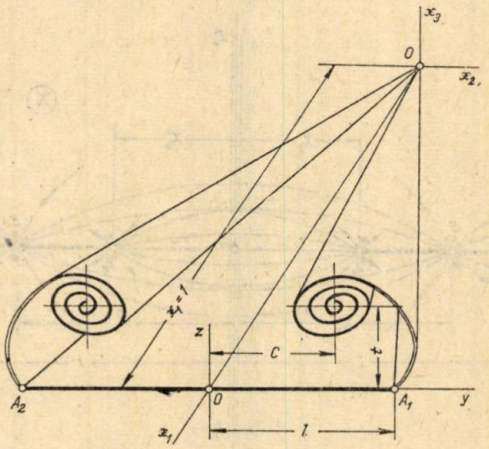


Fig. 5

Vom admite că efectul desprinderii curentului este de a aduce modificări asupra cîmpului scurgerii, realizînd viteze finite la borduri.

4.1. *Definirea unei aripi avînd același efect cu al vîrtejurilor*

Se vor considera mai întîi perturbațiile introduse de incidența α a aripii delta plane, considerată fără vîrtejuri. Avem deci:

1. o aripă delta subțire plană cu incidența α, fără vîrtejuri.

Vom considera apoi perturbațiile date de vîrtejurile dorsale, definind:

2. o aripă fictivă delta, portantă, avînd și grosime simetrică în raport cu scheletul său, care să aibă, pe aripă, același efect aerodinamic cu cel al vîrtejurilor.

Pentru a studia mișcarea, vom descompune aripa fictivă 2, așa cum se procedează în mod obișnuit în teoria mișcărilor conice aplicate la aripi [2], în două aripi.

a) Aripa subțire va avea variația de incidență astfel încît incidența medie să fie nulă, pe de o parte și să se respecte fenomenul modificării presiunilor pe suprafața aripii, pe de altă parte.

b) Aripa a doua va avea „grosimea simetrică" cu panta variabilă astfel încît panta medie a fiecărei fețe a aripii să fie nulă.

4.2. *Calculul vitezei axiale de perturbație*

Studiul scurgerii în jurul unei aripi delta subțiri s-a redus la determinarea mișcării supersonice în jurul a două aripi:

1° Aripa delta subțire avînd incidența α.

2° Aripa delta mixtă cu incidențele și pantele variabile astfel ca cele medii să fie nule.

Vom determina pentru aceste aripi vitezele axiale de perturbație Pentru aripa 1° viteza axială se scrie

$$U(x) = -\frac{wl}{E(k)\sqrt{1-\frac{x^2}{l^2}}} \tag{24}$$

a) *Aripa delta subțire cu incidența variabilă*

Pentru aceasta vom nota viteza verticală cu

$$w' = \alpha' U_\infty. \tag{25}$$

Vom considera că viteza verticală este constantă

$$w_0 = -\alpha_0 U_\infty, \tag{26}$$

pe intervalul $(-s < \eta < s)$ și variabilă pentru $y \in [-l, -s] \cup [s, l]$:

$$w'(\eta) = -\alpha'(\eta)\, U_\infty, \tag{27}$$

astfel ca la borduri să se obțină

$$w_1 = -\alpha_1 U_\infty. \tag{28}$$

În aceste relații s reprezintă abscisa unui punct care delimitează intervalele de variație a vitezei verticale pe aripă.

Variația vitezelor verticale corespunde unei distribuții de „muchii", care dau în fiecare punct $y = \eta$ saltul elementar

$$\left(\frac{dw'}{dy}\right)_{y=\eta} d\eta. \tag{29}$$

Acestor salturi de viteză verticală le vor corespunde în planul χ o distribuție de surse

$$q'(\eta) = \frac{dw'}{d\eta}\frac{\eta}{\sqrt{1-B^2\eta^2}} \tag{30}$$

Contribuţia în expresia vitezei axiale de perturbaţie a „muchiei" va fi

$$du = Re\, q'(\eta)\, \operatorname{argch} \sqrt{\frac{(l+\eta)(l-x)}{2l(\eta-x)}}\, d\eta. \tag{31}$$

Pentru determinarea vitezelor axiale de perturbaţie vom alege o distribuţie uniformă a surselor

$$q'(\eta) = q_{10},\ \eta \in [-l, -s] \cup [s, l]. \tag{32}$$

Pornind de la această repartiţie de surse expresia vitezei axiale de perturbaţie se scrie

$$U_{2a} = \frac{A_{10}}{\sqrt{1-\frac{x^2}{l^2}}} + \tag{33}$$

$$+\frac{2}{\pi} q_{10} \int_s^l \left[\operatorname{argch} \sqrt{\frac{(l+\eta)(l-x)}{2l(\eta-x)}} + \operatorname{argch} \sqrt{\frac{(l+\eta)(l+x)}{2l(\eta+x)}} \right] d\eta,$$

care devine (34)

$$U_{2a} = \frac{A_{10}}{\sqrt{1-\frac{x^2}{l^2}}} - \frac{q_{10} l}{\pi} \left[\frac{s-x}{l} \operatorname{argch} \left| \frac{l^2 - sx}{l(s-x)} \right| + \right.$$

$$\left. + \frac{s+x}{l} \operatorname{argch} \frac{l^2+sx}{l(s+x)} - 2\sqrt{1-\frac{x^2}{l^2}} \arccos \frac{s}{l} \right].$$

b) *Aripa delta de „grosime" simetrică cu panta variabilă*

Vom nota şi în acest caz cu

$$w'' = -\alpha'' U_\infty, \tag{35}$$

vitezele verticale pe ambele feţe ale aripii.

Variaţia vitezelor verticale w'' va trebui să corespundă unei distribuţii de surse $q''(\eta)$, conform relaţiei (30). Vom alege, mai întîi o repartiţie de surse identică cu cea de la aripa subţire:

$$q''(\eta) = q'(\eta) = q_{10},\ \eta \in -[l, -s] \cup [s, l], \tag{36}$$

şi vom constata că nu îndeplineşte toate condiţiile impuse în prealabil.

Va trebui să alegem o altă distribuţie de surse. Pentru simplificare, vom adăuga o distribuţie liniară de surse şi vom obţine

$$q''(\eta)\begin{cases} q''(\eta) = p_{10}\dfrac{|\eta|}{l},\ \eta\in[-s,\ +s], \\ q''(\eta) = q_{10} + p_{10}\dfrac{|\eta|}{l},\ \eta\in[-l,\ -s]\cup[s,\ l]. \end{cases} \tag{37}$$

Aplicînd formula (20) vom obţine următoarea expresie a vitezei axiale

$$U_{2b} = \frac{2}{\pi}q_{10}\int_s^l\Bigg[\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+B\eta)(1-Bx)}{2B(\eta-x)}} + \operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+B\eta)(1+Bx)}{2B(\eta+x)}}\Bigg]d\eta + \tag{38}$$

$$+\frac{2}{\pi}\frac{p_{10}}{l}\int_o^l\eta\Bigg[\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+B\eta)(1-Bx)}{2B(\eta-x)}} + \operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+B\eta)(1+Bx)}{2B(\eta+x)}}\Bigg]d\eta,$$

care devine

$$U_{2b} = \frac{q_{10}l}{\pi}\Bigg[\left(1-\frac{x}{l}\right)\operatorname{argch}\frac{1-B^2lx}{B(l-x} + \left(1+\frac{x}{l}\right)\times$$

$$\times\operatorname{argch}\frac{1+B^2lx}{B(l+x)} - \frac{s-x}{l}\operatorname{argch}\left|\frac{1-B^2sx}{B(s-x)}\right| - \frac{s+x}{l}\times$$

$$\times\operatorname{argch}\frac{1+B^2sx}{B(s+x)} + \frac{2}{Bl}(\arcsin Bl - \arcsin Bs)\sqrt{1-B^2x^2}\Bigg] +$$

$$+\frac{p_{10}l}{\pi}\Bigg[\frac{1}{2}\left(1-\frac{x^2}{l^2}\right)\left(\operatorname{argch}\frac{1-B^2lx}{B(l-x)} + \operatorname{argch}\frac{1+B^2lx}{B(l+x}\right) +$$

$$+\frac{x^2}{l^2}\operatorname{argch}\frac{1}{Bx} + \frac{1}{B^2l^2}(1-\sqrt{1-B^2l^2})\sqrt{1-B^2x^2}\Bigg].$$

Suprapunînd cele două aripi componente: placa plană 1 cu aripa fictivă 2, se obţine o aripă rezultantă echivalentă din punct de vedere

aerodinamic cu aripa delta reală, pentru care viteza axială de perturbaţie va fi partea reală a funcţiei analitice :

$$U = U_1 + U_{2a} + U_{2b}. \tag{40}$$

4.3. *Determinarea constantelor*

Pentru determinarea constantei A_{10}, se ţine seama de condiţiile la limită ale vitezei verticale. Vom considera că sursele distribuite uniform sînt concentrate la abscisa

$$s' = \frac{\int_s^l \eta q'(\eta)\, d\eta}{\int_s^l q'(\eta)\, d\eta} = \frac{l+s}{2} \tag{41}$$

sub forma unei surse

$$Q_{10} = \int_s^l q'(\eta)\, d\eta = q_{10}(l - s). \tag{42}$$

Vom aplica ecuaţia (15)

$$Re\, i \int_{(\eta=z=0)}^{(\eta=0, z=\infty)} \frac{\sqrt{1-B^2x^2}}{x}\, dU'_{2a} = -w_0, \tag{43}$$

în care U'_{2a} se deduce din ecuaţia (13) substituind s prin s'.

Efectuînd integrarea pe axa ordonatelor ($x = i\tilde{z}$), vom obţine

$$A_{10} = -\frac{w_0 l}{E(k)} - \frac{q_{10} B^2 l^3 \left(1 - \frac{s}{l}\right)^{3/2} \left(3 + \frac{s}{l}\right)^{1/2}}{\pi E(k)} \Pi(\rho, k), \tag{44}$$

în care $E(k)$ şi $\Pi(\rho, k)$ reprezintă integralele eliptice complete de a doua, respectiv a treia speţă, avînd parametrul

$$\rho = B^2 s'^2 - 1 = \frac{1}{4} B^2 l^2 \left(1 + \frac{s}{l}\right)^2 - 1, \tag{45}$$

şi modul k dat de relaţia (17).

Întrucît presiunile la borduri trebuie să fie finite vom impune această condiţie vitezei axiale

$$A_{10} - \frac{wl}{E(k)} = 0. \tag{46}$$

Din relaţiile (44) şi (46) vom deduce

$$w_0 + w = -\frac{q_{10}}{\pi} B^2 l^2 \left(1 - \frac{s}{l}\right)^{3/2} \left(3 + \frac{s}{l}\right)^{1/2} \Pi(\rho, k), \tag{47 a}$$

$$A_{10} = \frac{wl}{E(k)}. \tag{47 b}$$

Vom exprima $\Pi(\rho, k)$ în funcţie de integralele eliptice $K(k)$ şi $F(\varphi_0, k')$, $E(k)$ şi $E(\varphi_0, k')$:

$$\Pi(\rho, k) = K(k) + \frac{\sqrt{1 - B^2 s'^2}}{B^2 s' \sqrt{l^2 - s'^2}} \left[\frac{\pi}{2} - K(k) E(\varphi_0, k') + \right.$$

$$\left. + (K(k) - E(k)) F(\varphi_0, k')\right], \tag{48}$$

unde s' este dat de (41) iar φ_0 şi k'

$$\varphi_0 = \arcsin \frac{s'}{l}, \quad k' = Bl. \tag{49}$$

Mai departe, pornind de la relaţia (30) şi ţinînd seama de distribuţia (32) vom pune condiţiile la limită pentru viteza verticală w'

$$w_1 - w_0 = q_{10} \int_s^l \frac{\sqrt{1 - B^2 \eta^2}}{\eta} d\eta, \tag{50}$$

şi vom obţine

$$w_1 - w_0 = q_{10} \left[\sqrt{1 - B^2 l^2} - \sqrt{1 - B^2 s^2} - \left(\operatorname{arcch} \frac{1}{Bl} - \operatorname{arcch} \frac{1}{Bs}\right)\right],$$

din care se exprimă q_{10} în funcţie de w_0 şi w_1.

Pe de altă parte vom scrie că incidenţa medie este nulă

$$w_0 s + \int_s^l w'(\eta)\, d\eta = 0, \tag{52}$$

din care, ţinînd seama de (30) şi (32), rezultă

$$w_1 = \frac{q_{10}}{2Bl} \left[Bl \sqrt{1 - B^2 l^2} - Bs \sqrt{1 - B^2 s^2} + \arcsin Bl - \arcsin Bs\right], \tag{53}$$

care reprezintă a treia relaţie între w_0, w_1 şi q_{10}.

Considerînd aripa de „grosime simetrică" vom impune condiţia ca panta medie să fie nulă, scriind relaţia

$$\int_0^l w''(\eta)\, d\eta = 0. \tag{54}$$

Întrucît funcţia $q''(\eta)$ este discontinuă în $\eta = s$, vom efectua calculele separat pe cele două intervale de definiţie. Astfel se obţine rezultatul

$$-w_1 = \frac{p_{10}}{3B^2l^2}\left[1 - (1 - B^2l^2)^{3/2}\right]. \tag{55}$$

Rezolvînd sistemul format din ecuaţiile (44), (46), (51), (53) şi (55), avînd ca necunoscute A_{10}, q_{10}, p_{10}, w_0 şi w_1, vom obţine

$$\frac{q_{10}}{\alpha U_\infty} = \left\{\frac{B^2l^2}{\pi}\left[\left(1 - \frac{s}{l}\right)^{3/2}\left(3 + \frac{s}{l}\right)^{1/2}\Pi(\rho, k) - \frac{1}{2}\times\right.\right.$$

$$\times\left[\sqrt{1 - B^2l^2} - \left(2 - \frac{s}{l}\right)\sqrt{1 - B^2s^2} - 2\left(\operatorname{arcgch}\frac{1}{Bl} - \right.\right. \tag{56a}$$

$$\left.\left.\left.\left. - \operatorname{arcgch}\frac{1}{Bs}\right) - \frac{1}{Bl}\left(\arcsin Bl - \arcsin Bs\right)\right]\right]\right\}^{-1},$$

$$\frac{p_{10}}{q_{10}} = -\frac{3Bl\,[Bl\sqrt{1 - B^2l^2} - Bs\sqrt{1 - B^2s^2} + \arcsin Bl - \arcsin Bs]}{2\,[1 - (1 - B^2l^2)^{3/2}]}. \tag{56b}$$

Vom scrie acum expresia vitezei axiale totale (40):

$$U = u + iu' = \pm\frac{q_{10}l}{\pi}\left[\frac{s - x}{l}\operatorname{arcgch}\left|\frac{l^2 - sx}{l(s - x)}\right| + \frac{s + x}{l}\times\right.$$

$$\left.\times\operatorname{arcgch}\frac{l^2 + sx}{l(s + x)} - 2\sqrt{1 - \frac{x^2}{l^2}}\arccos\frac{s}{l}\right] + \frac{q_{10}l}{\pi}\times$$

$$\times\left[\left(1 - \frac{x}{l}\right)\operatorname{arcgch}\frac{1 - B^2lx}{B(l - x)} + \left(1 + \frac{x}{l}\right)\operatorname{arcgch}\frac{1 + B^2lx}{B(l + x)} - \right.$$

$$\left. - \frac{s - x}{l}\operatorname{arcgch}\left|\frac{1 - B^2sx}{B(s - x)}\right| - \frac{s + x}{l}\operatorname{arcgch}\frac{1 - B^2sx}{B(s + x)} + \right.$$

$$+\frac{2}{Bl}\left[(\arcsin Bl-\arcsin Bs)\sqrt{1-B^2x^2}\right]+$$

$$+\frac{p_{10}l}{\pi}\left[\frac{1}{2}\left(1-\frac{x^2}{l^2}\right)\left(\operatorname{arcgch}\frac{1-B^2lx}{B(l-x)}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\operatorname{arcgch}\frac{1+B^2lx}{B(l+x)}\right)+\frac{x^2}{l^2}\operatorname{arcgch}\frac{1}{Bx}+\frac{1}{B^2l^2}(1-\sqrt{1-B^2l^2})\times\right.$$

$$\left.\times\sqrt{1-B^2x^2}\right].$$

4.4. *Distribuția de presiuni și caracteristicile aerodinamice*

Pentru calculul distribuției de presiuni vom introduce în formula lui C_p expresia $u = [Re\ U]_{(x=y,\,z=0)}$. Vom constata că presiunile de pe extrados vor prezenta un maxim în dreptul poziției nucleului de vîrtej (fig. 6). Distribuțiile de presiuni au fost determinate cu ajutorul calculatorului electronic. Calculînd coeficientul de portanță

$$C_l=\frac{4}{lU_\infty}\int_0^l(u_1+u_{2a})\,dy, \tag{58}$$

vom obține următoarea expresie:

$$C_l=\frac{2q_{10}l}{U_\infty}\left(\arccos\frac{s}{l}-\frac{s}{l}\sqrt{1-\frac{s^2}{l^2}}\right) \tag{59}$$

4.5. *Poziția centrului nucleului de vîrtej*

Parametrul s/l corespunde abscisei s a unui punct care delimitează intervalele de variație a vitezei verticale.

Pentru definirea acestui parametru vom remarca mai întîi că poziția de maxim a distribuției de presiuni coincide cu abscisa $y = c$ a centrului nucleului de vîrtej.

Din calcule se constată că poziția centrului nucleului de vîrtej coincide aproximativ cu punctul în care se anulează viteza verticală pe aripă. În modul acesta putem scrie următoarea relație între s și c:

$$\frac{s}{l}=\frac{1}{4}\left(4\,\frac{c}{l}-1\right). \tag{60}$$

Ținînd seama și de rezultatele experimentale obținute de diverși autori, vom admite pentru poziția nucleului de vîrtej următoarea formulă

$$\frac{c}{l}=\frac{1}{1+1{,}7\sqrt{\alpha}}. \tag{61}$$

Catedra de mecanică și teoria mecanismelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

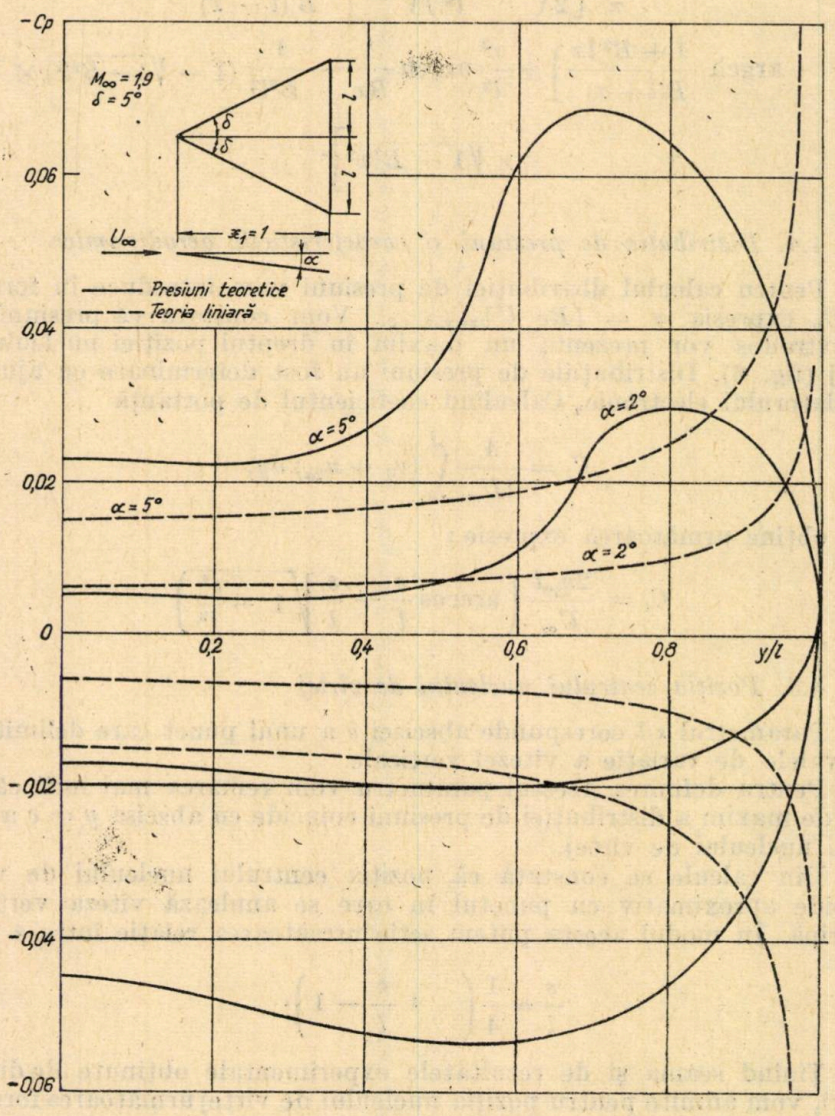

-Cp
$M_\infty = 1{,}9$
$\delta = 5°$
U_∞
$x_1 = 1$
Presiuni teoretice
Teoria liniară
0,06
0,04
0,02
0
-0,02
-0,04
-0,06
0,2
0,4
0,6
0,8
y/l
α = 5°
α = 2°
α = 5°
α = 2°

Fig. 6 a

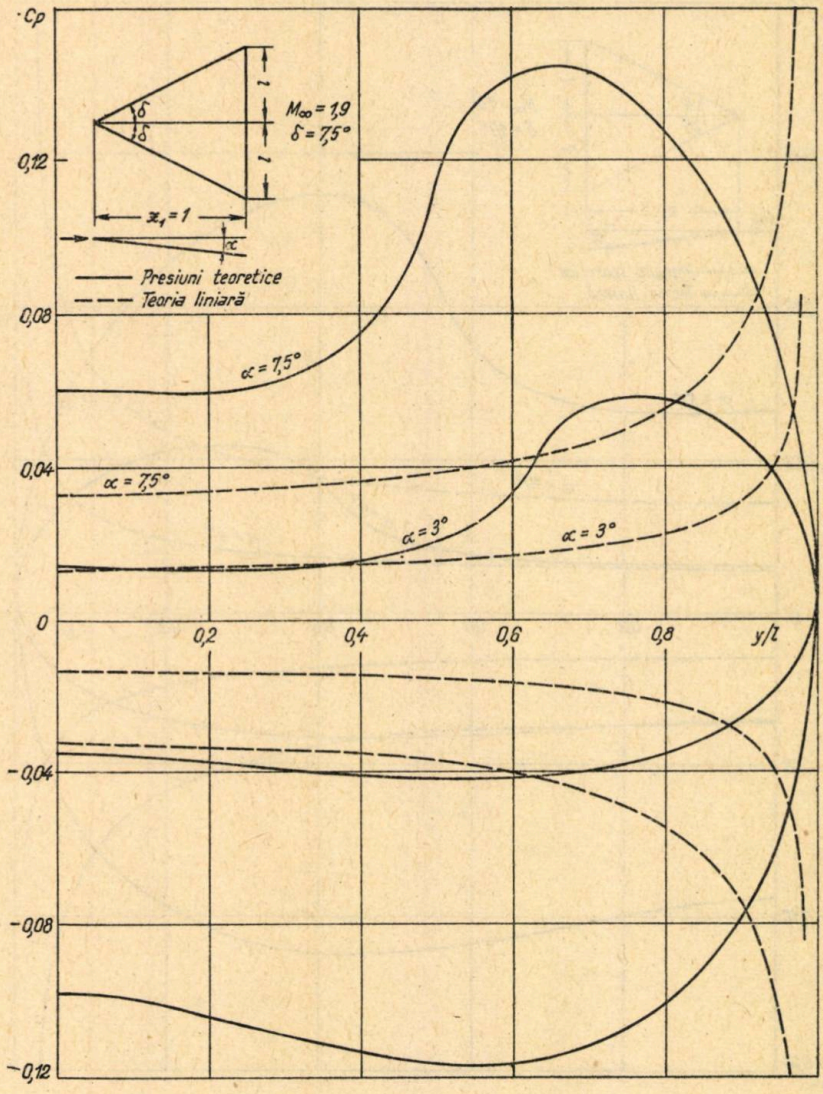

-Cp
0,12
0,08
0,04
0
-0,04
-0,08
-0,12
0,2
0,4
0,6
0,8
y/l
M∞ = 1,9
δ = 7,5°
δ
δ
l
l
x₁ = 1
x
Presiuni teoretice
Teoria liniară
α = 7,5°
α = 7,5°
α = 3°
α = 3°

Fig. 6 b.

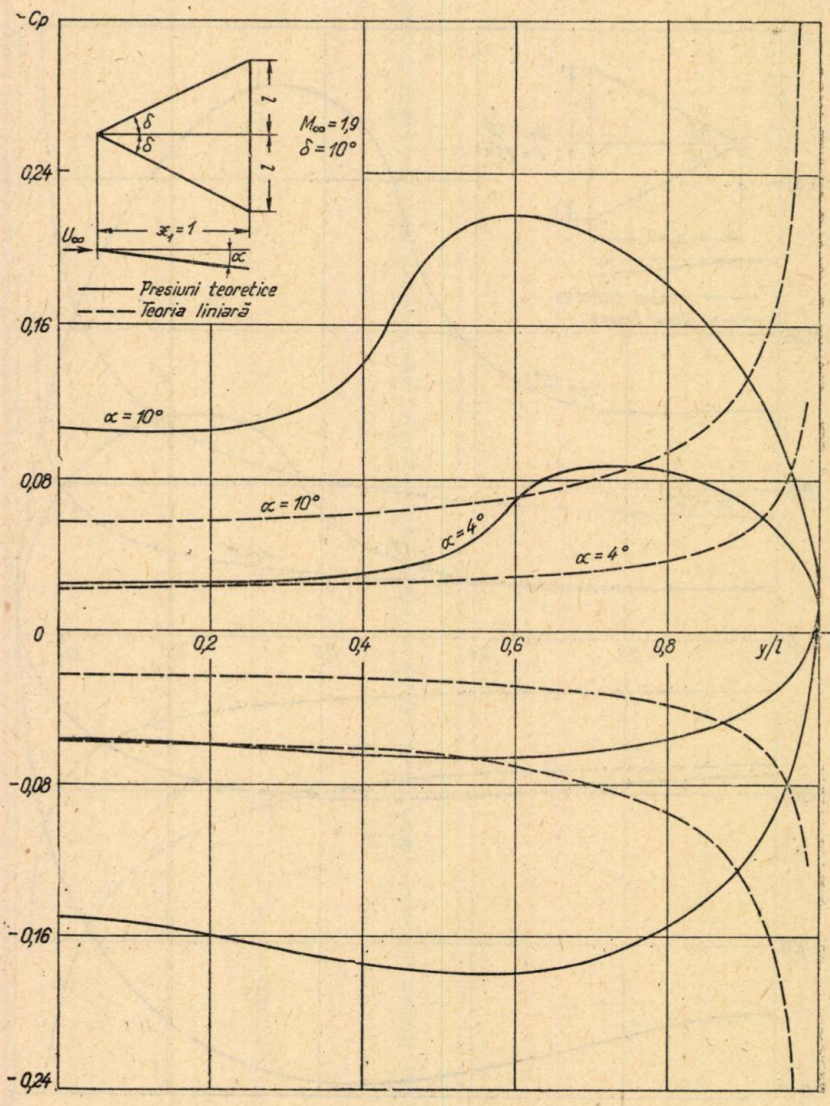

-Cp
0,24
0,16
0,08
0
-0,08
-0,16
-0,24
0,2
0,4
0,6
0,8
y/l
δ
δ
l
l
$M_\infty = 1{,}9$
$\delta = 10°$
U_∞
$x_1 = 1$
α
Presiuni teoretice
Teoria liniară
α = 10°
α = 10°
α = 4°
α = 4°

Fig. 6 c.

BIBLIOGRAFIE

1. *E. Carafoli, Şt. Staicu,* Sur un modèle théoretique concernant l'aile delta mince avec décollement aux bords d'attaque. Journal de Mécanique, vol. 6, no. 2, Juin, 1967, Paris.
2. *E. Carafoli,* Wing Theory in Supersonic Flow, Pergamon Press, London, 1969.
3. *E. Carafoli, Şt. Staicu,* On the Flow Seapration From the Edges of the Antisymmetrical Delta Wing in Supersonic Regime. Aniv. vol. ded. Prof. L. I. Sedov ,,Problems of Hydrodynamics an Continuum Mechanics'', S.I.A.M., pp. 115—136, Philadelphia, Pennsylvania, 1969; izd. ,,Nauka'', 257—272, Moscow, 1969.
4. *Şt. Staicu,* La détermination des caractéristiques aérodynamiques de l'aile cruciform en régime supersonique. Buletin. Inst. Politehn. Bucureşti, nr. 2, 1966.
5. *R. Legendre,* Vortex Sheets Rolling-up along Leading Edges of Delta Wings. Progr. Aeronaut. Sci. 1966, V. 7, p. 7—33.
6. *W. H. Michael,* Flow Studies on Flate — Plate Delta Wings at Supersonic Speed. NACA TN 3472, July, 1955.
7. *L. C. Squire,* The Estimation of the Non — linear Lift of Delta Wings at the Supersonic Speeds, J.R.A.S., aug. 1963, p. 476.
8. *K. W. Manlger, J. H. Smith,* A Theory of the Flow Past a Slender Delta Wing with Leading Edge Separation. Proc. Roy. Soc. May 1959.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 6

C.Z.: 621.3.014.31

NOI PROPRIETĂȚI ALE ARCULUI ELECTRIC DE SUDURĂ SUB INFLUENȚA CÎMPULUI PERTURBATOR ULTRASONOR TRANSVERSAL*

P. SONEA, I. SONEA.

1. Introducere

Problema stabilității arcului electric are întotdeauna două aspecte: stabilitatea ansamblului sistem de alimentare — receptor, denumită pe scurt sursă — arc electric și stabilitatea plasmei, referitoare numai la coloana conductivă a arcului electric. Stabilitatea sursă-arc pentru sudura electrică este bine studiată în literatură, [1] [2] [3] [4] [10] atît sub forma teoretică generală cît și pentru diferite aplicații particulare ale arcului electric. De altă parte, asupra stabilității plasmei există un număr foarte mare de lucrări care studiază efectele diferitelor perturbații introduse în plasmă determinîndu-se mai multe criterii de stabilitate după natura perturbației și a modului său de intervenție [5] [6] [7] [8] [9].

În cele ce urmează se vor arăta unele particularități ale arcului electric tratat cu oscilații acustice evidențiindu-se contribuția tratamentului asupra stabilității.

2. Influența presiunii acustice asupra stabilității plasmei.

În arcul electric tratat cu oscilații acustice se găsesc particule electrizate, particule neutre, cîmp electromagnetic și cîmp acustic. Particulele electrizate sînt antrenate de forțele cîmpului electric și magnetic executînd mișcări combinate, iar cele neelectrizate sînt antrenate de forțele cîmpului acustic.

Cîmpul acustic acționează și asupra particulelor electrizate dar această interacțiune poate fi neglijată pentru particulele de masă mică, comparativ cu acțiunea cîmpului electromagnetic.

Scriind ecuațiile de continuitate pentru purtătorii de sarcină sub forma

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \Delta (n\overline{V}_n) = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \Delta (p\overline{V}_p) = 0 \qquad (1)$$

* Manuscris predat la redacție la data de 29 aprilie 1971.

Aceste relaţii pot trece la forma macroscopică dacă se foloseşte ipoteza simplificatoare că în arcul electric densitatea de sarcină electrică şi densitatea de masă a plasmei este constantă pe toată lungimea coloanei conductive [11]

$$\rho_v = \frac{e\,(n+p)}{V} \tag{2}$$

$$\rho_m = \frac{nm_n + pm_p}{V} \tag{3}$$

unde ρ_v, este densitatea de volum a sarcinei electrice, cu ρ_l sarcină electrică şi v volumul coloanei conductive, iar ρ_m este densitatea de masă a plasmei, cu m_n şi m_p masa purtătorilor.

Vectorul vitezei de antrenare a particulelor electrizate de masă m_n şi m_p are expresia

$$\overline{V} = \frac{V\sum_n^p \rho_{vi} V_i}{V\sum_n^p \rho_m} = \frac{e\,(n\tilde{v}_n + p\tilde{v}_p)}{nm_n + pm_p} \tag{4}$$

iar densitatea macroscopică a curentului prin arc devine

$$\overline{J} = e\,(n\overline{V}_n + p\overline{V}_p) \tag{5}$$

Cu aceste relaţii ecuaţiile macroscopice de continuitate au forma

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \rho_m \overline{V} = 0$$

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \nabla \overline{J} = 0 \tag{6}$$

De altă parte în arcul electric acţionează cîmpul acustic avînd ecuaţia undelor de forma

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + C^2 \nabla^2 \varphi = 0 \tag{7}$$

unde C este viteza de propagare.

Sub acţiunea comună particulele electrizate vor primi un impuls, care corespunzător cu teorema de conservare a impulsului este :

$$nm_n\left(\frac{\partial}{\partial t} + \overline{V}_n\nabla\right)\overline{V}_n = ne\,(\overline{E} + \overline{V}_n \times \overline{B}) - nm_n\nabla\varphi - \nabla\overline{\overline{T}}_n + \overline{S}_{np}$$

$$pm_p\left(\frac{\partial}{\partial t} + \overline{V}_p\nabla\right)V_p = pe\,(\overline{E} + \overline{V}_p \times \overline{B}) - pm_p\nabla\varphi - \nabla\overline{\overline{T}} + \overline{S}_{pn} \tag{8}$$

unde B este intensitatea cîmpului magnetic propriu datorat trecerii curentului prin arc, $\overline{\overline{T}}_n$, $\overline{\overline{T}}_p$, sînt tensorii tensiunilor elastice exercitat de cîmpul acustic și cîmpul electromagnetic, asupra particulelor iar $\overline{S}_{np}$ și $\overline{S}_{pn}$, impulsul primit de particule în urma ciocnirilor.

Rezolvarea acestor ecuații sub forma generală este însoțită de dificultăți mari datorită necunoașterii distribuției particulelor electrizate și neutre, a celor 18 componente ale tensorilor $\overline{\overline{T}}_n$ și $\overline{\overline{T}}_r$, a impulsului rezultat din ciocnirile mixte etc. Problema stabilității coloanei conductive poate fi totuși abordată în ipoteza neutralității ei macroscopice și a izotropiei plasmei, ceea ce conduce la egalitățile [7]

$$\rho_v = 0 \text{ și } \overline{\overline{T}} = \overline{\overline{T}}_i = \begin{Vmatrix} T_{11} & & \\ & T_{22} & \\ & & T_{33} \end{Vmatrix} = \overline{\overline{1}}\,(P_1 + P_2) \tag{9}$$

cu $T_{11} = T_{22} = T_{33} = P_1 + P_2$ unde P_1 este presunea exercitată de cîmpul electromagnetic iar P_2 de cîmpul acustic. Considerînd energia cinetică a particulelor dată de cîmpul electromagnetic W_{ce} și energia cinetică dată de cîmpul acustic W_{ca} cele două presiuni P_1 și P_2 au expresiile

$$\begin{aligned} P_1 &= nkT = \frac{2}{3} nW_{ce} \\ P_2 &= c\sqrt{2\rho_m W_{ca}} \end{aligned} \tag{10}$$

relațiile obținute din legea lui Boltzmann și energia cîmpului acustic dată în funcție de presiunea acustică.

Avînd în vedere că impulsul primit de particule în urma ciocnirilor este egal și de semn contrar rezultă

$$\overline{S}_{np} + \overline{S}_{pn} = 0 \tag{11}$$

Adunînd și scăzînd relațiile (8) se obține

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \overline{V}) + \nabla n m_n \overline{V}_n^2 + \nabla p m_p \overline{V}_p^2 = \overline{J} \times \overline{B} - \nabla (P_1 + P_2) - \rho_m \nabla \varphi \tag{12}$$

În condițiile echilibrului termic și cu neglijarea efectului produs de cîmpul magnetic această relație primește forma

$$\nabla (P_1 + P_2) + \rho_m \nabla \varphi = 0 \tag{13}$$

iar în regim staționar sub acțiunea unui cîmp magnetic intens și cu neglijarea termenului $\rho_m \Delta \varphi$ relația (12) devine

$$\nabla (P_1 + P_2) = \overline{J} \times \overline{B} \tag{14}$$

De aici rezultă că $\nabla(P_1 + P_2)$ este perpendicular atît pe vectorul densităţii de curent cît şi pe vectorul inducţie magnetică $\overline{B}$ deci este orientată radial spre exteriorul plasmei cu simetrie cilindrică.

De altă parte considerînd legea circuitului magnetic în regim cwasistaţionar.

$$\nabla \times \overline{B} = \mu \overline{J} \tag{15}$$

eliminînd pe $\overline{J}$ din ultimile două ecuaţii rezultă condiţia de stabilitate a plasmei arcului tratat cu oscilaţii acustice.

$$\nabla(P_1 + P_2) = \frac{1}{\mu}[(\overline{B}\nabla)\overline{B} - \nabla\overline{B}^2] \tag{16}$$

Avînd în vedere că arcul electric este foarte scurt, cîmpul magnetic poate fi considerat format din linii paralele pentru care $(\overline{B}\nabla)\overline{B} = 0$ se obţine însfîrşit.

$$P_1 + P_2 = \frac{1}{\mu_0} B^2 = 2 W_{0m} \tag{17}$$

unde W_m este densitatea de volum a energiei cîmpului magnetic.

Prin urmare condiţia de stabilitate este ca suma dintre presiunea plasmei şi presiunea cîmpului acustic să fie echilibrată de presiunea cîmpului magnetic. Dacă $P_2 = 0$ se regăseşte condiţia de stabilitate pentru arcul netratat cunoscută în literatură [7].

Folosind relaţiile (10) condiţia de stabilitate devine

$$\frac{2}{3} n W_{ce} + c\sqrt{2\rho_m W_{ca}} \geqslant -2 W_{0m} \tag{18}$$

sau

$$W_{ca} \geqq \frac{2}{c^2 \rho_m}\left(\frac{n}{3} W_{ce} + W_{0m}\right)^2 \tag{19}$$

Din relaţia (17) şi următoarele se observă că prin tratament stabilitatea plasmei creşte, deoarece cîmpul magnetic are valori foarte mari atît pentru arcul clasic cît şi pentru arcul tratat şi tinde să stranguleze coloana conductivă a arcului (fig. 1), ceea ce conduce la modificarea formei cilindrice. Presiunea cîmpului acustic se opune tendinţei de strangulare, adăugîndu-se presiunii plasmei dată de cîmpul electromagnetic. Într-o lucrare anterioară [15] s-a arătat că presiunea acustică conduce la creşterea diametrului coloanei conductive şi aceasta are consecinţe favorabile asupra conducţiei şi asupra tendinţei de strangulare dată de forţele cîmpului magnetic.

De altă parte dacă arcul electric este mai lung decît o jumătate din lungimea de undă a cîmpului acustic, asupra arcului se exercită strangu-

lări la distanţe egale cu $\lambda/2$ creind instabilităţi în plasmă. Fenomenul se explică asimilînd coloana conductivă cu un tub Kundt cu pereţi magnetici. Se ştie că la un astfel de tub particulele se repartizează de-a lungul său în ventre şi noduri corespunzătoare lungimii de undă. De exemplu la frecvenţa de 17,5 KHz şi viteza de propagare în arcul electric egală cu 350 m/s lungimea de undă este

$$\lambda = \frac{350}{17{,}5 \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^{-2}\, m = 2\,\text{cm}$$

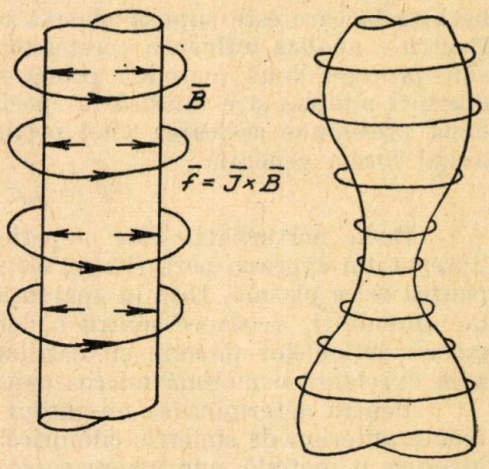


Fig. 1

Deci pe lungimea de 2 cm. se produc trei noduri şi două ventre, sau 3 ventre, şi două noduri corespunzător fazei iniţiale. Dacă arcul electric ar fi lung de 2 cm. s-ar produce două sau trei strangulări în arc, ceea ce înrăutăţeşte stabilitatea plasmei. Dacă însă arcul are lungimea egală cu $\lambda = 0{,}5$ cm (ceea ce este indicat pentru arcul de sudură) în arc nu se produce decît o singură strangulare localizată, fie pe electrod, fie pe piesă.

Dar electrodul este vibrat din partea capătului fix, echivalent cu vibrarea suportului de electrod, iar capătul liber va fi totdeauna într-un ventru al undei, ca urmare strangularea s-ar produce chiar la suprafaţa piesei. Cum piesa este caldă şi are o inerţie termică mai mare decît electrodul, strangularea nu are loc, iar arcul electric arde continuu şi liniştit producînd un zgomot caracteristic. Totodată dispar perturbaţiile întîmplătoare cunoscute la arcul electric ca : pocnituri însoţite de stingerea temporară a arcului, explozii cu metal topit sau zgură, schimbări de direcţie a arcului, etc,

La frecvenţe mari numărul nodurilor şi ventrelor creşte. Astfel la 80 KHz lungimea de undă este egală cu 4,37 mm interval în care se produc două noduri. Deci dacă arcul electric are lungimea egală cu 5 mm, în arc se produc două strangulări înrăutăţind stabilitatea.

Aceste deducţii au o mare importanţă practică constituind argumente în sprijinul folosirii frecvenţelor joase situate la marginea pragului acustic.

La frecvenţele cuprinse în gama frecvenţelor experimentate 10—30 KHz stabilitatea cea mai bună s-a obţinut în gama 17,5—22,5 KHz. Faptele experimentate confirmă deci justeţea folosirii frecvenţelor joase, dar corespunzător raţionamentului anterior ar trebui ca la frecvenţe joase, sub 17,5 KHz stabilitatea trebuie să se îmbunătăţească nu să scadă.

Explicaţia trebuie căutată în creşterea conductivităţii arcului prin pulverizarea particulelor neutre de mare conductivitate, aşa cum se va arăta mai departe.

3. Influența mișcării ondulatorii a coloanei conductive.

Un alt fenomen care de obicei se studiază în cazul stabilității plasmei este mișcarea ondulatorie a axului coloanei. Fenomenul se datorește perturbațiilor la care este supusă plasma cu precădere datorită tratamentului. Pentru a analiza influența acestei mișcări asupra stabilității în literatură sînt propuse două metode : prima se bazează pe folosirea principiului energiei minime și e folosită în special la presiuni mici ale gazului iar a doua presupune aplicarea unei perturbații a plasmei aflate în echilibru avînd forma generală :

$$\dot{p} = p_0 e^{jwt}\, e^{j(n\theta+hz)} \tag{20}$$

Dacă perturbația este neperiodică atunci termenul periodic e^{jwt} lipsește din expresia perturbației iar metoda se poate aplica fără restricții pentru orice plasmă. Deși în aparență metoda este simplă ea este însoțită de dificultăți, deoarece pentru o determinare exactă, trebuie cunoscută masa particulelor precum și distribuția lor după energie și masă, fiind prin excelență o metodă microscopică.

Pentru determinarea mișcărilor ondulatorii ale plasmei, cu ipotezele făcute anterior, de simetrie cilindrică a coloanei conductive, se poate ușor imagina o metodă pur macroscopică.

Astfel plecînd de la faptul cunoscut că presiunea acustică are componente în toate direcțiile, în cadrul acestei expuneri pînă în prezent nu a fost utilizată decît presiunea radială, considerînd că alungirile coloanei conductive ale arcului nu sînt posibile decît o dată cu deplasarea electrodului deci asimilată ca un rigid.

Faptul acesta a fost numai o ipoteză de calcul care a permis determinarea expansiunii coloanei conductive după direcția radială, adică a creșterii în diametru.

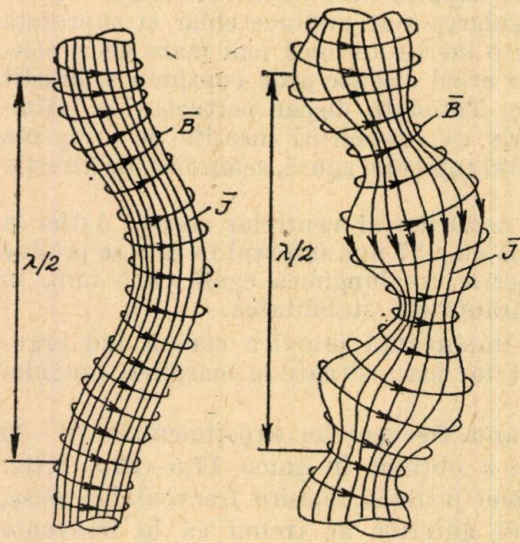


Fig. 2

Independent de faptul că diametrul crește, componenta axială a presiunii acustice produce și expansiuni longitudinale, adică simultan cu creșterea în diametru coloana crește și în lungime. Presupunînd că distanța dintre electrod și piesă este menținută constant alungirea coloanei conductive atrage după sine apariția unor mișcări ondulatorii. În cele ce urmează ne propunem să determinăm creșterea axială a coloanei precum și perioada de oscilație a axului său (fig. 2).

Pentru aceasta se scrie ecuația undelor acustice în coordonate cilindrice.

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=0 \tag{21}$$

unde se reamintește că φ este potențialul vitezelor. Se notează cu R și L raza și înălțimea cilindrului drept. Cu acestea condițiile la limită sînt:

$$z = -h \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0$$
$$r = R \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 \tag{22}$$

Presupunînd că asupra plasmei acționează ca singură forță presiunea acustică și că pentru alungirea coloanei una din suprafețele de bază ale cilindrului este liberă, avem condiția pentru această suprafață sub forma unei unde în direcția z

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + p \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z_2} = 0 \tag{23}$$

unde p este presiunea acustică. Condițiile (22) și (23) sînt îndeplinite cînd φ satisface ecuația lui Laplace $\Delta^2 \varphi = 0$. Soluția ecuației (21) așa cum se procedează pentru acest tip de ecuații se pune sub forma [14]:

$$\varphi = AJn\,(kr) \sin(n\theta) \operatorname{ch} k\,(z + h) \cos mt \tag{24}$$

unde (kr) satisface funcția Besel

$$J'_n\,(kr) = 0 \tag{25}$$

iar n este un număr întreg. Aceasta ultimă ecuație pentru fiecare valoare a lui n admite cîte o rădăcină $k_1^{(n)}, k_2^{(n)}, k_3^{(n)} \ldots$ de aceia relația (24) dă pentru φ ca valori întregi ale lui n, 0 dublă infinitate de termeni:

$$\varphi = \sum \sum_i A_j J_n\,(k_i^{(n)} r) \sin n\theta \operatorname{ch} k_i^{(n)}\,(z + h) \cos m_i^n t \tag{26}$$

Făcînd $n = 0$ avem

$$\varphi = \sum A J_0\,(kr) \operatorname{chk}(z + h) \sin mt \tag{27}$$

Derivînd această expresie în raport cu z, pentru $z = 0$ se obține variația înălțimii coloanei față de înălțimea medie h.

$$\frac{dh}{dt} = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)_{z=0} = \sum kAJ_0\,(kr) \operatorname{sh}(kh) \sin mt \tag{28}$$

Pentru determinarea lui n se foloseşte condiţia (23) cu $z = 0$ şi neglijînd infiniţii mici avem :

$$pk \operatorname{sh}(kh) - m^2 \operatorname{ch}(kh) = 0$$

sau

$$m = \sqrt{pkth(kh)} \tag{29}$$

Înlocuind în (28) rezultă

$$\frac{dh}{dt} = \sum kA J_0(kr) \operatorname{sh}(\mathrm{kh}) \sin t \sqrt{pkth(kh)} \tag{30}$$

Integrînd acum această relaţie în raport cu t se găseşte abaterea înălţimii coloanei conductive.

$$h_1 = -\sum \frac{kA}{\sqrt{pkth(kh)}} J_0(kr) \operatorname{sh}(kh) \tag{31}$$

Înălţimea totală va fi deci

$$h_1 = h - h_1 = h + \sum \frac{kA}{\sqrt{pkth(kh)}} J_0(kr) \operatorname{sh}(kh) \tag{32}$$

Notînd $kh = a$ şi presupunînd că a satisface ecuaţia $J_0'(a) = 0$ perioada oscilaţiei de înălţime a coloanei conductive este :

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{p \frac{h}{a} th(a)}} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{ap} \operatorname{cth} \frac{ah}{R}} \tag{33}$$

Condiţia de stabilitate este ca lungimea de undă a oscilaţiei dată de relaţia (33) să fie mai mare decît dublul lungimii arcului.

$$\lambda = 2\pi c \sqrt{\frac{R}{ap} \operatorname{cth} \frac{ah}{R}} > 2h \tag{34}$$

unde h este lungimea medie a arcului.

Se observă că lungimea de undă a perturbaţiei este proporţională cu viteza de propagare a undei acustice în arc şi mai depinde de grosimea coloanei, de înălţimea ei şi de presiunea acustică. Evaluînd lungimea de undă cu datele problemei, ea depăşeşte cu mult lungimea arcului avînd ordinul de mărime al decimetrilor. Prin urmare oscilaţiile longitudinale, traduse prin şerpuirea axului plasmei nu se pot observa experimental la arcul scurt de sudură şi deci nu influenţează asupra stabilităţii plasmei.

4. Influența conducției arcului asupra stabilității sursă-arc electric.

Avînd în vedere că tratamentul arcului cu oscilații acustice mărește conductivitatea arcului, datorită creșterii diametrului coloanei conductive [16] acest fenomen are ca efect scăderea tensiunii de ardere a arcului (la lungime constantă) și creșterea curentului, adică a deplasării punctului de funcționare pe porțiunea curbei, caracteristicii externe, care este mai stabil la fluctuații de curent și de tensiune.

Astfel urmărind stabilitatea Kauffmann pe caracteristici externe $U = f(I)$ se presupune că s-au trasat două caracteristici statice pentru rezistențele R_1 și R_2 ale arcului electric cu R_1 R_2 (fig. 3) și caracteristici externe a sursei de curent $U = f(I)$.

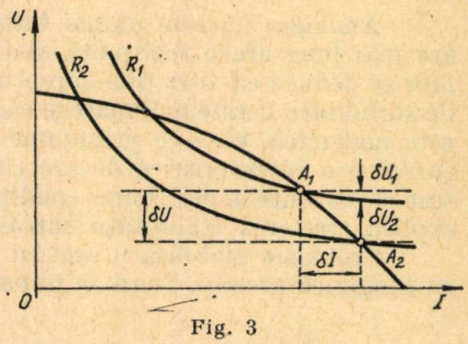


Fig. 3

Funcționarea stabilă a arcului corespunde punctelor A_1 și A_2 de intersecție a caracteristicilor arcului cu caracteristica sursei. Presupunînd variații ale rezistenței suficient de mici astfel, încît variațiile de tensiune să fie proporționale cu rezistențele, trecerea de la arcul netratat la arcul tratat corespunde unei căderi de tensiune dată pe de-o parte de mișcarea rezistenței de la R_1 la R_2, iar pe de altă de creșterea curentului cu δI :

$$\delta U = \delta U_e + \delta U_1 = \left(\frac{\partial U}{\partial R}\right) \delta R + \left(\frac{\partial U}{\partial I}\right) \delta I \tag{35}$$

În regim staționar tensiunea scade însă cu valoarea

$$\delta U = \delta U_s = \left(\frac{\delta U}{\delta I}\right) \delta I \tag{36}$$

Avînd în vedere definiția coeficientului de stabilitate Kauffman [1] [3]

$$k_s = \frac{\partial U}{\partial I} - \frac{\partial U_s}{\partial I} \tag{37}$$

Se obține

$$\left(\frac{\partial U}{\partial R}\right) \delta R = \left(\frac{\partial U_s}{\partial I} - \frac{\partial U}{\partial I}\right) \delta I = - k_s \delta I \tag{38}$$

Notînd $\partial U / \partial R = S$ avem

$$\delta I = - \frac{S}{k_s} \delta R \tag{39}$$

Această relaţie este analogă ca formă cu relaţia de stabilitate dată în funcţie de lungimea arcului [3].

$$\delta I = -\frac{E}{k_s}\,\delta l \tag{40}$$

Analogia nu este numai formală ci şi fenomenologică, deoarece un arc mai lung are o rezistenţă mai mare şi invers. Corespunzător relaţiei (40) se deduce că variaţiile curentului sînt cu atît mai mici cu cît factorul de stabilitate k este mai mare şi căderea de tensiune în raport cu rezistenţa este mai mică, ceea ce presupune o caracteristică cît mai descendentă a sursei şi o caracteristică de arc cît mai dură. Evident că aceste condiţii sînt satisfăcute în mai bune condiţiuni de punctul A_2 decît de A_1, ceeace explică creşterea stabilităţii sursă-arc electric în timpul tratamentului.

Problema stabilităţii arcului tratat poate fi rezolvată prin analogie cu lungimea arcului. Dacă se împart relaţiile (39) şi (40) se obţine

$$\delta R = \frac{E}{S}\,\delta l \tag{41}$$

Această relaţie permite evaluarea stabilităţii arcului electric tratat la variaţii de rezistenţă, cu arcul electric clasic de lungime echivalentă. Pentru ilustrare se va folosi un exemplu luat din experienţe, corespunzător tabelului de mai jos :

Nr. crt.	Marca oţel	⌀mm.	Lungim. medie a arc. mm.	Curent nevibrat A	Curent vibrat A	Tens. nevribrat V	Tens. vibrat V
1.	16 *GS*	3,5	5	450	490	45	40
2.	VST 3	4	5	500	550	45	39

Din tabel rezultă că rezistenţa ohmică globală a arcului electric netratat pentru electrodul cu $\theta = 3{,}5$ mm este $R_1 = 45/450 = 0{,}1$ ohmi, iar după tratament valoarea sa scade la $R_2 = 40/490 = 0{,}083$ ohmi. Deci

$$\delta R = R_1' - R_2 = 0{,}017 \ \text{YΩ}$$

Intensitatea cîmpului electric în arc la o lungime a arcului de 5 mm. este

$$E \approx \frac{45}{5 \cdot 10^{-3}} = 9000 \ \text{V/m}$$

De altă parte

$$S = \frac{\partial U}{\partial R} = \frac{U_1 - U_2}{R_1 - R_2} = \frac{5}{0{,}017} \approx 300$$

De unde $E/s = 30$. Rezultă :

$$\delta l = \frac{\delta R}{\frac{E}{S}} = \frac{0{,}017}{30} \approx 5{,}66 . 10^{-4} \text{m} = 0{,}57 \text{ mm}$$

În aceleaşi condiţiuni pentru electrodul de 4 mm rezultă o mişcare a lungimii cu $\delta l = 0{,}67$ mm. Avînd în vedere neliniaritatea fenomenului valorile δl variază de la un punct la altul, de aceia calculul trebuie însoţit de determinări experimentale cît mai precise.

Problema poate fi pusă şi invers, adică efectuînd determinări asupra arcului tratat, prin variaţia lungimii, se poate determina variaţia rezistenţei arcului. Trebuie însă observat că asupra măsurătorilor influenţează foarte mult caracteristica externă a sursei de curent, de aceia rezultatul nu se poate generaliza la orice tip de electrod, ci trebuie ţinut seama de condiţiile de alimentare.

Relaţia (41) încadrează tratamentul arcului electric în condiţiile de ardere şi stabilitate ale arcului clasic. Particularităţile regimului dinamic precum şi diferitele influenţe exercitate de sistemele de alimentare îşi păstrează în întregime conţinutul şi în cazul arcului electric tratat, de aceia asupra acestor probleme — bine cunoscute în literatură — nu se va insista.

Concluzii

Introducerea în arcul electric a unor oscilaţii acustice echivalează cu introducerea unor perturbaţii periodice. Perturbaţiile tind să dilate coloana atît în direcţia radială cît şi cea longitudinală. Dar cum conducţia nu poate avea loc decît în cazul unei temperaturi suficiente a straturilor cilindrice ale coloanei mai îndepărtate de axă, aceasta solicită de la sursă un aport de energie electromagnetică. Dacă sursa dispune de rezerva necesară de energie atunci coloana conductivă îşi poate mări diametrul, în caz contrar arcul se stinge. La sudarea electrică sursele dispun în general de o rezervă suficientă de putere şi arcul arde stabil.

Din relaţia de stabilitate (19) determinată pentru perturbaţiile radiale se deduce că presiunea acustică acţionează în sens aditiv cu presiunea plasmei, deci energia cîmpului magnetic care echilibrează cele două presiuni trebuie să crească, ceea ce evident are loc odată cu creşterea curentului. Din aceeaşi relaţie se deduce că presiunea cîmpului acustic acţionează ca un termen constant, fiind presupusă prin ipoteză, uniform distribuită în coloana arcului.

Acest mod de a privi lucrurile generalizează relaţia de stabilitate la perturbaţii radiale cunoscută în literatură.

A doua cauză de instabilitate este condiţionată de perturbaţiile longitudinale. Asimilînd o coloană conductivă cu un cilindru de diametru constant, fluctuaţiile de lungime produc mişcări ondulatorii ale axului coloanei.

Printr-o metodă, inspirată din mecanica fluidelor, s-a stabilit lungimea de undă a acestor oscilaţii şi s-a constatat că ea este de cîteva zeci de ori mai mare decît lungimea arcului. Cu alte cuvinte perturbaţiile ondu-

latorii ale axului coloanei conductive, la lungimi mici ale arcului, nu influenţează stabilitatea.

Ştrangulările coloanei conductive sînt determinate de distribuţia particulelor în coloana conductivă. Pentru explicarea acestor ştrangulări coloana cilindrică a fost asimilată cu un tub Kundt, unde se cunoaşte, că se obţine un spectru experimental al cîmpului acustic, cu un număr de noduri şi ventre determinate de lungimea de undă a excitaţiei. De aici se deduce că la frecvenţe mari ale cîmpului, numărul nodurilor şi ventrelor creşte, ceea ce determină o instabilitate de ştrangulare. Dacă frecvenţa excitaţiei este aleasă corespunzător cu lungimea arcului de sudură, în aşa fel ca în arc să nu se formeze nici un nod, atunci stabilitatea la strangulare este asigurată.

Catedra de tehnologia metalelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1 *Kauffman V.* — Electrodinamiche Eingentümlichkeiten leitender Gaze. Ann. d. Phys 4.2. (1900) 158.
2. *Braşovan, M.* — Utilizarea energiei electrice Ed. C.S.T. 1951, I.
3. *Centea, O., Micloşi, V.* — Maşini şi aparate pentru sudarea electrică Bucureşti E.T. 1967, 21—53.
4 *Trubnikov, B. A.* — Phys Fluids Nr. 2. 1962.
5, *Thomson, W. B.* — An Introduction Fo Plasma Physics. Pergamon 1962.
6 *Linhart, I. G.* — Plasma Physics. Amsterdam 1960.
7, *Bădărău, E., Popescu, I.* — Gaze ionizate. Descărcări electrice în gaze. Bucureşti E.T. 1965.
8, *Denise, I. F. Delacroix, I. L.* — Theorie des ondes dans les plasmas CDunod 1961. Paris.
9. *Delacroix, I. L.* — Introduction ă la thêorie des gaz ionisês Paris Dunod 1959.
10. *Frind, G.* — Uber das Abklingen von Lichtbogen 2 angew. 12.311.515. 1960.
11. *Spitzer, L.* — Plys. of Fully Ionised Gases. New—York 956.
12. *Tayler, R. I.* — Proc. Phys. Soc. B. 31.70. (1957).
13. *Trubnikov, B. A.* — Phys. Fluids Nr. 2. 1962.
14. *Grax, A., Mathews, G. B.* — A Treatise on Bessel Funcţions and Their Application Fo Physics. Mc. Millan London 1952.
15. *Sonea, P., Sonea, I.* — Bul I.P.B. Tom XXIX. 1967.
16. *Sonea, P.* — Asupra conducţiei arcului electric de sudură tratat cu oscilaţii acustice. Comunicare I.P.B. 1969.
17. *Sonea, P.* — Stabilitatea arcului electric de sudură tratat cu oscilaţii acustice — Comunicare ses. ştiinţifică I.P.B — 1970.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 6

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIILOR DE MAȘINI

C.Z.; 621

ACCURACY OF ELECTROCHEMICAL BORING OF LONG HOLES*

I. GAVRILAȘ, GEORGETA CUCULEANU

The electrochemical precision processing of metals is recently of a considerable interest especially for high-grade steels (high-alloyed, heat-resisting, stainless steels, etc.), as well as for cast-iron and non-ferrous materials due to its high technical and economical indices.

The machines and equipments for electrochemical processing are in a continuous development and improvement, fact allowing to realize a varied range of precision processings : turning, boring, grinding, honing, a.s.o. Thus, many of the conventional processing works may be replaced by the electrochemical processing when the economical and technical factors indicate the profitableness of this proceduse. In some cases, processing when the economical and technical factors indicate the profitableness of this proceduse. In some cases, processing through thismethod is the only one that may be applied (part small rigidity, burrs, etc.).

The electrochemical precision processing is of a special interest, especially due to the fact that worked up parts are of a high accuracy class as regards size, shape, reciprocal position and the worked up sufaces are above grade, roughness reaching values R of about 0.5 to 0.8 μm.

The processing accuracy and the output greatly depende on the manner processing is realized, i.e. if the part surface is wholly or successively approached by the tool-electrode, on the surface generating kinetics, on the electric working duty, on the speed and kind of electrolyte, etc.

The long hole ($1/d > 5$) processing meets with diffeiculties in obtaining a higher accuaracy especially when the diameter diminishes and the length increases. Processing becomes more difficult and expensive when the material to be worked up has a high hardness and abrasive working or special boring is required.

The practice of electrochemical processing of long holes ($1/d > 30$ to 40 mm) especially for final machining operations has proved to be the best and most efficient method. Thus, for boring holes of a $25 + 0{,}5$ mm dia. (Fig. 1) and lengths within 500 and 1500 mm în steels that are more difficult to be worked up through cutting, a series of 3 or 4 remmers are necessary and the working conditions are difficult, thus leading to a high consumption of tools without constantly ensuring the required

* Manuscript received 23 november 1971.

roughness R = 1.6 to 0.8 μm. This is due both to the material and the tools which are quite frequently being broken, their removal resulting in the occurence of scratches which compromise the processed surface and the part is rejected.

The experiments carried out in the laboratory of the machine building technology of the Buchraest Polytechnic Institute forthe electrochemical hole boring have required a 15 to 20 times snorter time, the technical regulations being observed withou tany need of specialized equipments.

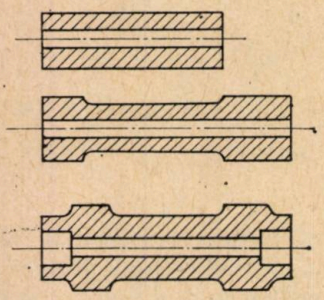


Fig. 1. — Types of electrochemically reamed pieces.

The electrochemical boring of long holes has been carried out for two different situations :

— Drilling through and then electrochemical boring.

— Drilling and boring through cutting and then electrochemical boring.

In othh cases the same roughness R_a = = 0.5 to 0.8 μm has been obtained and a batter processing accuracy, the electrochemical boring being much more economical.

2. *Use of the tool-electrode*

The processing accuracy and roughness of the electrochemically worked up sur face greatly depend on the kinetics and accuracy of the tool-electrode or of the part which may be a combination of elementary motion or bouth parts may stand still.

In the first case the tool-electrode is made of copper with the required accuracy and is longer than the hole length. It is inserted into the hole, the concentricity and clearance between part and tool-electrode (Fig. 2) being ensured for the forced circulation of the electrolyte. In this case the toll may be fixed or a rotative motion may be provided.

The processing accuracy and surface roughness are higher when the tool-electrode or part is rotating with 15 to 30 r.p.m. It results that

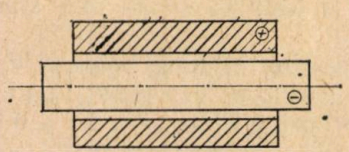


Fig. 2. — The electrode-tool positioning within the piece.

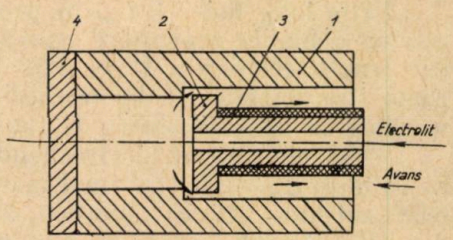


Fig. 3. — The diagram of electro-tool reaming with small ares attack.

the device and equipments used are of a greater complexity and more expensive than in the case the part and the tool-electrode are fixed. In both cases, powerful current sources are necessary to ensure a density

of about 0.5 to 50 A/cm² with respect to the machining allowance and working clearance size.

The hole boring may be also realized in case the tool-electrode has a small area of surface approach (Fig. 3), but it is necessary to ensure the part or tool-electrode axial feed, or a combination between the feed strainght-line motion and the circular motion, a shape accuracy and a better roughness being thus obtained.

In this case lower current sources may be used, but with high current density per unit of area, the processing output being, however, smaller. With the tool-electrode with small approach area it is advisable that the electrolyte is following through its inner side.

Within the experiments in the laboratory of the machine building technology the long hole boring has been carried out with the fixed tool-electrode, the whole surface being subjected to processing, fact that required no specialized equipment. Thus, after the part drilling operation through cutting, the tool-electrode has been installed in a concentric position to the part (Fig. 4) by the intermedium of the electrolyte inlet and outlet pressure chambers, the optimal clearance (0.1 to 0.5) mm) and the necessary tightness being ensured. The tool-electrode insulation has been also ensured at the same time with the tightness and with the same gaskets, fact that is no rising difficult problems.

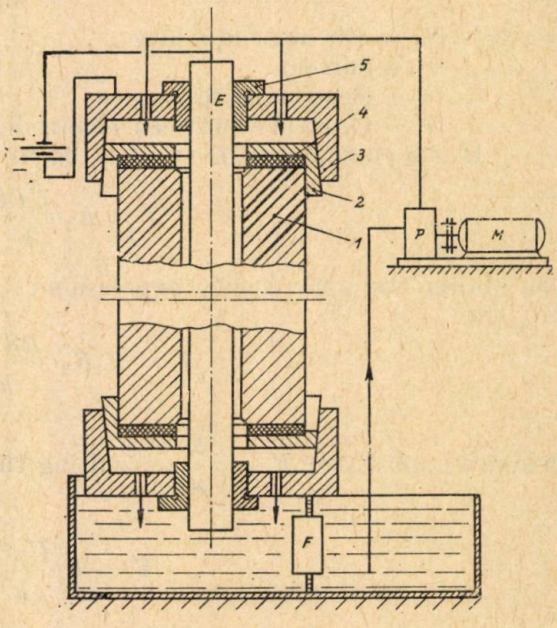


Fig. 4. — Principle equipment for long holes reaming:

The EG-350 home-production welding generato rhas been used as a current source which may supply a current of 350 to 400 A for a voltage of 40 V. With such types of generators the voltage is not kept constant, decreasing as the current increases (Fig. 5). The voltage drop at electrochemical boring has varied within 3.5 and 7 V. Hence, the absolute velocity of the ions which are shifting (the anions towards the anode plate and the cations towards the cathode) will have small values. With a clearance of 0.15 mm and an electrolyte of a 10 % NaCl strengh there results from calculus /1/ that the necessary time forthe farthest ions to reach the electrode will be:

$$t = \frac{h}{V} = \frac{0.15}{1.57} = 0.09 \text{ seconds}$$

where : h is the clearance between tool and part (mm)
V — the absolute velocity of the ions (mm/s).

There results that a very long time is necessary gor the farthest ions to cover the clearance. This would mean that a small number of ions will answer the reaction, but the electrolyte forced circulation ensures a great number of ions within the working space, out of which some of them will ot react.

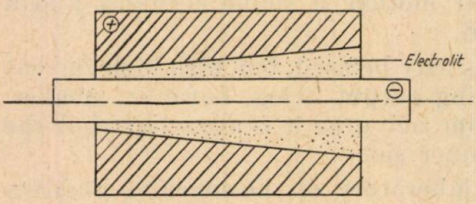


Fig. 5. — Circular rougehnss and shape error in fixed electrode-tool reaming.

The ion velocity also varies with the electrolyte concentration (1) expressed by the relation.

$$V = K_1 \frac{U}{h}. \tag{2}$$

By substituting the U value from relation (2), there results the following expression

$$V = K_1 \frac{IR}{h} \tag{3}$$

where : K_1 is the ions mobility
I — current
R — electrolyte resistance
h — clearance between electrodes (mm).

If the current „I" is substituted in relation (3) by the relation (4)

$$I = K_2 \frac{UCS}{h} \tag{4}$$

we obtain the ion velocity expression :

$$V = K_1 K_2 \frac{RSUC}{h^2} \tag{5}$$

where we substitute $R = \rho \frac{h}{S}$; rezulting the following expression

$$V = K \frac{U \rho C}{h} \tag{6}$$

where : S is the working area (sq.mm)
U — voltage
C — electrolyte concentration
ρ — resistivity.

Assuming h, c and S as constant, there results that is also constant for a certain electrolyte. Thus, the velocity may be expresised by :

$$V = CU. \tag{7}$$

Simultaneously with the voltage increase, the increase of the ion velocity and of the metal dissolution rate, respectively, are also taking place.

In case long holes are electrochemically bored, the quantity of dissolved material results from the relation

$$m = \rho_0 V \tag{8}$$

where: ρ_0 is the specific density of the metal
v — the volume of dissolved metal.
The volume may be determined by the expression:

$$v = l\,(R^2 - R_0^2) \tag{9}$$

where:
l is the bore length (mm)
R_f — the bore final radius (mm)
R_0 — the bore initial radius (mm).
Thus, the removed metal weight is:

$$m = \pi \rho_0\,(R_0^f - {}_0^2R). \tag{10}$$

If the weight resulting from the expression (10) will be identified with the weight determined by the Faraday's law, we obtain the following expression:

$$\pi \rho_0 l\,(R_f^2 - R_0^2) = KIt. \tag{11}$$

In the expression (11) we replace the value of I in the relation (4), where $h = R_f - r$, r being the tool electrode radius

$$\pi \rho_0 l\,(R_f^2 - R_0^2) = K.K_2 \frac{SUC}{R_f - r} t \tag{12}$$

resulting:

$$R^3{}_f - R^2{}_f r - R_f R_0^2 + R_0^2 r = K.K_2 \frac{SUC}{\pi \rho_0 l} t. \tag{13}$$

To determine the disolving rate on the bore surface we differentiate the relation (13) with respect to time, taking into account that $R_f = R_f\,(t)$ and we obtain the expression:

$$3R_f^2 \frac{d_{Rt}}{dt} - 2R_f\, r \frac{d_{Rt}}{dt} - R_0^2 \frac{d_{Rt}}{dt} = K.K_2 \frac{SUC}{\pi \rho_0 l} \tag{14}$$

$$\frac{d_{Rt}}{dt}\,(3R_f^2 - 2Rr - R_0^2) = K.K_2 \frac{SUC}{\pi \rho_0 l}. \tag{15}$$

Thus, from the expression (15) we obtain the dissolving rate :

$$\frac{d_{R_f}}{dt} = V_{diz} = \frac{K.K_2\, SUC}{\pi \rho_0 1\,(3R_f^2 - 2R_f\, r - R^2{}_0)} \tag{16}$$

We note that the dissolving rate hyperbolically varies with R_f.

By computing the dissolving rates for various values of bore radii the values shown in Table 1 have resulted.

Table 1

Crt. No.	Initial radius, R_0 in mm.	Final radius, R_f in mm	Dissolving speed, V_{dis} in mm/s.
1	10.1	10.3	0.000 336
2		10.5	0.000 322
3		10.7	0.000 313
4		10.9	0.000 298
5		11.1	0.000 288
6		11.3	0.000 276

As a result of the increase of the clearance between electrons, a reduction of the dissolving rate and of the output respectively, takes place.

This is the reason whit is advisable that the tooling allowances for electrochemical bore, as well as the gap between electrodes are as small as possible.

A phenomenon which was made evident is that the shape accuracy is loat with boring, the bored surface becoming especially conical (Fig. 5), the conicity being more marked as the part is longer. This is due to the electrolyte impurification along the working length, the phenomenon being the more marked the greater is the working electric duty, as the electrolyte impurification increases in terms of the quantity of anode dissolved metal.

With a view to avoid conicity when boring long holes it is necessary to increase the clearance between tool-electrode and part, so that the electrolyte contamination is not affecting the processing accuracy. But the clearance increase results in the output reduction and this is why the size of long holes should be of 0.15 to 0.8 mm. If the machining allowance for the electrochemical boring after drilling is of 0.5 to 1.5 mm and during boring the tool-electrode size remains constant, the time for the ions to answer to reaction is even longer. Thus, the hole section varies depending on the anode dissolution velocity :

$$S_g = \frac{\pi}{4}(D_g^2 - d_f^2) \text{ in mm}^2 \tag{1}$$

where : D_g is the hole diameter (mm)
d_g — the tool diameter (mm).

In this case there results that a continuous increase of the working clearance and a reduction of the electrolyte flowing velocity takes place. The variation of the flowing velocity is dependent on the hole diameter increase and may be determined from the following relation:

$$Q_{\text{inlet}} = Q_{\text{outlet}} \tag{17}$$

$$Q_{\text{outlet}} = A_g\, V = \frac{\pi}{4}(D_g^2 - d_s^2)\, V. \tag{18}$$

The velocity magnitutde results from the relation (18) as follows:

$$V = \frac{4Q}{\pi (D_g^2 - d_s^2)} = \frac{4Q}{\pi d_s^2 - \frac{D_g^2}{d_s^2} - 1} \tag{19}$$

If we note in relation (19)

$$\frac{4Q}{\pi d_s^2} = c = \text{const.} \quad \text{and} \quad \frac{D_g}{d_s} = x$$

there results

$$V = \frac{v}{x^2 - 1}. \tag{20}$$

The equation (20) represents a hyperbola (fig. 6) whence we may notice that the electrolyte velocity within the working clearance depends on the *Dg/ds* ratio.

The carried out experiments and calculations have shown that for an increase of the clearance $h = 0.45$ mm a reduction of 45 m/min of the velocity has resulted.

This implies the reduction of the number of ions answering the reaction and consequently the dissolution velocity and the amount of removed material, respectively, are reduced.

There results that in such a situation the flow would have to bealso variable with respect to the clearance section increase, such a solution being hawever more difficult and expensive. In this case more efficient would be to use some tool-electrodes of a more special construction,

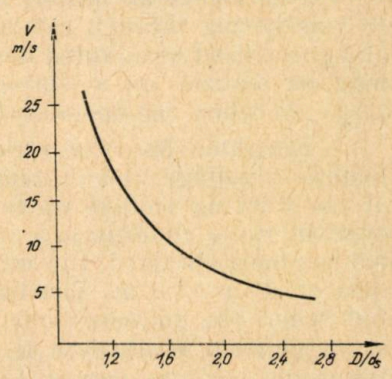


Fig. 6. — Electrolyte rate variation in the processing recess function of Dg/ds ratio variation.

provided with radial slits (Fig. 7) on the whole working length, the electrolyte flowing inside and receiving a slight rotative motion. This solution allows the use of a minimum clearance and the same electrolyte purity on the jet direction, the ion velocity increasing so that the reaction velocity and output and accuracy, respectively, are increasing also.

3. *Test data*

The use of the EG-350 welding generators for long hole boring has prooved to be efficient and economic, as no special plant is required and such a direct current source is at hand with any enterprise. The voltage variation, which is one of the generator features, has been directly con-

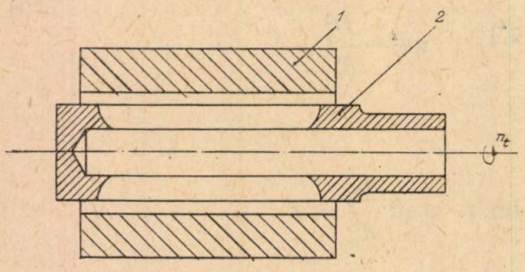


Fig. 7. — Radial slots electode-tool for long holes reaming.

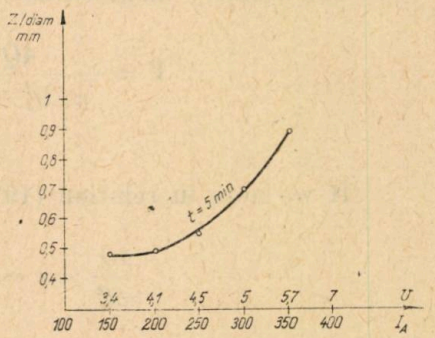


Fig. 8. Fixed electrode-tool reaming equipment.

nected to the current variation, fact that resulted in the variation of the current density on the unit area being also of $j = 0.52-4.5$ A/sq.cm, which is enough for the boring operation. The increase if the hole diameter (amonut of dissolved material) (Fig. 8) depends on the current variation and working voltage. From the diagram in Fig. 9 we may notice that within a 5-minute interval the hole diameter has increased with about 0.4 mm, and after 10 minutes the diameter has increased with about 1 mm.

This means an output increase of about 10—15 times with respect to hole boring through cutting without any consumtion or wear of tools and specialized or adapted devices for such a processing operation. Boring may be realized on a simple device, which is of a cheap construction (Fig. 10) when the tool-electrode or the parts are not in motion.

Roughnes has also varied depending on the electric working parameters — voltage and current (Fig. 10). The current increase and that of the working voltage up to 7 V results in the roughness increase, but even in these conditions a roughness on axial direction of $R = 0.8$ to 0.5 has been obtained, the surface being previously worked up to a roughness of $R = 12.5$ m. The boundary roughness has been also improved, but when the tool-electrode is inadequately centred or on account of a nonuniform electrolyte flowing in the working clearance, a loss of the shape accuracy occurs (Fig. 11 a and b). Stress should be laid on this shape error which is the more marked the paregr is the clearance between electrodes.

This is the reson why, when the size and shape accuracy is high, a rotative motion is ensured for the part or tool-electrode the rigorous centring being thus no moer required and the shape errors being much diminished due to the relative motion between the two electrodes. Generally, a better roughness has been also obtained on the processed surface

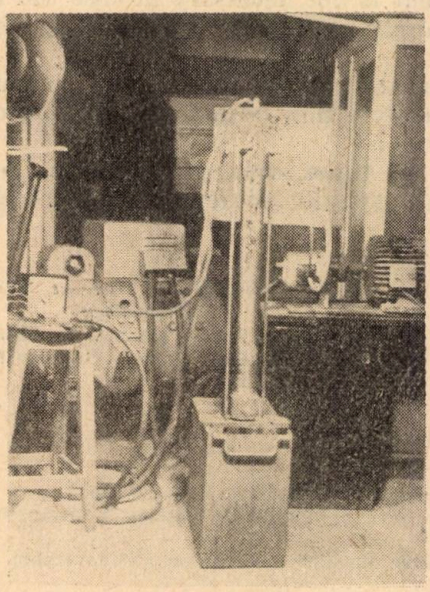


Fig. 9. — The reamed hole diameter increses functino of welding generator electric working condition.

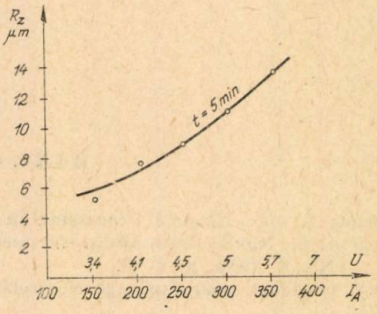
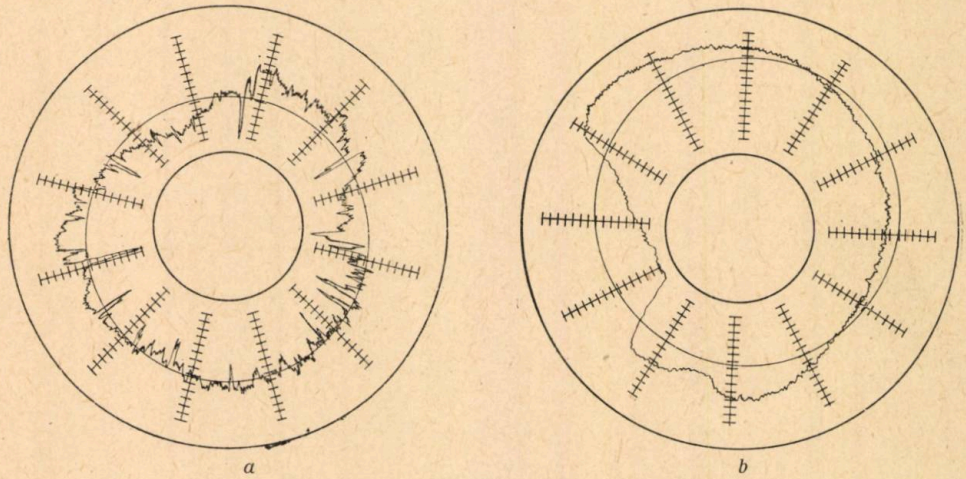


Fig. 10. — Roughness variation (R_a) function of the electric processing rate.

outline as the electrolyte flowing through the electrode clarance is more favourable to the anodic dissolving process.



a *b*

Fig. 11. — Reamed pieces profilogram measured by Talyroud: a — after turning; b — after the electrochemical reaming.

To conclude, it results that the electrochemical boring of long holes may be realized with high technical and economic indices when observing the following conditions:

— the use of welding generators as source of energy ensuring the current density required for finishing operations at a variable voltage:

— the use of a special equipment is not necessary in case the tool-electrode is fixed, fact allowing to apply easily the method in any shop or plant;

— a high size and shape accuracy as well as a good roughness ($R = 0.5$ m) is obtained of the electrolyte flow within the working clearance is even andi wth high velocities;

— output may increase 5 to 15 times copared with the boring through cutting even with steels that are not difficult to be processed through cutting.

Laboratory of the Machine Building Technology
Polytechnical Institut „Gheorghe Gheorghiu Dej" Bucharest

BIBLIOGRAPHY

1. *Gavrilaş I. a.o.*, Electric Processing in Machine Building, Ed. Tehnică, 1968.
2. *Levşit A. L.*, Novîie fizico-himiceskie metodi rozmernli obrabotkie metalov in Maşinostroitel No. 6, 1965, p. 6—7.
3. * * * Outillage pour l'usinage électrochimique. Machine Moderne nr. 728/novembre 1969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 6

METALURGIE

C.Z. 669.782

METODA PENTRU DETERMINAREA COEFICIENȚILOR DE INTERDIFUZIE ÎN SILUMINURI PRIN ANALIZA FOTOCOLORIMETRICĂ A SILICIULUI *

MARIA PETRESCU

În studiul difuziei în topituri metalice metodele care au fost aplicate în cea mai mare măsură sînt metodele evaluării transportului macroscopic de masă, efectuat în condiții stricte de difuzie cu evitarea transportului convectiv. În practică, pentru topituri metalice se urmărește difuzia în coloane capilare, varianta capilar-rezervor (1) fiind cea mai larg utilizată. Această metodă de efectuare a difuziei am aplicat-o în prezenta lucrare, aparatura utilizată și detaliile experimentale fiind cele pe care le-am descris în lucrări anterioare (2, 3).

Aprecierea cantitativă a transportului difuziv în metoda capilar-rezervor poate fi făcută prin marcarea elementului difuzant cu un izotop radioactiv sau stabil al său, urmată de măsurători de radioactivitate sau de analize prin spectroscopie de masă a probelor de difuzie. În studiile de autodifuzie această marcare cu trasori este indispensabilă. În studiile de interdifuzie (difuzie cu gradient de concentrație) rămîne aplicabilă marcarea cu trasori, dar devine posibilă de asemenea folosirea metodelor chimice și fizico-chimice de analiză a probelor de difuzie.

Condițiile care se cer analizei chimice pentru determinarea coeficienților de difuzie în topituri metalice sînt foarte pretențioase. Metodele de analiză chimică sau fizico-chimică a probelor de difuzie nu pot fi însă evitata atunci cînd elementele studiate nu posedă izotopi radioactivi sau stabili care să poată fi utilizați ca trasori. Astfel în cazul aliajelor Al—Si studiate de noi aluminiul nu poate fi marcat, el fiind format dintr-un singur izotop stabil și avînd izotopi radioactivi cu un timp de înjumătățire mult prea scurt.

Aliajele Al—Si în care am urmărit fenomenul de interdifuzie cuprind gama de concentrații de la 11% la 14,5% gr. Si, corespunzînd aliajelor de tipul siluminurilor eutectice, aliaje de turnătorie mult folosite în practică.

Utilizarea largă a siluminurilor și problemele specifice ale cristalizării lor justifică importanța cunoașterii coeficienților de difuzie în topitură pentru tratarea teoretică a procesului de solidificare (4).

* Manuscris predat redacției la data de 6 iunie 1971.

Precizia care se cere metodei de analiză este impusă de relaţia matematică din care rezultă coeficientul de difuzie:

$$\frac{C_f - C_\infty}{C_i - C_\infty} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp\left[-(2n+1)^2 \frac{\pi^2}{4} \frac{Dt}{l^2} \right] \qquad (1)$$

Cuplul de difuzie utilizat în metoda aplicată este format dintr-o coloană de aliaj topit, de dimensiuni capilare, deschisă la un capăt şi cufundată într-un rezervor de aliaj lichid, între baie şi capilar existînd o diferenţă iniţială de concentraţie.

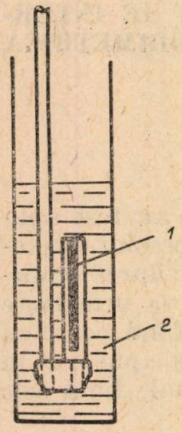


Fig. 1. — Cuplul de difuzie în metoda capilar-rezervor:
1 — coloana capilară de aliaj lichid
2 — aliajul lichid din rezervor.

Difuzia la interfaţa capilar-baie duce la modificarea compoziţiei capilarului de la concentraţia iniţială C_i la concentraţia finală C_f, în timp ce compoziţia băii, datorită masei sale mari se consideră ca rămînînd practic neschimbată (C_∞). De acest raport de compoziţii, coeficientul de interdifuzie D este legat prin intermediul unei ecuaţii formate dintr-o serie de exponenţiale, coeficientul D figurînd la exponentul fiecărui termen împreună cu timpul de difuzie şi cu lungimea capilarului l (ec.1). Ecuaţia este rezultată din integrarea celei de a doua legi a lui Fick în condiţiile experienţei. În ce priveşte concentraţiile din ec. 1, din punct de vedere al determinării analitice ar fi convenabile diferenţe mari în cuplul de difuzie, întrucît ar permite limite mai puţin strînse ale erorilor în dozare. Dar pentrucă coeficientul de difuzie variază cu concentraţia şi acest fapt nu este luat în considerare la integrarea ecuaţiei de difuzie, diferenţa de concentraţie în cuplul de difuzie (C_i şi C_∞) trebuie să fie cît mai mică. Trebuie ţinut seama că după difuzie diferenţa în cuplul de difuzie ($C_f - C_\infty$) este şi mai mică. Precizia necesară determinării coeficientului de difuzie impune menţinerea la minimum posibil a erorilor metodei analizei- întrucît legătura de tip exponenţial între concentraţii şi coeficientul de difuzie (ec. 1) face ca influenţa erorilor analitice asupra preciziei determinării coeficientului de difuzie să fie considerabilă.

Cantitatea de material disponibil pentru analiză în cazul capilarului este limitată la greutatea acestuia, care în cazul aliajelor Al—Si studiate nu depăşea 40 mg. O altă caracteristică a materialului de analizat din capilar era neuniformitatea distribuţiei componenţilor, atît ca urmare a procesului de difuzie care creează un gradient de concentraţie pe lungimea capilarului cît şi ca urmare a procesului de solidificare care duce la o structură metalografică neomogenă constînd din cristale de siliciuîntr-o masă de soluţie solidă bogată în aluminiu. În cazul aliajelor nemodificate gradul de dispersie al fazelor era grob în special în condiţii de solidificare lentă. Această circumstanţă ne-a făcut să ne orientăm spre o metodă bazată pe aducerea în soluţie a probei, renunţînd la metodele eventual mai comode de analiză fizico-chimică directă a probei solide. Cîteva încercări de analiză prin spectroscopie de emisie şi de spectroscopie a razelor X cu o microsondă electronică ne-au convins de inaplicabilitatea

analizei probei solide, datorită neomogenității sale. Ne-am orientat spre o metodă bazată pe analiza siliciului prin spectroscopie de absorbție a soluției rezultate din dizolvarea aliajului din capilar, într-o variantă caracterizată printr-o bună precizie.

În literatură sînt indicate numeroase metode de dozare fotocolorimetrică a siliciului, bazate pe măsurarea absorbanței fie a complexului silico-molibdenic galben, fie a produșilor de reducere ai acestuia de culoare albastră. Am ales o metodă cu complex silico-molibdenic galben din cauza preciziei mai bune, nefiind necesar să recurgem la reducerea complexului, pentru mărirea sensibilității, întrucît cantitatea de circa 4 mg Si/probă se situa deasupra limitei de sensibilitate a metodelor „galbene" (5). Deoarece dezvoltarea complexului silico-molibdenic Si $(Mo_2O_7)H_8$ puțin stabil este puternic dependentă de pH-ul soluției, de timp și de natura reactivilor prezenți, am luat în considerare concluziile formulate de Lacroix și Labalade (6) care au studiat minuțios influența acestor factori. Prin respectarea riguroasă a condițiilor limită pentru acești factori, precizia metodei de dozare fotocolorimetrică a siliciului în aliaje de aluminiu poate atinge valori de 1%.

Descrierea metodei și rezultate

Întrucît aliajele studiate erau preparate din componenți de înaltă puritate, obținuți prin topire zonară, nu se punea problema interferenței unor terțe elemente în cursul analizei, în componența soluțiilor-etalon urmînd să intre doar ionii de siliciu și ionii de aluminiu.

La aducerea în soluție a componenților etaloanelor am folosit o metodă mai simplă decît cele indicate în literatură. Astfel pentru obținerea soluției de silicat de sodiu necesară în acest scop, în literatură se indică de obicei topirea bioxidului de siliciu calcinat (5). Pentru a elimina incovenientele topirii s-a recurs uneori la atacul la rece al bioxidului de siliciu cu acid fluorhidric (5—8); în cursul analizei e însă necesar în acest caz să se complexeze cu acid boric ionii fluorhidrici introduși. S-a mai recurs de asemenea (9) la simpla dizolvare a silicatului de sodiu, $Na_2SiO_3 \cdot 9H_2O$; în acest caz însă titrul soluției trebuie stabilit prin dozarea gravimetrică a siliciului.

Pornind de la faptul că reacția de dizolvare în alcalii a siliciului elementar este cantitativă și se petrece rapid (11) și întrucît în prezent dispunem de siliciu de excepțională puritate întrebuințat în tehnologia semiconductorilor, noi am obținut soluția etalon de silicat de sodiu prin dizolvarea siliciului în soluție de hidroxid de sodiu 25% în creuzet de nichel. După diluare, soluția avea un titru de 0,125 g Si/l și o alcalinitate de 0,5% NaOH, care asigura un pH bazic suficient (11) pentru a împiedica precipitarea silicei coloidale, ce nu reacționează pentru a forma complexul colorat. Soluția era păstrată în recipient de plastic și utilizată pentru ridicarea curbei de etalonare în primele 24 de ore de la preparare, evitîndu-se astfel riscurile de modificare a titrului. Cantități de la 0 la 14 cmc din soluția standard de silicat de sodiu erau introduse în balon de 100 cmc., obținînd astfel etaloane care acopereau domeniul pînă la 1,750 mg Si/100 cmc soluție, domeniu de concentrații în care se încadrau toate soluțiile rezultate din dizolvarea capilarelor.

Ionii de aluminiu au fost introduşi în soluţiile etalon sub forma unei soluţii de aluminat de sodiu obţinută prin dizolvarea aluminiului (purificat prin topire zonară) într-o soluţie de hidroxid de sodiu 40%. Soluţia standard de aluminiu avea după diluare un titru de 3,7 g Al/l şi o alcalinitate de 9,5% NaOH şi era păstrată de asemenea în recipient de plastic. Introducerea unei cantităţi de 3 cmc soluţie standard de aluminat de sodiu în probele etalon asigură un raport Al/Si apropiat de cel existent în probele capilare de analizat.

Probele capilare de analizat erau dizolvate în creuzet de nichel în cîte 2,5 cmc NaOH 32%. Soluţia rezultată era adusă la semn în balon de 100 cmc cu soluţie de NaOH 0,3% şi din ea se preleva cîte o cotă parte de 25 cmc ce era trecută în balon de 100 cmc; se pregăteau astfel cîte două soluţii de fotometrat pentru fiecare probă, şi o soluţie „în alb".

În continuare, tratamentul soluţiilor-etalon sintetice era identic cu cel al probelor de analizat.

Studiul menţionat al lui Lacroix (6) a arătat că la măsurarea absorbanţei în fascicul cu lungimea de undă de aproximativ 440 mμ la un fotocolorimetru cu ecrane, intensitatea maximă a culorii complexului se obţine la un pH = 1,5 — 1,6 după 15 minute de la introducerea în soluţie a molibdatului de amoniu şi rămîne constantă timp de o oră; pentru valori ale pH-ului exterioare acestui interval intensitatea culorii variază continuu în timp. Pentru a obţine valori reproductibile am executat măsurătorile fotometrice la 20 de minute după introducerea reactivului, pH-ul soluţiei fiind de 1,6. Ca metodă comodă de fixare precisă a pH-ului la valoarea dorită am folosit-o pe cea indicată de Lacroix (6). Pentru aceasta, soluţiile alcaline (fie cele rezultate din dizolvarea probelor, fie amestecurile sintetice-etalon) erau acidulate cu H_2SO_4 0,5 N pînă în momentul precipitării hidroxidului de aluminiu care se petrecea la pH = 4,6; o cantitate suplimentară fixă de 18 cmc H_2SO_4 0,5 N era apoi necesară pentru a aduce pH-ul soluţiei la valoarea 1,6. După adăugarea reactivului de culoare (5 cmc soluţie (NH_4) 6Mo $O_{24} \cdot 4\ H_2O$ 10%, proaspăt preparată (aducerea la semn a soluţiilor de fotometrat se făcea cu o soluţie de H_2SO_4 de pH = 1,6 (0,039 N). S-a folosit o cantitate de reactiv în exces pentru dezvoltarea complexului silico-molibdenic, raportul Mo/Si depăşind cu mult limita inferioară de 12/1 recomandată (11).

Fotometrarea s-a făcut în cuve de cuarţ de d = 2 cm; s-a lucrat la un spectrofotometru fotoelectric înregistrator UNICAM. În cuva de comparaţie s-a introdus proba în „alb" constînd dintr-o soluţie identică cu cea de măsurat dar căreia nu i s-a adăugat molibdat de amoniu pentru formarea complexului colorat.

În privinţa lungimii de undă incidente, în literatură sînt indicate o varietate de valori din domeniul vizibil şi ultraviolet (9). Acest lucru este legat de caracteristicile spectrului de absorbţie al acidului silico-molibdenic a cărui absorbanţă (11, 12) creşte continuu între 500 şi 305 mμ. Abia în intervalul 305—275 mμ absorbanţa rămîne relativ constantă (13) ceea ce a dus la dezvoltarea unor procedee analitice bazate pe spectroscopia de absorbţie în ultraviolet pentru acidul silico-molibdenic (9).

În prezenta lucrare am efectuat determinări în lumină vizibilă monocromatică de lungimi de undă situate în domeniul spectral pentru care a fost stabilită valoarea optimă a pH-ului utilizat şi anume în veci-

nătatea valorii 440 mμ. Ridicînd experimental curba de calibrare la două lungimi de undă ușor diferite (fig. 2) se observă că, pentru domeniul de concentrații studiat, lungimea de undă $\lambda = 427{,}5$ mμ este mai convenabilă, întrucît precizia crește ca urmare a creșterii pantei curbei de calibrare, iar absorbanțele înregistrate utilizează întreg domeniul optim (14) de lucru (0,02—1,2). Am efectuat deci măsurătorile fotometrice la lungimea de undă $\lambda = 427{,}5$ mμ. În figura 3 sînt prezentate o serie de înregistrări spectrofotometrice ale absorbanțelor soluțiilor rezultate din dizolvarea probelor capilare de difuzie, pregătite după metoda descrisă, și fotometrate la lungimea de undă $\lambda = 427{,}5$ mμ. Se observă că absorbanțele celor două soluții (notate prim și secund), prelevate din soluția rezultată din dizolvarea aceleiași probe de difuzie, sînt practic identice (diferențele sînt mai mici de 0,005 unități), ceea ce dovedește o bună reproductibilitate a procedeului analitic stabilit.

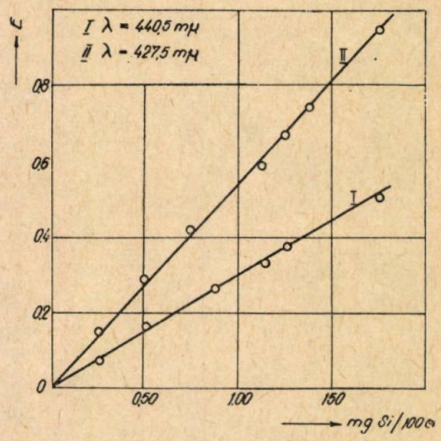


Fig. 2. — Curbe de calibrare obținute experimental în condițiile de lucru propuse.

Reproductibilitatea determinării conținutului de siliciu în probe de difuzie independente, repetate la aceeași temperatură, este ilustrată în tabelul 1.

Tabelul 1

Temp. de difuzie °C	C_0 %Si	C_i % Si	G mg	absorbanța soluției	mg Si/100 cmc soluție	mgSi/probă	C_f % Si	C_f med. % Si	ε %
825	14,50		36,80	0,653	1,1906	4,762	12,94		
	14,50	11,00	33,40	0,581	1,0534	4,214	12,62	12,80±0,094	0,74
	14,50	11,00	36,10	0,637	1,1601	4,640	12,85		
725	14,50	11,00	37,60	0,650	1,1848	4,739	12,60		
	14,50	11,00	40,40	0,698	1,2763	5,105	12,64	12,66±0,045	0,36
	14,50	11,00	36,40	0,637	1,1601	4,640	12,75		
700	14,50	11,00	22,70	0,396	0,7009	2,804	12,35		
	14,50	11,00	37,80	0,652	1,1887	4,775	12,58	12,48±0,068	0,55
	14,50	11,00	36,90	0,634	1,1544	4,617	12,51		
680	14,50	11,00	35,05	0,603	1,0953	4,381	12,50		
	14,50	11,00	27,05	0,470	0,8419	3,368	12,45	12,47±0,025	0,21
620	14,50	11,00	38,40	0,650	1,1848	4,739	12,34		
	12,88	11,00	37,10	0,598	1,0858	4,343	11,71	12,02±0,315	2,62
592	14,50	11,00	36,85	0,605	1,0991	4,396	11,93		
	12,88	11,00	34,84	0,564	1,0210	4,084	11,72	11,82±0,105	0,89

Eroarea relativă este în aproape toate cazurile mai mică de 1%. În condiţiile compoziţiilor cuplului de difuzie utilizat ($C - C = 3{,}5\%$ Si), această eroare în determinarea siliciului în probele de difuzie conduce

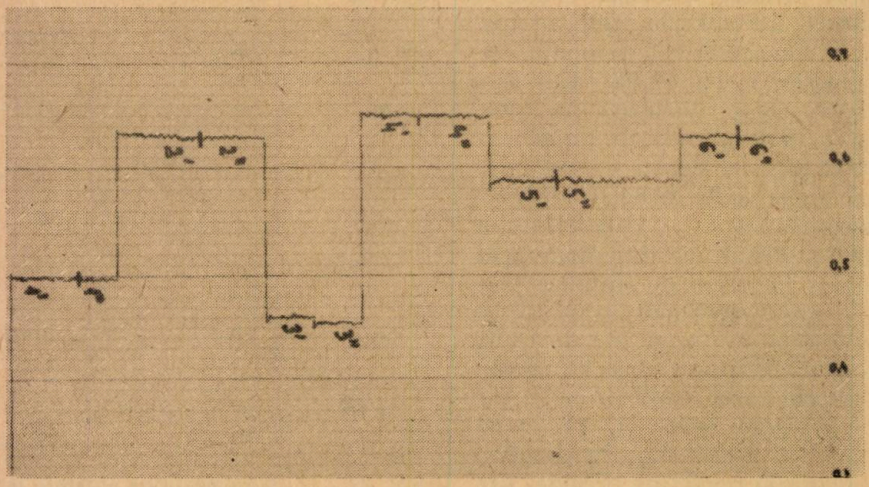


Fig. 3. — Înregistrări spectrofotometrice ale absorbanţei soluţiilor rezultate din dizolvarea probelor de difuzie.

la o eroare în determinarea coeficientului de difuzie — conform ecuaţiei (1) — de ordinul 10%. Această valoare a erorii introduse este de aceeaşi mărime cu erorile care se introduc în metodele bazate pe utilizarea atomilor marcaţi, şi se situează spre limita inferioară a erorilor previzibile (15) la determinările de coeficienţi de difuzie în metale şi aliaje lichide.

Catedra de metalurgie fizică şi studiul metalelor şi semiconductorilor.
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu — Dej" Bucureşti,

BIBLIOGRAFIE

1. *J. S. Anderson, K. Saddintgon*, J. Chem. Soc. 381S (1949).
2. *M. Petrescu*, Rev. Roum. Sciences Techniques, série de Métallurgie, *14*, 17 (1969).
3. *M. Petrescu*, Zeitschrift für Metallkunde *61*, 14 (1970).
4. *M. G. Day, A. Hellawell*, Proc. Roy. Soc., *305 A*, 473 (1968).
5. *G. Charlot, R. Gauguin*, Dosages colorimétriques ; Paris—Masson, 1952.
6. *S. Lacroix, M. Labalade*, Anal. Chim. Acta, *3*, 383 (1949).
7. *D. Tung-Whei Chow, R. J. Robinson*, Anal. Chem., *25*, 646 (1953).
8. *R. Willardson*, Compound Semiconductors, Reinhold publ., New York, 1962, p. 130.
9. *M. A. De Sesa, L. B. Roegrs*, Anal. Chem., *26*, 1278 (1954).
10. *P. Pascal*, Traité de Chimie Minérale, Paris—Masson 1932, vol. 5, Nouveanu Traité de Chimie Minérale, Paris—Masson, 1956—1960, vol. 8.
11. *M. Armand, J. Berthaux*, Anal. Chim. Acta, *5*, 380 (1951).
12. *A. B. Carlson, C. E. Banks*, Anal. Chem., *24*, 472 (1952).
13. *J. P. H. Strickland*, J. Amer. Chem. Soc., *74*, 862, 868, 872 (1952).
14. *D. Bîrcă-Gălăţeanu*, ş.a., Introducere în spectroscopie experimentală, Bucureşti, ed. Tehnică, 1966, p. 238.
15. *J. Gerlach, F. Heisterkamp, H. J. Kleist* şi *K. Mager*, Metall 1272 (1966).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
Tomul XXXIV — 1972 Numărul 6

TRANSPORTURI

C.Z.: 621.436

FUNCȚIONAREA ÎN COMUN A MOTORULUI DIESEL CU TRANSFORMATORUL HIDRAULIC ȘI VEHICULULUI DE CALE FERATĂ *

AL. POPA, GH. NICHITA, ST. TREGUBLEAC

1. Generalități

Caracteristicile de tracțiune ale vehiculelor cu motoare Diesel și transmisie hidraulică sînt determinate de caracteristicile de funcționare în comun a motorului cu transmisia.

Caracteristicile motorului Diesel sînt reprezentate prin curbele $M_d(n)$; $P_d(n)$ și $\eta_e(n)$ la diversegrade de i njecție q = constant, unde:

M_d = cuplul motorului Diesel (kgfm)
P_d = puterea motorului diesel (CP)
η_e = randamentul efectiv
q = gradul de injecție
n = turația motorului Diesel (rot/min).

Transmisia hidraulică este formată în general din elemente hidraulice și mecanice. Caracteristicile acesteia sînt determinate de regulă de elementele hidraulice. Elementele mecanice realizează legătura între motor și transmisie, între elementele transmisiei și între transmisie și osiile motoare. Foarte frecvent elementele hidraulice ale transmisiilor folosite pe locomotive sînt transformatoare hidraulice simple sau complexe.

Caracteristicile exterioare ale transformatoarelor hidraulice sînt reprezentate prin curbele $M_1(n_2)$; $M_2(n_2)$ și $\eta_h(n_2)$ la diferite turații $n_1 = ct$ unde:

M_1 — cuplul pompei (kgfm)
M_2 — cuplul turbinei (kgfm)
n_1 — turația pompei (rot/min)
n_2 — turația turbinei (rot/min)
η_h — randamentul transformatorului hidraulic.

Calitățile transformatoarelor hidraulice sînt determinate și de caracteristicile adimensionale ale acestora reprezentate prin funcțiile $\Lambda_p(i_n)$, $\Lambda_T(i_n)$, $K_M(i_n)$ unde:

Λ_p, Λ_T = coeficienții de cuplu ai pompei respectiv turbinei transformatorului hidraulic

* Manuscris predat redacției la data de 6 august 1971.

$K_M = \frac{M_2}{M_1}$ = raportul de transformare al cuplurilor de către transformatorul hidraulic

$i_n = \frac{n_2}{n_1}$ = raportul de transformare al turaţiilor.

Prin studiul funcţionării în comun, se pot stabili condiţiile reale de funcţionare a grupului motor Diesel-transformator hidraulic, precum şi condiţiile ce trebuiesc îndeplinite pentru ca funcţionarea în comun să se realizeze în condiţii optime. Condiţiile optime de funcţionare în comun sînt îndeplinite numai atunci cînd la toate regimurile de funcţionare, motorul diesel funcţionează după caracteristica de economicitate maximă iar transformatorul funcţionează cu un randament cît mai apropiat de valoarea maximă a acestuia.

Caracteristicile de funcţionare în comun a grupului motor diesel-transformator hidraulic permit aprecierea vehiculului de cale ferată din punct de vedere al proprietăţilor de: tracţiune, accelerare, consum de combustibil, amortizarea şocurilor şi oscilaţiilor şi din punct de vedere termic.

2. Caracteristicile de funcţionare în comun a grupului motor diesel—transformator hidraulic—vehicul de cale ferată

Pentru determinarea caracteristicilor de funcţionare în comun, grupul motor diesel-transformator hidraulic şi vehicul de cale ferată se va reduce în cazul cel mai simplu la un sistem dublu format din 2 mase cu momentele de inerţie I_1 şi I_2 — reduse la arborii pompă şi turbină şi asupra cărora acţionează cuplul motor M_m şi cuplul rezistent M_r. Schema acestui sistem este reprezentată în figura 1.

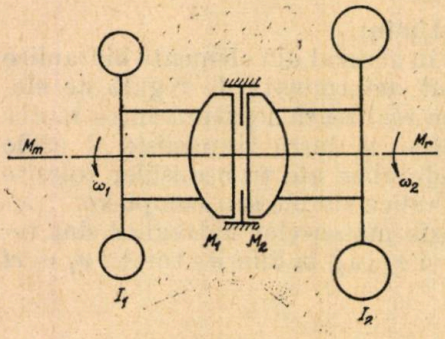


Fig. 1

Dacă se neglijează elasticitatea axelor, ecuaţiile de mişcare ale acestui sistem sînt:

$$M_m - I_1 \frac{d\omega_1}{dt} = M_1 \qquad (1)$$

$$M_2 = M_r + I_2 \frac{d\omega_2}{dt}$$

unde:

ω_1, ω_2 = vitezele unghiulare ale pompei şi turbinei.

La transformatorul hidraulic între cuplurile M_1 şi M_2 există relaţia:

$$M_2 = K_M \cdot M_1. \qquad (2)$$

Cuplul motorului diesel variază puţin cu turaţia la acelaşi grad de injecţie. În fig. (2) sînt reprezentate caracteristicile de funcţionare în comun a unui motor diesel cu diferite grade de injecţie (motorul fiind

prevăzut cu regulator de turaţie pentru 2 regimuri) şi transformator hidraulic, iar în fig. (3) sînt reprezentate caracteristicile de funcţionare în comun a unui motor diesel cu regulator cu mai multe regimuri de turaţii (utilizat frecvent pe locomotivele diesel hidraulice) împreună cu transformator hidraulic.

Cuplul pompei în funcţie de turaţie $M_1\,(n_1)$ se reprezintă la transformatoarele opace printr-o singură curbă, iniferent de raportul de transfor-

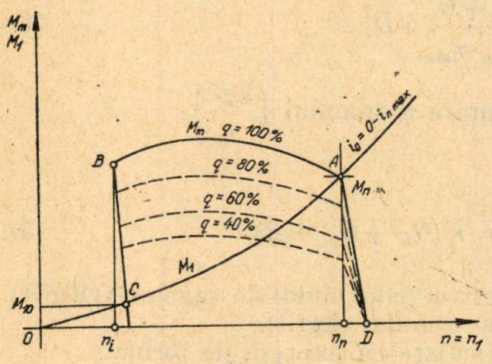


Fig. 2a

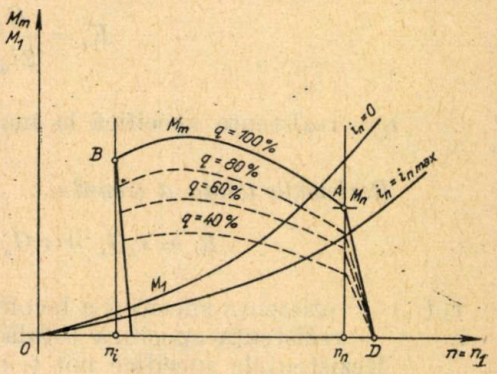


Fig. 2b

mare al turaţiilor $i_n = \dfrac{n_2}{n_1}$; (fig. 2a şi 3a) iar la transformatoarele transparente printr-un fascicul de curbe (cîte o curbă pentru fiecare raport de transformare) (fig. 2b şi 3b) Caracteristicile $M_1\,(n_1)$ pentru cazul cînp $n = n_1$ sînt reprezentate în fig. 2 şi fig. 3.

Punctele de intersecţie dintre caracteristicile de cuplu ale motorului diesel şi transformatorului hidraulic sînt puncte de funcţionare în comun, corespunzătoare diferitelor regimuri de funcţionare a grupului motor diesel transformator hidraulic.

Cuplul rezistent M_r este determinat de forţele rezistente ce se opun deplasării vehiculului motor şi vehiculelor remorcate de acesta şi este dat de expresia :

$$M_r = \frac{R_t D_r}{2 \cdot i_{mec} \cdot \eta_{mec}} = \frac{r_t\,(G_L + G_v)\,D_r}{2 \cdot i_{mec} \cdot \eta_{mec}} =$$

$$= K_t \cdot r_t\ (\text{kgfm}) \qquad (3)$$

R_t = rezistenţa totală la înaintare a trenului (kgf)

D_r = diametrul roţilor motoare ale locomotivei (m)

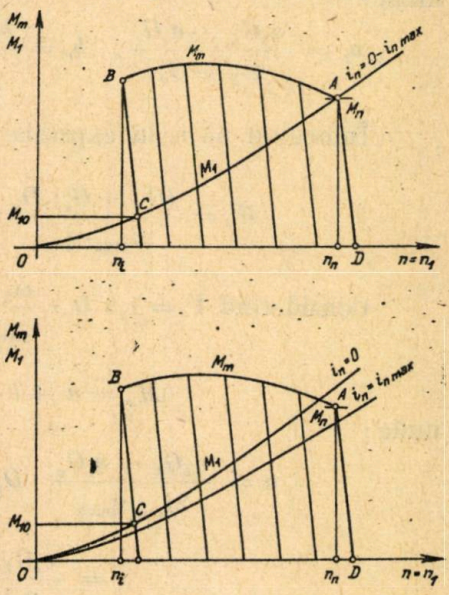


Fig. 3

$i_{mec} = \frac{n_2}{n_0}$ = raportul de transmitere mecanic (de la turbina transformatorului hidraulic la roţile locomotivei

n_0 = turaţia roţilor locomotivei (rot/min)

η_{mec} = randamentul mecanic

G_L, (G_v) = greutatea locomotivei (convoiul de vagoane) (tf)

$$K_t = \frac{G_L + G_v}{2 i_{mec} \cdot \eta_{mec}} \cdot D_r \tag{4}$$

r_t = rezistenţa specifică la înaintare a trenului $\left(\frac{kgf}{t}\right)$.

Rezistenţa totală a trenului :

$$R_t = r_L G_L + r_v G_v = r_t (G_L + G_v) \text{ (kgf)} \tag{5}$$

$r_L (r_v)$ = rezistenţa specifică a locomotivei (convoiului de vagoane) (Kgf/t)

r_t = rezistenţa specifică totală a trenului (kgf/t).

Rezistenţele specifice pot fi calculate cu expresii de forma :

$$r_L = a_L + b_L V + C_L V^2 \quad \text{(kgf/t)} \tag{6}$$

$$r_v = a_v + b_v V + c_v V^2 \quad \text{,,} \tag{7}$$

$$r_t = a_t + b_t V + c_t V^2 \quad \text{,,} \tag{8}$$

unde

$a_L, b_L, c_L, a_v, b_v, v_v, a_t, b_t, c_t$ = coeficienţi constanţi.

unde :

$$a_t = \frac{a_L G_L + a_v G_v}{G_L + G_v}; \quad b_t = \frac{b_L G_L + b_L G_L}{G_L + G_v}; \quad c_t = \frac{c_L G_L + C_v G_v}{G_L + G_v};$$

Înlocuind pe r_t în expresia cuplului rezistent se obţine :

$$M_r = \frac{(G_L + G_v) D_r}{2 i_{mec} \cdot \eta_{mec}} (a_t + b_t V + c_t V^2) \text{ (Kgfm)}. \tag{9}$$

Considerînd $V = 1{,}8\, D_r \cdot \frac{\omega_2}{i_{mec}}$; (km/h) rezultă :

$$M_r = a + b \cdot \omega_2 + c\omega_2^2 \text{ (kgfm)} \tag{10}$$

unde :

$$a = \frac{a_L G_L + a_v G_v}{2 i_{mec}\, \eta_{mec}} \cdot D_r; \quad b = \frac{b_L G_L + b_v G_v}{2 i_{mec}^2\, \eta_{mec}} 1{,}8\, D_r^2;$$

$$c = \frac{c_L G_L + c_v G_v}{2 i_{mec}^3\, \eta_{mec}} 1{,}8^2\, D_r^3;$$

Momentul de inerție redus la arborele turbinei

Se poate calcula pornind de la egalitatea energiilor cinetice a maselor trenului aflate în mișcare de translație și rotație:

$$\frac{I_2 \cdot \omega_2^2}{2} = \frac{G_L \cdot V^2}{2g} + \frac{Z_{0L} \cdot I_{0L} \cdot \omega_{0L}^2}{2} + \frac{G_v V^2}{2g} + \frac{z_{0v} I_{0v} \omega_{0v}^2}{2} + \sum_1^n \frac{I_{xi} \omega_{xi}^2}{2}$$

de unde:

$$I_2 = \frac{G_L}{g} \frac{D_{0L}^2}{4} \frac{1}{i_{\text{mec}L}^2} + \frac{G_v D_{0v}^2}{g \cdot 4} \frac{1}{i_{\text{mec}v}^2} + \frac{z_{0L} I_{0L}}{i_{\text{mec}L}^2} + \frac{z_{0v} I_{0v}}{i_{\text{mec}V}^2} + \sum_1^n \frac{I_{xi}}{i_{xi}^2} \quad (11)$$

D_{0L} (D_{0v}) — diametrul roților locomotivei, respectiv a vagoanelor, în m
I_{0L} (I_{0v}) — momentul de inerție al osiei locomotivei, respectiv a vagonului, în kgfms^2

$$i_{\text{mec}L} = \frac{\omega^2}{\omega_{0L}}; \quad i_{\text{mec}V} = \frac{\omega_2}{\omega_{0v}}; \quad i_{xi} = \frac{\omega_2}{\omega_{xi}};$$

unde:
ω_2 = viteza unghiulară a turbinei transformatorului hidraulic (s^{-2})
ω_{0L} (ω_{0v}) = viteza unghiulară a roților locomotivei vagonului (s^{-2})
ω_{xi} = viteza unghiulară a unei mase în mișcare de rotație (s^{-2}).

Rezolvarea sistemului (1) se va face pentru diferitele etape de funcționare ale motorului diesel și transformatorul hidraulic și vehiculul de cale ferată.

Pentru simplificarea studiului se presupune că:

— variația gradului de injecție al motorului diesel de la mersul în gol la mersul pe caracteristica exterioară (sau o caracteristică parțială oarecare) are loc instantaneu;

— transformatorul este opac sau are un grad de transparență neînsemnat (cazul transformatoarelor de pe transmisiile TH_1, TH_2);

— transformatorul funcționează cu umplere constantă.

Etapele de funcționare sînt următoarele:

Etapa I

În această etapă $M_2 < M_r$.

Ea se caracterizează prin mișcarea accelerată a motorului diesel în timp ce vehiculul stă pe loc (adică ω_1 = variabil; $\omega_2 = 0$).

Sistemul de ecuații (1) se va reduce la ecuația:

$$M_m - I_1 \frac{d\omega_1}{dt} = M_1. \quad (12)$$

La același i_n (în cazul nostru $i_n = 0$) se poate scrie:

$$M_1 = \frac{M_n}{\omega_{1n^2}} \cdot \omega_1^2 \quad (13)$$

unde :

M_n — cuplul nominal al motorului diesel (kgfm) ;

ω_{1n} — viteza unghiulară nominală a motorului diesel.

Întrucît la injecţie constantă cuplul motor variază puţin cu turaţia, se poate considera la injecţia nominală pentru orice turaţie a motorului diesel că :

$$M_m \simeq M_n. \tag{14}$$

Înlocuind expresiile (4) şi (5) în (3) se obţine :

$$M_n - I_1 \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{M_n}{\omega_{1n}^2} \cdot \omega_1^2 \tag{15}$$

Integrînd ecuaţia (6) şi ţinînd seamă că la $t = 0$; $\omega_1 = \omega_{1i}$ rezultă :

a) *Viteza unghiulară a motorului diesel* :

$$\omega_1 = \omega_{1n} \frac{e^{rt} - C}{e^{rt} + C} \tag{16}$$

unde :

t = timpul (s)

$$r = \frac{2M_n}{I_1 \cdot \omega_{1n}}$$

$$C = \frac{\omega_{1n} - \omega_{1i}}{\omega_{1n} + \omega_{1i}} = \text{constantă}$$

ω_{1i} = viteza unghiulară inferioară a motorului diesel (s^{-1}).

b) *Acceleraţia unghiulară a motorului diesel*

$$\frac{d\omega_1}{dt} = 2C \cdot \omega_{1n} \frac{e^{rt}}{[e^{rt} + C]^2} (s^{-2}) \tag{17}$$

c) *Cuplul preluat de pompa transformatorului hidraulic*

$$M_1 = \frac{M_n}{\omega_{1n}^2} \cdot \omega_1^2 = M_n \left[\frac{e^{rt} - C}{e^{rt} + C}\right]^2 \tag{18}$$

d) *Durata etapei I-a*

Are loc pînă cînd turaţia motorului diesel devine egală cu n_{1d} la care vehiculul demarează. Începînd de la turaţia n_{1d}, cuplul turbinei este mai mare decît cuplul rezistent —

Durata etapei I-a (t_1) rezultă din egalitatea:

$$\omega_{1d} = \omega_{1n} \frac{e^{rt_1} - C}{e^{rt_1} + C} \tag{19}$$

de unde:

$$t_1 = A_1 \frac{I_1 \cdot \omega_{1n}}{M_n} (s) \tag{20}$$

unde:

$$A_1 = \frac{1}{2} \ln C \frac{\omega_{1n} + \omega_{1d}}{\omega_{1n} - \omega_{1d}}.$$

Etapa II

În această etapă $M_2 > M_r$ și vehiculul pornește. Atît motorul diesel cît și vehiculul au o mișcare accelerată (ω_1 = variabil; ω_2 = variabil).

Rezolvarea sistemului (1) pe cale analitică este dificilă deoarece coeficientul de transformare al cuplului $K_M(\omega_1, \omega_2, t)$ are o formă neliniară. Se poate utiliza metoda grafo-analitică, numai dacă se cunoaște caracteristica $K_M(\omega_1, \omega_2, t)$ și $\omega_1(\omega_2)$. Sistemul (1) se poate scrie sub forma:

$$M_m - I_1 \frac{d\omega_1}{d\omega_2} \cdot \frac{d\omega_2}{dt} = M_1 \tag{21}$$

$$K_M M_1 = M_r + I_2 \frac{d\omega_2}{dt} = M_2.$$

Rezolvînd sistemul se obține:

$$K_M M_m - K_M \cdot I_1 \frac{d\omega_1}{d\omega_2} \frac{d\omega_2}{dt} = M_r + I_2 \frac{d\omega_2}{dt} = M_2.$$

De unde rezultă:

a) *Accelerația arborelui condus* (proporțională cu accelerația vehiculului).

$$\frac{d\omega_2}{dt} = \frac{K_M M_m - M_r}{\delta_\omega} \sim a = \frac{dv}{dt} \tag{22}$$

unde:

$$\delta_\omega = I_2 + K_M I_1 \frac{d\omega_1}{d\omega_2} = \text{coeficient de masă.}$$

La transformatoarele opace $\frac{d\omega_1}{d\omega_2} = 0$ (respectiv accelerația arborelui condus nu depinde de accelerația arborelui conducător).

La transformatoarele transparente $d\omega_1/d\omega_2 \neq 0$ (respectiv accelerația arborelui condus depinde de accelerația arborelui conducător).

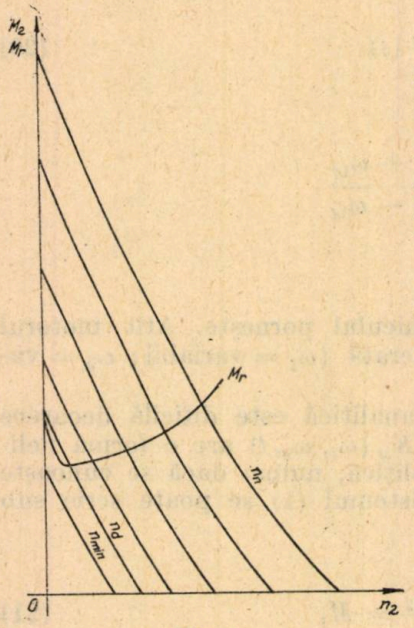


Fig. 4.

Parametrul $\frac{d\omega_1}{d\omega_2}$ se poate determina din caracteristica $\omega_1 = f(\omega_2, t)$ determinată experimental.

Caracteristicile de cuplu $M_2\,(n_2)$ pentru diferite turații n_1 precum și caracteristicile cuplului rezistent $M_r\,(n_2)$ sînt reprezentate în fig. 4.

Parametrul $K_M = \frac{M_2}{M_1}$ se poate determina din caracteristicile M_1, $M_2\,(\omega_1, \omega_2, t)$ determinate de asemenea experimental.

Cunoscînd caracteristica $\frac{d\omega_2}{dt}\,(\omega_2, t)$ se pot determina ceilalți parametrii legați de arborele condus cum sînt:

b) *Viteza unghiulară a arborelui condus.*

Se va determina prin integrarea grafoanalitică a expresiei:

$$\omega_2 = \int_0^{t_2} \left(\frac{d\omega_2}{dt}\right) dt. \qquad (23)$$

c) *Durata etapei a II-a* (t_2)

Are loc pînă ce turația motorului diesel atinge valoarea nominală, respectiv $\omega_1 = \omega_{1n}$ (practic se ia $\omega_1 = 0{,}95\ \omega_{1n}$).

$$t_1 + t_2 = \frac{I_1\omega_{1n}^2}{M_n} \int_0^{0{,}95\omega_{1n}} \frac{d\omega_1}{\omega_{1n}^2 - \omega_1^2} = 1{,}83\,\frac{I_1 \cdot \omega_{1n}}{M_n}\,(s) \qquad (24)$$

De unde durata etapei a II-a:

$$t_2 = 1{,}83\,\frac{I_1 \cdot \omega_{1n}}{M_n} - t_1 = (1{,}83 - A_1)\,\frac{I_1\omega_{1n}}{M_n} = A_2\,\frac{I_1\omega_{1n}}{M_n}\,(s). \qquad (25)$$

Etapa a III-a

În această etapă, motorul funcționează la turație constantă și egală cu turația nominală, iar vehiculul își continuă mișcarea accelerată pînă la egalizarea cuplurilor $M_2 = M_r$. Avem deci:

$$\omega_1 = \omega_{1n} = \text{constant};\ \omega_2 = \text{variabil}.$$

Ecuația de mișcare a turbinei transformatorului hidraulic va fi :

$$M_2 = M_r + I_2 \frac{d\omega_2}{dt}. \tag{26}$$

La $\omega_1 =$ constant, caracteristica $M_2(\omega_2)$ se poate exprima ca avînd o variație lineară de forma :

$$M_2 \simeq A - B \cdot \omega_2 \tag{27}$$

unde A, B (ω_1) sînt coeficienți ce se pot determina după caracteristica experimentală $M_2(\omega_2)$ a transformatorului hidraulic.

Caracteristica $M_r(\omega_2)$ corespunzătoare unui vehicul de cale ferată are o variație parabolică de forma :

$$M_r = a + b\omega_2 + c\omega_2^2 \tag{28}$$

unde a, b, c sînt coeficienți constanți.

Înlocuind pe M_2 și M_r în ecuația (17) rezultă :

$$A - B\omega_2 = a + b\omega_2 + c\omega_2^2 + I_2 \frac{d\omega_2}{dt} \tag{29}$$

Integrînd ecuația (20) și ținînd seamă că la $t = 0$, $\omega_2 = \omega_2^{II}$ rezultă :

a) Viteza unghiulară a turbinei (ω_2)

$$\omega_2 = \frac{D}{2\alpha} \frac{C_1 + e^{Dt}}{C_1 - e^{Dt}} - \frac{\beta}{2\alpha} \frac{C_1 - e^{Dt}}{C_1 + e^{Dt}} \ (s^{-1}) \tag{30}$$

unde :

$$D = \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}$$

$$\alpha = -\frac{c}{I_2}; \quad \beta = -\frac{B + b}{I_2}; \quad \gamma = \frac{A - a}{I_2}$$

$$C_1 = \frac{2\alpha\omega_2^{II} + (\beta + D)}{2\alpha\omega_2^{II} + (\beta - D)};$$

ω_2^{II} — viteza unghiulară a turbinei la sfîrșitul etapei II.

b) Accelerația unghiulară a turbinei (ε_2)

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{C_1 D^2}{\alpha} \frac{e^{Dt}}{[C_1 - e^{Dt}]^2} + \frac{C_1 \beta D}{\alpha} \frac{e^{Dt}}{[C_1 + e^{Dt}]^2} \ (s^{-2}) \tag{22}$$

Observație

Dacă se consideră pentru cuplul rezistent o variație lineară de forma :

$$M_r = a + b\omega_2,$$

ecuația (17) devine :

$$A - B\omega_2 = a + b\omega_2 + I_2 \frac{d\omega_2}{dt} \tag{31}$$

Integrînd ecuația (23) și ținînd seamă de aceleași condiții ca și la ecuația (20) se obține :

$$\omega_2 = e^{\beta t}\left(\frac{\gamma}{\beta} + \omega_2^{II}\right) - \frac{\gamma}{\beta} \tag{32}$$

Cum $\beta < 0$ la $t = \infty$; $\omega_2 = \omega_{2\,max} = -\frac{\gamma}{\beta}$

la $t = 0$; $\omega_2 = \omega_2^{II}$

$$\frac{d\omega_2}{dt} = e^{\beta t}(\gamma + \beta\omega_2^{II}) \tag{33}$$

la $t = \infty$; $\varepsilon_2 = 0$
la $t = 0$; $\varepsilon_2 = \varepsilon_2^{II} = (\gamma + \beta\omega_2^{II})$

Durata etapei a III-a (t_3)

Are loc pînă ce viteza unghiulară a turbinei atinge valoarea maximă $\omega_2 = \omega_{2\,max}$ corespunzătoare egalității $M_2 = M_r$.

$$t_3 = \frac{1}{\beta} \ln \frac{\gamma + \beta\omega_{2\,max}}{\gamma + \beta\omega_2^{II}} \ (s) \tag{34}$$

Etapa a IV-a

Corespunde funcționării cu viteză constantă atît a motorului diesel cît și a vehiculului (respectiv $\omega_1 = \text{const}$; $\omega_2 = \text{const.}$).
Ecuațiile generale de mișcare se reduc la forma :

$$\begin{aligned} M_m &= M_1 = M_n \\ M_2 &= M_r = K_M M_1 \end{aligned} \tag{35}$$

Înlocuind pe M_2 și M cu expresiile (18) și (19) se obține :

$$A - B\omega_2 = a + b\omega_2 + c\omega_2^2$$

sau

$$C \cdot \omega_2^2 + (b + B)\,\omega_2 + (a - A) = 0$$

De unde viteza unghiulară maximă a turbinei $\omega_{2max} \sim V_{max}$ are valoarea :

$$\omega_{2\,max} = \frac{-(b + B) \pm \sqrt{(b + B)^2 - 4c\,(a - A)}}{2C} \sim V_{max} \qquad (36)$$

Acceleraţia unghiulară a turbinei

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = 0$$

Cuplul turbinei transformatorului corespunzător vitezei $V_{max} \sim \omega_{2\,max}$;

$$M_2 = A - B\omega_{2max} \qquad (27)$$

Caracteristicile ω_1, ω_2, ε_1, ε_2, M_1 şi $M_2 = f(t)$ corespunzătoare

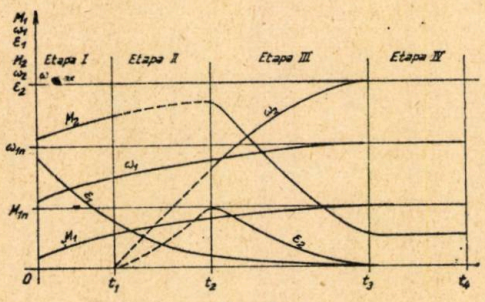


Fig. 5

diferitelor etape de funcţionare ale grupului motor diesel-transformator hidraulic şi vehicul de C.F. sînt reprezentate în fig. 5.

Concluzii

Studiul caracteristicilor de funcţionare în comun a motorului diesel cu transformatorul hidraulic prezintă importanţă în determinarea condiţiilor optime de funcţionare pe locomotivă a grupului motor diesel-transmisie hidraulică.

Majoritatea lucrărilor care studiază această problemă, utilizează în general metode grafice suprapunînd caracteristicile motorului diesel peste cele ale transformatorului hidraulic. Metodele analitice de calcul elaborate pînă în prezent sînt folosite mai ales pentru tratarea anumitor cazuri particulare.

În lucrarea de față se prezintă o metodă analitică care abordează studiul funcționării în comun a motorului diesel cu transformator hidraulic opac și vehicul de cale ferată.

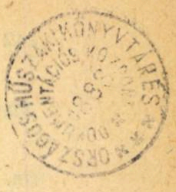
Această metodă se referă la una din multitudinea de probleme ce apar în acest domeniu. Autorii și-au propus extinderea metodei analitice și pentru alte cazuri reale de funcționare în comun (cu transformator transparent, la comutarea agregatelor hidraulice etc.).

Catedra de material rulant
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Kickbusch Ernst*, Föttinger Kupplungen und Föttinger Getriebe — Berlin — 1963.
2. *M. Wolf*, Ghidrodinamiceschie mufti i transformatori — Moscova — 1967.
3. *Patin P.*, Les transmissions de puissance et la variation de la vitesse — Paris, 1956.
4. *Semiciastnow I. F.*, Ghidrovliceschie peredaci teplovozov — Moscova, 1961.
5. *I. Zăgănescu, Al. Popa, Tr. Taran*, Transmisii hidraulice la locomotive diesel — București, 1970.
6. *Gh. Nichita*, Contribuții la studiul funcționării în comun a motorului diesele cu cuplajul hidraulic și vehiculul de C.F. teză de doctorat — București, 1971.
7. *Gh. Nichita*, Elemente pentru calculul parametrilor principali și a dimensiunilor de bază la proiectarea unei locomotive diesel hidraulice. Revista Căilor Ferate — Nr. 22, 1967.

F 1130



SUMMARY OF THE 1972 REVIEW

MATHEMATICS

D. Filipescu. Integral Formulas for Random Convex Figure Systems in Euclidian Spaces (1—1971).

Gh. Budeanu, V. Tănase, Integral Representation of an Average Conditioned Value with Respect to σ Algebra μ_T (1—1972).

E. Grecu, V. Mihăilescu. On the Pseudo True Connexion (2—1972).

M. St. Botez, N. Mirescu. A Simplification of the Descriptive Geometry Methods (2—1972).

L. Gruia. On a Modification in the Axonometric Field (3—1972).

V. Mihăilescu. Connexion Associated to the Binary Projective Group (3—1972).

D. Filipescu. Aleatory Convex Sets from the Euclidean Plane (5—1972).

Z. Bucur. Variational Aspect of the Integration of the Equation of Oscillations of the Elastic Bodies which is'ut Homogeneneous (5—1972).

N. Mirescu. A New Plane Figure of Space (5—1972).

Lucia Drăgușin. A Elasto-plastic Model for the Mechanical Behaviour of Wets Soils (6—1972).

Z. Stoian. On the Moments of Some Independent Random Variables (6—1972).

PHYSICS

Ș. Constantinescu, H. Dumitrescu. On the Behaviour of Some Biphase Systems in Adiabatic Expansions (2—1972).

D. Bogdan, N. Cîrjan, H. Fuia. Singular β Transition of $_{67}H^{166}_{099}$ (3—1972).

D. Bogdan, Tr. Crețu, Gh. Macarie. Calculation on the Matrix Elements for the β Transition in the Singleparticle Model with Woods-Saxon Potential and when a Term of the Coriolis Type is Present in the Nuclear Hamiltonian (5—1972).

Ș. Constantinescu, H. Dumitrescu. Determination of Some Structure Characteristic Data of a Ribonucleic Acid and of a Protein Through the Dielectric Relaxion Method (6—1972).

CHEMISTRY

Fr. M. Albert. General Relations for the Calculation of Raw and Molecular Formulas (2—1972).

TECHNOLOGICAL CHEMISTRY

T. D. Ionescu, Gh. Tudorache, Gh. Ioniță. Obtaining Pure Sodium Hydroxide by Diaphragm Electolysis on the Basis of Anorganic Ion Exchangers (1—1972).

G. Costeanu, Ortansa Landauer, Cornelia Mateescu. The Influence of the Reaction Medium on the Active Complex r*, in the Hydrolisis Reactions for Aliphatic Esters in Mixed Solvents (1—1972).

Lia Blum-Lazăr, C. Gherman. Electrophoretic Protectice Coatings (3—1972).

R. Șerban, Th. Bădescu. Study of the Influence of the Smoke Black Structure upon the Printing Characteristics of Printing Ink (4—1972).

G. Costeanu, Ortansa Landauer, Cornelia Mateescu. Influence of the Dielectric Coefficient of the Enviromments on the Velocity of Reaction of Acide or Alkaline Hydrolysis of Some Aliphatic Esters in Mixed Solvents (5—1972).

I. Gh. Constantinescu, Irina Constantinescu. Obtention of a Fertilizer with Suspension Sulphur (5—1972).

Th. Bădescu, T. D. Ionescu. Considerations on Some Aspects of the Correlation Between the Synthesis Conditions, Structure and Properties of the Chrome Yellow Mixed Crystals (6—1972).

Gh. C. Constantinescu. About the Annual Plant Humification Technique V (6—1972).

MECHANICS

C. Guță. Proportional Control of Space Vehicle by Means of Auxiliary Jit Engines (1—1972).

C. Guță. Considerations on the Selection of the Number of Stages ith the Long-range or high Altitude Rockets (2—1972).

St. Staicu. Air Current Parting at the Edges of Some Types of Tail Groups Used in the Supersonic Aircraft and in the Rocket Engineering (2—1972).

N. Pandrea. Considerations About the Displacements of the Rigid Body (4—1972).

St. Staicu. Supersonic Flow Around the Delta wing when Considering the Current Separation at the Leading Edges (6—1972).

GEAR THEORY

C. Niță. Study of the Polydyne Cam Mechanisms Approximated by Two Degrees of Liberty on Basis of the Similarity Coefficients (5—1972).

STRENGTH OF MATERIALS

I. Constantinescu. The State of Stresses in a Cylindrical Receipient Having Flat Bottom and a Cantiveler Shell Part (1—1972).

M. Blumenfeld. A New Algorithm for the Computation of Bending Moments and Diflections of Straight Beams (4—1972).

Sasadhar De. Torsion of a Non-isotropic Cylinder of Non-homogeneous Material (4—1972).

I. Constantinescu. Contributions to the Calculation and Building of a Class of Unidirectional Mechanical Vibrators (6—1972).

THERMODYNAMICS

M. Postelnicescu. Contributions to the Economic Dimensioning of Air Preheaters in the Boile Pipes (5—1972).

HEAT ENGINE

Gh. Zătreanu. Contributions to the Study of Rotary-piston Engine Balancing (1—1972).

N. Apostolescu. Calculation of the Characteristic of the Reaction Heat Release with the Compression Ignition Engine on Basis of a Two-space Model of Heat Heterogeneous (3—1972).

T. Dudaș. Analysis of the Heat Cycles of the Compression Ignition Engines (3—1972).

T. Dudaș. Determination of the Optimal Characteristic of the Injection Rate (5—1972).

DETAILS OF MACHINES

R. Iatan. On the Dynamics of Sieves with Rolling Movement II (2—1972).

MACHINES BULDING TECHNOLOGY

P. Sonea, I. Sonea. On the Conduction of the Velding Electrical Arc under the Influence of an Acoustic Disturbing Field (2—1972).

V. Tabără. Theoretical and Experimental Investigations on the Bearing Capacity of the Hydrostatic Bearings Usable with Machine-tools (2—1972).

V. Tabără. Sprindle Lift Conditions in Hydrostatic Bearings Friction (4—1972).

A. Oprean, Al. Dorin, V. Gh. Vodă. Estimator for the Mean Operation Duration of Hydraulic Systems (4—1972).

E. Botez, C. Minciu. Fictitions Mechanism and Dynamic Accuracy of the Rolling Kinetic Chain (5—1972).

P. Sonea, I. Sonea. New Properties of the Welding Arc (6—1972).

. Gavrilaș, Georgeta Cuculeanu. Accuracy of Electrochemical Boring of Long Holes (6—1972).

ELECTRICITY

I. S. Antoniu, Lidia Constantinescu. Long Line as Limit of an Infinite Quadripole Chain (1—1972).
H. Gavrilă. Method for the Calculation of Eddycurrent Losses in Ferromagnetic Sheets (4—1972).
M. Preda, Ioana Dorobanțu A New Method for Determining the Equations of State of the Electric Circuits (6—1972).

ELECTRIC POWER

H. Lazăr. The Modification of the Black Diagram of the Electrical System as a Result of the Change of the Excitation Governor Type (1—1972).
Lucia Pantelimon. Considerations Refering to the Use of the Phase Plane for the Study of the Excitation Adjustement of a Synchronous Generator by Means of the Analogue Computer (2—1972).
I. Iordănescu, Gh. Iacobescu Active Power Shocks in the Modern Electroenergy Systems (3—1972).
C. Dinculescu, Arie A. Arie, Alex. Selischi. Study of the Transfer of the Deforming Phenomenon in a Complex Network (4—1972).
C. Moțoiu, V. Ohanian-Constantinescu, Ad. Gheorghe, G. Pavlenco. The Analysis of the Possibility of Appling the Combined Cycle Steammgases to the Thermoelectric Station Ovidiu II(4—1972).
H. Lazăr. Mathematical Model of an Adjusted Electric System (6—1972).

AUTOMATION

I. Dumitrache. Synthesis of Some Fluid Circuits by the Threshold Logic (3—1972).
G. Ionescu, I. Palcu. Pseudorandom Signals Generator (4—1972).

ELECTRONICS

D. Stanomir. Electroacoustic Analogies for the Acoustic Systems Described by the Unidimensional Waves Equation (4—1972).
S. Bîrcă-Gălățeanu, D. Munteanu. A Thyristor Pre-regulator Design (5—1972).

METALLURGY

Fl. Oprea, D. Taloi, P. Moldovan. Solubility Mechanism and Kinetics of Cu^2S—FeS, ZnS in a Sulphuric Acid Medium under Oxygen Pressure (2—1972).
M. Ienciu. Considerations on the Mechanism and Kinematics of the Reduction Process by Methane Gas of Pb, Zn and Cu Suphides (2—1972).
Maria Petrescu. Method for Determining the Silumin Interdiffusion Factors Through the Silicon Photocolorimetric Analysis (6—1972).

TRANSPORT

A. Stoicescu. A Study of the Stability of the Braked Carby Means of Analogue Computer (1—1972).
D. Ionescu, I. Tănăsuică. Mathematical Models of the Diagrams Which are Imposedon in the Traffic Distances of a Single Track Railroad in Terms of the Critical Distance (3—1972).
A. P. Stoicescu. About the Motor Car General Movement Equations (3—1972).
Gh. Nichita. Considerations of the Dynamic Properties of the Power Transmission System by Hydraulic Clutch (4—1972).
A. Cotoreanu. Contributions to the Optimizing of the Tonnages and Speeds of the Passenger Trains Hanled by the 060 D.A. Diesel Locomotive (5—1972).
Al. Popa, Gh. Nichita, St. Tregubleac. The Fonctionement in Commun of the Diesel-motor with the Hydraulic Transformer and with the Railways Engins (6—1972).

ORGANIZATION—PLLNNING.

A. Carabulea, Ad. Gheorhge. Contributions to the Study of the Designing and Operating of Electric Power Stations by Means of Mathematic Modelling (1—1972).

INDICAŢII REDACŢIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri şi colaţionate de autor. Relaţiile matematice şi formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele şi graficele vor fi executate în tuş negru pe hîrtie de calc, numerotate şi prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent şi legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referinţă şi, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană şi engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele şi iniţialele de prenume ale autorului, titlul şi volumul lucrării, editura, locul şi anul apariţiei, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina iniţială şi finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text şi se va numerota curent. Referinţele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experienţelor şi afirmaţiilor ştiinţifice revine numai autorilor. Conducerea revistei îşi rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40 820

Tiparul executat la Intreprinderea Poligrafică „Informaţia" c. 1936